

**UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS  
UNIDADE ACADÊMICA DE GRADUAÇÃO  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**LUCAS LEGRAMANTI ODY**

**PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE UMA PLATAFORMA BALL AND PLATE  
PARA O ESTUDO DE SISTEMAS DE CONTROLE**

**São Leopoldo  
2020**

LUCAS LEGRAMANTI ODY

**PROJETO E DESENVOLVIMENTO DE UMA PLATAFORMA BALL AND PLATE  
PARA O ESTUDO DE SISTEMAS DE CONTROLE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado como requisito parcial para  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Elétrica, pelo Curso de  
Engenharia Elétrica da Universidade do  
Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS

Orientador: Prof. Ms. João Olegário de Oliveira de Souza

São Leopoldo

2020

Dedico este trabalho aos meus pais. Sem eles nada seria possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço aos meus pais, Arnildo e Teresinha, pelo incentivo, dedicação e amor incondicional, e por não medirem esforços para que esta etapa fosse concluída.

Agradeço ao meu irmão, Leandro, pela parceria de sempre e pelas dicas e sugestões dadas neste trabalho e ao longo de toda a minha trajetória acadêmica.

À Camila, minha parceira de vida, por todo o amor e carinho, e também pelos pequenos empurrões nos momentos de dúvida e dificuldade, que me impulsionaram em frente.

A todos os professores da Unisinos, especialmente ao Ms. João Olegário de Oliveira de Souza, responsável pela orientação deste trabalho.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho consiste no desenvolvimento de uma plataforma *ball and plate* de dois graus de liberdade aplicada ao ensino de sistemas de controle. A plataforma em questão é um problema clássico de teoria de controle, onde a variável a ser controlada é a posição de uma esfera com livre rolagem sobre um plano inclinado. O elemento sensor da posição da esfera sobre o plano é um *touchscreen* resistivo de quatro terminais. Os atuadores que realizam a movimentação da plataforma são dois servomotores. Um sistema de controle embarcado realiza a interface entre os dispositivos de *hardware* e o sistema supervisor. A topologia de controle aplicada é a de um controlador PID discreto com possibilidade de sintonia automática para resposta agressiva, intermediária ou suave. Através do sistema supervisor, o usuário pode definir os parâmetros de controle e aplicar diferentes entradas de referência, além de verificar a resposta do sistema em gráficos atualizados em tempo real. Neste trabalho é detalhada toda a modelagem física e matemática do equipamento, bem como os procedimentos de projeto e construção. Por fim, são analisados os resultados obtidos através da verificação da resposta real do sistema em comparação com a simulação do modelo matemático para diferentes condições de operação.

**Palavras-chave:** Sistemas de controle. *Ball and plate*. Controlador PID.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de características de desempenho de um sistema de controle.	17
Figura 2 - Modelo de um sistema de controle de malha aberta.....	17
Figura 3 – Modelo de um sistema de controle de malha fechada .....	18
Figura 4 – Diagrama de blocos de um controlador PID.....	19
Figura 5 – Influência do controlador PI em um sistema .....	21
Figura 6 – Influência do controlador PD em um sistema.....	21
Figura 7 – Resposta de um sistema com controlador PID .....	22
Figura 8 – Parâmetros para o primeiro método de Ziegler e Nichols .....	25
Figura 9 – Diagrama de blocos do relé de Åström .....	28
Figura 10 – Resposta temporal e diagrama de Nyquist para a auto sintonia .....	29
Figura 11 – Diagrama de blocos do relé realimentado de Tan.....	30
Figura 12 - Camadas construtivas de um <i>touchscreen</i> resistivo .....	33
Figura 13 – Funcionamento de um <i>touchscreen</i> resistivo de quatro fios .....	34
Figura 14 – Circuito equivalente de um <i>touchscreen</i> resistivo de quatro fios.....	35
Figura 15 – Diagrama esquemático de um servomotor.....	36
Figura 16 – Servomotor DS3218.....	37
Figura 17 – Placa Arduino Due .....	38
Figura 18 – Placa STM32 Nucleo-F334R8.....	40
Figura 19 – Exemplo de uma plataforma <i>ball and plate</i> .....	41
Figura 20 – Diagrama da plataforma para a modelagem .....	43
Figura 21 – Acrome <i>Ball Balancing Table</i> .....	47
Figura 22 - Quanser 2 <i>DOF Ball Balancer Workstation</i> .....	48
Figura 23 – Plataforma utilizando um robô colaborativo .....	49
Figura 24 – Diagrama de blocos funcional da estrutura projetada .....	50
Figura 25 – a) Vista frontal da plataforma; b) vista lateral da plataforma .....	52
Figura 26 – Vista isométrica da estrutura projetada .....	53
Figura 27 – Vista isométrica da base inferior .....	54
Figura 28 – Vista isométrica da base superior .....	54
Figura 29 – Junta universal .....	55
Figura 30 – Vista isométrica do eixo de apoio central inferior .....	55
Figura 31 – Vista isométrica do eixo de apoio central superior .....	56
Figura 32 – Dimensões do servomotor DS3218 e do braço de alavanca .....	56

Figura 33 – Vista isométrica do suporte dos servomotores DS3218.....	57
Figura 34 - Hastes de conexão da plataforma com os braços de alavanca .....	57
Figura 35 – Estrutura da plataforma <i>ball and plate</i> construída (vista lateral) .....	58
Figura 36 – Estrutura da plataforma <i>ball and plate</i> construída (vista frontal) .....	58
Figura 37 – Curva de resposta ao degrau do DS3218 .....	60
Figura 38 – Diagrama de blocos da planta.....	61
Figura 39 – Diagrama de conexões elétricas da plataforma .....	63
Figura 40 – Fluxograma da interrupção para leitura do <i>touchscreen</i> .....	65
Figura 41 – Pontos sugeridos para calibração do <i>touchscreen</i> .....	66
Figura 42 – Filtro digital de segunda ordem. ....	69
Figura 43 – Resposta em frequência do filtro implementado para frequência de corte de 15 rad/s. ....	71
Figura 44 – Comparação do sinal de controle sem filtro e com filtro.....	72
Figura 45 – Fluxograma do controlador PID implementado .....	74
Figura 46 – Diagrama de blocos do controlador PID implementado .....	75
Figura 47 – Resposta ao degrau em malha aberta de um sistema com duplo integrador e atraso de transporte .....	77
Figura 48 – Tela do sistema supervisorio em funcionamento .....	79
Figura 49 – Tela de configuração dos gráficos.....	80
Figura 50 – Ajuste do ângulo de <i>offset</i> da plataforma .....	80
Figura 51 – Tela de ajuste do controlador PID .....	81
Figura 52 – Resposta ao degrau em malha aberta nos eixos X (a) e Y (b) (10°) .....	83
Figura 53 – Resposta do sistema para configuração agressiva .....	85
Figura 54 – Resposta do sistema para configuração intermediária.....	86
Figura 55 – Resposta do sistema para configuração suave.....	87
Figura 56 – Trajetórias retangulares aplicadas ao protótipo .....	89
Figura 57 – Trajetórias circulares aplicadas ao protótipo .....	90
Figura 58 – Trajetórias em formato de Lemniscata aplicadas ao protótipo .....	91
Figura 59 – Resposta em frequência do protótipo.....	93

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Equações de Ziegler e Nichols para o primeiro método de sintonia.....	26
Quadro 2 - Equações de Ziegler e Nichols para o segundo método de sintonia.....	26
Quadro 3 – Diagrama de ligação de um <i>touchscreen</i> .....	34
Quadro 4 – Especificações técnicas do servomotor DS3218.....	37
Quadro 5 – Especificações técnicas do Arduino Due.....	39
Quadro 6 – Comparativo entre as placas de desenvolvimento apresentadas.....	40
Quadro 7 – Lista de materiais utilizados .....	52
Quadro 8 – Protocolo de comunicação com o sistema supervisório .....	64
Quadro 9 – Pontos de calibração escolhidos. ....	67
Quadro 10 – Ganhos do controlador PID pelo método SIMC.....	78
Quadro 11 – Indicadores de desempenho da resposta ao degrau.....	84
Quadro 12 – Sintonia automática para o controlador do eixo X .....	94
Quadro 13 - Sintonia automática para o controlador do eixo Y .....	95



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Influência dos parâmetros de um controlador PID na saída do sistema..	20
Tabela 2 – Medidas do ensaio de resposta em frequência .....	93

## LISTA DE SIGLAS

ADC	Conversor analógico-digital, do inglês <i>analog-to-digital converter</i>
BRM	Método retangular recursivo, do inglês <i>back rectangular method</i>
CNC	Comando numérico computadorizado
DC	Corrente contínua, do inglês <i>direct current</i>
DOF	Graus de liberdade, do inglês <i>degrees of freedom</i>
FRM	Método retangular progressivo, do inglês <i>forward rectangular method</i>
IoT	Internet das coisas, do inglês <i>internet of things</i>
LQ	Linear quadrático
LQG	Regulador linear quadrático gaussiano
LQR	Regulador linear quadrático, do inglês <i>linear quadratic regulator</i>
PD	Controlador proporcional derivativo
PI	Controlador proporcional integral
PID	Controlador proporcional integral derivativo
PWM	Modulação por largura de pulso, do inglês <i>pulse width modulation</i>
SIMC	Controle por modelo interno de Skogestad, do inglês <i>Skogestad internal model control</i>
TRAP	Método trapezoidal
USB	Porta serial universal, do inglês <i>universal serial bus</i>

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>1.1 Definição do Tema ou Problema</b> .....	<b>13</b>
<b>1.2 Delimitação do Trabalho</b> .....	<b>13</b>
<b>1.3 Objetivos</b> .....	<b>13</b>
1.3.1 Objetivo Geral .....	13
1.3.2 Objetivos Específicos .....	13
<b>1.4 Justificativa</b> .....	<b>14</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1 Sistemas de Controle</b> .....	<b>16</b>
2.1.1 Sistemas de Controle de Malha Aberta .....	16
2.1.2 Sistemas de Controle de Malha Fechada .....	17
2.1.3 Controladores PID .....	18
2.1.4 Controlador PID Digital .....	22
2.1.5 Métodos de Sintonia de um Controlador PID .....	24
2.1.6 Sintonia Automática ou <i>Autotuning</i> de Controladores PID .....	28
<b>2.2 Instrumentação</b> .....	<b>32</b>
2.2.1 Tela Sensível ao Toque .....	32
<b>2.3 Atuadores</b> .....	<b>35</b>
2.3.1 Servomotor .....	35
<b>2.4 Sistemas embarcados</b> .....	<b>38</b>
2.4.1 Arduino Due .....	38
2.4.2 STM32 Núcleo-F334R8 .....	39
2.4.3 Comparativo Entre o Arduino Due e o STM32 Nucleo-F334R8 .....	40
<b>2.5 Plataforma <i>Ball and Plate</i></b> .....	<b>40</b>
2.5.1 Modelagem Matemática da Plataforma Através das Equações de Movimento de Newton .....	41
<b>2.6 Estado da Arte</b> .....	<b>46</b>
2.6.1 Plataformas Comerciais .....	46
2.6.2 Plataformas de Trabalhos Acadêmicos .....	48
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>50</b>
<b>3.1 Diagrama de Blocos Funcional</b> .....	<b>50</b>
<b>3.2 Projeto Mecânico e Montagem da Plataforma</b> .....	<b>51</b>

3.2.1 Projeto das Bases Inferior e Superior.....	53
3.2.2 Projeto do Eixo de Apoio Central .....	54
3.2.3 Projeto do Suporte do Servo Motor .....	56
3.2.4 Montagem da Plataforma .....	57
<b>3.3 Modelagem Matemática do Conjunto Mecânico Desenvolvido.....</b>	<b>59</b>
3.3.1 Ensaio de Resposta do Servomotor .....	59
3.3.2 Modelagem da Plataforma .....	60
3.3.3 Modelo Completo do Protótipo .....	61
<b>3.4 Desenvolvimento do Sistema de Controle Embarcado .....</b>	<b>62</b>
3.4.1 Comunicação com o Sistema Supervisório .....	63
3.4.2 Leitura da Posição da Esfera Sobre a Placa .....	65
3.4.2.1 Procedimento de Calibração do <i>Touchscreen</i> .....	66
3.4.2.2 Filtragem do Sinal de Realimentação.....	68
3.4.3 Implementação do Controlador PID Discreto .....	72
3.4.4 Auto Sintonia do Controlador PID .....	75
<b>3.5 Desenvolvimento do Sistema Supervisório.....</b>	<b>78</b>
<b>4 ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>82</b>
<b>4.1 Resposta em Malha Aberta.....</b>	<b>82</b>
<b>4.2 Resposta a uma Entrada do Tipo Degrau .....</b>	<b>83</b>
<b>4.3 Seguimento de Trajetórias .....</b>	<b>88</b>
4.3.1 Trajetória Retangular.....	88
4.3.2 Trajetória Circular .....	89
4.3.3 Trajetória em Formato de Lemniscata.....	90
<b>4.4 Resposta em Frequência .....</b>	<b>92</b>
<b>4.5 Análise da Sintonia Automática.....</b>	<b>94</b>
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	<b>96</b>
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros .....	98
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>99</b>
<b>APÊNDICE A – DESENHO TÉCNICO DA BASE INFERIOR .....</b>	<b>102</b>
<b>APÊNDICE B – DESENHO TÉCNICO DA BASE SUPERIOR.....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE C – DESENHO TÉCNICO DO EIXO CENTRAL INFERIOR .....</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE D – DESENHO TÉCNICO DO EIXO CENTRAL SUPERIOR.....</b>	<b>105</b>
<b>APÊNDICE E – DESENHO TÉCNICO DO SUPORTE DOS SERVOMOTORES... </b>	<b>106</b>
<b>APÊNDICE F – TABELA DE CUSTO DOS MATERIAIS .....</b>	<b>107</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Desde 1769, quando James Watt introduziu o seu modelo do regulador de esferas para controlar a velocidade de um motor a vapor, os sistemas de controle automático estão em crescente evolução. Ao longo do tempo foram desenvolvidas e aprimoradas novas técnicas que permitiram ao engenheiro de sistemas de controle automatizar processos industriais, criar veículos autônomos, enviar satélites e tripulações para o espaço, desenvolver soluções na área da saúde, além de muitas outras aplicações que promovem o bem-estar e a qualidade de vida das pessoas. O próximo grande salto tecnológico que está previsto para a engenharia de controle é decorrente do surgimento da Internet das Coisas (*Internet of Things – IoT*) e da indústria 4.0, que estão se tornando possíveis devido à convergência de sistemas embarcados, redes de sensores sem fio e sistemas de controle.

O ensino de sistemas de controle geralmente baseia-se na exposição de conceitos teóricos e aplicações práticas. Tais aplicações práticas podem ser desenvolvidas em um ambiente de simulação computacional ou através de plantas didáticas que incorporam determinados fenômenos físicos. Nestes tipos de plantas é possível manipular as estruturas de controle e aplicar os conhecimentos teóricos trabalhados em sala de aula. Um dos tipos de plantas didáticas que possui estas características é a plataforma *ball and plate*.

Uma plataforma *ball and plate* é um problema clássico de controle que consiste em controlar a posição de uma esfera sobre uma placa através do seu ângulo de inclinação. O desenvolvimento deste tipo de protótipo engloba uma série de conhecimentos como modelagem de sistemas dinâmicos, técnicas de linearização e de controle, além de ser análoga a diversas aplicações encontradas em situações práticas, como a movimentação de câmeras em drones, estabilização de plataformas marítimas e balanço de aeronaves.

Tendo em vista que a área de sistemas de controle possui um grande potencial para continuar evoluindo e tem uma grande relevância para a indústria e a sociedade, este trabalho tem como proposta construir uma plataforma *ball and plate* de dois graus de liberdade destinada ao ensino e pesquisa de técnicas de controle automático. Tal ferramenta pode ser muito útil na tarefa de instigar o interesse de estudantes pela área e proporcionar um aprendizado consistente e motivador.

Para o desenvolvimento deste trabalho foram estudadas técnicas de controle automático, elementos de instrumentação, atuadores e modelagem de sistemas físicos. A partir do projeto e construção do protótipo, foi realizada a implementação de um controlador PID discreto com sistema supervisorio, com possibilidade de sintonia automática. Por fim, foi abordada a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho e os resultados obtidos.

## **1.1 Definição do Tema ou Problema**

O controle de sistemas dinâmicos é uma área da engenharia que engloba uma série de aplicações práticas. Dessa forma, é importante que o engenheiro que atua neste seguimento possua um sólido conhecimento teórico e vivência prática. No entanto, comumente o ensino dessas disciplinas em sala de aula é realizado através de ferramentas computacionais ao invés de aplicações reais. No caso de instituições de ensino de pequeno porte, isso ocorre principalmente pela dificuldade e alto custo de disponibilizar um processo ou planta controlável em sala de aula.

## **1.2 Delimitação do Trabalho**

Este trabalho limita-se na construção de uma plataforma *ball and plate* de baixo custo, e no desenvolvimento de uma estrutura de controle e de um sistema supervisorio para monitoramento do controle da planta.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo Geral**

Projetar e construir uma plataforma *ball and plate* com dois graus de liberdade destinada ao ensino de sistemas de controle.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

Para atingir o objetivo geral proposto foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Definir o elemento sensor a ser utilizado para a detecção da esfera sobre a placa;
- b) Definir os elementos atuadores da plataforma;
- c) Projetar e construir a plataforma;
- d) Realizar a modelagem matemática da estrutura construída;
- e) Projetar uma estrutura de controle PID;
- f) Implementar técnica de sintonia automática do controlador;
- g) Desenvolver o programa de controle para o sistema embarcado;
- h) Implementar um sistema supervisor que informe em tempo real o atual estado das variáveis envolvidas no controle do processo, permitindo ao usuário modificar os parâmetros de controle e inserir diferentes tipos de entrada de referência;
- i) Analisar e validar os resultados obtidos.

#### 1.4 Justificativa

O projeto e desenvolvimento de sistemas de controle é uma área que engloba diversos conhecimentos da engenharia. Estruturas de controle automático estão presentes em processos industriais, aeronaves, veículos, robôs e muitos outros dispositivos e equipamentos, sendo desta forma, um importante tópico a ser desenvolvido e trabalhado no âmbito educacional para alunos de engenharia.

Frequentemente, o ensino de sistemas de controle baseia-se em rotinas de simulação computacional para a demonstração dos conceitos estudados. Isso se deve principalmente pela dificuldade de se levar uma planta ou processo real para a sala de aula. Neste contexto, a demonstração de uma aplicação prática através de uma planta didática pode instigar alunos e pesquisadores a desenvolverem novas técnicas de controle, bem como promover um aprendizado consistente e motivador.

O controle de uma plataforma *ball and plate* de dois graus de liberdade exige e aplica diversos conhecimentos de teoria de controle como modelagem de sistemas dinâmicos, técnicas de linearização, projeto de estruturas de controle, acionamento de atuadores e tratamento do sinal de realimentação. No entanto, os protótipos comerciais disponíveis no mercado possuem um custo elevado para aquisição. A plataforma *Ball Balancing Table*, da fabricante Acrome, por exemplo, tem um custo de cerca de 3.500 dólares americanos, fora as licenças dos *softwares* envolvidos e

encargos tributários para importação, conforme cotação realizada diretamente com o fabricante em 30/11/2019. Ao fim da realização deste trabalho, será disponibilizada uma plataforma de baixo custo para a utilização por outros estudantes e pesquisadores da Universidade do Vale do Rio dos Sinos.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados os conhecimentos necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

### 2.1 Sistemas de Controle

O controle automático é uma ferramenta essencial em diversas áreas da engenharia e da ciência. Sistemas de controle estão presentes em veículos espaciais, sistemas robóticos, sistemas de manufatura, processos industriais e qualquer outra operação que envolva o controle de temperatura, umidade, pressão, vazão e viscosidade. (OGATA, 2010).

De acordo com Nise (2017, p. 2), “Um sistema de controle consiste em subsistemas e processos (ou plantas) construídos com o objetivo de se obter uma saída desejada com um desempenho desejado, dada uma entrada especificada”.

As principais características de desempenho de um sistema são a sua resposta transitória e o seu erro em regime permanente. Para alguns casos, não é permitida uma transição demasiada rápida. Por outro lado, há sistemas em que a transição da saída não pode ser lenta devido às características inerentes deste determinado processo. Também se deve levar em conta o erro em regime permanente, que é a diferença do valor desejado para o valor obtido na saída do sistema quando estabilizado. (NISE, 2017).

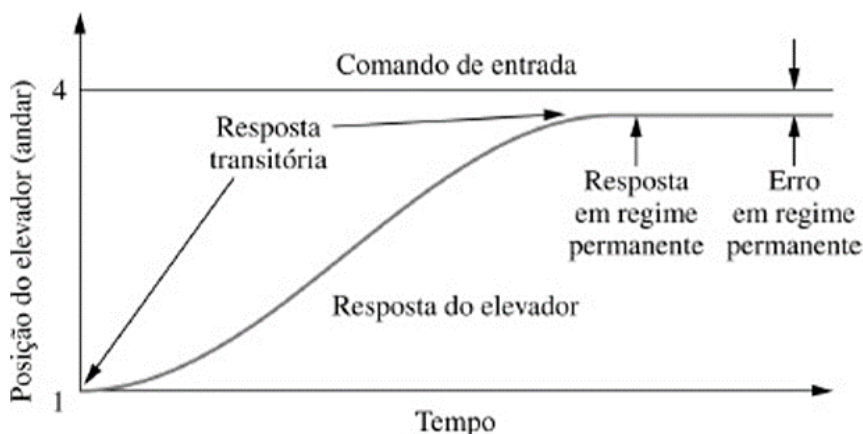
A Figura 1 ilustra a resposta da posição de um elevador de carga para solicitação de sua movimentação para um determinado andar, onde é possível visualizar as principais características discutidas anteriormente.

#### 2.1.1 Sistemas de Controle de Malha Aberta

Os sistemas de controle de malha aberta são aqueles em que a variável de saída não executa nenhuma ação de controle no sistema. Em outras palavras, não há nenhuma realimentação ou sensoriamento da saída afim de comparação com a entrada de referência. Além disso, a precisão do sistema depende de uma calibração previamente executada e qualquer distúrbio não previsto irá interferir na variável controlada. Esta topologia só é válida para sistemas em que a relação entre a entrada

e a saída é conhecida e não há a ocorrência de distúrbios internos ou externos. Sistemas de controle em que as ações são executadas em sequências baseadas em tempo são sistemas de malha aberta. (OGATA, 2010).

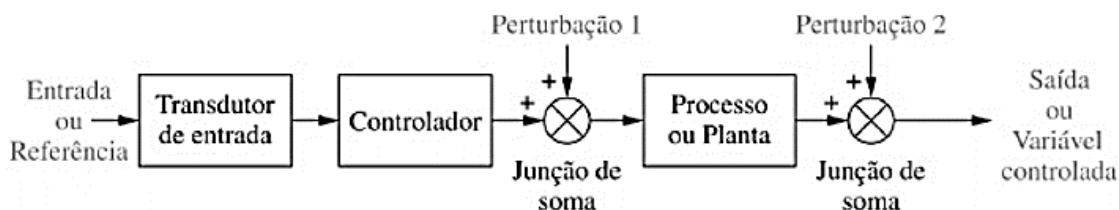
Figura 1 – Exemplo de características de desempenho de um sistema de controle



Fonte: Nise (2017, p. 2).

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos de um sistema de controle de malha aberta. É possível observar que não há nenhum caminho de realimentação que informa para o controlador o estado atual da saída.

Figura 2 - Modelo de um sistema de controle de malha aberta



Fonte: Nise (2017, p. 6).

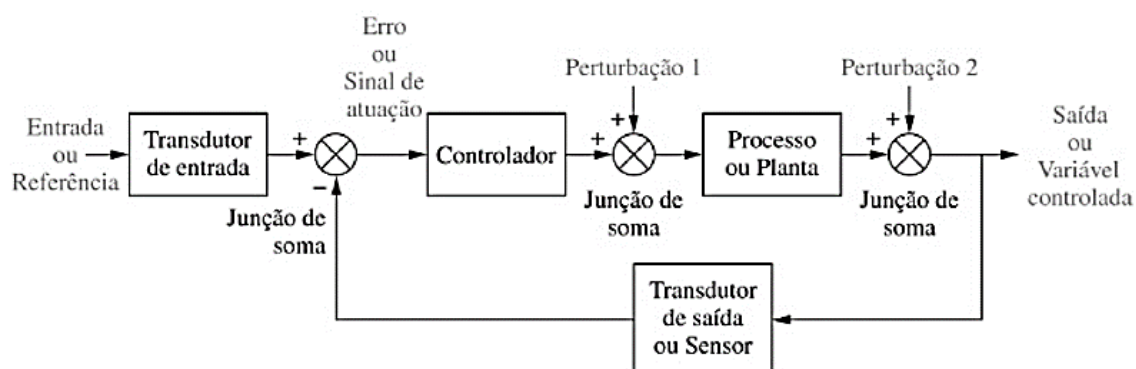
### 2.1.2 Sistemas de Controle de Malha Fechada

Os sistemas de controle de malha fechada têm como principal característica a utilização de um elemento de medição da saída para determinar o erro atuante, que é a diferença entre o sinal de entrada (ou referência) e o sinal de realimentação. Este sinal de erro, por sua vez, é utilizado para acertar a saída do sistema para o valor desejado. (OGATA, 2010).

As principais vantagens deste tipo de controlador são a sua menor sensibilidade a ruídos internos ou externos, a maior exatidão e a maior flexibilidade para ajuste de características de desempenho. Por outro lado, o custo e complexidade de sua implementação geralmente são maiores do que o custo e complexidade para implementação de um sistema de malha aberta. (NISE, 2017).

Na Figura 3, é ilustrada a configuração básica de um sistema de controle de malha fechada. Observa-se que o sinal de entrada ou referência é comparado com o sinal de saída, gerando um sinal de erro ou atuação. Este sinal de erro, por sua vez, aciona ou não o controlador, atuando sobre o processo ou planta. Caso alguma perturbação seja inserida, a malha de realimentação irá compensar esta variação automaticamente.

Figura 3 – Modelo de um sistema de controle de malha fechada

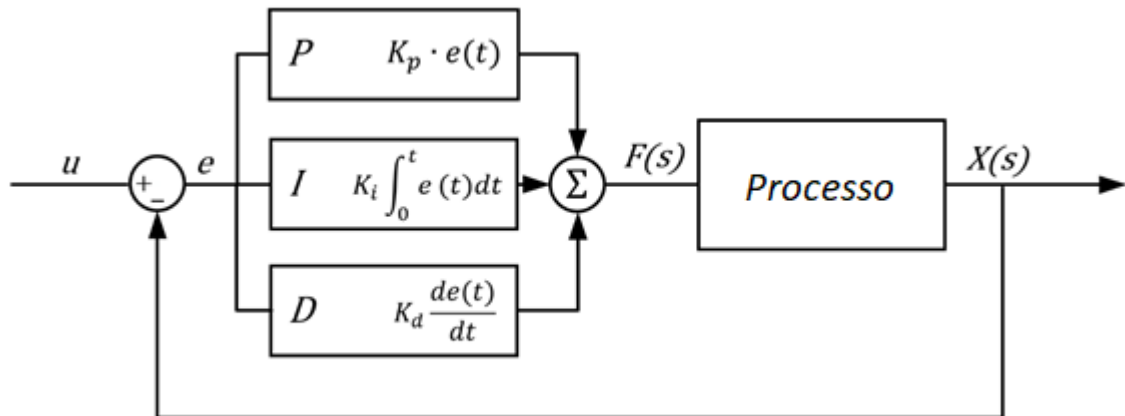


Fonte: Nise (2017, p. 6).

### 2.1.3 Controladores PID

Um dos controladores mais utilizados em processos de controle industriais é o PID. Este tipo de estrutura, cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura 4, é composto por um termo proporcional ( $K_p$ ), um integral ( $K_I$ ) e um derivativo ( $K_D$ ). A sua função de transferência é dada pela equação (1). (DORF; BISHOP, 2013).

Figura 4 – Diagrama de blocos de um controlador PID



Fonte: Adaptado de Dewesoft (2019).

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (1)$$

Por vezes, também é possível encontrar na literatura o equacionamento referenciado pelos termos  $T_i$  (tempo integral) e  $T_d$  (tempo derivativo), onde há um ganho  $K_P$  comum a todos os termos, conforme a equação (2). (OGATA, 2010). Os parâmetros  $T_i$  e  $T_d$  são determinados pelas relações apresentadas nas equações (3) e (4), respectivamente. (GEROMEL; KOROGUI, 2011).

$$G_C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

$$T_i = K_P / K_I \quad (3)$$

$$T_d = K_D / K_P \quad (4)$$

No domínio do tempo, a saída do controlador PID é dada pela equação (5).

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (5)$$

Uma síntese rápida da influência de cada termo sobre a saída do sistema é apresentada na Tabela 1. Observa-se que o aumento do ganho proporcional atua principalmente no aumento do sobressinal e na diminuição do erro em regime permanente. O ganho proporcional, por si só, não é capaz de eliminar o erro em regime permanente. Para isso, é utilizado o termo integral. Para controlar as oscilações produzidas pelos termos anteriores e atuar na resposta transitória do sistema, é incluído o termo derivativo. (DORF; BISHOP, 2013).

Tabela 1 – Influência dos parâmetros de um controlador PID na saída do sistema

<b>Ganho PID</b>	<b>Sobressinal</b>	<b>Tempo de acomodação</b>	<b>Erro em regime permanente</b>
Aumento de $K_P$	Aumenta	Mínimo impacto	Diminui
Aumento de $K_I$	Aumenta	Aumenta	Erro nulo
Aumento de $K_D$	Diminui	Diminui	Sem impacto

Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2013).

Fazendo o termo  $K_D$  igual à zero na equação (1), é obtida a função de transferência de um controlador proporcional integral (PI), que é representada pela equação (6).

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (6)$$

Da mesma forma, fazendo o termo  $K_I$  igual à zero na equação (1), é obtida a função de transferência de um controlador derivativo (PD), representada pela equação (7).

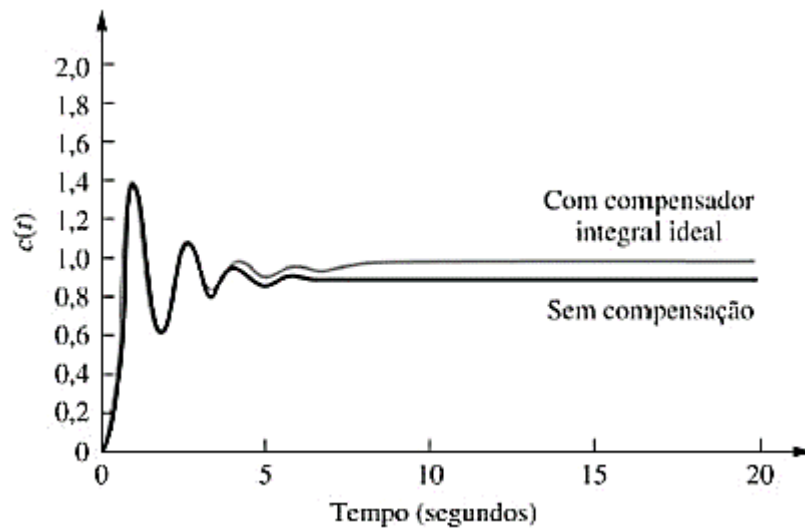
$$G_C(s) = K_P + K_D s \quad (7)$$

O controlador PID pode ser descrito como um controlador PI e PD em cascata (forma série). Dessa forma, um controlador PID introduz um polo na origem e dois zeros que podem estar localizados em qualquer ponto do plano  $s$ , conforme a equação (8). (DORF; BISHOP, 2013).

$$G_C(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} = \frac{K_D (s^2 + \frac{K_P}{K_D} s + \frac{K_I}{K_D})}{s} = \frac{K_D (s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (8)$$

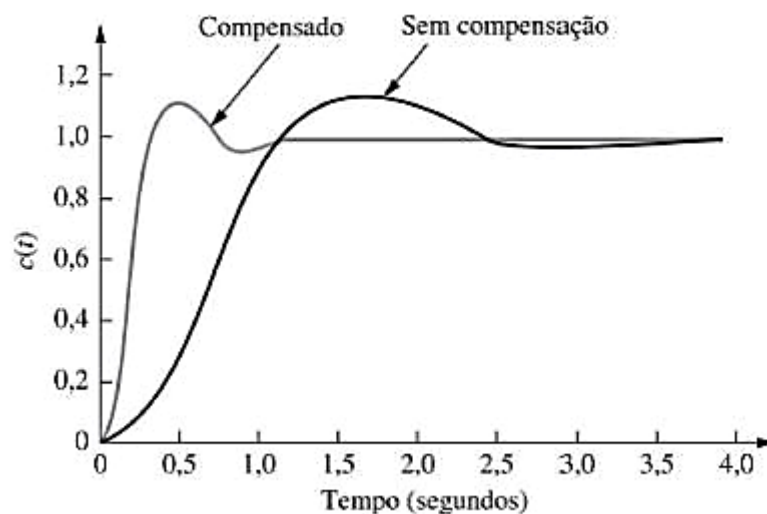
Um controlador PI, cuja influência na resposta ao degrau de um sistema pode ser visualizada na Figura 5, possui a característica de eliminar o erro em regime permanente através da inserção de um polo na origem do sistema, aumentando a ordem do tipo da planta. Em outras palavras, o termo integral acumula o erro no decorrer do tempo e ajusta o controlador para obter erro nulo em regime permanente. Já um controlador PD, através da adição de zeros, acelera a resposta do sistema, corrigindo o período transitório da resposta. A influência de um controlador PD no transitório de um sistema é visualizada na Figura 6. (NISE, 2017).

Figura 5 – Influência do controlador PI em um sistema



Fonte: Nise (2017, p. 379).

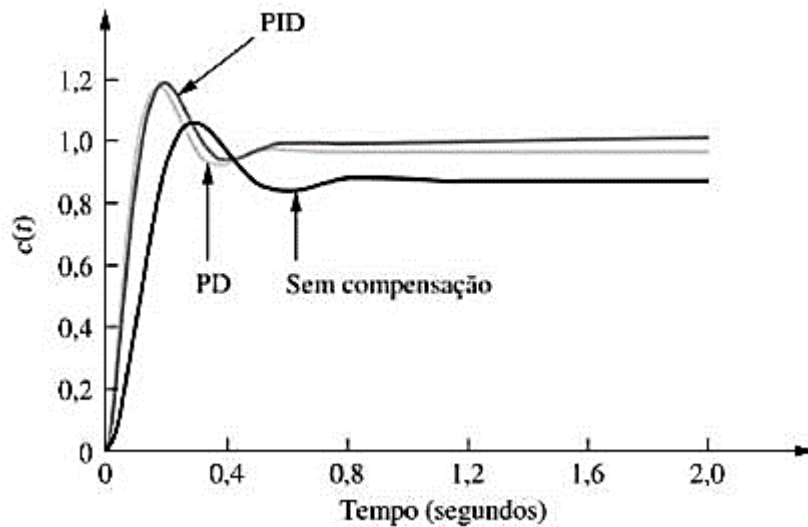
Figura 6 – Influência do controlador PD em um sistema



Fonte: Nise (2017, p. 389).

Um controlador PID combina as características de um controlador PI com um controlador PD. Dessa forma, ocorre a correção do erro em regime permanente e de desempenho do sistema, conforme os parâmetros escolhidos para os três ganhos da estrutura. A Figura 7 apresenta a resposta típica de um sistema corrigido através de um controlador PID. Nela também é possível visualizar a diferença entre um sistema sem compensação e outro apenas com compensação derivativa. (NISE, 2017).

Figura 7 – Resposta de um sistema com controlador PID



Fonte: Nise (2017, p. 397).

#### 2.1.4 Controlador PID Digital

Um controlador PID digital é obtido através da discretização dos termos derivativo e integrativo da equação (5), que representa a dinâmica do controlador em tempo contínuo. O termo derivativo é substituído por uma diferença de primeira ordem, conforme a equação (9), onde  $e(k)$  é o valor do erro no  $k$ -ésimo momento de amostragem que é definido pelo tempo  $t = k \cdot T_0$ . O período de amostragem é definido por  $T_0$ . (BOBÁL et al., 2005).

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T_0} = \frac{\Delta e(k)}{T_0} \quad (9)$$

A componente integrativa do controlador PID em tempo contínuo é substituída por um somatório de erros pelo período de amostragem. Utilizando o método FRM (*Forward Rectangular Method*) para a discretização, a componente integral pode ser

aproximada pela equação (10) e a forma discreta do controlador PID por este método é apresentada na equação (11). (BOBÁL et al., 2005).

$$\int_0^t e(t)dt \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i-1) \quad (10)$$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (11)$$

Caso seja utilizado o método recursivo de discretização, chamado de BRM (*Back Rectangular Method*), a componente integral é aproximada pela equação (12) e o controlador PID digital é descrito pela equação (13). Esta é a forma mais comumente usada em controladores PID digitais. (BOBÁL et al., 2005).

$$\int_0^t e(t)dt \approx T_0 \sum_{i=1}^k e(i) \quad (12)$$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (13)$$

Por fim, caso seja necessária uma aproximação mais precisa do termo integrativo, é utilizado o método TRAP (*Trapezoidal Method*), apresentado na equação (14). O controlador PID digital por este método é apresentado na equação (15). (BOBÁL et al., 2005).

$$\int_0^t e(t)dt \approx T_0 \sum_{i=1}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2} \quad (14)$$

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_i} \left[ \frac{e(0) + e(k)}{2} + \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right] + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (15)$$



Caso o tempo de amostragem seja suficientemente alto, não há grande diferença prática entre os métodos de integração expostos. Um dos principais elementos do controle digital é a seleção de um período de amostragem adequado para a entrada e saída do sistema. Geralmente, a redução do período de amostragem melhora a qualidade do controlador, aproximando-o de um controlador em tempo contínuo. Por outro lado, a redução do tempo de amostragem também incrementa a demanda sobre o atuador da planta, aumentando o consumo de energia. Caso a relação  $T_D/T_0$  seja muito grande, o controlador reagirá mais a ruídos ou interferências externas, causando oscilações não desejadas na saída. Caso a relação  $T_0/T_i$  seja muito pequena, pode acontecer um erro permanente de controle devido a erros de conversão, computação e arredondamento. (BOBÁL et al., 2005).

O teorema da amostragem, também conhecido como teorema de Nyquist ou teorema de Shannon, define que o valor mínimo para o tempo de amostragem deve ser pelo menos igual ou menor do que a metade do período da informação que está sendo amostrada. Uma recomendação é que o período de amostragem em aplicações práticas seja 10 ou 20 vezes menor que o tempo limite definido pelo teorema da amostragem. (PINHEIRO; MACHADO; FERREIRA, 2017).

#### 2.1.5 Métodos de Sintonia de um Controlador PID

Ogata (2010, p. 522) define sintonia como o “processo de selecionar parâmetros do controlador que garantam dada especificação de desempenho”. Atualmente, devido à alta necessidade do ajuste de controladores PID em campo para determinados processos, diferentes tipos de regras de sintonia são propostos pela literatura. Tais técnicas permitem um ajuste fino do controlador mesmo em campo. Além disso, também estão sendo utilizados e estão sendo desenvolvidas novas técnicas de sintonia automática, que em alguns casos podem ser empregadas para o ajuste automático *on-line*. (OGATA, 2010).

##### 2.1.5.1 Regras de Sintonia de Ziegler e Nichols para Controladores PID

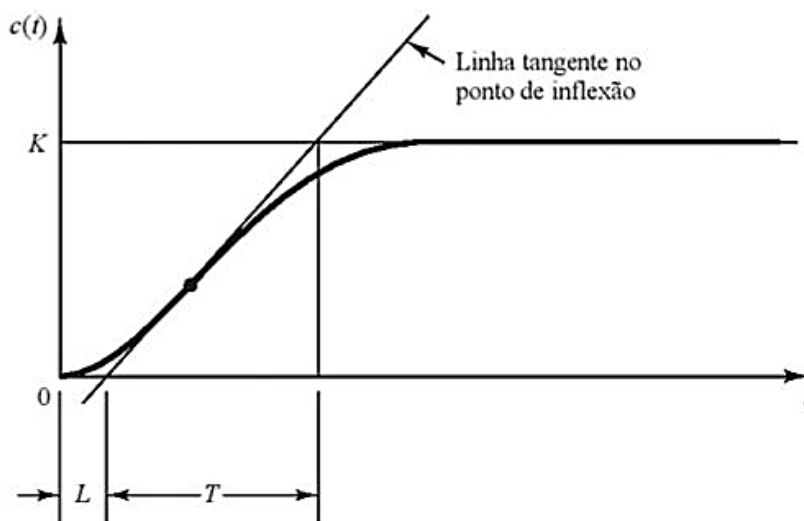
Um dos primeiros métodos de sintonia para controladores foi o conjunto de regras propostas por Ziegler e Nichols (1942). O estudo propôs a caracterização da planta por dois parâmetros obtidos através de ensaios práticos, para então realizar a

estimação dos parâmetros do controlador com a utilização de simples equações matemáticas. Estas técnicas levam a uma sintonia inicial do controlador, levando o sistema para uma região estável, embora apresente pouca robustez e baixo amortecimento. (COLOGNI, 2008). O conjunto de regras de Ziegler e Nichols possuem grande utilidade em casos onde a função de transferência da planta é desconhecida. Estas regras podem ser divididas em dois métodos, sendo o primeiro baseado na resposta ao degrau em malha aberta e o outro baseado no ganho proporcional que leva o sistema a uma região marginalmente estável, quando só é utilizada a ação proporcional. (OGATA, 2010).

No primeiro método, caso o sistema não possua polos na origem ou polos complexos dominantes, é aplicado um degrau em malha aberta, e a resposta pode ser aproximada por um sistema de primeira ordem com atraso de transporte, conforme a função de transferência da equação (16). Esta curva pode ser obtida experimentalmente ou analiticamente, e terá uma resposta semelhante ao apresentado na Figura 8. É traçada uma linha tangente no ponto de inflexão da curva, cruzando o eixo do tempo. A partir disso são obtidos os parâmetros  $L$  e  $T$ , que são aplicados nas equações do Quadro 1 afim de estimar os valores de  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$  do controlador P, PI ou PID. (OGATA, 2010).

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (16)$$

Figura 8 – Parâmetros para o primeiro método de Ziegler e Nichols



Fonte: Ogata (2010, p. 523).

Quadro 1 – Equações de Ziegler e Nichols para o primeiro método de sintonia

<b>Tipo de controlador</b>	$K_P$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

Fonte: Ogata (2010, p. 524).

No segundo método é realizado um ensaio em malha fechada utilizando somente o ganho proporcional do controlador. Neste ensaio é observada a saída e é aumentado gradativamente o ganho até que seja possível verificar uma oscilação sustentada pela primeira vez. Quando isso ocorre, o sistema se encontra em uma região de operação marginalmente estável, e o ganho que provocou a oscilação é chamado de  $K_{cr}$  (ganho crítico) e o período da oscilação de  $T_{cr}$  (período crítico). Estes dois parâmetros são inseridos nas equações do Quadro 2 e são obtidos os parâmetros do controlador P, PI ou PID. Se a função de transferência da planta for conhecida, a caracterização do processo pode ser feita analiticamente. (OGATA, 2010).

Quadro 2 - Equações de Ziegler e Nichols para o segundo método de sintonia

<b>Tipo de controlador</b>	$K_P$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2}P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

Fonte: Ogata (2010, p. 525).

### 2.1.5.2 Sintonia de Controladores PID para Processos com Duplo Integrador

Processos com duplo integrador necessitam obrigatoriamente de um termo derivativo para obtenção de um regime estável de operação em malha fechada. Dessa forma, o método de sintonia proposto por Ziegler e Nichols (1942) não se aplica a este tipo de processo, visto que qualquer ganho unicamente proporcional em malha fechada produzirá uma resposta instável no sistema. (GRIMHOLT; SKOGESTAD, 2016).

Skogestad (2003) sugeriu um método de sintonia baseado na análise do ganho e do atraso de transporte da planta, o qual foi chamado de método SIMC. Partindo da função de transferência de um sistema com duplo integrador e atraso de transporte, representado pela equação (17), são obtidas as equações (18), (19) e (20) que determinam o ganho proporcional ( $k_c$ ), tempo de integração ( $t_i$ ) e tempo derivativo ( $t_d$ ) do controlador PID na forma série, onde  $k''$  é o ganho da planta e  $\theta$  é o atraso de transporte.

$$G(s) = k'' \frac{e^{-\theta s}}{s^2} \quad (17)$$

$$k_c = \frac{1}{k''} \frac{1}{4(t_c + \theta)^2} \quad (18)$$

$$t_i = 4(t_c + \theta) \quad (19)$$

$$t_d = 4(t_c + \theta) \quad (20)$$

O único parâmetro de sintonia é a variável  $t_c$ , que é utilizada para equilibrar a resposta do controlador entre robustez e performance. Grimholt e Skogestad (2016) sugerem a seguinte relação para a escolha do parâmetro  $t_c$ :

$t_c = 1,5\theta$ , para uma resposta suave;

$t_c = \theta$ , para uma resposta padrão;

$t_c = 0,5\theta$ , para uma resposta agressiva.

Os ganhos do controlador na forma paralela são obtidos pela equação (21). (GRIMHOLT; SKOGESTAD, 2016).

$$f = 1 + t_d/t_i, \quad k'_c = k_c \cdot f, \quad t'_i = t_i \cdot f, \quad t'_d = t_d/f \quad (21)$$

### 2.1.6 Sintonia Automática ou *Autotuning* de Controladores PID

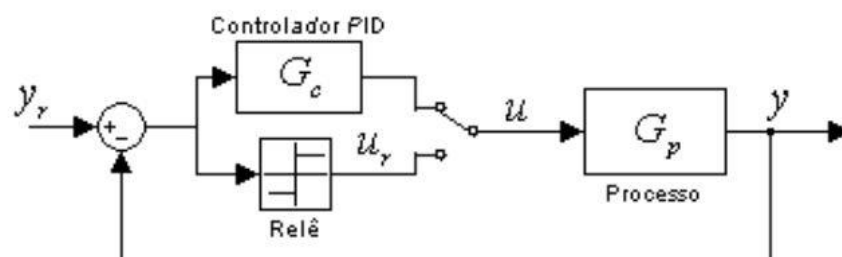
Nesta seção serão apresentadas duas técnicas clássicas de sintonia automática de controladores PID.

#### 2.1.6.1 Relé Ideal de Åström

Åström e Hägglund (1984) propuseram um método de auto sintonia de controladores PID baseado nas regras de Ziegler e Nichols via resposta em frequência. Originalmente, o método desenvolvido por Ziegler e Nichols é difícil de ser automatizado e coloca o sistema em um ponto de operação muito próximo da instabilidade, o que pode ser perigoso em determinados processos.

A técnica proposta tem como objetivo realizar a determinação automática de um ponto específico da curva de Nyquist, obtendo os valores do ganho crítico e do período crítico. (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984). A grande vantagem deste método é a detecção do ponto crítico em um ensaio em malha fechada onde não é necessário levar o sistema para uma região marginalmente estável. (COLOGNI, 2008). O diagrama de blocos da solução pode ser visualizado na Figura 9. Quando é acionada a sintonia automática, o controlador PID é substituído por um relé. Se o sinal de erro é positivo, a saída do relé é  $h$ . Caso contrário, a saída do relé é  $-h$ .

Figura 9 – Diagrama de blocos do relé de Åström



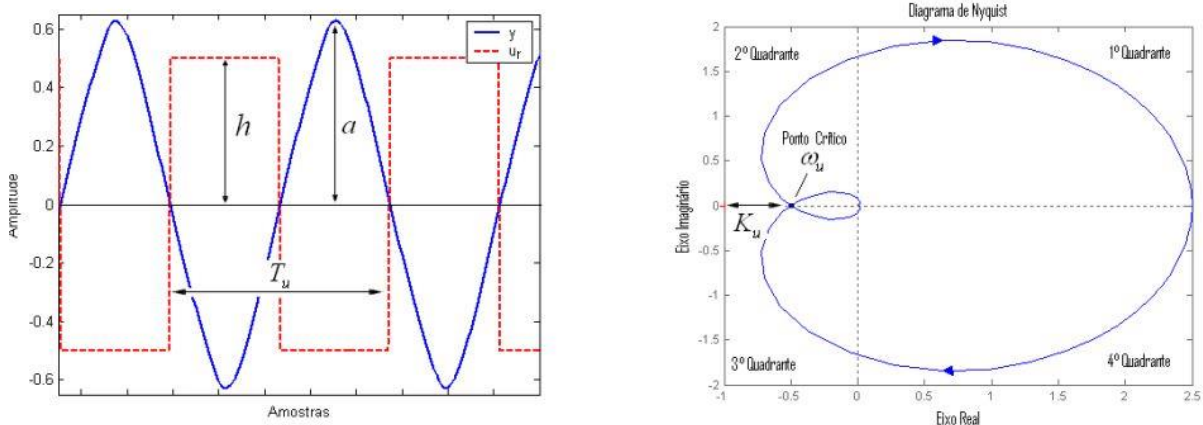
Fonte: Cologni (2008).

Ao acionar a sintonia automática, é estabelecida na saída do sistema uma oscilação controlada denominada ciclo limite. O período crítico é determinado pelo

período da oscilação do ciclo limite. Como o sinal de erro é um sinal periódico com período igual ao período crítico, e a amplitude da saída do relé é fixa em  $h$ , o primeiro harmônico da saída do relé, obtido através da série de Fourier, possui a amplitude  $4h/\pi$ . Desse modo, o ganho crítico é determinado pela equação (22), onde  $a$  é a amplitude da saída do sistema. Uma vez obtido os valores do ponto crítico, é possível aplicar a técnica de Ziegler e Nichols para a obtenção dos parâmetros do controlador PID. Na Figura 10 é possível visualizar a saída do sistema e a saída do relé para a auto sintonia, bem como o diagrama de Nyquist ilustrando o ponto crítico do sistema. (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1984).

$$K_{cr} = \frac{4h}{\pi a} \quad (22)$$

Figura 10 – Resposta temporal e diagrama de Nyquist para a auto sintonia



Fonte: Cologni (2008).

Caso ocorram chaveamentos indevidos do relé provenientes de ruídos na malha de realimentação, é possível utilizar um relé com histerese para solucionar este problema. Para este caso, o ganho crítico é obtido através da equação (23), onde o parâmetro  $\varepsilon$  é a amplitude ou largura da histerese. (COLOGNI, 2008).

$$K_{cr} = \frac{4h}{\pi\sqrt{a^2 - \varepsilon^2}} \quad (23)$$

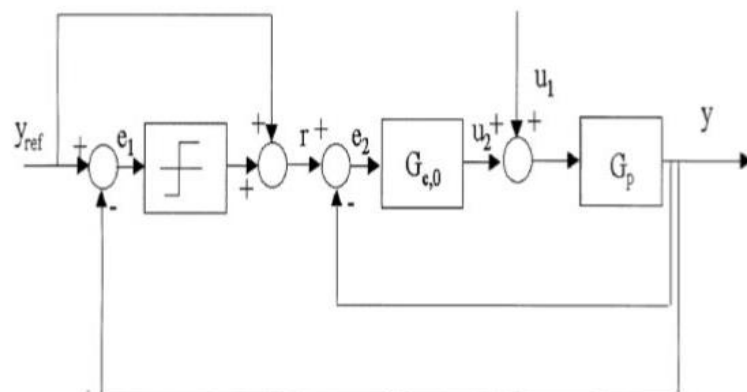
### 2.1.6.2 Relé Realimentado de Tan

Tan, Lee e Jiang (2000) propuseram um novo método de sintonia automática de controladores PID que tinha como objetivo aprimorar algumas deficiências do método do relé realimentado de Åström. As principais limitações identificadas no método clássico de auto sintonia por relé realimentado são a vulnerabilidade a sinais de perturbação provenientes da própria planta ou variações da dinâmica do processo, não linearidades e incertezas. Ainda é identificada a necessidade de o sistema estar em uma condição de regime permanente para a realização da sintonia. A técnica do relé realimentado de Åström não se aplica a certas classes de processos, como processos instáveis ou com mais de um integrador. Nestes casos, o relé realimentado não é capaz de produzir oscilações de ciclo limite. (TAN; LEE; JIANG, 2000).

O estudo apresentado oferece uma técnica de sintonia direta através da resposta em frequência e outra indireta através da função de transferência do processo, sendo a primeira a técnica de interesse deste trabalho.

A configuração da estrutura proposta por Tan, Lee e Jiang (2000) é apresentada na Figura 11. A sintonia é realizada com o controlador PID conectado ao processo com parâmetros iniciais conhecidos e descritos pela função de transferência da equação (24). A função de transferência do *loop* interno do sistema é definida pela equação (25).

Figura 11 – Diagrama de blocos do relé realimentado de Tan



Fonte: Tan, Lee e Jiang (2000).

$$G_{C,0}(s) = K_{C,0} \left( 1 + \frac{1}{T_{i,0}s} + T_{d,0}s \right) \quad (24)$$

$$G_{yr}(s) = \frac{G_{C,0}(s)G_P(s)}{1 + G_{C,0}(s)G_P(s)} \quad (25)$$

Considerando que a saída do sistema irá produzir uma oscilação de ciclo limite na frequência crítica, um ponto da resposta em frequência do processo  $G_P(jw)$  pode ser obtido quando a frequência  $w$  é igual à frequência crítica  $w_u$ , conforme a equação (26).

$$G_P(jw_u) = \frac{G_{yr}(jw_u)}{G_{C,0}(jw_u)(1 - G_{yr}(jw_u))} \quad (26)$$

A resposta na frequência crítica é definida por  $\tilde{G}_{yr}(jw_u)$ . Assim, a resposta desejada para o controlador na frequência crítica é dada pela equação (27).

$$\tilde{G}_C(jw_u) = \frac{\tilde{G}_{yr}(jw_u)}{G_P(jw_u)(1 - \tilde{G}_{yr}(jw_u))} \quad (27)$$

Aplicando as equações anteriores na equação (27), é obtida a equação (28).

$$\tilde{G}_C(jw_u) = \frac{\tilde{G}_{yr}(jw_u)G_{C,0}(jw_u)(1 - G_{yr}(jw_u))}{G_{yr}(jw_u)(1 - \tilde{G}_{yr}(jw_u))} \quad (28)$$

Tan, Lee e Jiang (2000) sugerem a utilização da relação  $T_d = 0,25T_i$  para o controlador PID. Dessa forma, obtém-se as equações (29) e (30), que são usadas para a determinação dos demais parâmetros do controlador PID em função do ciclo limite observado na saída.

$$T_i = \frac{2}{w_u} \tan \left( \frac{\pi/2 + \arg(\tilde{G}_C(jw_u))}{2} \right) \quad (29)$$



$$K_C = \frac{T_i w_u |\tilde{G}_C(jw_u)|}{0,25 T_i^2 w_u^2 + 1} \quad (30)$$

## 2.2 Instrumentação

Nesta seção, serão abordadas as principais técnicas de instrumentação aplicadas a um sistema de controle do tipo *ball and plate* para a detecção da esfera sobre o plano inclinado.

### 2.2.1 Tela Sensível ao Toque

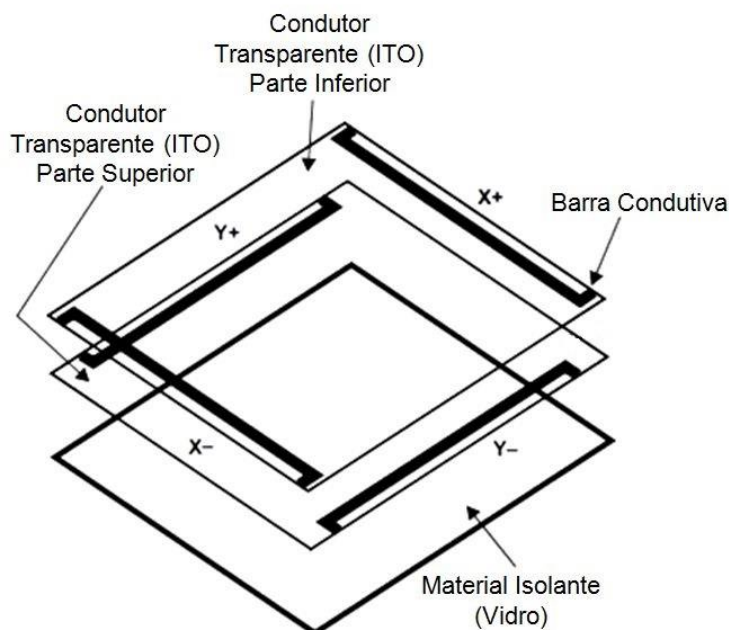
Uma tela sensível ao toque, ou *touchscreen*, é um dispositivo eletrônico que detecta a presença ou a localização de um toque em um painel. Este toque pode ser realizado por um dedo ou por algum objeto. Basicamente, existem quatro tipos de tecnologias que possibilitam a construção de telas com diferentes características. São elas: resistiva, capacitiva, onda acústica de superfície e infravermelho. (BHALLA; BHALLA, 2010). A tecnologia de interesse para este trabalho é a resistiva com ligação a quatro fios.

#### 2.2.1.1 Tela Sensível ao Toque Resistiva

*Touchscreens* resistivos consistem em painéis de acrílico ou vidro revestidos por camadas de óxido de índio-estanho (ITO). Estas finas camadas de material condutor são separadas por espaçadores transparentes e quando ocorre o toque é formada uma conexão elétrica entre as duas placas. A Figura 12 ilustra as camadas construtivas de uma tela sensível ao toque com tecnologia resistiva. (DOWNS, 2005).

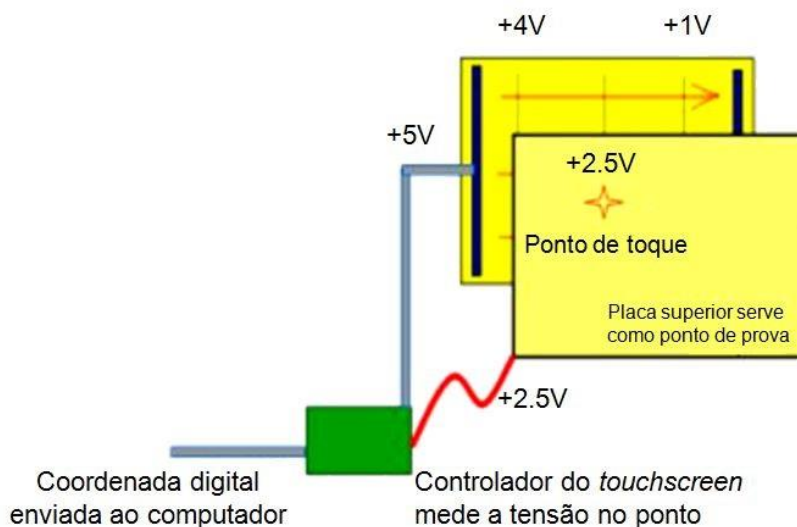
A grande vantagem de utilizar um *touchscreen* resistivo é a sua sensibilidade a qualquer objeto que exerça uma pressão sobre a tela, além de seu baixo custo em relação a outras tecnologias. Por outro lado, este tipo de dispositivo costuma apresentar baixa resistência a riscos e não possui uma boa transparência, reduzindo a visibilidade da tela para aplicações gráficas. (BHALLA; BHALLA, 2010).

Figura 12 - Camadas construtivas de um *touchscreen* resistivo



Fonte: Adaptado de Downs (2005).

A Figura 13 demonstra o funcionamento de uma tela sensível ao toque resistiva de quatro fios. Observa-se a formação de linhas equipotenciais ao decorrer do eixo de coordenadas que está sendo alimentado por uma fonte de tensão externa. No momento que ocorre o toque, é formado um divisor de tensão e o painel que não está sendo alimentado serve como ponto de prova para a medição desta tensão. Para obter a coordenada do outro eixo, inverte-se o processo e a placa que antes estava sendo alimentada agora é usada como ponto de prova. Para este caso, as linhas equipotenciais são formadas em um sentido ortogonal ao anterior. Somente três dos quatro fios são utilizados simultaneamente. (BHALLA; BHALLA, 2010).

Figura 13 – Funcionamento de um *touchscreen* resistivo de quatro fios

Fonte: Adaptado de Bhalla e Bhalla (2010).

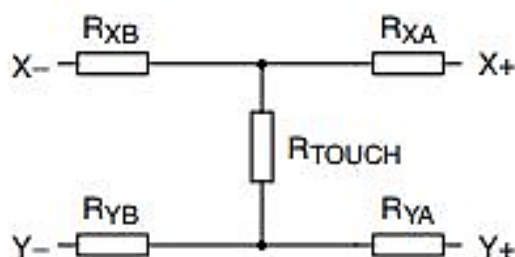
O circuito equivalente de um *touchscreen* resistivo de quatro fios é apresentado na Figura 14. Desta figura é possível elaborar uma tabela de ligação dos terminais do *touchscreen* para a medida que se deseja realizar. Estas funções são apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Diagrama de ligação de um *touchscreen*

Função	X+	Y+	X-	Y-
Detecção de toque	Entrada digital com <i>pullup</i>	Aberto	Aberto	Vss
Leitura da posição X	Fonte de alimentação	Medição da tensão	Vss	Aberto
Leitura da posição Y	Medição da tensão	Fonte de alimentação	Aberto	Vss

Fonte: Adaptado de NXP SEMICONDUCTORS (2008).

Figura 14 – Circuito equivalente de um *touchscreen* resistivo de quatro fios



Fonte: Adaptado de NXP SEMICONDUCTORS (2008).

## 2.3 Atuadores

Groover (2011, p. 96) define que “[...] um atuador é um dispositivo de *hardware* que converte um sinal de comando do controlador em uma mudança de parâmetro físico”.

Atuadores podem ser descritos como transdutores, pois transformam um tipo de energia em outro tipo de energia. Em sistemas de automação, normalmente é realizada a conversão de energia elétrica, pneumática ou hidráulica para energia mecânica na forma de movimento. (GROOVER, 2011).

### 2.3.1 Servomotor

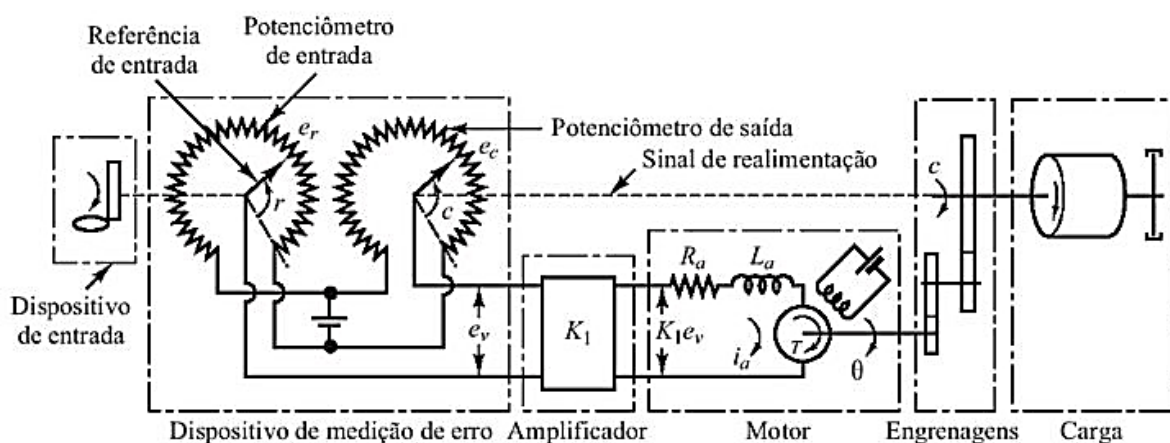
Um servomotor é definido como um mecanismo atuador designado para aplicações de sistemas de controle de posição em malha fechada. A construção típica de um servomotor consiste em um motor DC, um elemento sensor para *feedback* da saída, que geralmente é um potenciômetro, uma caixa de engrenagens, um circuito de *drive* de corrente para o motor e um circuito de controle para a posição do motor. (ELECTRONICS HUB, 2015).

Segundo Carrara (2015, p. 23), “servos-motores podem ser considerados como sendo motores comandados em posição (angular ou linear), já que, do ponto de vista de quem os utiliza, o controle interno em malha fechada é irrelevante”. Esta característica os torna um item de fácil integração em projetos de mecanismos de controle.

A Figura 15 representa a divisão dos principais componentes de um servomotor. Nela são visualizados o dispositivo de entrada, o dispositivo de medição

de erro, o amplificador que é o sistema de controle, o motor elétrico, a caixa de engrenagens e a carga. A diferença de tensão entre a referência de entrada e o potenciômetro de saída gera um sinal de erro  $e_v$  que é amplificado no controlador  $K_1$ , onde é gerado um sinal de controle. Este sinal de controle é proporcional ao erro da saída e é aplicado ao circuito da armadura do motor elétrico. Caso exista um erro, o motor apresenta um torque que gira o motor até o erro se tornar nulo. (OGATA, 2010).

Figura 15 – Diagrama esquemático de um servomotor



Fonte: Ogata (2010, p. 84).

### 2.3.1.2 DS3218

O DS3218, apresentado na Figura 16, é um servomotor desenvolvido pela Dsservo Technology que tem sua principal aplicação em veículos portáteis rádio controlados como drones, helicópteros, barcos ou carros. Ele é composto por um sistema de controle referenciado por um sinal PWM e possui uma caixa de engrenagens interna que entrega um torque nominal de 20 kg-cm. O Quadro 4 apresenta as especificações ambientais, mecânicas, elétricas e de controle do servomotor. (DSSERVO TECHNOLOGY, 2019).

Figura 16 – Servomotor DS3218



Fonte: Dsservo Technology (2019).

Quadro 4 – Especificações técnicas do servomotor DS3218

<b>Condições ambientais</b>		
Temperatura de armazenamento	-30°C ~ 80°C	
Temperatura de operação	-15°C ~ 70°C	
Tensão de operação	4,8 V ~ 6,8 V	
<b>Especificações mecânicas</b>		
Dimensões	40x20x40,5 mm	
Peso	60 g	
Relação engrenagens	275	
Rolamentos	Duplo	
Conector	300 ± 5 mm	
Motor	3 polos	
Índice de Proteção	IP66	
<b>Especificações elétricas</b>		
Tensão de operação	5 V	6 V
Corrente parado	4 mA	5 mA
Velocidade sem carga	0,16 segundos/60°	0,14 segundos/60°
Torque	18 kg-cm	21,5 kg-cm
Corrente bloqueado	1,8 A	2,2 A
<b>Especificações de controle</b>		
Sistema de controle	PWM	
Largura de pulso	500 ~ 2500 µs	
Posição neutra	1500 µs	
Ângulo de rotação	180° ou 270°	
Largura de banda morta	3 µs	
Frequência de operação	50 ~ 330 Hz	
Sentido de rotação	Anti-horário ao aumentar o ciclo	

Fonte: Adaptado de Dsservo Technology (2019).

## 2.4 Sistemas embarcados

Segundo Pinheiro, Machado e Ferreira (2017, p. 282), “Sistemas embarcados constituem circuitos eletrônicos que utilizam processadores digitais (microprocessadores ou microcontroladores, etc.) em aplicações dedicadas para determinados equipamentos”. Nesta seção será realizada uma análise de dois microcontroladores que podem ser utilizados neste trabalho.

### 2.4.1 Arduino Due

O Arduino Due, que pode ser visualizado na Figura 17, é uma placa microcontrolada baseada no microcontrolador AT91SAM3X8E (Arm Cortex - M3). Ela conta com 54 pinos de saída/entrada digital, dos quais 12 podem ser usados como saídas PWM e 12 entradas analógicas, entre outros recursos. Todo o *hardware* disponível na placa possibilita um excelente ambiente de desenvolvimento de novos projetos baseados no microcontrolador embarcado. (ARDUINO, 2020).

Uma das vantagens da utilização de uma plataforma de desenvolvimento como as placas Arduino, é que elas contam com um pacote de suporte para comunicação direta com os softwares MATLAB e Simulink. Com este pacote é possível realizar a aquisição de dados analógicos e digitais, o controle de dispositivos externos através de saídas PWM, bem como o comando de dispositivos atuadores como servos e motores de passo. (MATHWORKS, 2019a). Estes recursos são muito úteis na aplicação de sistemas de controle e geração de gráficos de desempenho em tempo real.

Figura 17 – Placa Arduino Due



Fonte: Arduino (2020).

As principais especificações técnicas do Arduino Due são apresentadas no Quadro 5.

Quadro 5 – Especificações técnicas do Arduino Due

<b>Característica</b>	<b>Especificação</b>
Microcontrolador	AT91SAM3X8E
Tensão de operação	3,3 V
Tensão de entrada (recomendada)	7 - 12 V
Tensão de entrada (limite)	6 - 16 V
Entradas/saídas digitais	54 (das quais 12 podem ser saídas PWM)
Entradas analógicas	12
Saídas analógicas	2
Corrente total de saída DC de E/S	130 mA
Corrente DC por pino de 3,3 V	800 mA
Corrente DC por pino de 5 V	800 mA
Memória <i>Flash</i>	512 kB
SRAM	96 kB
<i>Clock Speed</i>	84 MHz
Comprimento	101,52 mm
Largura	53,3 mm
Peso	36 g

Fonte: Adaptado de Arduino (2020).

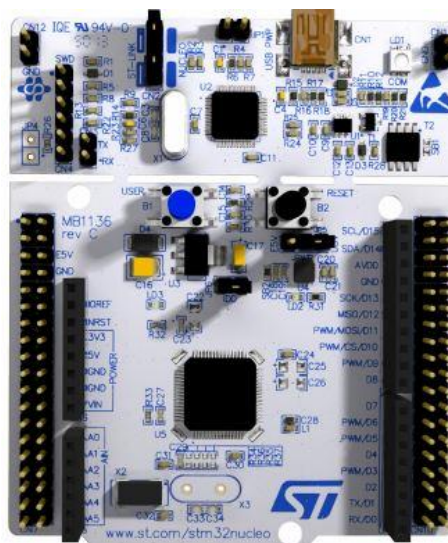
#### 2.4.2 STM32 Núcleo-F334R8

O STM32 Nucleo-F334R8, apresentado na Figura 18, é uma placa de desenvolvimento de projetos de sistemas embarcados baseada no microcontrolador STM32F334R8 (Arm Cortex – M4). Ela oferece uma forma acessível e flexível para o desenvolvimento de novos conceitos e protótipos. (STMICROELECTRONICS, 2019a). Estão disponibilizadas em sua construção 21 entradas analógicas e 51 entradas/saídas digitais, onde até 6 podem ser utilizados como saídas PWM. A sua frequência de *clock* é de 72 MHz. (STMICROELECTRONICS, 2019b).

Ainda não existe um pacote de suporte para comunicação direta com os softwares MATLAB e Simulink para a família STM32F3xx, havendo somente uma versão disponível para a família STM32F4xx. (MATHWORKS, 2019b).



Figura 18 – Placa STM32 Nucleo-F334R8



Fonte: STMicroelectronics (2019a).

### 2.4.3 Comparativo Entre o Arduino Due e o STM32 Nucleo-F334R8

Dadas as principais características das duas placas de desenvolvimento apresentadas, é possível traçar um quadro comparativo entre as duas plataformas levando em consideração as especificações mais relevantes para este trabalho. Este estudo comparativo é apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 – Comparativo entre as placas de desenvolvimento apresentadas

<b>Especificação</b>	<b>Arduino Due</b>	<b>STM32 Nucleo-F334R8</b>
Microcontrolador	AT91SAM3X8E	STM32F334R8T6
Entradas saídas digitais	54	51
Entradas analógicas	12	21
Pinos PWM	12	6
Frequência de <i>Clock</i>	84 MHz	72 MHz
Memória <i>Flash</i>	512 kB	64 kB
Pacote Suporte MATLAB/Simulink	Sim	Não

Fonte: Elaborado pelo autor.

## 2.5 Plataforma *Ball and Plate*

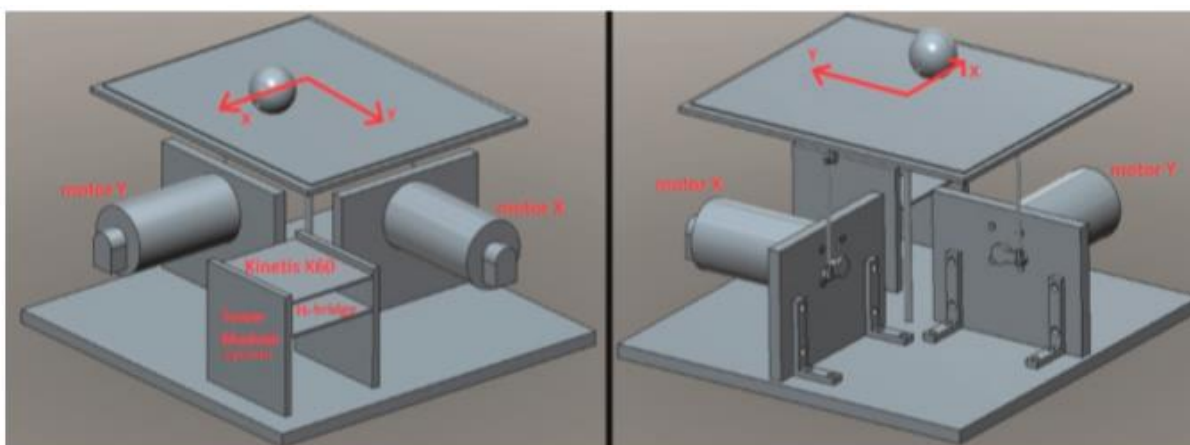
O controle da posição de uma bola sobre uma placa através do seu ângulo de inclinação é um problema clássico de engenharia de controle. Neste tipo de estrutura, é possível testar e encontrar os limites de topologias de controle, e a sua aplicação se

estende a uma diversa gama de aplicações práticas, como na área de tecnologia de defesa militar para a estabilização de uma câmera sobre um alvo móvel ou no controle de uma câmera em um drone. As técnicas utilizadas nesta estrutura são semelhantes às técnicas utilizadas para a estabilização de plataformas no mar e em aeronaves, bem como no pouso vertical de foguetes espaciais. (SUMEGA et al., 2018).

A plataforma *ball and plate* é uma extensão do problema *ball and beam* para dois graus de liberdade. Ambas as estruturas normalmente são criadas para a aplicação de técnicas de modelagem de sistemas de controle, implementação e verificação de funcionamento das estruturas. Sendo também uma ferramenta muito útil para o ensino e treinamento prático de engenharia de controle. Uma topologia típica deste tipo de sistema é composta por uma placa rígida e uma esfera com livre rolagem, um elemento sensor capaz de localizar a posição da esfera sobre a placa e dois atuadores (para estruturas com dois graus de liberdade) capazes de alterar o ângulo da placa nos dois eixos de livre rotação. (KER; LIN; WANG, 2007).

A Figura 19 apresenta um modelo clássico de uma plataforma *ball and plate*. Nela é possível visualizar os principais elementos deste tipo de estrutura.

Figura 19 – Exemplo de uma plataforma *ball and plate*



Fonte: Sumega et. al. (2018).

### 2.5.1 Modelagem Matemática da Plataforma Através das Equações de Movimento de Newton

Os modelos matemáticos de sistemas físicos são os elementos principais para a caracterização e projeto de sistemas de controle. Geralmente, o comportamento dinâmico do processo de interesse é descrito por equações diferenciais ordinárias e

possuem alguma não linearidade. Uma vez que estas equações podem ser linearizadas, é possível obter um modelo no domínio da frequência através da transformada de Laplace. (DORF; BISHOP, 2013).

De acordo com Dorf e Bishop (2013, p. 40), “Um sistema linear satisfaz as propriedades de superposição e homogeneidade”. Isso significa que para duas entradas distintas, o sistema irá produzir duas saídas. Para cumprir o princípio da superposição, a soma das duas entradas deverá ser igual à soma das duas saídas. Além disso, caso a entrada do sistema seja multiplicada por uma constante, o mesmo fator de escala de magnitude deve ser observado na saída. Esta característica é chamada de homogeneidade.

A maioria dos sistemas físicos apresenta alguma não linearidade. Entretanto, para uma excursão delimitada das variáveis, é obtida uma aproximação linear em sua saída. Dessa forma, cada sistema irá ter as suas próprias características e deverá ser estudado a parte. (DORF; BISHOP, 2013).

Uma das formas clássicas de modelar um sistema para balanço de uma esfera sobre uma placa de inclinação com dois graus de liberdade é através das equações de movimento de Newton. A modelagem que será apresentada a seguir baseia-se na plataforma educacional 2 DOF *Ball Balancer*, da fabricante Quanser Inc, e pode ser estendida para outras plataformas do mesmo tipo. Inicialmente será modelado um dos eixos. A dinâmica do outro eixo é equivalente, mudando apenas os parâmetros construtivos do conjunto mecânico. A Figura 20 representa o diagrama da plataforma para o eixo que está sendo modelado, demonstrando todas as variáveis envolvidas no modelo. (QUANSER INC, 2013).

De acordo com a segunda Lei de Newton, a soma das forças atuantes em uma esfera em um plano inclinado é equivalente à sua massa multiplicada pela sua aceleração linear. Isso está representado na equação (31).

$$m_b \ddot{x}(t) = \sum F = F_{x,t} - F_{x,r} \quad (31)$$

As forças atuantes podem ser divididas na força causada pela ação da gravidade, que atua na direção da inclinação da plataforma, e na força causada pela rotação da esfera, que depende do torque atuante e do raio da esfera. Estas forças estão representadas nas equações (32) e (33), respectivamente.

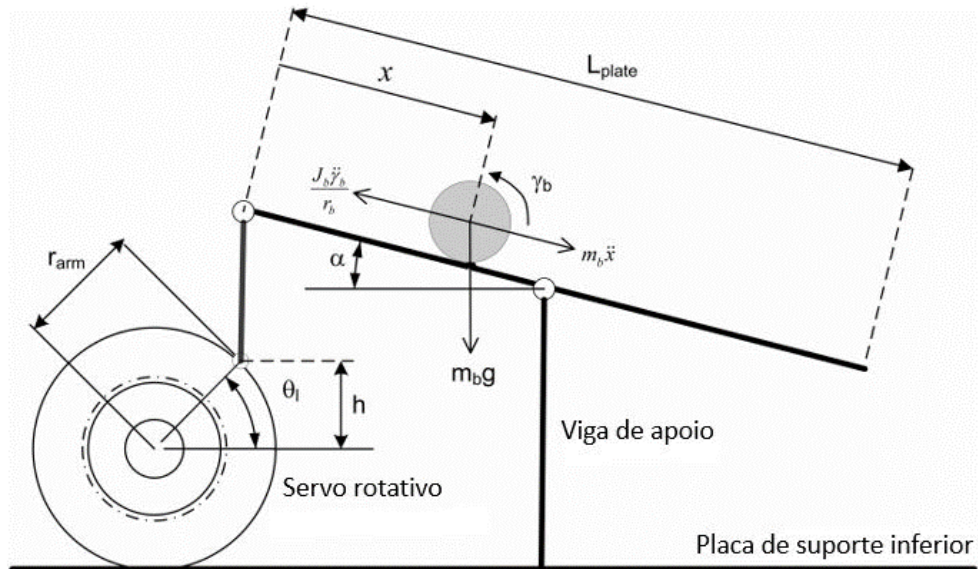
$$F_{x,t} = m_b g \sin \alpha(t) \quad (32)$$

$$F_{x,r} = \frac{\tau_b}{r_b} \quad (33)$$

O torque da esfera, por sua vez, é igual ao momento de inércia da esfera multiplicado pela sua aceleração angular, conforme a equação (34).

$$\tau_b = J_b \ddot{\gamma}_b(t) \quad (34)$$

Figura 20 – Diagrama da plataforma para a modelagem



Fonte: Adaptado de Quanser Inc (2013).

A posição angular pode ser representada como a divisão da posição linear pelo raio da esfera, conforme a equação (35). Da mesma forma, a aceleração angular também pode ser representada em função da aceleração linear - equação (36).

$$\gamma_b = \frac{x(t)}{r_b} \quad (35)$$

$$\dot{\gamma}_b(t) = \frac{\dot{x}(t)}{r_b} \quad (36)$$

Substituindo a equação (34) na equação (33), resulta na equação (37). Por fim, é substituída a equação (36) na equação (37) e é obtida a força decorrente da rotação da esfera, representada pela equação (38).

$$F_{x,r} = \frac{J_b \ddot{Y}_b(t)}{r_b} \quad (37)$$

$$F_{x,r} = \frac{J_b \ddot{x}(t)}{r_b^2} \quad (38)$$

Substituindo as equações (32) e (38) na equação (31), é obtida a equação do movimento de Newton da esfera. A equação (39) representa esta dinâmica.

$$m_b \ddot{x}(t) = m_b g \sin \alpha(t) - \frac{J_b \ddot{x}(t)}{r_b^2} \quad (39)$$

Rearranjando os termos para a aceleração em função do ângulo de inclinação da placa, é obtida a equação (40).

$$\ddot{x}(t) = \frac{m_b r_b^2 g}{m_b r_b^2 + J_b} \sin \alpha(t) \quad (40)$$

Como o interesse para fins de controle é obter uma equação que represente a dinâmica em função do ângulo do servomotor, é necessária a obtenção da relação entre os ângulos da placa e do braço do servo. Através de trigonometria básica, estes ângulos são determinados pelas equações (41) e (42).

$$\sin \alpha(t) = \frac{2h}{L_{plate}} \quad (41)$$

$$\sin \theta_l(t) = \frac{h}{r_{arm}} \quad (42)$$

Por fim, substituindo a equação (42) na equação (41), é obtido o ângulo da placa em função da inclinação do servomotor. Esta relação é apresentada na equação (43).

$$\sin \alpha(t) = \frac{2r_{arm} \sin \theta_l(t)}{L_{plate}} \quad (43)$$

Incluindo esta relação entre os ângulos da placa e do servomotor na dinâmica da planta, é obtida a equação (44). Observa-se que existe uma não linearidade que se apresenta através do seno do ângulo do braço do servo.

$$\ddot{x}(t) = \frac{2r_{arm}}{L_{plate}} \frac{m_b r_b^2 g}{m_b r_b^2 + J_b} \sin \theta_l(t) \quad (44)$$

Considerando que este ângulo irá excursionar em um valor pequeno por volta de zero graus, é possível considerar que o seno do ângulo se aproxima do próprio ângulo do servo – equação (45). A partir disso é obtida a equação linear do movimento da esfera sobre a placa (46).

$$\sin \theta_l(t) \cong \theta_l(t) \quad (45)$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{2r_{arm}}{L_{plate}} \frac{m_b r_b^2 g}{m_b r_b^2 + J_b} \theta_l(t) \quad (46)$$

Aplicando a transformada de Laplace na equação diferencial (46), é obtida a função de transferência que relaciona a posição da esfera em função do ângulo do servomotor – equação (47).

$$\frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{2r_{arm}}{L_{plate}} \frac{m_b r_b^2 g}{(m_b r_b^2 + J_b) s^2} \quad (47)$$

Considerando uma esfera maciça, o seu momento de inércia é dado pela equação (48).

$$J_b = \frac{2m_b r_b^2}{5} \quad (48)$$

Substituindo a equação (48) na equação (47), é obtida a equação (49). Realizando algumas simplificações, chega-se na função de transferência para uma esfera maciça que rola livremente sobre uma placa que sofre uma determinada inclinação provocada por um servomotor – equação (50).

$$\frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{2r_{arm}}{L_{plate}} \frac{m_b r_b^2 g}{(m_b r_b^2 + \frac{2m_b r_b^2}{5})s^2} \quad (49)$$

$$\frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{2r_{arm}}{L_{plate}} \frac{5g}{7s^2} \quad (50)$$

## 2.6 Estado da Arte

Existem diversos tipos de trabalhos acadêmicos que estudam teoria de sistemas de controle aplicados a uma plataforma do tipo *ball and plate*. Por outro lado, também existem protótipos educacionais que são comercializados principalmente para universidades e instituições de ensino. Neste tópico será realizada uma breve revisão destes trabalhos e protótipos.

### 2.6.1 Plataformas Comerciais

Neste tópico serão apresentadas duas plataformas comerciais desenvolvidas para o ensino de teoria de sistemas de controle.

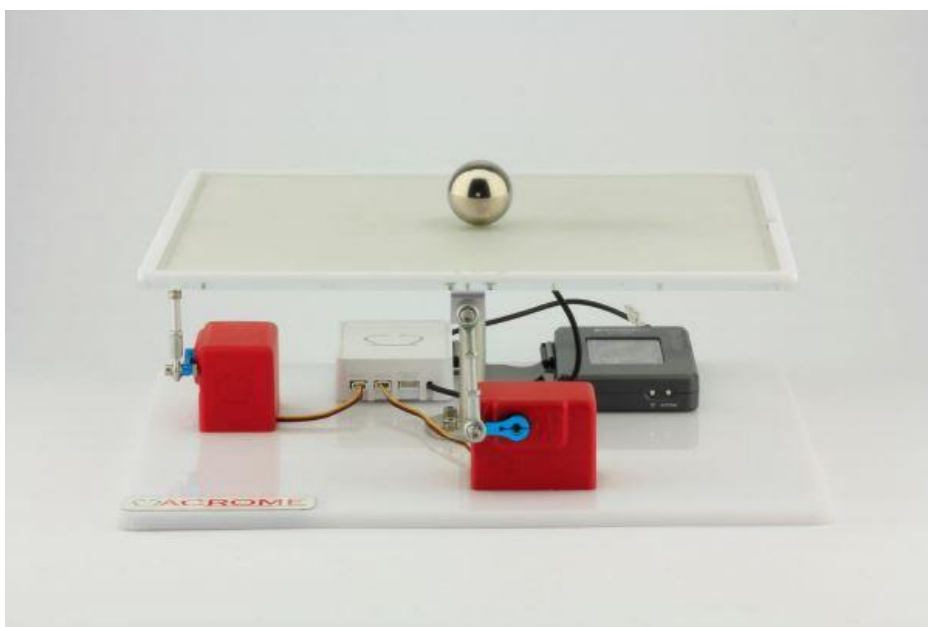
#### 2.6.1.1 Acrome *Ball Balancing Table*

O protótipo comercializado pela Acrome, apresentado na Figura 21, é concebido em duas versões: uma para utilização em conjunto com o *software* LabVIEW, da National Instruments, e outra versão para utilização com os *softwares* MATLAB e Simulink, da Mathworks. A plataforma é composta por dois servomotores, um *touchscreen* de 17 polegadas, um componente microcontrolador, uma fonte de

alimentação e componentes mecânicos. A versão com LabVIEW utiliza uma placa de aquisição de sinais myRIO, enquanto a versão compatível com MATLAB utiliza um Arduino Due. (ACROME, 2014).

O equipamento possui um controlador PID nativo que pode ter seus parâmetros configurados pelo usuário. No entanto, também é possível inserir novas estruturas de controle e testá-las. Entre as funcionalidades da planta está a possibilidade de aplicar trajetórias retangulares, circulares e personalizadas na esfera. Também estão inclusas as medições de desempenho e geração da resposta em frequência. (ACROME, 2014).

Figura 21 – Acrome *Ball Balancing Table*



Fonte: Acrome (2014).

#### 2.6.1.2 Quanser 2 DOF Ball Balancer Workstation

A estação de trabalho desenvolvida pela Quanser Inc, ilustrada pela Figura 22, possui dois graus de liberdade e é composta por dois motores DC realimentados por *encoders*, uma câmera para monitoramento da posição da esfera por aquisição de imagem com 30 *frames* por segundo, uma placa de aquisição de sinais específica que se conecta com os *softwares* MATLAB e Simulink, e partes mecânicas. Também é possível testar qualquer tipo de estrutura de controle na plataforma e é disponibilizada uma biblioteca de processamento de imagem para o Simulink. (QUANSER INC, 2013).



Figura 22 - Quanser 2 DOF Ball Balancer Workstation



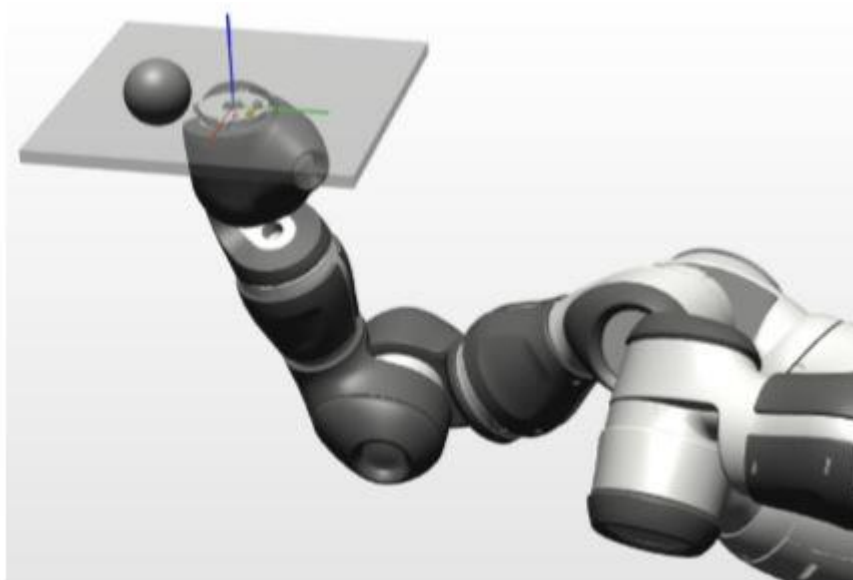
Fonte: Quanser Inc (2013).

### 2.6.2 Plataformas de Trabalhos Acadêmicos

Existem inúmeros trabalhos acadêmicos que aplicam teoria de controle em uma plataforma do tipo *ball and plate*. O estudo desenvolvido por Sumega et. al. (2018) consiste em uma plataforma *ball and plate* com dois graus de liberdade atuados por dois motores de corrente contínua. O controlador utilizado é um Kinetis K60 e o elemento sensor da posição da esfera é um *touchscreen* resistivo. É apresentada a modelagem da plataforma através das equações de movimento de Newton e a modelagem dos atuadores. As topologias de controle aplicadas foram controlador PD, realimentação por espaço de estados e observador de estados com realimentação por espaço de estados.

O trabalho de Spacek et al. (2018), ilustrado pela Figura 23, propõe a utilização de um robô colaborativo ABB IRB14000 YuMi com dois manipuladores com sete graus de liberdade para a movimentação da plataforma.

Figura 23 – Plataforma utilizando um robô colaborativo



Fonte: Spacek et al. (2018)

É realizado um estudo comparativo entre um controlador PD simples e estruturas de controle modernas como LQR em espaço de estados e LQ polinomial. Como resultados, o controlador PD demonstrou excelentes resultados para uma entrada do tipo rampa e para aplicações de trajetórias circulares devido à sua rápida reação a mudanças de referência. A técnica de controle LQ polinomial apresentou uma reação demasiada lenta. O controle LQR em espaço de estados se mostrou suficiente para atender às especificações de controle desejadas, embora segundo os autores ainda possa ser aprimorado. (SPACEK et al., 2018).

### 3 METODOLOGIA

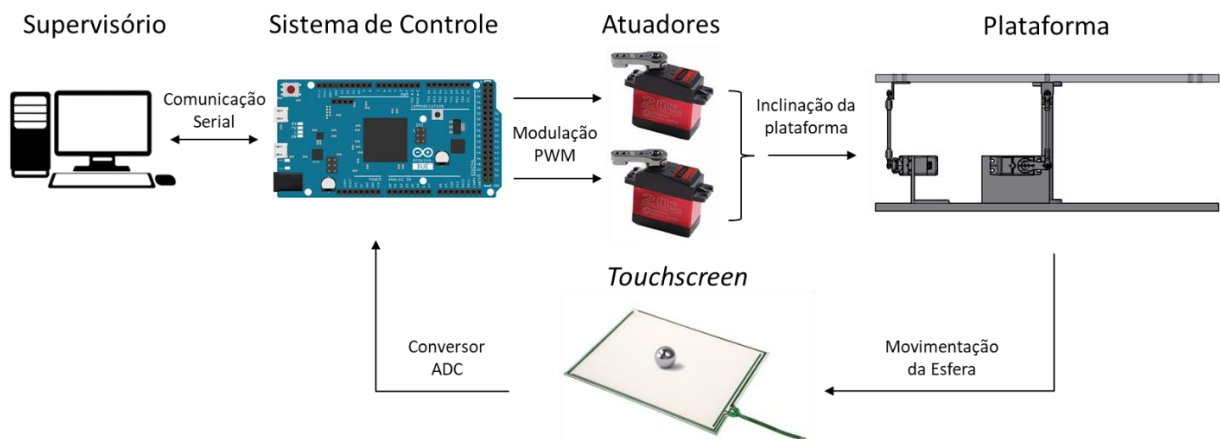
Esta seção apresenta a metodologia utilizada para o desenvolvimento e alcance dos objetivos estabelecidos na introdução deste trabalho. O projeto foi executado de acordo com a seguinte sequência de tarefas:

- Projeto e desenho mecânico da plataforma.
- Fabricação de peças e compra de materiais.
- Montagem da plataforma.
- Modelagem matemática da plataforma construída.
- Simulação do modelo em ambiente computacional.
- Implementação do sistema de controle embarcado.
- Implementação do sistema supervisorio em linguagem C# para sistema operacional Windows.
- Testes da plataforma para diferentes condições de operação.
- Análise dos resultados.

#### 3.1 Diagrama de Blocos Funcional

A plataforma *ball and plate* desenvolvida possui dois graus de liberdade e constitui um sistema clássico para o estudo, desenvolvimento e teste de técnicas de controle de sistemas dinâmicos. Um diagrama de blocos funcional simplificado do conjunto proposto é apresentado na Figura 24.

Figura 24 – Diagrama de blocos funcional da estrutura projetada



Fonte: Elaborado pelo autor.

O sistema pode ser dividido em quatro partes principais, que estão relacionadas entre si de acordo com a Figura 24:

- Sistema supervisorio: interface amigável que permite ao usuário realizar as configurações da estrutura de controle, bem como aplicar diferentes entradas ao sistema, desde simples alterações de referência e entradas degrau até a aplicação de trajetórias distintas, como circunferências e lemniscatas de Bernoulli. No sistema supervisorio também são apresentados gráficos em tempo real das principais variáveis envolvidas no controle da esfera sobre o plano.
- Sistema de controle: desenvolvido em um microcontrolador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 embarcado em uma placa de desenvolvimento Arduino Due, o sistema de controle utilizado é um PID digital clássico. No microcontrolador são realizadas rotinas de leitura da posição da esfera, cálculo das variáveis de controle, eliminação de ruídos através de filtros digitais e atuação na saída do sistema. A comunicação entre o sistema supervisorio e a placa de desenvolvimento é realizada através de um protocolo de comunicação serial desenvolvido especificamente para a aplicação.
- Atuadores: responsáveis por alterar a inclinação da plataforma, são utilizados dois servomotores DS3218 do fabricante DSSERVO TECHNOLOGY. A posição de cada servomotor é selecionada através de sinais modulados em PWM.
- Dispositivo de sensoriamento: para a detecção da posição da esfera sobre o plano é utilizada uma tela sensível ao toque resistiva de quatro terminais, modelo TT-1701-AGH-4W-T3 do fabricante TOUCHTRONIC. A leitura da posição é realizada através de uma sequência de leituras analógicas pré-determinadas pelo microcontrolador com um tempo de amostragem de 10 ms.

### **3.2 Projeto Mecânico e Montagem da Plataforma**

A estrutura mecânica proposta, apresentada na Figura 25, baseia-se na movimentação da plataforma por servomotores conectados ao plano de inclinação através de braços de alavanca, hastes, rolamentos e juntas. Os materiais utilizados

para a concepção do protótipo da plataforma *ball and plate* deste trabalho são apresentados no Quadro 7. Os componentes mecânicos que necessitam de um projeto e fabricação personalizados, pois não são encontrados nas medidas necessárias no mercado, são os seguintes:

- Base inferior.
- Base superior.
- Eixo de apoio central.
- Suportes para os servomotores.

Nesta seção será detalhado o projeto da estrutura mecânica da plataforma e a execução da montagem.

Figura 25 – a) Vista frontal da plataforma; b) vista lateral da plataforma



Fonte: Elaborado pelo autor.

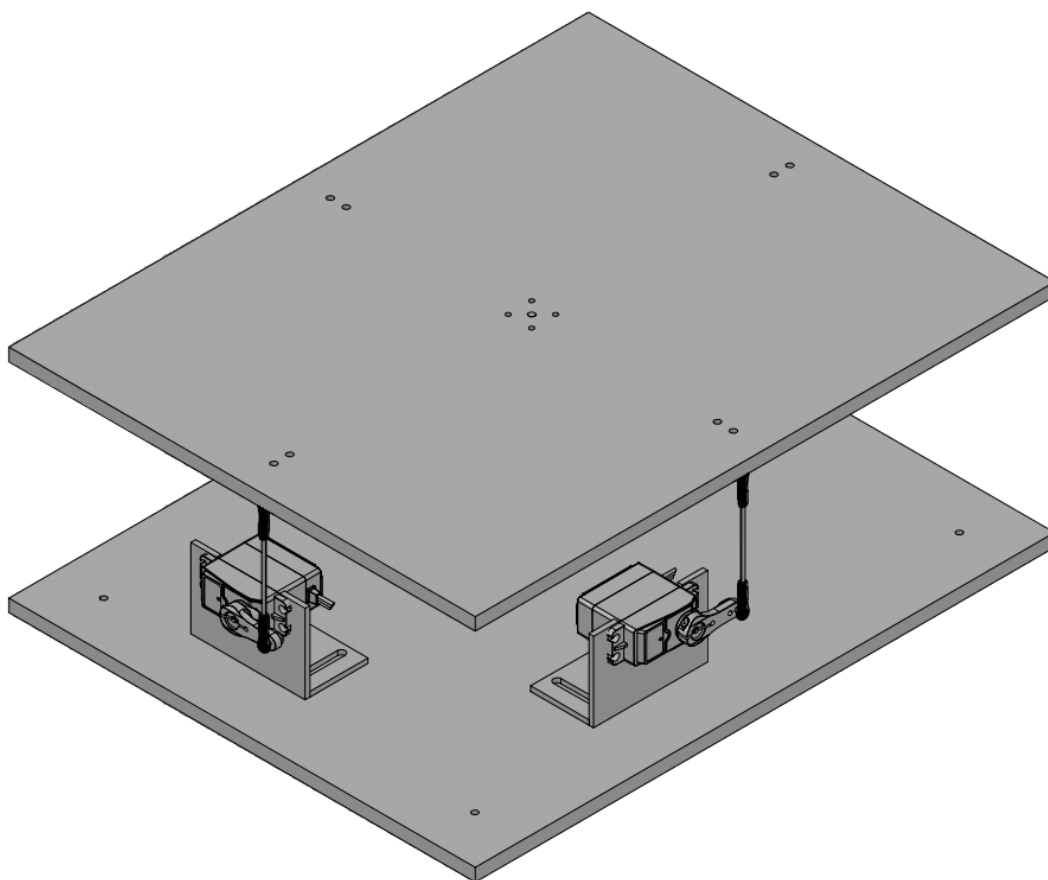
Quadro 7 – Lista de materiais utilizados

Componente	Qtde	Modelo	Fabricante
Controlador	1	Arduino Due	Arduino
Touchscreen Resistivo	1	TT-1701-AGH-4W-T3	Touchtronic
Servomotores	2	DS3218	DSServo
Haste com Rolamento	2	Não Informado	Não Informado
Junta Universal	1	Não Informado	Não Informado
Base Acrílica Inferior	1	Fabricação Própria	Fabricação Própria
Base Acrílica Superior	1	Fabricação Própria	Fabricação Própria
Eixo de Apoio Inferior	1	Fabricação Própria	Fabricação Própria
Eixo de Apoio Superior	1	Fabricação Própria	Fabricação Própria
Suporte dos servomotores	1	Fabricação Própria	Fabricação Própria

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 26 apresenta o desenho da vista isométrica da plataforma.

Figura 26 – Vista isométrica da estrutura projetada



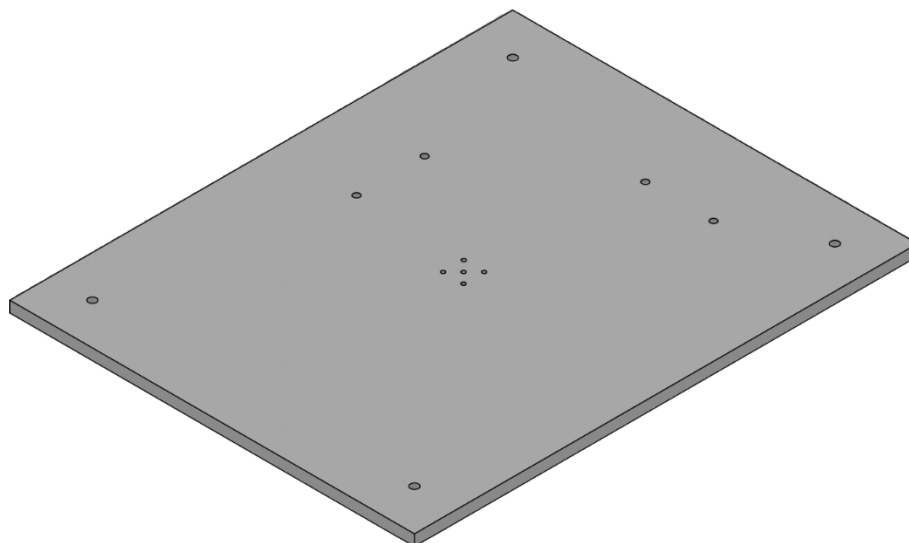
Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.2.1 Projeto das Bases Inferior e Superior

As bases inferior e superior foram projetadas para possuir as mesmas dimensões longitudinais e latitudinais da tela sensível ao toque TT-1701-AGH-4W-T3, possuindo 366 mm x 294,5 mm x 8 mm. Para a base inferior, são previstas furações para fixação dos suportes dos servomotores, para quatro pés de apoios e para o eixo de apoio central. As furações do apoio do eixo central possuem rosca padrão M4.

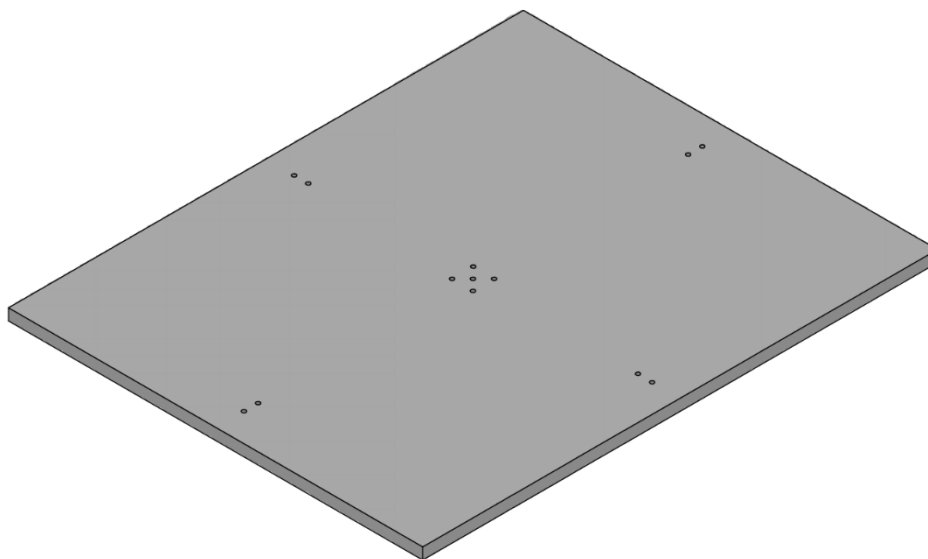
No projeto da base superior são previstas furações roscadas padrão M4 para fixação do eixo de apoio central superior e para as hastes dos servomotores. Os sólidos em três dimensões das bases inferior e superior são apresentados na Figura 27 e Figura 28. Os desenhos técnicos detalhados, com cotas em milímetros, são disponibilizados nos Apêndices A e B. Ambas as bases foram fabricadas em acrílico transparente com corte a *laser* para obtenção de um melhor acabamento e precisão nas medidas.

Figura 27 – Vista isométrica da base inferior



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Vista isométrica da base superior



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.2.2 Projeto do Eixo de Apoio Central

O ponto central da placa de acrílico possui um ponto de apoio fixo conectado a uma junta universal que delimita o movimento de inclinação da plataforma em dois graus de liberdade. A Figura 29 apresenta a junta universal utilizada. As suas dimensões são diâmetro interno de 6 mm, diâmetro externo de 11 mm e comprimento em posição retilínea de 23 mm.

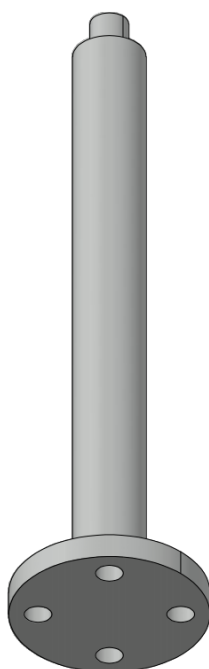
Figura 29 – Junta universal



Fonte: Elaborado pelo autor.

São necessários o projeto e fabricação de um eixo de apoio inferior e outro superior para a conexão com a junta universal. Estes eixos são conectados ao centro da placa de acrílico inferior e superior, respectivamente. A Figura 30 apresenta o desenho técnico da vista isométrica do projeto do eixo de apoio central inferior. A vista isométrica do eixo de apoio central superior é apresentada na Figura 31. Os desenhos técnicos detalhados, com cotas em milímetros, são disponibilizados nos Apêndices C e D.

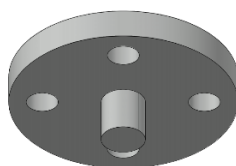
Figura 30 – Vista isométrica do eixo de apoio central inferior



Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 31 – Vista isométrica do eixo de apoio central superior



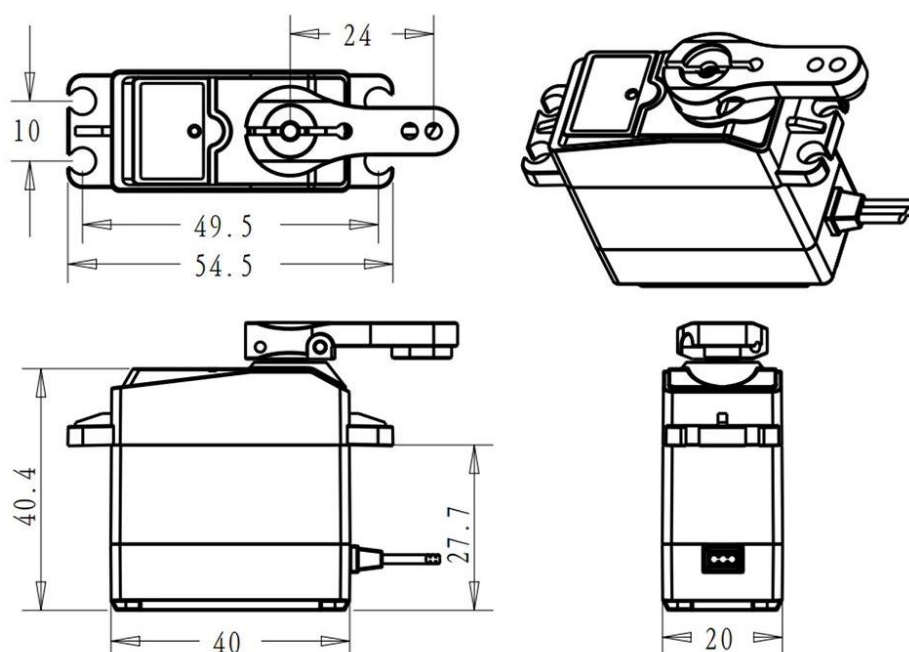
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ambos os suportes foram fabricados em alumínio em torno mecânico, com empresa especializada em fabricação de peças customizadas.

### 3.2.3 Projeto do Suporte do Servo Motor

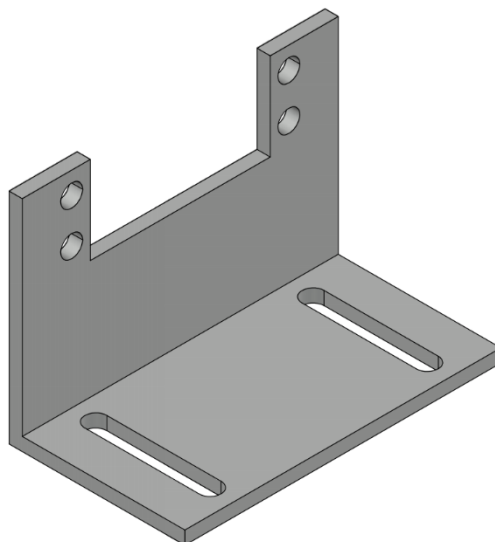
As dimensões dos servomotores escolhidos como atuadores para a plataforma são apresentadas no desenho da Figura 32. Com o objetivo de proporcionar uma boa fixação com possibilidade de ajuste durante a montagem, foram projetados suportes em formato de “L” com fixação através de furos oblongos. O método de fabricação adotado foi corte de alumínio a *laser*, com dobra em máquina CNC. A vista isométrica dos suportes projetados pode ser visualizada na Figura 33 e o desenho técnico detalhado, com cotas em milímetros, é disponibilizado no Apêndice E.

Figura 32 – Dimensões do servomotor DS3218 e do braço de alavanca



Fonte: Dsservo Technology (2019).

Figura 33 – Vista isométrica do suporte dos servomotores DS3218



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.2.4 Montagem da Plataforma

Após a compra dos materiais e fabricação das peças customizadas, foi executada a montagem mecânica da plataforma. Para conexão da base acrílica superior com os braços de alavanca dos servomotores, foram utilizadas duas hastes com rolamento nas extremidades, apresentadas na Figura 34, com comprimento longitudinal de 83 mm.

Figura 34 - Hastes de conexão da plataforma com os braços de alavanca

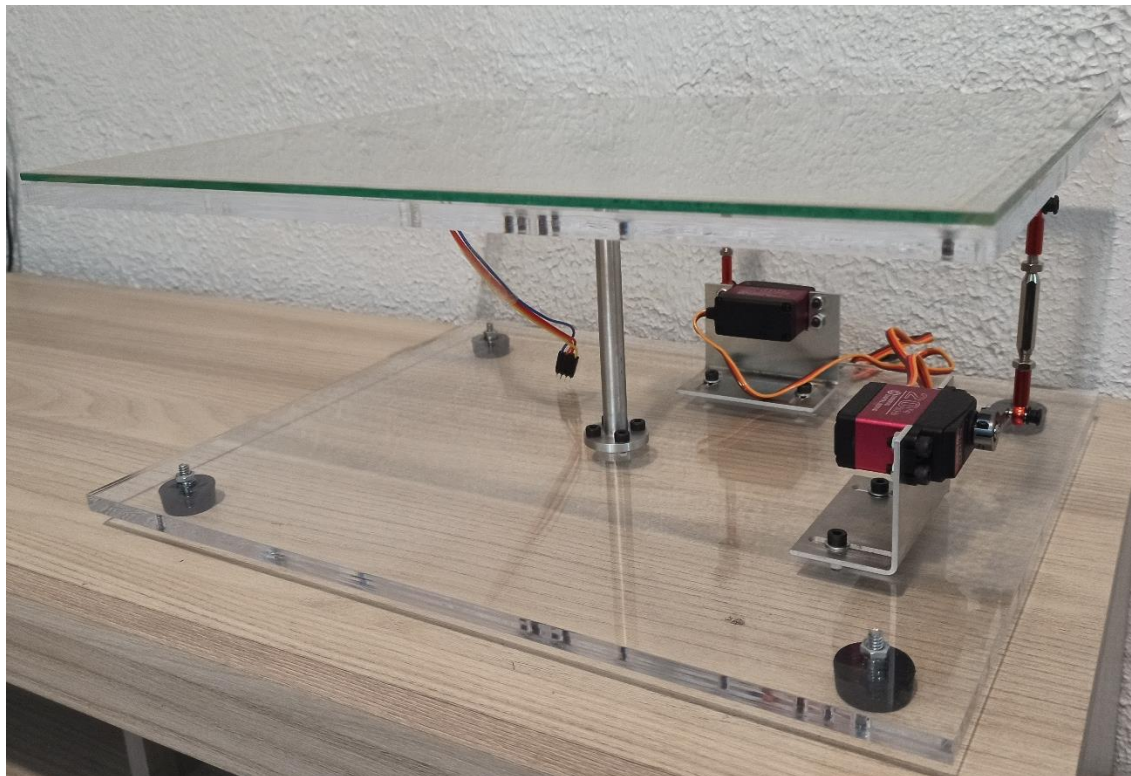


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o objetivo de evitar movimentos indesejados da base acrílica superior em torno do eixo Z, foi realizado o preenchimento da junta universal do eixo central com silicone. Este procedimento contribuiu para a redução das folgas mecânicas da peça, reduzindo o problema em questão. A fixação do *touchscreen* na base acrílica superior

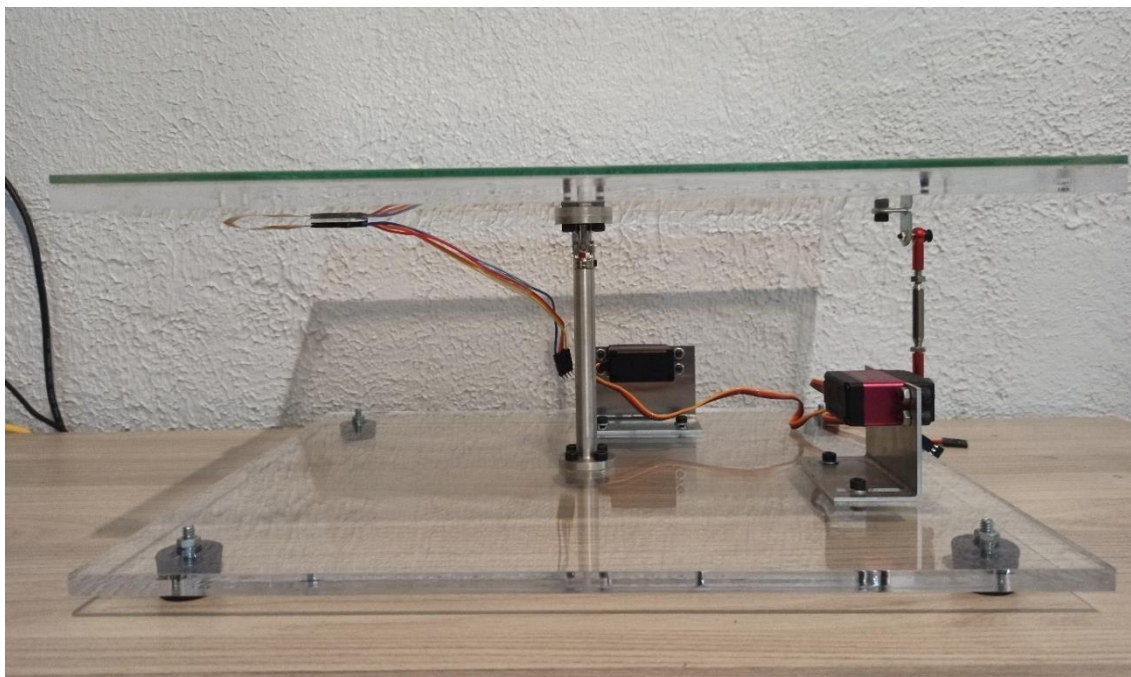
foi realizada com aplicação de fita adesiva dupla face em oito pontos de contato. As Figuras 35 e 36 mostram a estrutura construída.

Figura 35 – Estrutura da plataforma *ball and plate* construída (vista lateral)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 36 – Estrutura da plataforma *ball and plate* construída (vista frontal)



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.3 Modelagem Matemática do Conjunto Mecânico Desenvolvido

Esta seção aborda a modelagem matemática do conjunto mecânico projetado e construído. O modelo completo é constituído pela função de transferência do servomotor, que relaciona a tensão aplicada ao motor com o ângulo de inclinação do braço de alavanca, e pela função de transferência que relaciona o ângulo de inclinação do plano com a posição da esfera sobre o *touchscreen*.

#### 3.3.1 Ensaio de Resposta do Servomotor

Os servomotores utilizados na plataforma possuem circuito de controle interno inacessível ao usuário. Para a movimentação do braço de alavanca, é utilizado um sinal PWM que é relacionado à posição angular do servomotor. A Figura 15 da fundamentação teórica apresenta o diagrama interno de um servomotor.

Para estimação da função de transferência do atuador, podem ser realizados dois tipos de ensaio: um através da resposta em frequência e o outro através da resposta ao degrau. O método utilizado neste trabalho para estimar a função de transferência do servomotor foi a aproximação através de um sistema linear de primeira ordem, estimado com os dados de um ensaio de resposta ao degrau.

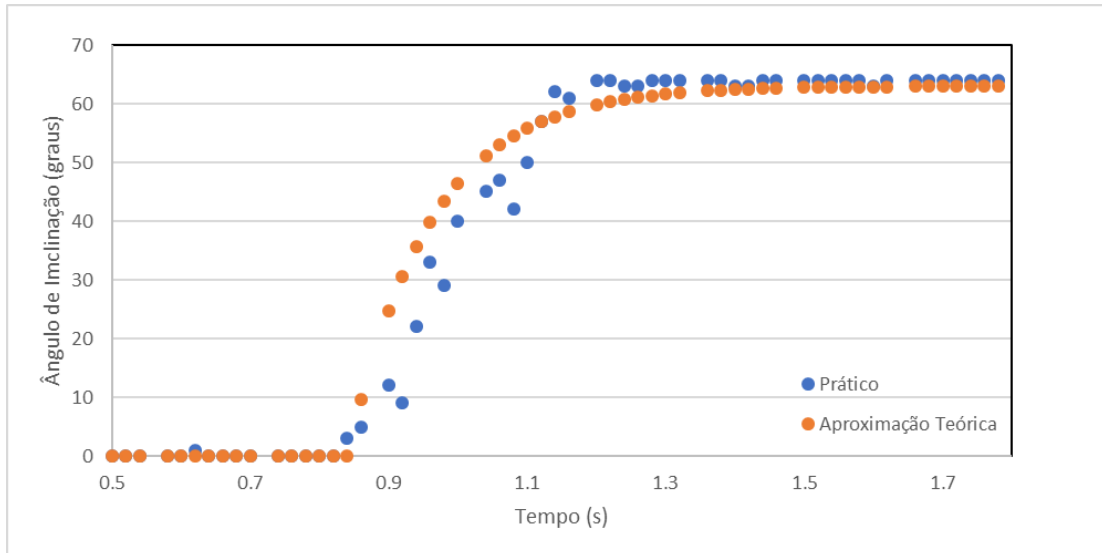
Para a realização do ensaio, foi utilizado um acelerômetro/giroscópio MPU6050 acoplado ao braço de alavanca do servomotor, e foram aplicados diversos degraus e foi monitorado o ângulo de inclinação em função do tempo.

A constante de tempo da função de transferência é dada pelo tempo em que a saída atinge 63,2% do valor em regime permanente. De acordo com os ensaios realizados, a constante de tempo é de aproximadamente 120 ms e o erro em regime permanente é nulo. Dessa forma, a aproximação de primeira ordem da função de transferência que relaciona o ângulo demandado e o ângulo do braço do servomotor é obtida na equação (51).

$$G_{SVM} = \frac{K}{s + 1/\tau} = \frac{8,33}{s + 8,33} \quad (51)$$

A resposta do servo para um ângulo demandado de 60° é apresentada na Figura 37. Nesta imagem é possível visualizar uma comparação do resultado do ensaio prático com a aproximação teórica de primeiro grau.

Figura 37 – Curva de resposta ao degrau do DS3218



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.3.2 Modelagem da Plataforma

O modelo da plataforma desenvolvida baseia-se na livre rolagem de uma esfera maciça sobre um plano inclinado. O subcapítulo 2.5.1 da fundamentação teórica detalha todo o equacionamento para a determinação da dinâmica de movimentação da esfera em função do ângulo do servomotor. As funções de transferência dos eixos X e Y são dadas pelas equações (52) e (53), respectivamente.

$$G_{P,X} = \frac{X(s)}{\theta_{l,x}(s)} = \frac{2r_{arm}}{L_{plate,x}} \frac{5g}{7s^2} \quad (52)$$

$$G_{P,Y} = \frac{Y(s)}{\theta_{l,y}(s)} = \frac{2r_{arm}}{L_{plate,y}} \frac{5g}{7s^2} \quad (53)$$

Considerando a aceleração da gravidade igual à  $9,807 \text{ m/s}^2$ , e inserindo os valores das dimensões dos braços do servo motor (24 mm) e as dimensões dos pontos de fixação das hastes na placa nos eixos latitudinal (326 mm) e longitudinal

(254,5 mm) nas duas equações anteriores, são obtidas as funções de transferência das equações (54) e (55).

$$G_{P,X} = \frac{X(s)}{\theta_{l,x}(s)} = \frac{2 \cdot 24}{326} \frac{5 \cdot 9,807}{7s^2} = \frac{1,031}{s^2} \quad (54)$$

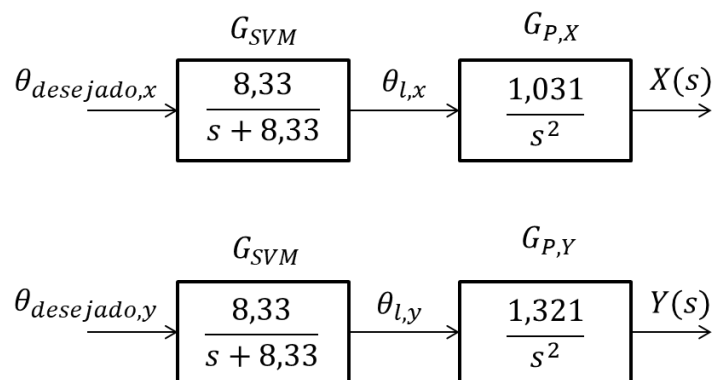
$$G_{P,Y} = \frac{Y(s)}{\theta_{l,y}(s)} = \frac{2 \cdot 24}{254,5} \frac{5 \cdot 9,807}{7s^2} = \frac{1,321}{s^2} \quad (55)$$

### 3.3.3 Modelo Completo do Protótipo

Através do princípio da superposição de sistemas lineares, o movimento da esfera sobre a plataforma com dois graus de liberdade pode ser representado como dois sistemas independentes. Sendo que um deles representa a dinâmica no eixo X, e o outro no eixo Y. A soma da saída dos dois sistemas relaciona o movimento da esfera no plano em função do ângulo de inclinação dos braços de alavanca dos dois servomotores.

A Figura 38 apresenta o diagrama de blocos da estrutura proposta. As entradas  $\theta_{desejado,x}$  e  $\theta_{desejado,y}$  representam o ângulo de inclinação desejado para cada servomotor, que é ajustado através da aplicação de um sinal modulado em PWM;  $G_{SVM}$  representa a função de transferência aproximada de cada servomotor;  $\theta_{l,x}$  e  $\theta_{l,y}$  são os ângulos do braço de alavanca dos servomotores;  $G_{P,X}$  e  $G_{P,Y}$  representam a dinâmica de movimentação da esfera sobre o plano para os eixos X e Y;  $X(s)$  e  $Y(s)$  são as posições atuais da esfera sobre o plano.

Figura 38 – Diagrama de blocos da planta



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4 Desenvolvimento do Sistema de Controle Embarcado

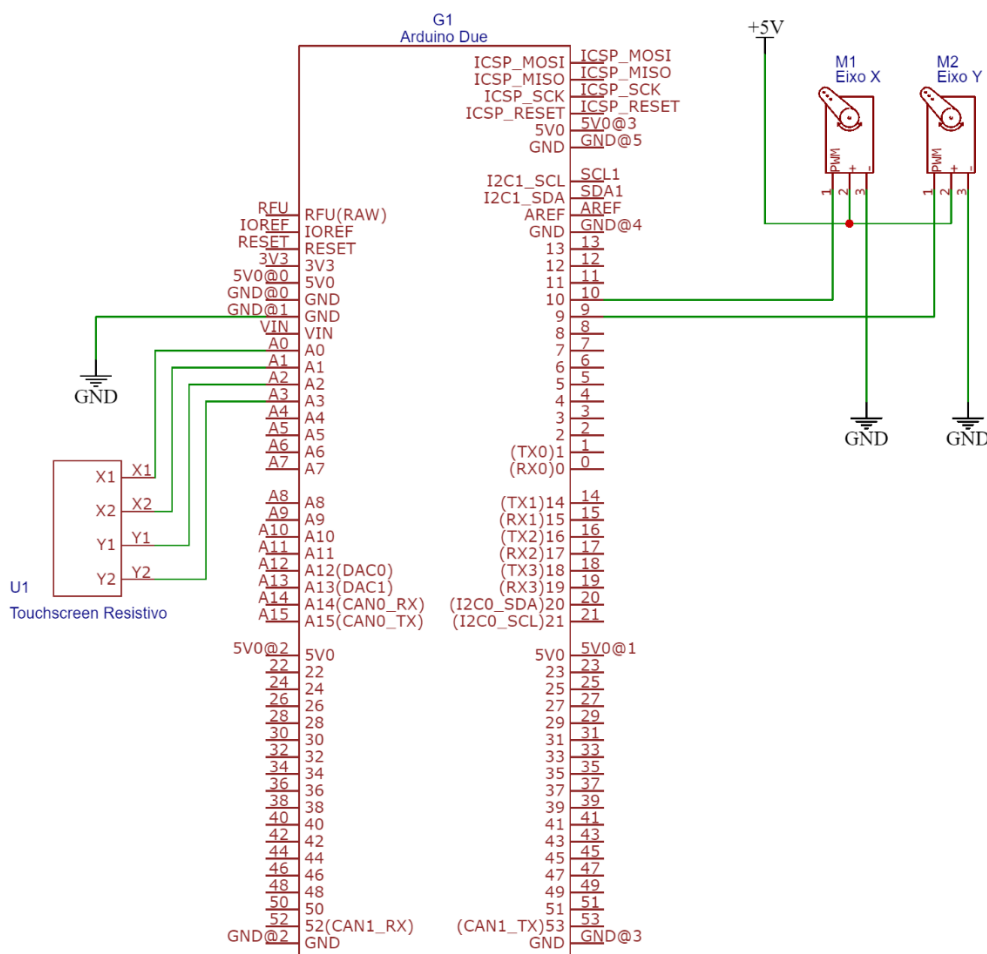
Conforme mencionado anteriormente, o dispositivo microprocessado de controle utilizado neste trabalho é um microcontrolador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3 embarcado em uma placa de desenvolvimento Arduino Due. Para a implementação do *software* de controle, foi utilizada a interface de desenvolvimento Arduino IDE na linguagem de programação C. O principal diferencial para a escolha do Arduino Due em relação ao NUCLEO-F334R8 foi a compatibilidade com o *software* MATLAB Simulink para aplicações em tempo real, o que é muito útil ao pensar em um dispositivo para uso acadêmico e para aplicações futuras.

A estrutura do *software* embarcado desenvolvido pode ser dividida nas seguintes etapas:

- Recebimento e tratamento de dados recebidos pela serial.
- Rotina de leitura da posição da esfera sobre o *touchscreen*.
- Rotina de cálculo das saídas do controlador PID e filtragem do sinal de realimentação.
- Rotina de sintonia automática do controlador.

A implementação do *hardware* consiste nas conexões elétricas do *touchscreen* e dos servomotores ao Arduino Due. É utilizada uma fonte de alimentação externa de 5 volts para os atuadores e a alimentação do controlador é fornecida pela porta USB ao qual o protótipo está conectado. O diagrama esquemático é apresentado na Figura 39.

Figura 39 – Diagrama de conexões elétricas da plataforma



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.1 Comunicação com o Sistema Supervisório

A conexão com o sistema supervisório é realizada por meio de comunicação serial assíncrona, com taxa de transmissão de 115.500 *bits* por segundo, otimizada através de interrupções e caracteres de fim de transmissão. Para a efetivação da troca de dados entre o microcontrolador e o sistema supervisório, foi desenvolvido um protocolo de comunicação específico baseado em perguntas e respostas. O protocolo completo pode ser visualizado no Quadro 8. Em caso de não reconhecimento da informação recebida, o microcontrolador responde com a *string* "FAIL\n".

O protótipo pode funcionar sem a conexão com o sistema supervisório. Neste caso, o controlador PID atua com as configurações padrão de ganhos previamente configuradas no *firmware*, e não é possível realizar configurações ou visualizar o desempenho do sistema.



Quadro 8 – Protocolo de comunicação com o sistema supervisorío

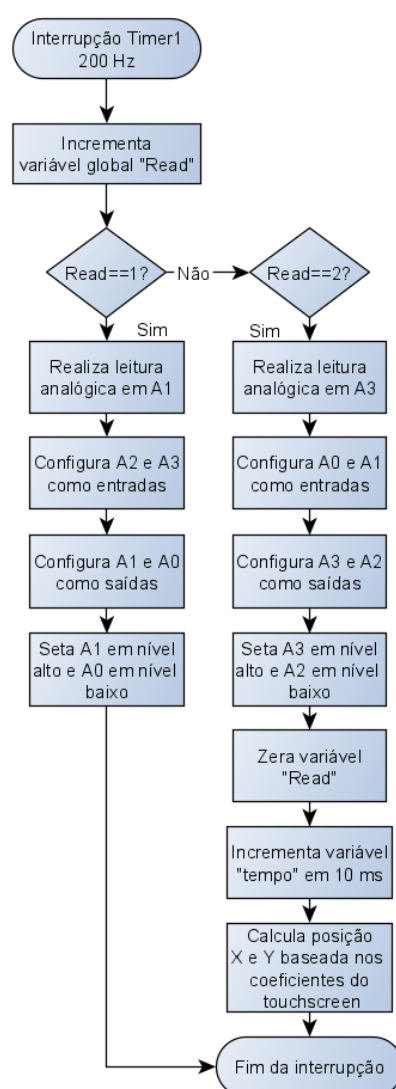
<b>Descrição do Comando</b>	<b>String Recebida pelo Microcontrolador</b>	<b>Resposta do Microcontrolador</b>
Solicita status – posições atuais, posições desejadas, tempo, sinais de controle	"STATUS" + "\r"	X + "," + Y + "," + X_ref + "," + Y_ref + "," + Tempo + "," + PID_x + "," + PID_y + "\n"
Seta ângulo no servo X	"SERVOX:" + Ângulo + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ângulo no servo Y	"SERVOY:" + Ângulo + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho proporcional X	"KP_X:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho integral X	"KI_X:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho derivativo X	"KD_X:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho proporcional Y	"KP_Y:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho integral Y	"KI_Y:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta ganho derivativo Y	"KD_Y:" + Ganho + "\r"	"OK" + "\n"
Seta a frequência de corte do filtro do <i>touchscreen</i>	"FILTER:" + Frequência + "\r"	"OK" + "\n"
Liga/desliga o controlador PID	"CONTROL:" + Estado + "\r"	"OK" + "\n"
Aplica degrau para a posição X,Y	"STEP:" + X + "," + Y + "\r"	"OK" + "\n"
Aplica trajetória circular horária	"CIRCLE_H:" + Amplitude + "," + Frequência + "\r"	"OK" + "\n"
Aplica trajetória circular anti-horária	"CIRCLE_AH:" + Amplitude + "," + Frequência + "\r"	"OK" + "\n"
Aplica trajetória Lemniscata	"LEMNI:" + Amplitude + "," + Frequência + "\r"	"OK" + "\n"
Ajusta ângulo de offset da plataforma	"OFFSET:" + Offset_x + "," + Offset_y + "\r"	"OK" + "\n"
Liga/desliga processo de sintonia automática do controlador X	"AUTOTUNINGX:" + Estado + "\r"	Dead Time + "," + Ganho + "\n"
Liga/desliga processo de sintonia automática do controlador Y	"AUTOTUNINGY:" + Estado + "\r"	Dead Time + "," + Ganho + "\n"

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.2 Leitura da Posição da Esfera Sobre a Placa

O procedimento para obtenção das coordenadas do toque de uma tela *touchscreen* resistiva de quatro terminais baseia-se na execução de leitura de entradas analógicas, alternando a alimentação entre os eixos X e Y da tela. A sequência de leitura utilizada neste trabalho é a proposta pelo Quadro 3 da fundamentação teórica. Na Figura 40 é possível visualizar o fluxograma do algoritmo de leitura implementado no microcontrolador.

Figura 40 – Fluxograma da interrupção para leitura do *touchscreen*



Fonte: Elaborado pelo autor.

A leitura analógica das coordenadas do *touchscreen* é executada na chamada de uma interrupção por *timer*. Para cada entrada na função de leitura, executa-se primeiro a leitura em X, e na próxima chamada a leitura em Y. O tempo de estouro

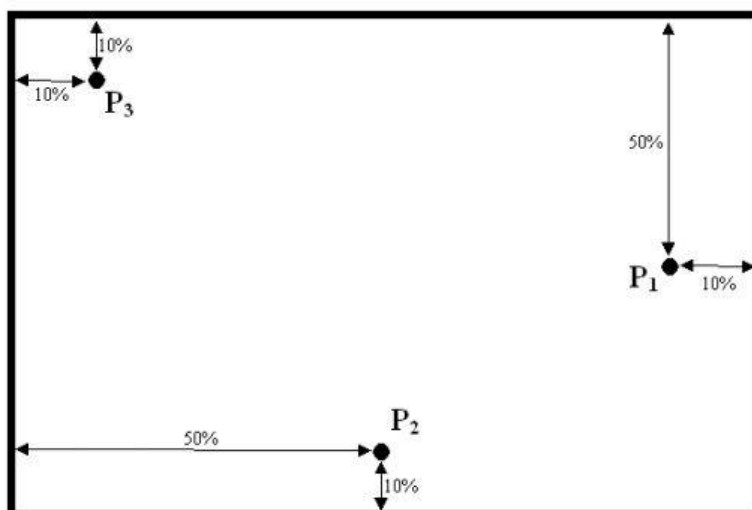
escolhido para o *timer* é de 5 ms. Como são necessárias duas execuções para a determinação das duas coordenadas, o tempo de amostragem final é de 10 ms. Após a obtenção das duas coordenadas, é calculada a conversão da leitura analógica de 12 *bits* para posição da esfera em metros.

### 3.4.2.1 Procedimento de Calibração do *Touchscreen*

Medidas realizadas por telas sensíveis ao toque podem ter diversas possíveis fontes de erro, sendo que algumas das mais comuns são originadas por desalinhamentos mecânicos na montagem, conversões incorretas de escala e ruídos elétricos. (FANG; CHANG, 2007).

Para corrigir estes erros, que no caso da plataforma *ball and plate*, é resultado do desalinhamento do *touchscreen* com a base acrílica superior e por erros da conversão da medida do conversor ADC para unidades de distância, é utilizado o método de calibração por três pontos independentes presente na nota de aplicação da ATMEL (2007). Este método de calibração sugere a utilização de três pontos distintos da tela, conforme é observado na Figura 41.

Figura 41 – Pontos sugeridos para calibração do *touchscreen*.



Fonte: Atmel (2007).

Os pontos de toque da tela  $P_1(X_{T1}, Y_{T1})$ ,  $P_2(X_{T1}, Y_{T1})$ , e  $P_3(X_{T1}, Y_{T1})$  são pontos conhecidos, onde as coordenadas  $X_T$  e  $Y_T$  são dadas pela leitura do conversor ADC e as coordenadas  $X_D$  e  $Y_D$  são posições físicas em unidade de medida de distância. O ensaio de calibração proposto consiste na obtenção de seis coeficientes que são

obtidos através das coordenadas de leitura ADC e da medida de distância de três pontos conhecidos. Os pontos escolhidos para o ensaio são apresentados no Quadro 9.

Quadro 9 – Pontos de calibração escolhidos.

Ponto	X <sub>T</sub> (ADC)	Y <sub>T</sub> (ADC)	X <sub>D</sub> (m)	Y <sub>D</sub> (m)
P1	657	2034	0,153	0
P2	2025	724	0	-0,117
P3	3398	2024	-0,153	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

As equações para a determinação dos coeficientes de calibração do *touchscreen* são apresentadas abaixo. (ATMEL, 2007).

$$A = \frac{(X_{D1} - X_{D3})(Y_{T2} - Y_{T3}) - (X_{D2} - X_{D3})(Y_{T1} - Y_{T3})}{(X_{T1} - X_{T3})(Y_{T2} - Y_{T3}) - (X_{T2} - X_{T3})(Y_{T1} - Y_{T3})} \quad (56)$$

$$B = \frac{A(X_{T3} - X_{T2}) + X_{D2} - X_{D3}}{(Y_{T2} - Y_{T3})} \quad (57)$$

$$C = X_{D3} - AX_{T3} - BY_{T3} \quad (58)$$

$$D = \frac{(Y_{D1} - Y_{D3})(Y_{T2} - Y_{T3}) - (Y_{D2} - Y_{D3})(Y_{T1} - Y_{T3})}{(X_{T1} - X_{T3})(Y_{T2} - Y_{T3}) - (X_{T2} - X_{T3})(Y_{T1} - Y_{T3})} \quad (59)$$

$$E = \frac{D(X_{T3} - X_{T2}) + Y_{D2} - Y_{D3}}{(Y_{T2} - Y_{T3})} \quad (60)$$

$$F = Y_{D3} - DX_{T3} - EY_{T3} \quad (61)$$

Substituindo os valores do Quadro 9 nas equações acima, são obtidos os seis coeficientes da calibração:

$$A = -0,000111637 \quad (62)$$

$$B = 0,0000002138 \quad (63)$$

$$C = 0,225910711 \quad (64)$$

$$D = 0,000000327 \quad (65)$$

$$E = 0,00008965 \quad (66)$$

$$F = -0,182572242 \quad (67)$$

O valor da posição física do toque é dada pelas equações (68) e (69). (ATMEL, 2007).

$$X_D = A(X_T) + B(Y_T) + C \quad (68)$$

$$Y_D = D(X_T) + E(Y_T) + F \quad (69)$$

Substituindo o valor dos coeficientes de calibração obtidos através do ensaio, são obtidas as equações que determinam a posição em metros do toque na tela em função da leitura do conversor ADC de 12 *bits*, considerando o centro da plataforma como a posição 0 m.

$$X_D = -0,000111637(X_T) + 0,0000002138(Y_T) + 0,225910711 \quad (70)$$

$$Y_D = 0,000000327(X_T) + 0,00008965(Y_T) - 0,182572242 \quad (71)$$

#### 3.4.2.2 Filtragem do Sinal de Realimentação

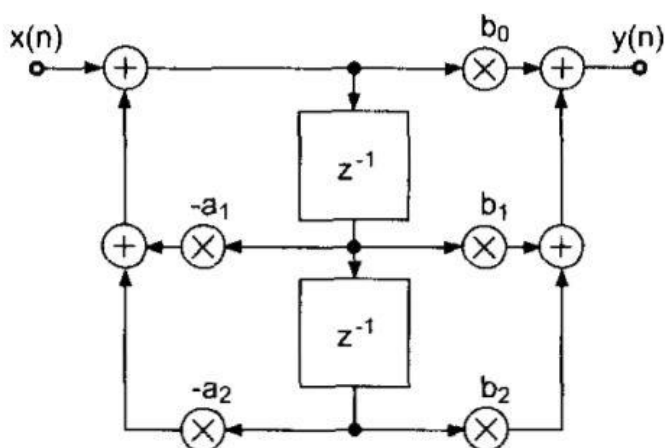
Observou-se a necessidade de eliminar ruídos de alta frequência do sinal proveniente do *touchscreen*, pois uma pequena variação no sinal de *feedback* não correspondente à realidade acaba provocando um movimento indesejado do atuador, que, dependendo da amplitude da oscilação, pode tombar a esfera da placa. Com o objetivo de reduzir a implementação de *hardware* ao máximo, foram projetados filtros

passa-baixa de segunda ordem digitais embarcados no microcontrolador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3.

A topologia escolhida para implementação foi a de um filtro Sallen-Key passa-baixa de segunda ordem digital. Como ponto de partida, foi utilizada a estrutura apresentada por Zölzer (2002, p.34). A função de transferência discreta deste sistema é dada pela equação (72) e o seu diagrama é apresentado na Figura 42.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2}}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} \quad (72)$$

Figura 42 – Filtro digital de segunda ordem.



Fonte: Zölzer (2002, p. 34).

A saída deste filtro é dada pela equação (73).

$$y(n) = b_0x(n) + b_1x(n - 1) + b_2x(n - 2) - a_1y(n - 1) - a_2y(n - 2) \quad (73)$$

Os parâmetros do filtro são dados por:  $f_c$  (frequência de corte em Hertz);  $f_s$  (frequência de amostragem do sinal em Hertz);  $\zeta$  (fator de amortecimento). (ZÖLZER, 2002).

$$C = \frac{1}{\tan(\pi \frac{f_c}{f_s})} \quad (74)$$

A partir da seleção dos parâmetros, os coeficientes para implementação do filtro são obtidos pelas equações abaixo:

$$b_0 = 1/(1 + 2\zeta C + C^2) \quad (75)$$

$$b_1 = 2b_0 \quad (76)$$

$$b_2 = b_0 \quad (77)$$

$$a_1 = 2b_0(1 - C^2) \quad (78)$$

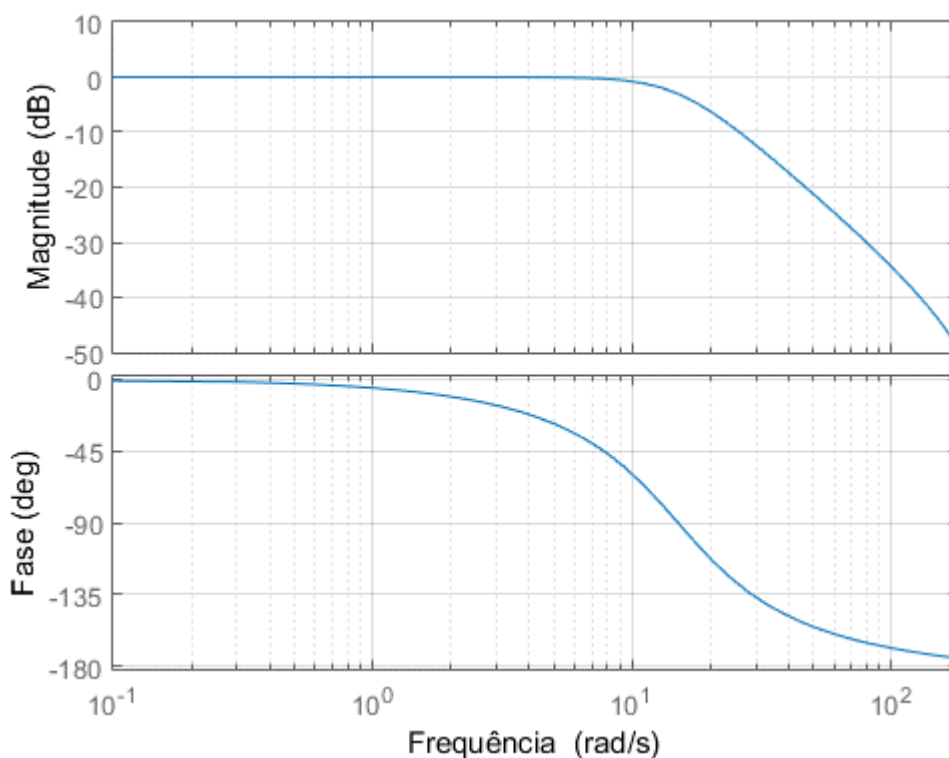
$$a_2 = b_0(1 - 2\zeta C + C^2) \quad (79)$$

Para implementação do filtro no microcontrolador, foi selecionado um fator de amortecimento de  $\sqrt{2}/2$ . Dessa forma não ocorrem picos de ganho na frequência de corte. A frequência de amostragem foi definida em 100 Hz, que é a frequência de leitura da posição da esfera sobre o *touchscreen*. A frequência de corte foi definida como padrão em 2,38 Hz (15 rad/s), podendo ser alterada pelo usuário através do sistema supervisor. Esta configuração do filtro passa-baixa foi obtida de forma prática, onde foi buscada uma frequência de corte que possibilitou uma ação suave dos servomotores e com bom tempo de resposta.

Com o auxílio do *software* MATLAB foi traçada a resposta em frequência do filtro digital para a frequência de corte de 15 rad/s, que pode ser visualizada na Figura 43. A função de transferência do filtro para estes parâmetros é dada pela equação (80).

$$H(z) = \frac{0,0051 + 0,0102 \cdot z^{-1} + 0,0051 \cdot z^{-2}}{1 - 1,7885 \cdot z^{-1} + 0,8089 \cdot z^{-2}} \quad (80)$$

Figura 43 – Resposta em frequência do filtro implementado para frequência de corte de 15 rad/s.

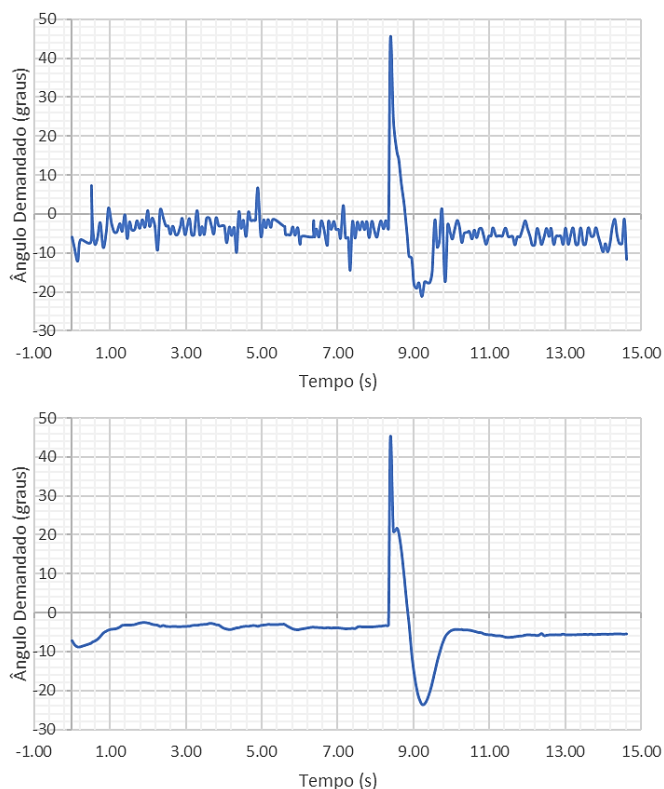


Fonte: Elaborado pelo autor.

Visualmente, na leitura do *touchscreen* não são observadas grandes diferenças entre o sinal filtrado e o sinal sem filtro. No entanto, o sinal de controle sofre grande interferência de pequenos sinais ruidosos, que acabam sendo amplificados pelo termo derivativo do controlador, resultando em um comportamento altamente ruidoso nos atuadores. A Figura 44 apresenta a diferença entre o sinal de controle sem e com o filtro passa-baixa em 15 rad/s no sinal de realimentação.



Figura 44 – Comparação do sinal de controle sem filtro e com filtro



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.3 Implementação do Controlador PID Discreto

A implementação do controlador PID no microcontrolador foi realizada através do método retangular recursivo de discretização apresentado na fundamentação teórica deste trabalho. Uma modificação no termo integral do controlador foi necessária para redução das oscilações em torno do *setpoint*.

Caso o erro de referência absoluto seja menor do que 2 cm, a saída do controlador segue a expressão clássica do método BRM, apresentada na equação (81), e o integrador atua quando o erro é consideravelmente pequeno.

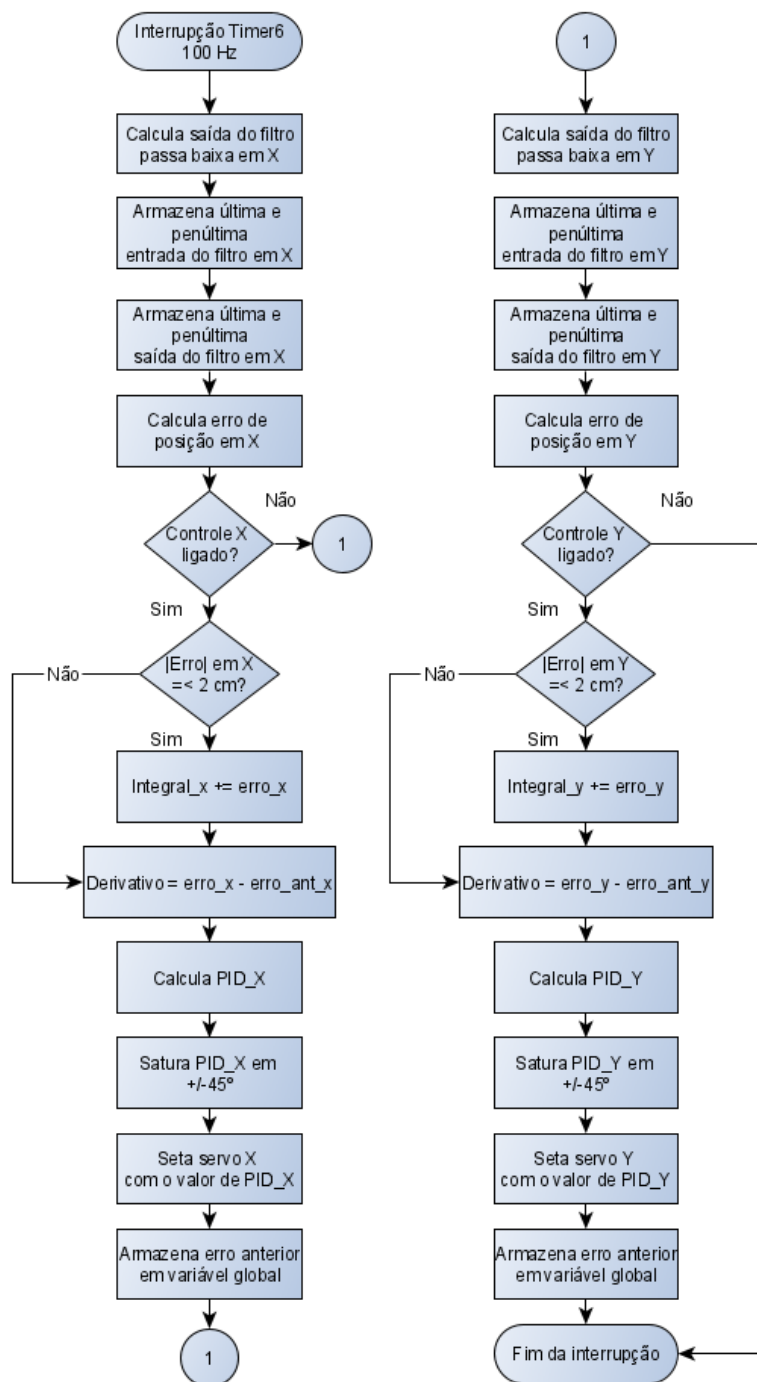
$$u(k) = K_p \cdot e(k) + K_I \cdot T_0 \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{K_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \quad (81)$$

Caso o erro de referência do controlador seja maior do que 2 cm, o termo integral do controlador é desativado. Isto evita que na troca de *setpoint* um erro elevado seja integrado, provocando oscilações indesejadas e um alto tempo de

acomodação da saída, devido às características do sistema com duplo integrador. Este valor de 2 cm foi estimado a partir de ensaios práticos.

Para a obtenção de um tempo de amostragem fixo, foi utilizada uma função de interrupção por estouro de *timer* com tempo fixo de 10 ms. O fluxograma da interrupção responsável por calcular a saída dos controladores de ambos os eixos é apresentado na Figura 45. A cada execução da interrupção, é calculada a saída do filtro passa-baixa da leitura do *touchscreen* para os dois os eixos. Com as coordenadas de posição devidamente filtradas, são calculados os erros de referência e a saída de cada controlador. Foi definido um valor de saturação de  $\pm 0,7853$  radianos para a saída dos controladores. Isto garante um ângulo máximo de inclinação dos braços de alavanca dos servomotores de  $\pm 45^\circ$ .

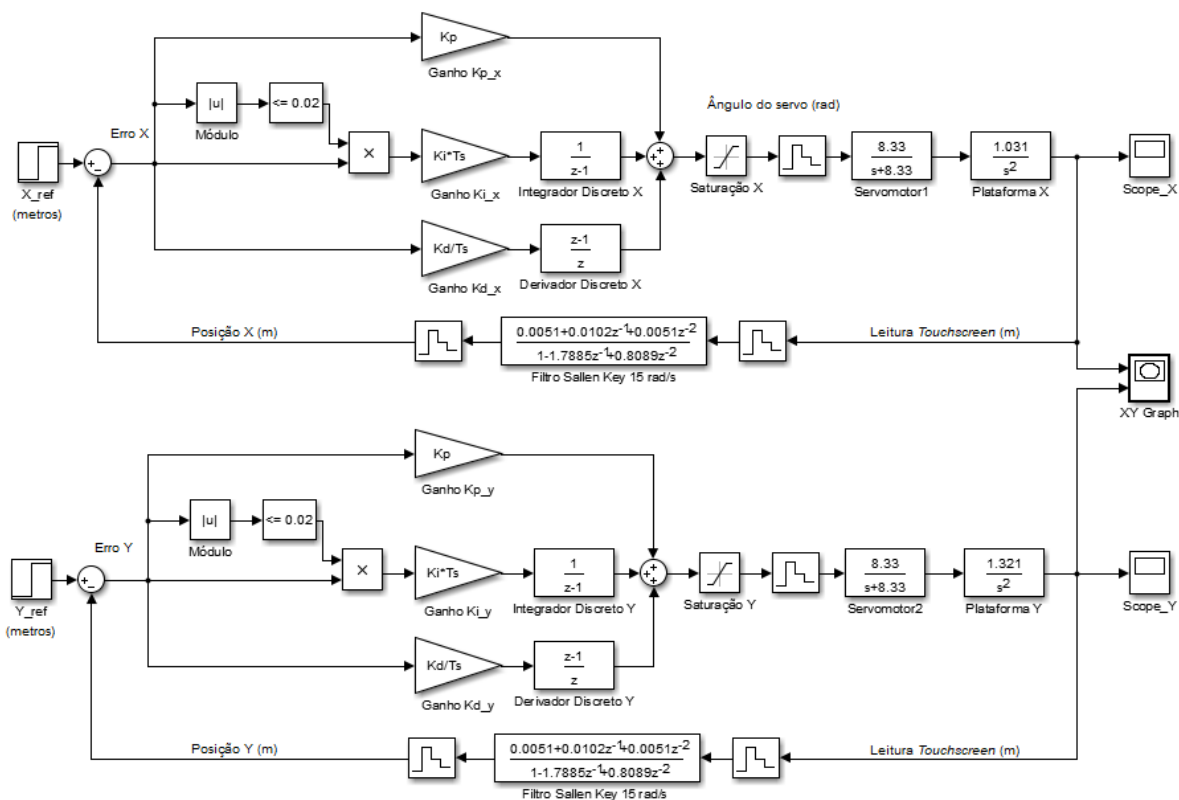
Figura 45 – Fluxograma do controlador PID implementado



Fonte: Elaborado pelo autor.

O diagrama de blocos dos controladores de ambos os eixos, na forma discreta, é apresentado na Figura 46.

Figura 46 – Diagrama de blocos do controlador PID implementado



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4.4 Auto Sintonia do Controlador PID

Existem diversas maneiras de realizar a sintonia de um controlador PID. No entanto, algumas delas não são aplicáveis ao sistema *ball and plate*. Durante a modelagem da planta, verificou-se a existência de um duplo integrador na dinâmica da movimentação da esfera, e esta característica implica em uma resposta instável em malha aberta e para qualquer ganho unicamente proporcional em malha fechada. Esta característica inviabiliza a utilização de técnicas clássicas de sintonia, como o método de sintonia de Ziegler e Nichols (1942) e de Åstroöm e Hägglund (1984).

A sintonia de Ziegler e Nichols (1942) pode ser realizada através da análise da resposta ao degrau em malha aberta ou através do ganho crítico em malha fechada para operação marginalmente estável. Uma vez que o *ball and plate* é instável em

malha aberta e instável para qualquer ganho proporcional em malha fechada, este método foi descartado para utilização neste trabalho.

O método de auto sintonia de Åstroöm e Hägglund (1984) utiliza um relé com ou sem histerese para provocar oscilações controladas em torno de um *setpoint*. A partir da análise da oscilação obtida e das características do relé, é possível estimar os valores ideais para sintonia do controlador. Entretanto, para um sistema com duplo integrador, o relé provoca oscilações instáveis, pois a cada oscilação a esfera acumulará cada vez mais energia, provocando o aumento da amplitude e, por fim, a instabilidade.

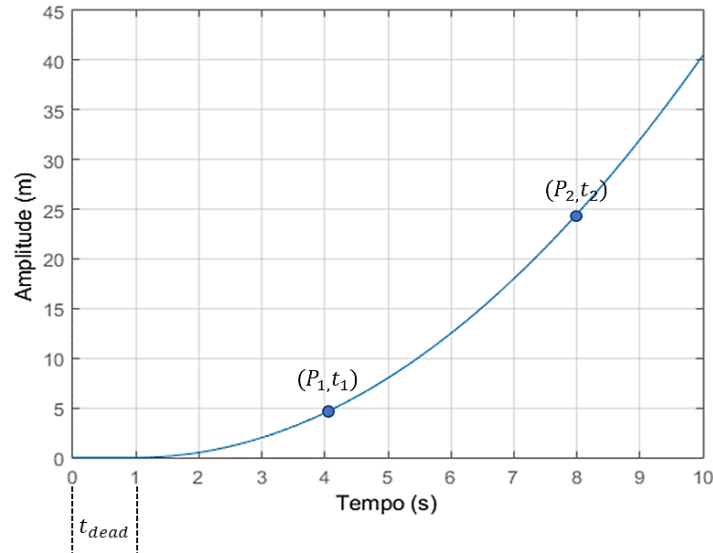
Entre algumas das técnicas de sintonia aplicáveis ao protótipo *ball and plate*, estão a técnica do relé realimentado de Tan, Lee e Jiang (2000) e o método SIMC de sintonia de controladores PID de Skogestad (2003). A primeira técnica realiza um ensaio com relé em série com um controlador PID pré-ajustado. A partir da oscilação sustentada obtida, são extraídos os novos parâmetros do controlador PID em função da resposta em frequência desejada. A segunda técnica obtém os valores dos parâmetros de sintonia através da obtenção do atraso de transporte e do ganho estático da planta.

A técnica de sintonia utilizada neste trabalho baseia-se no método SIMC de Skogestad (2003), e nas sugestões de Grimholt e Skogestad (2016) para seleção de desempenho, acrescentando uma rotina de obtenção automática dos parâmetros da planta. Para implementação da auto sintonia é aplicado um degrau de curta duração em malha aberta e é analisada a resposta instável do sistema, e a partir da análise da curva são obtidos os valores do atraso de transporte e do ganho da planta.

A posição da esfera para um determinado ângulo de inclinação da plataforma, na região linearizada de operação, em malha aberta, segue a trajetória de uma parábola, tal qual a apresentada na Figura 47. A posição da esfera no domínio da frequência, para uma entrada degrau nesta configuração, é representada pela equação (82), onde é inserido o ângulo de inclinação do servomotor, restando como variáveis desconhecidas o atraso de transporte e o ganho da planta.

$$P(s) = \frac{\theta_l}{s} \frac{K \cdot e^{-t_{dead} \cdot s}}{s^2} \quad (82)$$

Figura 47 – Resposta ao degrau em malha aberta de um sistema com duplo integrador e atraso de transporte



Fonte: Elaborado pelo autor.

A técnica de sintonia proposta sugere a obtenção de dois pontos da resposta ao degrau em malha aberta, representados pelas variáveis  $P_1$  e  $P_2$ . Realizando a transformada inversa de Laplace na equação (82), é obtido um sistema de equações que descreve os pontos  $P_1$  e  $P_2$  em função do tempo – equação (83).

$$\begin{cases} P_1 = K \cdot 0,5 \cdot \theta_i (t_1 - t_{dead})^2 \\ P_2 = K \cdot 0,5 \cdot \theta_i (t_2 - t_{dead})^2 \end{cases} \quad (83)$$

Realizando a manipulação algébrica do sistema de equações, é possível obter o tempo do atraso de transporte em função dos dois pontos obtidos no ensaio – equação (84). Com o atraso de transporte estimado, é obtido o ganho da planta através da equação (85).

$$t_{dead} = \frac{\sqrt{P_2/P_1} \cdot t_1 - t_2}{\sqrt{P_2/P_1} - 1} \quad (84)$$

$$K = \frac{2 \cdot P_1}{\theta_l \cdot (t_1 - t_{dead})^2} \quad (85)$$

A partir da obtenção dos valores de atraso de transporte e ganho da planta, é aplicado o método SIMC para obtenção dos parâmetros de sintonia do controlador através das equações (17), (18), (19), (20) e (21). Com um atraso de transporte de 200 milissegundos e com os ganhos teóricos da planta, os ganhos do controlador PID para modos de desempenho agressivo, intermediário e suave são apresentados no Quadro 10.

Quadro 10 – Ganhos do controlador PID pelo método SIMC

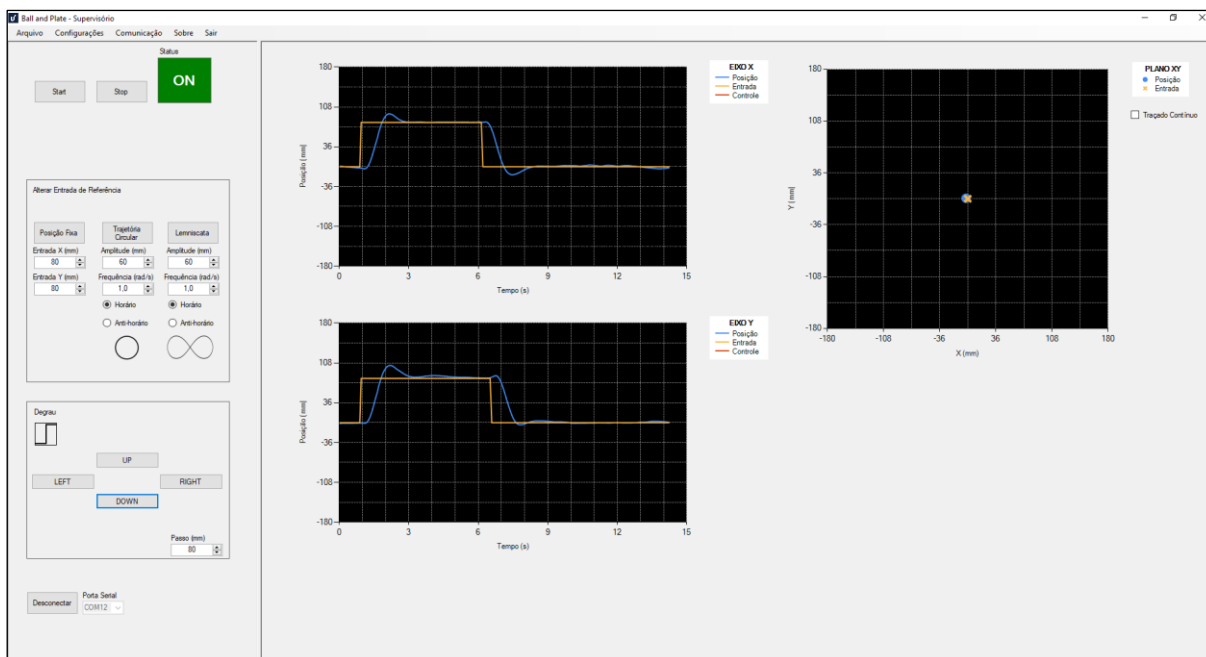
<b>Eixo</b>	<b>Ganho</b>	<b>Agressivo</b>	<b>Intermediário</b>	<b>Suave</b>
X	K <sub>P</sub>	5,39	3,03	1,94
	K <sub>I</sub>	2,25	0,95	0,48
	K <sub>D</sub>	3,23	2,42	1,94
Y	K <sub>P</sub>	4,21	2,37	1,51
	K <sub>I</sub>	1,75	0,74	0,38
	K <sub>D</sub>	2,52	1,89	1,51

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.5 Desenvolvimento do Sistema Supervisório

O *software* do sistema supervisório foi desenvolvido na plataforma Microsoft Visual Studio 2019, através de uma aplicação *Windows Forms* na linguagem de programação C#. A tela da interface durante o funcionamento do protótipo é apresentada na Figura 48. Ao lado esquerdo estão os botões de ajuste da posição da esfera e ao lado direito os gráficos em tempo real do sistema.

Figura 48 – Tela do sistema supervisor em funcionamento



Fonte: Elaborado pelo autor.

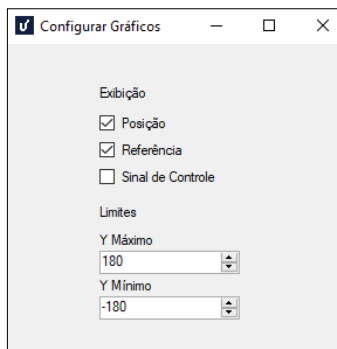
As entradas disponíveis para o sistema de controle são: posição fixa ajustável em qualquer ponto da plataforma; trajetória circular em qualquer sentido com amplitude e frequência configuráveis; lemniscata de Bernoulli em qualquer sentido com amplitude e frequência configuráveis; degrau com amplitude configurável em qualquer direção.

A troca de informações com o sistema de controle embarcado é realizada de acordo com o protocolo de comunicação do Quadro 8, utilizando comunicação serial assíncrona. O objetivo da interface é possibilitar ao usuário visualizar a dinâmica das variáveis de controle através de gráficos em tempo real, modificar parâmetros da estrutura de controle e aplicar diferentes tipos de entrada ao sistema.

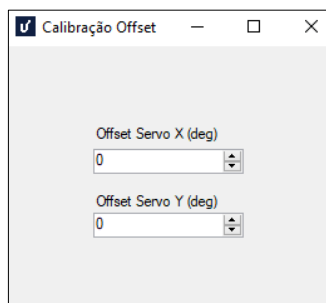
Na janela da Figura 49, acessada através do menu configurações, é possível personalizar a exibição dos gráficos, alterando quais sinais serão exibidos, e fixar os limites do eixo vertical das plotagens. São disponibilizados três gráficos: dinâmica do eixo X, dinâmica do eixo Y e plotagem do plano XY. A taxa de atualização dos gráficos é de 80 milissegundos. O ajuste do ângulo de *offset* da plataforma nos eixos X e Y é realizado na janela da Figura 50.



Figura 49 – Tela de configuração dos gráficos



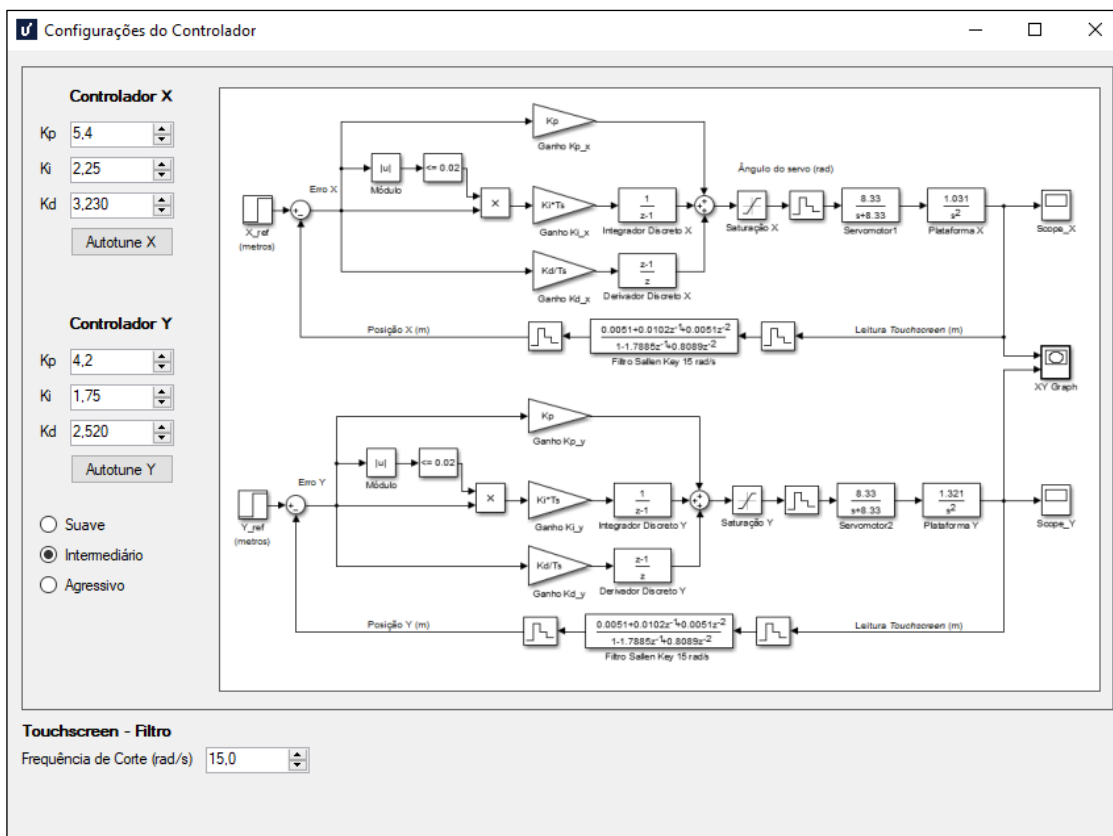
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 50 – Ajuste do ângulo de *offset* da plataforma

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para efetuar configurações do controlador PID da planta, é disponibilizada uma janela no menu configurações, que é exibida na Figura 51. É possível realizar o ajuste de cada parâmetro de controle individualmente, bem como iniciar o processo de sintonia automática para configurações de resposta suave, intermediária e agressiva. Também é possível ajustar a frequência de corte do filtro Sallen-Key aplicado ao sinal de realimentação do sistema.

Figura 51 – Tela de ajuste do controlador PID



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 4 ANÁLISE DE RESULTADOS

O desempenho da plataforma *ball and plate* desenvolvida foi avaliado a partir da comparação da resposta do modelo matemático, simulado em ambiente computacional, com a resposta real da planta. Foram avaliados os seguintes aspectos: resposta em malha aberta; resposta ao degrau para diferentes configurações do controlador; capacidade de seguir trajetórias; resposta em frequência do sistema; sintonia automática dos controladores.

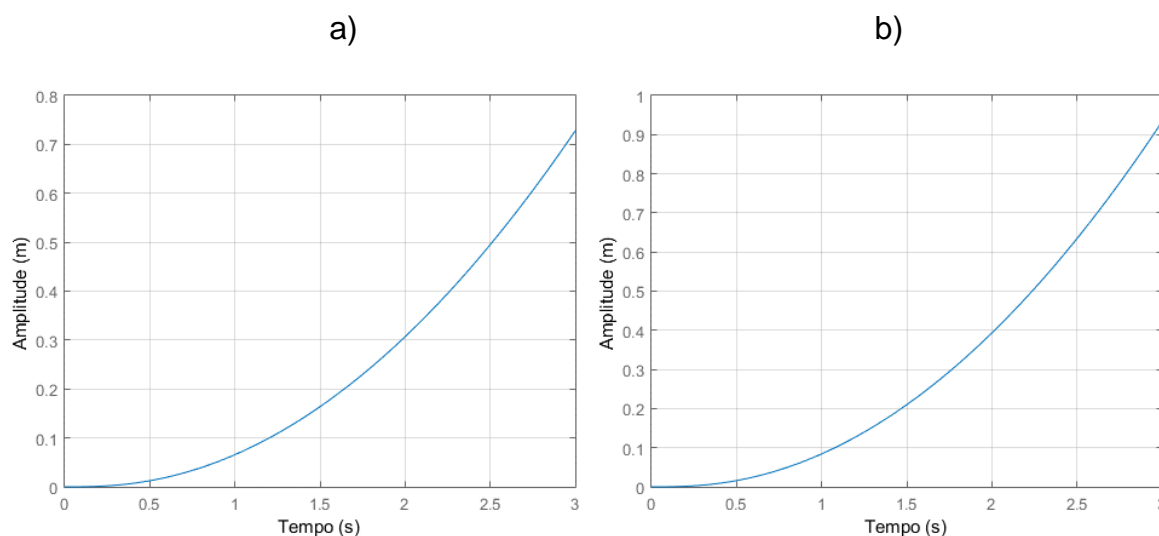
Os dados de simulação utilizados na análise foram obtidos através da ferramenta Simulink do *software* MATLAB. Para isso, foi importado o modelo matemático estimado na metodologia deste trabalho, presente no diagrama de blocos da Figura 46. As variáveis extraídas para a análise foram as posições ao longo dos dois eixos e o sinal de controle dos dois servomotores. Para a obtenção das respostas reais da planta, foi utilizada a própria ferramenta de supervisão desenvolvida. Os dados foram exportados para um arquivo de texto, onde foram congregados com os dados de simulação para a elaboração de gráficos e análises. A esfera utilizada nos testes é maciça, feita de aço cromo com 40 milímetros de diâmetro e 261 gramas de massa.

### 4.1 Resposta em Malha Aberta

O sistema *ball and plate*, em malha aberta, possui comportamento instável. Para qualquer ângulo fixo de inclinação da plataforma, a trajetória da esfera sobre o plano seguirá a trajetória de uma parábola, sofrendo aceleração proporcional ao ângulo de inclinação e à aceleração da gravidade. Como a área da plataforma é limitada, a esfera acaba tombando da placa.

Para verificação do comportamento sem nenhuma estrutura de controle aplicada ao protótipo, foi realizada a simulação em ambiente computacional da resposta em malha aberta para um ângulo de inclinação de  $10^\circ$  em cada um dos servomotores. A Figura 52 apresenta a resposta em malha aberta simulada.

Figura 52 – Resposta ao degrau em malha aberta nos eixos X (a) e Y (b) (10°)



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 4.2 Resposta a uma Entrada do Tipo Degrau

A avaliação da resposta do sistema de controle para uma entrada do tipo degrau foi realizada para as três configurações do controlador PID obtidas pelo método SIMC de sintonia (ganhos do Quadro 10). Foram aplicados degraus saindo da coordenada A (0 mm, 0 mm) para a coordenada B (80 mm, 80 mm) para cada uma das configurações do controlador.

A partir da resposta ao degrau é possível extrair alguns indicadores que caracterizam o regime transitório entre uma coordenada e outra. Os indicadores analisados foram os seguintes:

- Tempo de atraso: tempo para atingir 50% da distância final.
- Tempo de subida: tempo para cruzar o *setpoint* pela primeira vez.
- Tempo de pico: tempo para atingir o valor máximo da resposta.
- Sobressinal: relação entre o valor de pico atingido pelo valor do *setpoint*.
- Tempo de acomodação: tempo para as oscilações da saída permanecerem dentro de uma margem de  $\pm 5\%$  do valor da distância final.

O Quadro 11 apresenta um comparativo entre os indicadores reais, obtidos através de ensaios práticos, e os indicadores do modelo simulado em ambiente computacional. Observa-se que os tempos de atraso, de subida, de pico e sobressinal

reais se aproximam do que foi previsto pelo modelo matemático apresentado na metodologia. O tempo de acomodação apresentou uma pequena divergência da simulação, apresentando uma resposta mais amortecida para todos os casos reais. Esta discrepância pode estar relacionada a diversos fatores, como por exemplo não linearidades ou ângulo de *offset* da plataforma não nulo.

Quadro 11 – Indicadores de desempenho da resposta ao degrau

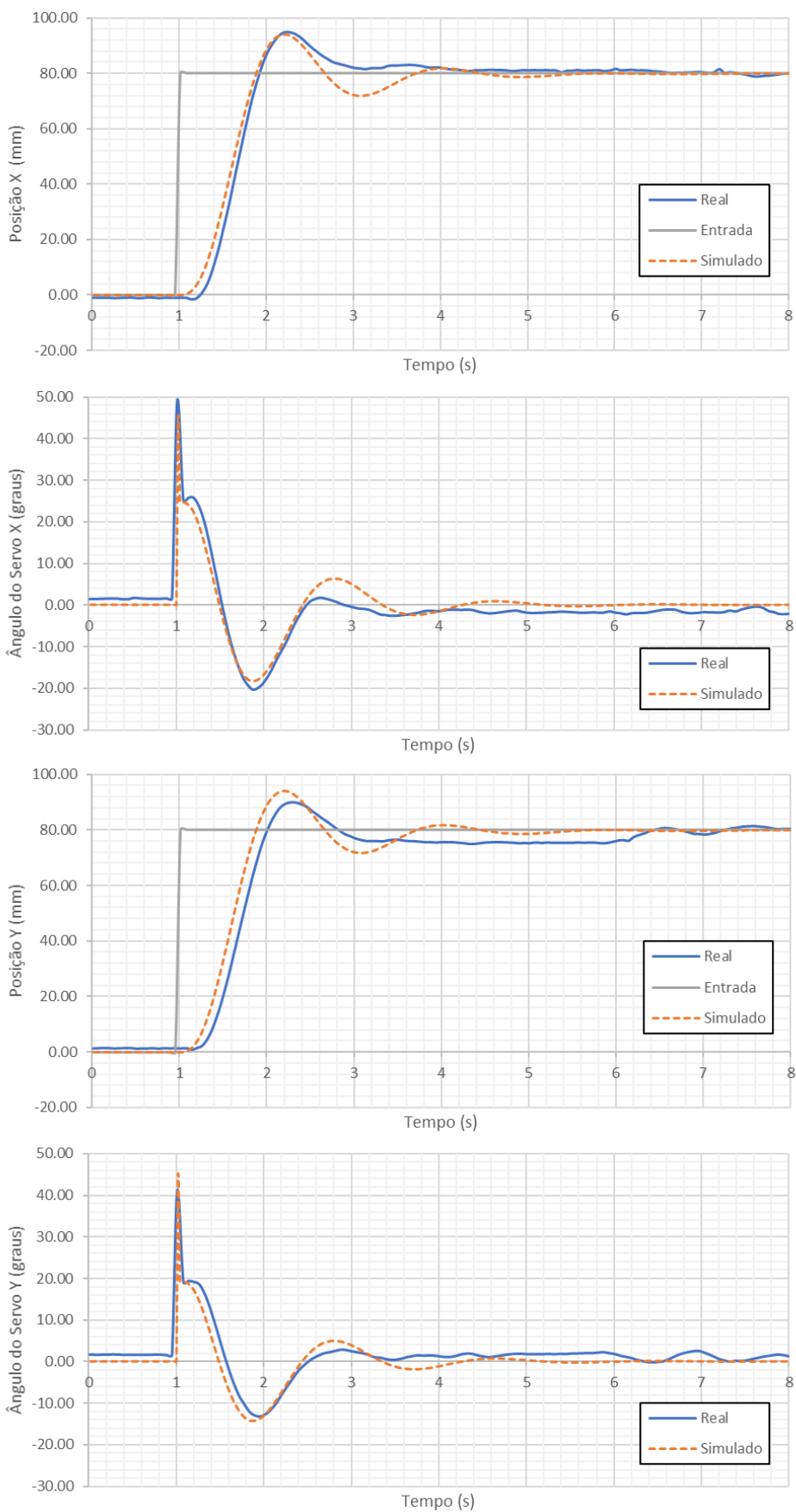
	Indicador	Real		Simulado	
		Eixo X	Eixo Y	Eixo X	Eixo Y
Agressivo	Tempo de Atraso (s)	0,63	0,67	0,56	0,55
	Tempo de Subida (s)	0,95	1,01	0,88	0,88
	Tempo de Pico (s)	1,26	1,33	1,2	1,2
	Sobressinal	1,18	1,12	1,18	1,18
	Tempo de Acomodação (s)	1,76	1,89	2,46	2,45
Intermediário	Tempo de Atraso (s)	0,78	0,75	0,72	0,72
	Tempo de Subida (s)	1,53	1,59	1,3	1,28
	Tempo de Pico (s)	2,09	2,22	1,68	1,64
	Sobressinal	1,09	1,08	1,08	1,08
	Tempo de Acomodação (s)	1,84	1,84	2,1	2,08
Suave	Tempo de Atraso (s)	1,26	1,1	0,9	0,88
	Tempo de Subida (s)	2,57	2,32	1,78	1,76
	Tempo de Pico (s)	2,89	2,95	2,28	2,28
	Sobressinal	1,02	1,08	1,06	1,06
	Tempo de Acomodação (s)	2,89	3,32	2,7	2,7

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 53 apresenta a resposta ao degrau do sistema para a configuração de resposta agressiva. São apresentados gráficos da posição e do sinal de controle em função do tempo para os eixos X e Y. Nos gráficos de posição, a linha contínua azul representa a posição real da esfera, a linha tracejada laranja representa a posição simulada da esfera e a linha contínua cinza representa o *setpoint* do sistema. Nos gráficos do sinal de controle, a linha contínua azul representa o ângulo real demandado para o servomotor e a linha tracejada laranja representa o ângulo simulado demandado para o servomotor.

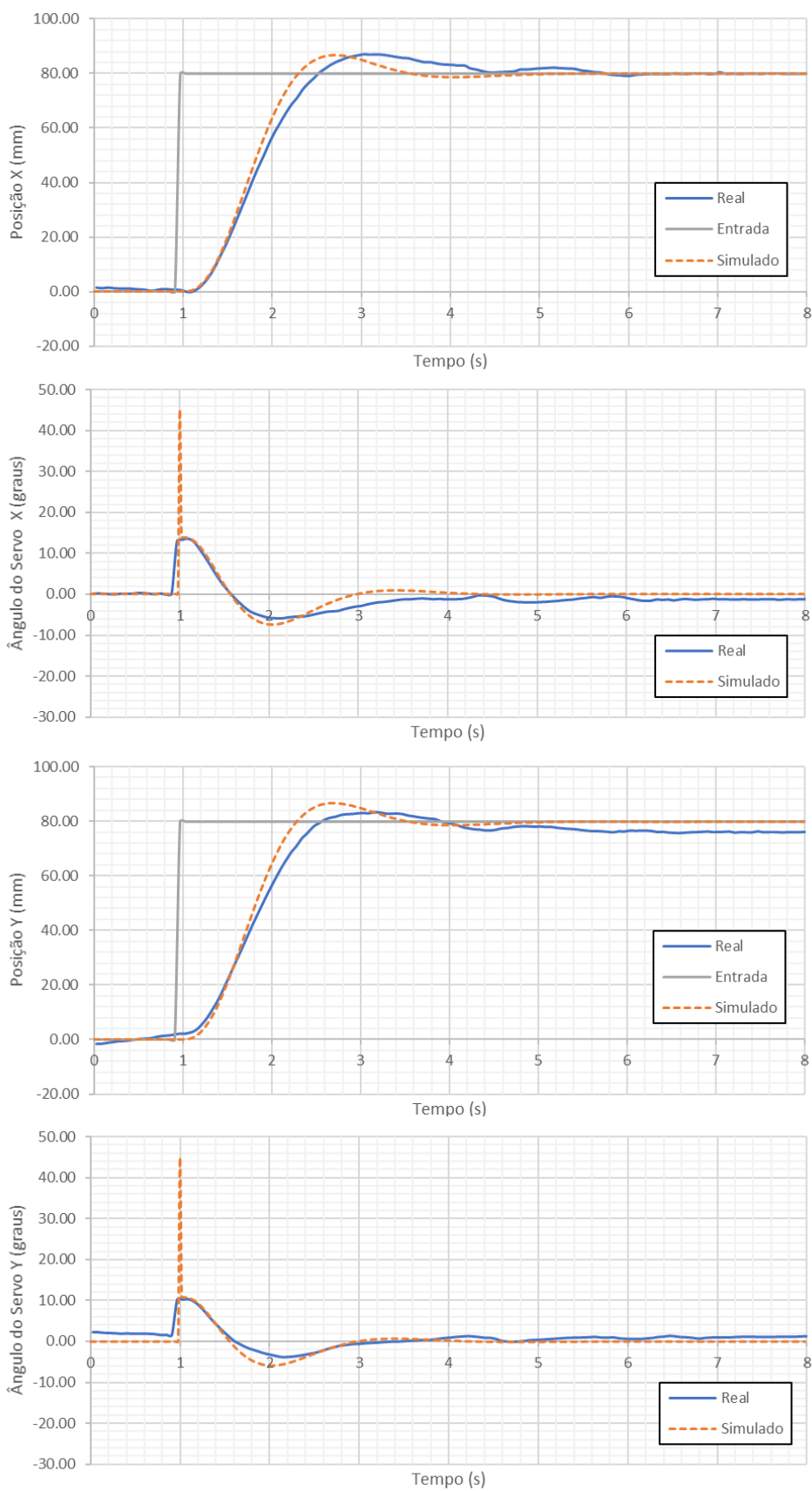
Da mesma forma, são disponibilizadas as respostas na configuração intermediária e suave, representadas pela Figura 54 e pela Figura 55, respectivamente.

Figura 53 – Resposta do sistema para configuração agressiva



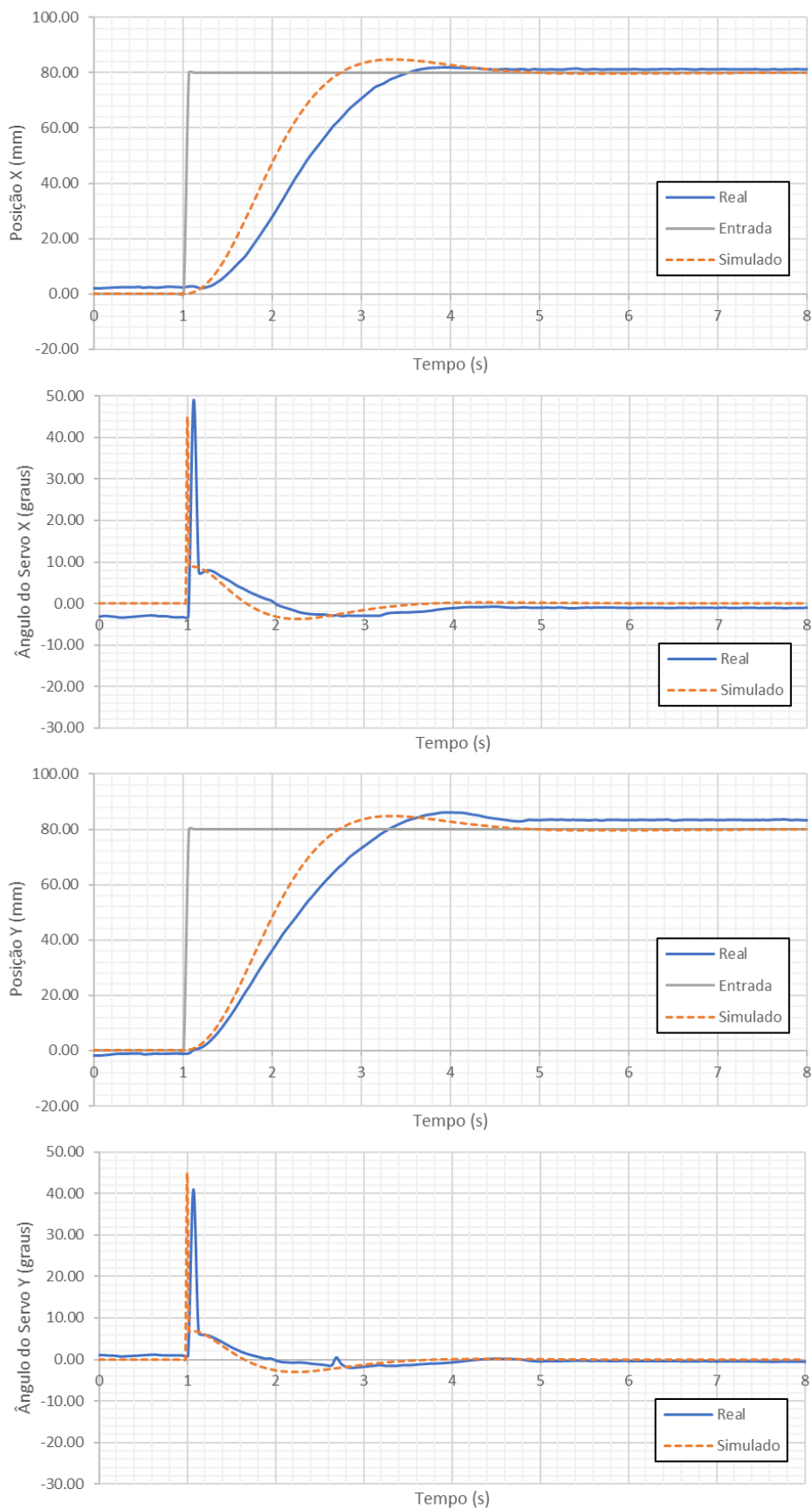
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 54 – Resposta do sistema para configuração intermediária



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 55 – Resposta do sistema para configuração suave



Fonte: Elaborado pelo autor.



### 4.3 Seguimento de Trajetórias

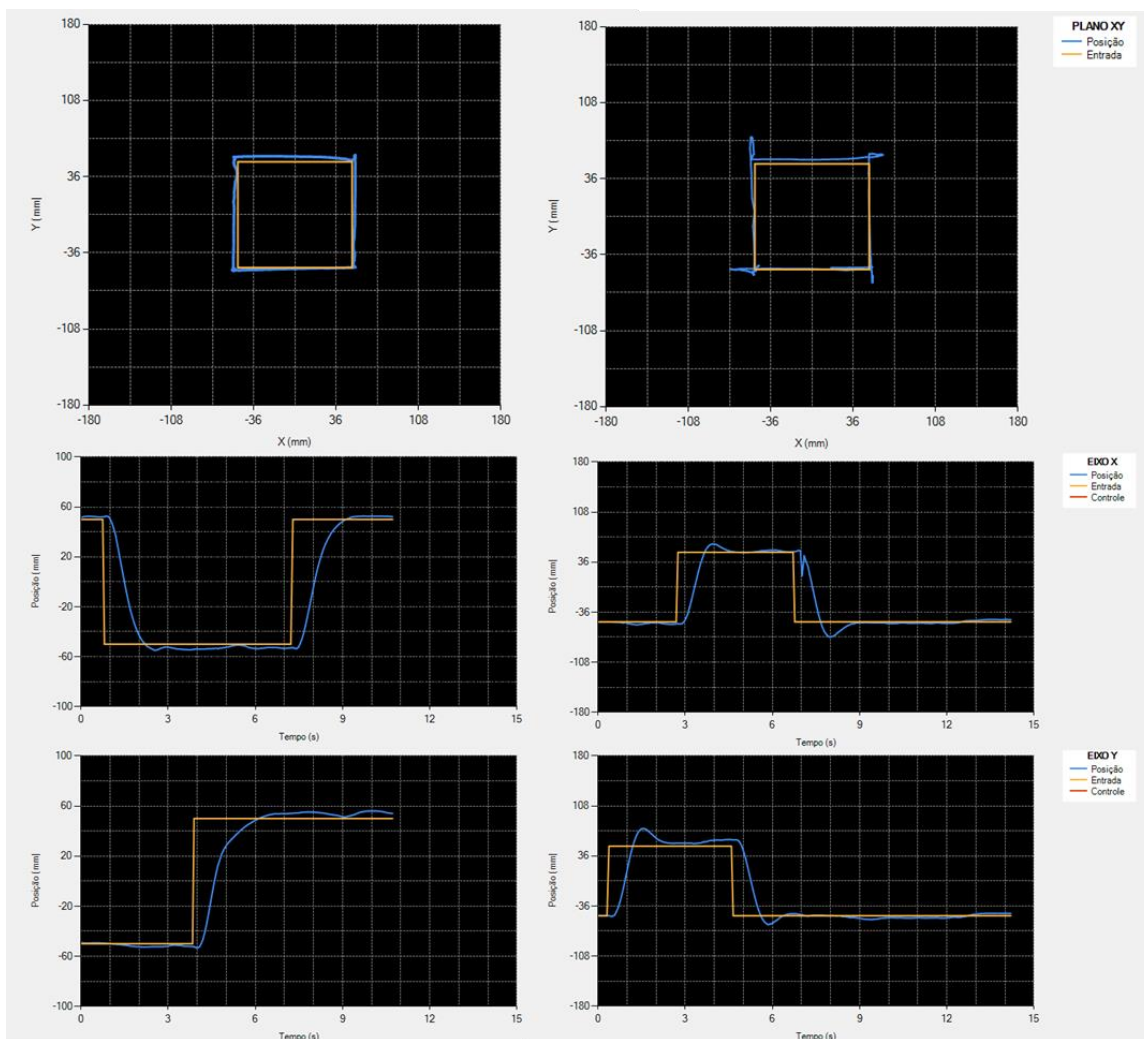
Para validar a capacidade do sistema de controle PID de realizar o seguimento de trajetórias no problema *ball and plate*, foram aplicados três tipos de sinais de referência móvel ao protótipo: trajetória retangular, trajetória circular e trajetória em formato de lemniscata. Os resultados destes testes são discutidos nesta seção.

#### 4.3.1 Trajetória Retangular

O rastreamento de trajetórias retangulares segue o comportamento das respostas ao degrau apresentadas anteriormente. Dependendo da seleção dos parâmetros do controlador PID, poderão ocorrer maiores sobressinais nas bordas da trajetória. Para formação da figura retangular no plano XY, foram executados quatro passos de 100 mm de comprimento em sequência.

A execução da trajetória retangular pode ser visualizada na Figura 56, onde os gráficos em tempo real foram extraídos diretamente do sistema supervisório desenvolvido. Ao lado esquerdo da figura é apresentada a trajetória com o controlador PID em configuração de resposta intermediária, e ao lado direito é utilizado o controlador em configuração de resposta agressiva.

Figura 56 – Trajetórias retangulares aplicadas ao protótipo



Fonte: Elaborado pelo autor.

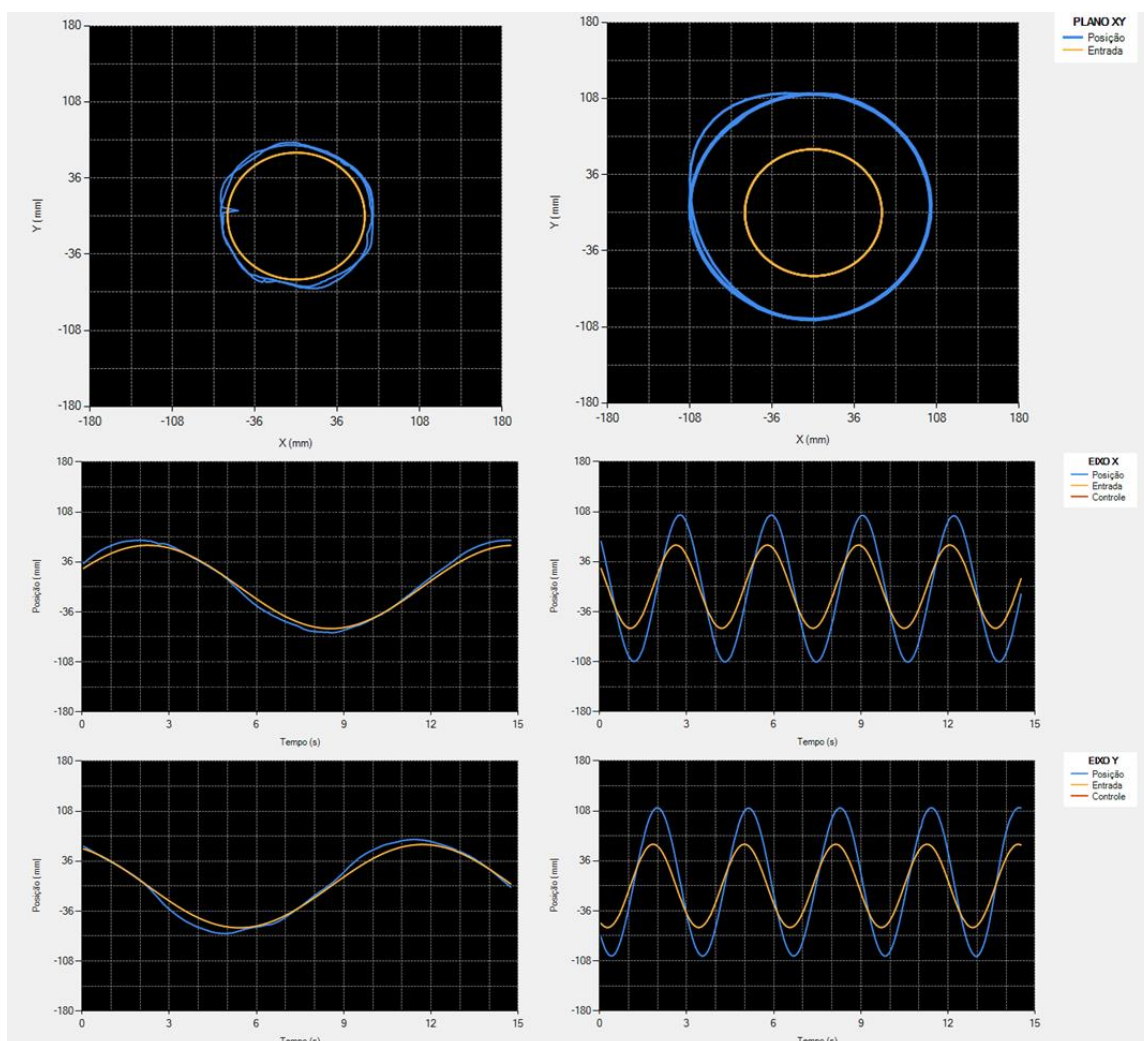
#### 4.3.2 Trajetória Circular

A aplicação de trajetórias circulares para sinal de referência se dá pela aplicação de sinais senoidais defasados de  $90^\circ$  entre si nos eixos X e Y. A amplitude e a frequência da circunferência são definidas pelo usuário no sistema supervisor. O sistema de equações (86) define os sinais de entrada dos controladores PID, onde  $A$  é a amplitude ou raio da esfera e  $\omega$  é a frequência em radianos por segundo.

$$\begin{cases} X_{ref} = A \cdot \sin(\omega t) \\ Y_{ref} = A \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (86)$$

O diâmetro da circunferência da trajetória da esfera depende da frequência da trajetória. Para baixas frequências, a magnitude observada é semelhante ao estabelecido pelo *setpoint*. Conforme ocorre o aumento da frequência, a magnitude da saída cresce até que volta a cair novamente. Este comportamento é mais bem detalhado na seção “Resposta em Frequência” da análise de resultados. A Figura 57 ilustra a trajetória circular da esfera para frequências de 0,5 rad/s (gráficos do lado esquerdo) e 2 rad/s (gráficos do lado direito), utilizando o PID no modo agressivo.

Figura 57 – Trajetórias circulares aplicadas ao protótipo



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.3 Trajetória em Formato de Lemniscata

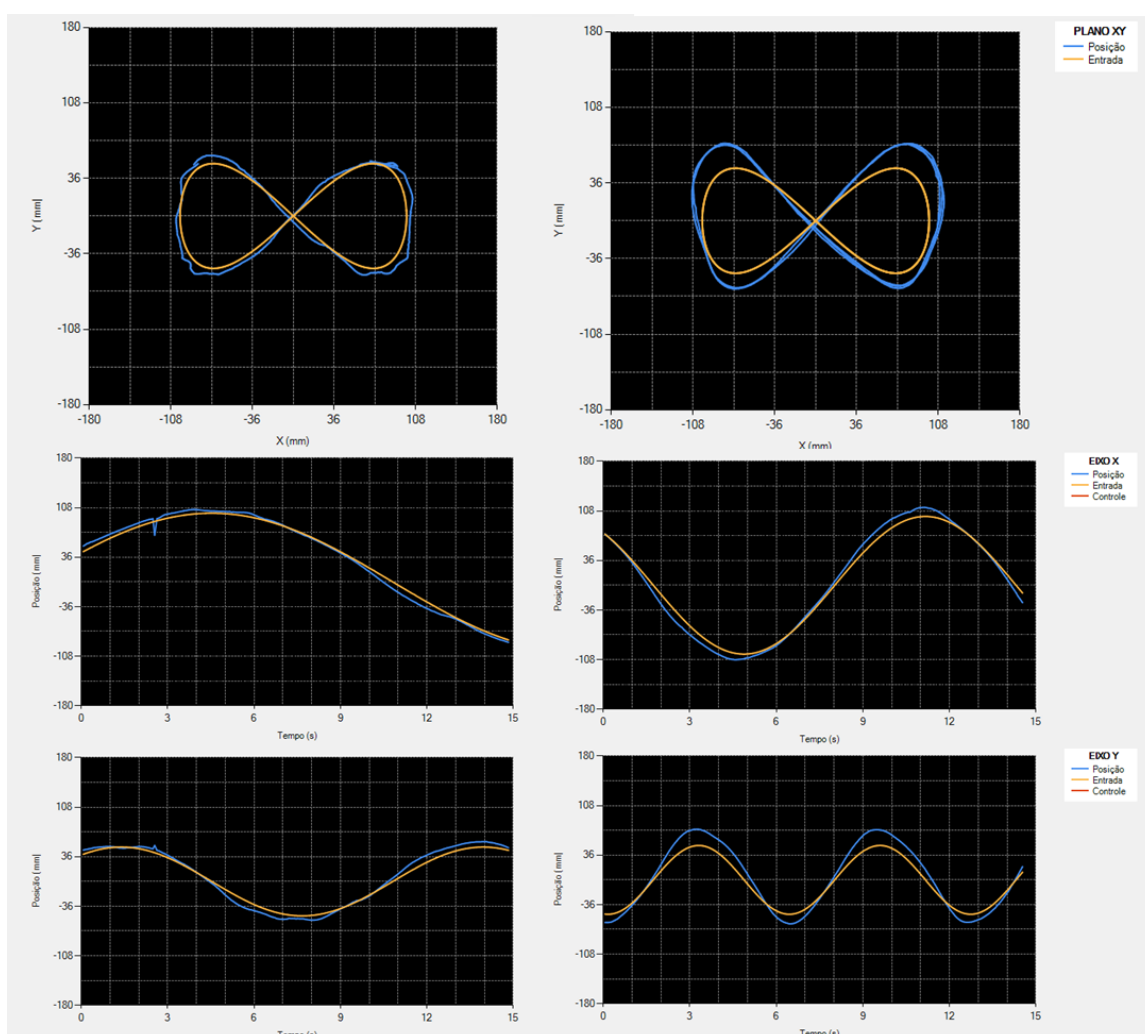
A trajetória em formato de Lemniscata é construída de forma semelhante à trajetória em formato circular, utilizando trajetórias senoidais nos eixos X e Y. No

entanto, para o caso da Lemniscata, a frequência de um dos eixos deve ser o dobro da frequência do outro e a fase entre os sinais é nula. Neste trabalho, a frequência no eixo Y é o dobro da frequência do eixo X, obtendo-se, então, uma Lemniscata no sentido horizontal. A amplitude para o eixo Y é a metade da amplitude configurada pelo usuário. O sistema de equações (87) descreve a dinâmica do sinal de referência.

$$\begin{cases} X_{ref} = A \cdot \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) \\ Y_{ref} = \frac{A}{2} \cdot \sin(\omega t) \end{cases} \quad (87)$$

Na Figura 58 é possível observar as trajetórias para uma frequência selecionada de 0,5 rad/s (gráficos do lado esquerdo) e 1 rad/s (gráficos do lado direito). Neste teste os controladores PID foram configurados em modo agressivo.

Figura 58 – Trajetórias em formato de Lemniscata aplicadas ao protótipo



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4 Resposta em Frequência

A análise do comportamento da planta para diferentes frequências de operação foi realizada através da comparação da resposta em frequência do modelo matemático com a resposta em frequência real. O Diagrama de Bode teórico foi obtido através de simulação computacional, utilizando o *software* MATLAB. Para a obtenção da resposta em frequência real, foram realizados ensaios aplicando trajetórias senoidais com diferentes frequências de operação.

A partir da observação da posição da esfera em função do tempo, foi possível estimar dados de magnitude e fase. Tanto a análise teórica quanto a análise prática foram realizadas apenas para o eixo X, sendo o eixo Y análogo. A Tabela 2 contém os dados do ensaio prático realizado para obtenção da resposta em frequência. Os parâmetros do controlador PID utilizados neste teste foram os parâmetros para resposta agressiva.

Na prática, a frequência máxima de operação da plataforma é de aproximadamente 6 rad/s. Para frequências maiores, os servomotores não conseguem realizar movimentações a tempo de produzir um movimento senoidal na esfera, dificultando a análise de magnitude e fase.

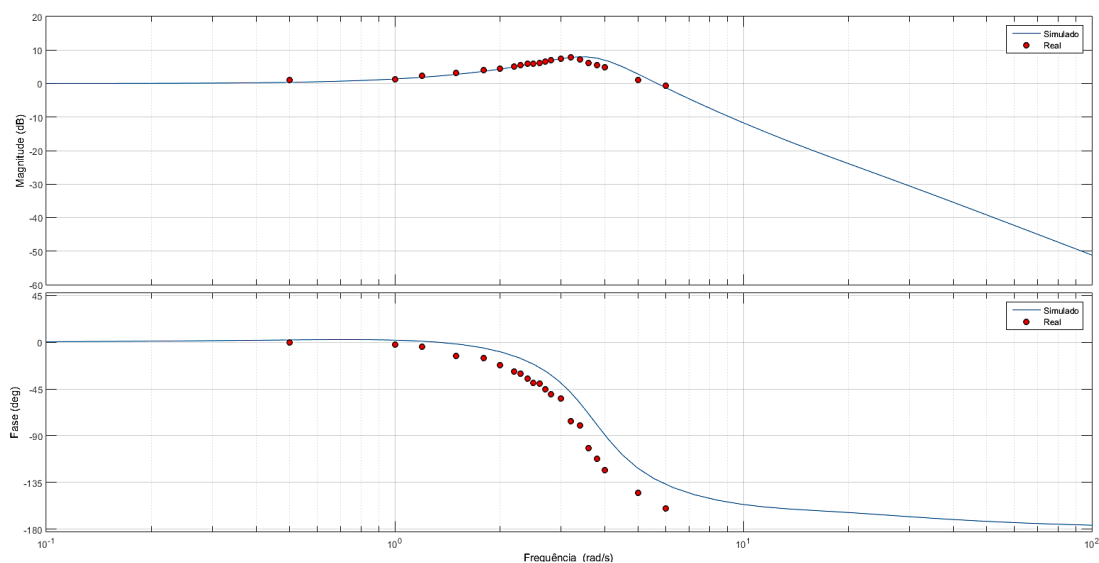
Inserindo os pontos obtidos através do ensaio prático no Diagrama de Bode da resposta em frequência teórica, é possível realizar a comparação entre as duas respostas. Esta comparação é apresentada na Figura 59.

Tabela 2 – Medidas do ensaio de resposta em frequência

Frequência (rad/s)	Magnitude (dB)	Fase (graus)
0,5	1,09	0
1	1,34	-2
1,2	2,28	-4,5
1,5	3,13	-13
1,8	4,08	-15
2	4,61	-22
2,2	5,11	-28
2,3	5,58	-30
2,4	5,95	-35
2,5	6,02	-39
2,6	6,16	-40
2,7	6,58	-45
2,8	7,04	-50
3	7,36	-54
3,2	7,84	-76
3,4	7,11	-80
3,6	6,24	-103
3,8	5,58	-112,5
4	4,78	-123
5	1,09	-145
6	-0,60	-160

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 59 – Resposta em frequência do protótipo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que os pontos reais coincidem com a resposta teórica, havendo uma pequena diferença observada principalmente na resposta de fase entre entrada e saída. Na prática, há uma saturação do ângulo do servomotor em  $\pm 45^\circ$  que não foi considerada na obtenção da resposta em frequência teórica. Além desta diferença, não linearidades como folgas mecânicas também podem interferir na resposta em frequência real do protótipo.

#### 4.5 Análise da Sintonia Automática

Com o objetivo de avaliar a eficácia do método de auto sintonia proposto, foram executadas repetitivas rotinas de *autotuning*, totalizando 150 ensaios para cada um dos dois eixos. O ensaio consiste na estimação dos dados de atraso de transporte e ganho da planta através da análise de dois pontos da resposta em malha aberta, permitindo a determinação dos ganhos de cada controlador através do método SIMC de sintonia.

A síntese dos dados do ensaio para o eixo X é apresentada no Quadro 12, enquanto os dados para o eixo Y são apresentados no Quadro 13. São extraídos os dados de média e desvio padrão das 150 medidas para os ganhos do controlador em modo agressivo, intermediário e suave, além dos valores do atraso de transporte e ganho estático da planta.

Quadro 12 – Sintonia automática para o controlador do eixo X

Configuração	Ganho	Média	Desvio Padrão
Agressivo	Kp	5,32	0,93
	Ki	2,07	0,54
	Kd	3,44	0,34
Intermediário	Kp	2,99	0,52
	Ki	0,87	0,23
	Kd	2,58	0,26
Suave	Kp	1,91	0,34
	Ki	0,45	0,12
	Kd	2,06	0,20
Atraso de transporte (s)		0,22	0,01
Ganho da planta		0,90	0,03

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 13 - Sintonia automática para o controlador do eixo Y

Configuração	Ganho	Média	Desvio Padrão
Agressivo	Kp	4,72	1,12
	Ki	2,00	0,67
	Kd	2,81	0,41
Intermediário	Kp	2,65	0,63
	Ki	0,84	0,28
	Kd	2,10	0,31
Suave	Kp	1,70	0,40
	Ki	0,43	0,14
	Kd	1,68	0,24
Atraso de transporte (s)		0,20	0,02
Ganho da planta		1,19	0,09

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observa-se que o método proposto para a determinação do atraso de transporte e ganho da planta é funcional para o problema *ball and plate*. No entanto, há uma grande limitação no sentido de que uma pequena variação do atraso de transporte medido provoca uma grande variação nos ganhos do controlador estimados pelo método SIMC. Os melhores resultados são obtidos quando a esfera inicia a movimentação em repouso total, o que melhora bastante a estimação do atraso de transporte. Outra limitação do método é a operação em malha aberta, o que não é recomendado para uma grande variedade de sistemas por levar a planta a um regime instável, que é o caso da plataforma construída.

Apesar das limitações do método, é possível obter uma estimativa inicial para os ganhos dos controladores PID, o que é muito útil caso a dinâmica do sistema seja desconhecida.



## 5 CONCLUSÕES

A construção de uma plataforma *ball and plate* com dois graus de liberdade engloba a utilização de conceitos de diversas áreas do conhecimento. Além da concepção mecânica do protótipo, foram realizados o projeto e implementação de um sistema de controle embarcado e o desenvolvimento de um sistema supervisor. A estrutura de controle utilizada foi a de um controlador PID discreto com possibilidade de sintonia automática pelo método SIMC.

Na fundamentação teórica, foi realizada uma revisão bibliográfica das possibilidades de utilização de atuadores, sensores e sistemas de controle embarcados. Também foi realizado um estudo sobre controladores PID, métodos de sintonia analíticos e automáticos, e uma breve apresentação de trabalhos acadêmicos e de plataformas comerciais.

A partir da especificação dos componentes utilizados no protótipo, foi realizado o projeto mecânico e fabricação de peças especiais para a montagem da plataforma. Após a conclusão do projeto mecânico, foi realizada a modelagem matemática e física do conjunto desenvolvido. A etapa de modelagem englobou a análise física do problema e ensaios para a aproximação da função de transferência dos servomotores utilizados como atuadores.

Uma das funções do *software* de controle embarcado consiste em realizar a leitura do *touchscreen* resistivo para determinação da posição da esfera sobre o plano. Verificou-se a necessidade da utilização de um procedimento de calibração para correção de desalinhamentos mecânicos na montagem do *touchscreen*, bem como a utilização de um filtro digital passa-baixa para eliminação de ruídos na malha de realimentação do controlador. Os ruídos afetam bastante o sinal de controle, principalmente o termo derivativo do controlador, causando trepidações nos atuadores.

Os controladores PID implementados foram sintonizados pelo método SIMC de sintonia, gerando configurações para respostas agressiva, intermediária e suave. Para o sistema *ball and plate*, foi constatado que a configuração agressiva apresenta melhor desempenho tanto para rejeição de distúrbios quanto para mudanças de referência, visto que a resposta do atuador deve ser rápida suficiente a ponto de a esfera não tombar da plataforma.

Em comparação com o modelo teórico estimado, a resposta prática da plataforma para mudanças de referência e em termos de resposta em frequência foi considerada bastante semelhante à resposta obtida em simulação computacional, uma vez que as curvas e indicadores de desempenho práticos obtidos se assemelham às curvas e indicadores simulados, o que comprova que o procedimento de modelagem utilizado é adequado para representar a dinâmica da planta. Pequenas diferenças entre o modelo teórico e a resposta prática podem ter origem em não linearidades como folgas mecânicas, erros de aproximação e saturação dos atuadores.

O método de sintonia automática implementado consiste na determinação do atraso de transporte e ganho da planta através da resposta em malha aberta. A obtenção destes dois parâmetros permite a utilização do método SIMC para determinação dos ganhos do controlador. O método utilizado funciona, no entanto, conforme apresentado na análise de resultados, ele apresenta grande suscetibilidade a variações na determinação do atraso de transporte, o que aumenta a amplitude dos ganhos estimados em ensaios subsequentes. Além disso, a desvantagem principal é a sintonia realizada através da resposta em malha aberta, o que coloca a planta em um regime de operação instável.

Os resultados obtidos com a implementação da plataforma *ball and plate* foram considerados satisfatórios, sendo que todos os objetivos estabelecidos para o trabalho foram atingidos com êxito e a metodologia utilizada permitiu um bom funcionamento do protótipo. Como principal resultado do desenvolvimento deste projeto, é disponibilizada uma planta para uso didático e educacional, que além de poder ser utilizada para o estudo de sistemas de controle, pode ser utilizada em outros projetos de pesquisa por outros estudantes. A utilização de uma planta didática controlável do tipo *ball and plate* envolve a aplicação de conceitos de diversas áreas de forma prática, o que permite que os estudantes que estão realizando os primeiros contatos com a engenharia de controle adquiram experiência em aplicações reais, promovendo um aprendizado consistente e motivador. Por fim, o custo total em materiais para implementação do protótipo foi de R\$ 766,80, valor equivalente à cerca de 3,87% de uma plataforma comercial orçada no início deste projeto, caracterizando o trabalho como uma solução de baixo custo com praticamente as mesmas funcionalidades de um dispositivo comercial.

## 5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

O desenvolvimento deste trabalho abre um leque de possibilidades para a execução de novos projetos. Algumas sugestões de trabalhos futuros são as seguintes:

- a) Estudo de técnicas de sintonia automática baseadas em algoritmos inteligentes, aplicadas a um sistema *ball and plate*.
- b) Aplicação de técnicas de controle moderno, como LQG e LQR.
- c) Aplicação de técnicas de controle não linear, como modos deslizantes.
- d) Estudo e Aplicação de técnicas de sintonia automática baseadas em ciclos limites.
- e) Desenvolvimento de um sistema supervisor ou de controle em LabVIEW ou Simulink.
- f) Aplicação de sensores para correção automática do ângulo de *offset* da plataforma.

## REFERÊNCIAS

- ACROME. **Ball Balancing Table: User Manual**. Istanbul: ACROME, 2014.
- ARDUINO. **Arduino Due**. Disponível em: <<https://store.arduino.cc/usa/due>>. Acesso em: 24 set. 2020.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. **Automatica**, v. 20, n. 5, p. 645–651, 1984.
- ATMEL. **AVR341: Four and five-wire Touch Screen Controller**. Disponível em: <<http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/doc8091.pdf>>. Acesso em: 13 jul. 2020.
- BHALLA, M. R.; BHALLA, A. V. Comparative study of various touchscreen technologies. **International Journal of Computer Applications**, v. 6, n. 8, p. 12–18, 2010.
- BOBÁL, V. et al. **Digital self-tuning controllers: algorithmus, implementation and applications**. 1. ed. Londres: Springer, 2005.
- CARRARA, V. **Introdução à Robótica Industrial**. Disponível em: <<http://mtc-m21b.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/08.25.14.16/doc/publicacao.pdf>>. Acesso em: 27 set. 2019.
- COLOGNI, M. A. **Estudo e avaliação de metodologias de auto-sintonia de controladores pid visando uma implementação em controlador industrial**. [s.l.] Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- DEWESOFT. **PID Control**. Disponível em: <<https://training.dewesoft.com/online/course/pid-control#the-role-of-the-controller-gains-kp-kd-ki>>. Acesso em: 10 out. 2019.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle modernos**. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- DOWNS, R. Using resistive touch screens for human/machine interface. **Analog Applications Journal Q**, v. 3, p. 5–9, 2005.
- DSSERVO TECHNOLOGY. **DS3218 Product Datasheet**. Disponível em: <[http://dsservo.com/en/d\\_file/DS3218\\_datasheet.pdf](http://dsservo.com/en/d_file/DS3218_datasheet.pdf)>. Acesso em: 17 out. 2019.
- ELECTRONICS HUB. **Servo Motor - Types and Working Principle**. Disponível em: <<https://www.electronicshub.org/servo-motors/>>. Acesso em: 27 set. 2019.
- FANG, W.; CHANG, T. Calibration in Touch-screen Systems. **Analog Application Journal. sl: Texas Instruments ...**, p. 5–9, 2007.
- GEROMEL, J. C.; KOROGUI, R. H. **Controle linear de sistemas dinâmicos: teoria, ensaios práticos e exercícios**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2011.

GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Optimal PID control of double integrating processes. **11th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems**, v. 3, p. 127–132, 2016.

GROOVER, M. **Automação Industrial e Sistemas de Manufatura**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

KER, C. C.; LIN, C. E.; WANG, R. T. Tracking and balance control of ball and plate system. **Journal of the Chinese Institute of Engineers, Transactions of the Chinese Institute of Engineers, Series A/Chung-kuo Kung Ch'eng Hsueh K'an**, v. 30, n. 3, p. 459–470, 2007.

MATHWORKS. **Arduino Support from MATLAB**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html>>. Acesso em: 4 out. 2019a.

MATHWORKS. **STM32 Embedded Target for MATLAB and Simulink**. Disponível em: <[https://www.mathworks.com/products/connections/product\\_detail/stm32-embedded-target.html](https://www.mathworks.com/products/connections/product_detail/stm32-embedded-target.html)>. Acesso em: 7 out. 2019b.

NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

NXP SEMICONDUCTORS. **AN10675 - Interfacing 4-wire and 5-wire resistive touchscreens to the LPC247x**. Disponível em: <<https://www.nxp.com/docs/en/application-note/AN10675.pdf>>. Acesso em: 12 set. 2019.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PINHEIRO, C. A. M.; MACHADO, J. B.; FERREIRA, L. H. DE C. **Sistemas de controle digitais e processamento de sinais: projetos, simulações e experiências de laboratório**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2017.

QUANSER INC. **2 DOF Ball Balancer Workbook**. Disponível em: <<https://www.made-for-science.com/de/quanser/?df=made-for-science-quanser-2-dof-ball-balancer-coursewarestud-matlab.pdf>>. Acesso em: 14 set. 2019.

SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. **Journal of Process Control**, v. 13, n. 1, p. 291–309, 2003.

SPACEK, L. et al. Ball & Plate model for robotic system. **Proceedings - European Council for Modelling and Simulation, ECMS**, p. 226–231, 2018.

STMICROELECTRONICS. **STM32 Nucleo-64 boards**. Disponível em: <[https://www.st.com/resource/en/data\\_brief/nucleo-f334r8.pdf](https://www.st.com/resource/en/data_brief/nucleo-f334r8.pdf)>. Acesso em: 6 out. 2019a.

STMICROELECTRONICS. **STM32F334R8**. Disponível em: <<https://www.st.com/en/microcontrollers-microprocessors/stm32f334r8.html>>. Acesso em: 6 out. 2019b.

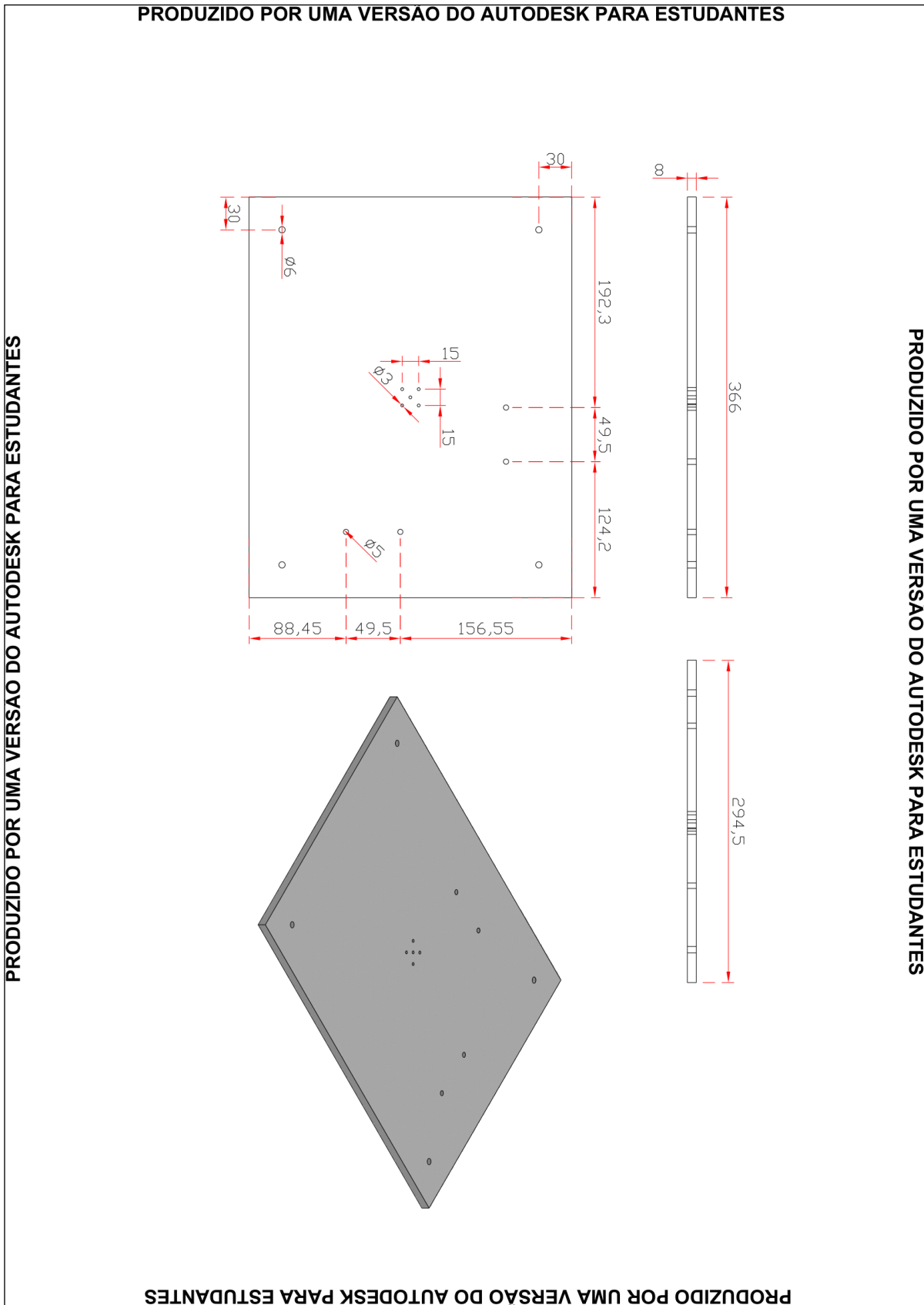
SUMEGA, M. et al. Simulation and experimental study of ball position control at biaxial platform using state space approach. **Communications - Scientific Letters of the University of Zilina**, v. 20, n. 1, p. 47–54, 2018.

TAN, K. K.; LEE, T. H.; JIANG, X. Robust on-line relay automatic tuning of PID control systems. **ISA Transactions**, v. 39, n. 2, p. 219–232, 2000.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. **InTech**, v. 42, n. 6, p. 94–100, 1942.

ZÖLZER, U. **DAFX - Digital Audio Effects**. 1. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2002.

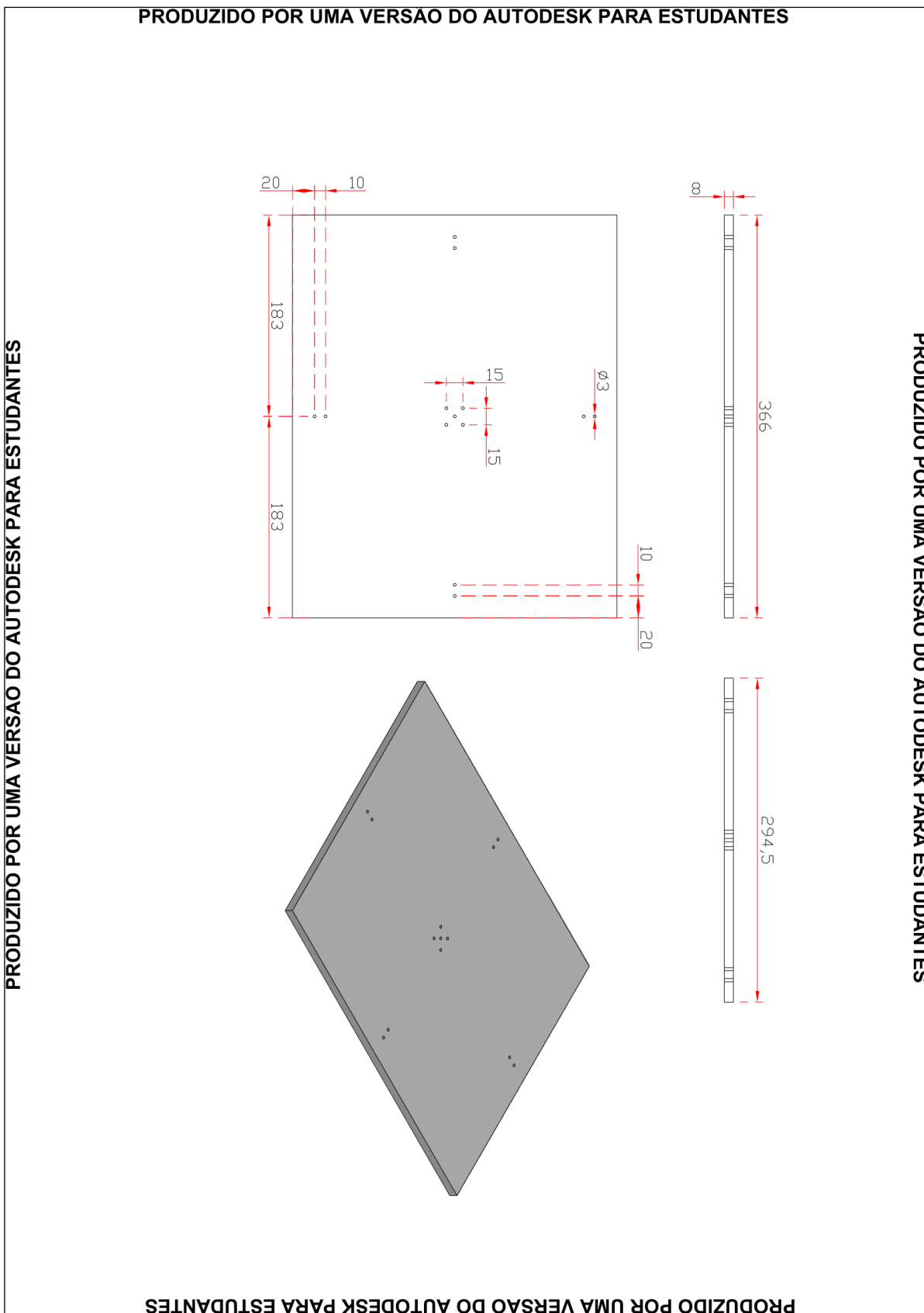
### APÊNDICE A – DESENHO TÉCNICO DA BASE INFERIOR



PRODUZIDO POR UMA VERSÃO DO AUTODESK PARA ESTUDANTES

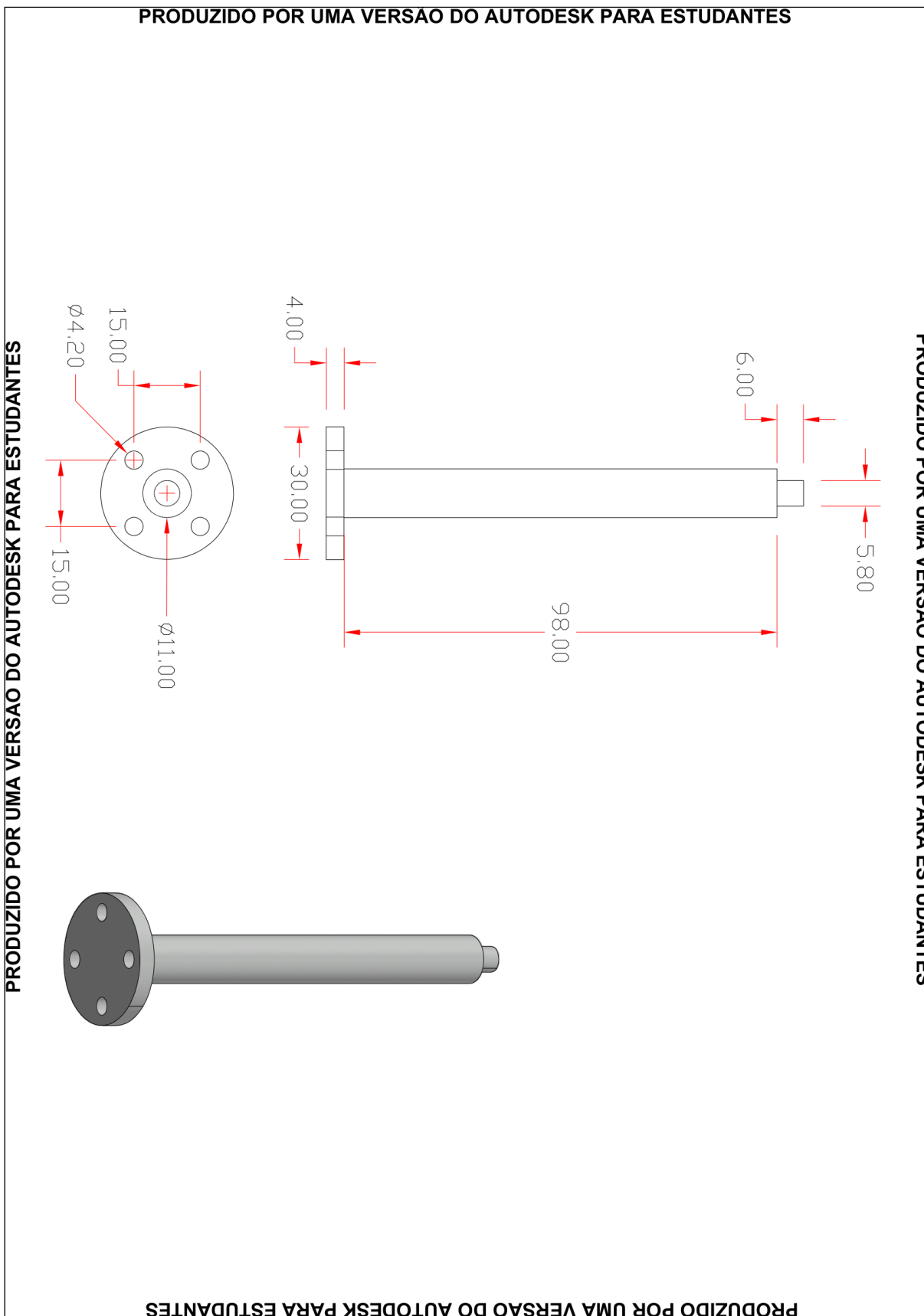
PRODUZIDO POR UMA VERSÃO DO AUTODESK PARA ESTUDANTES

### APÊNDICE B – DESENHO TÉCNICO DA BASE SUPERIOR

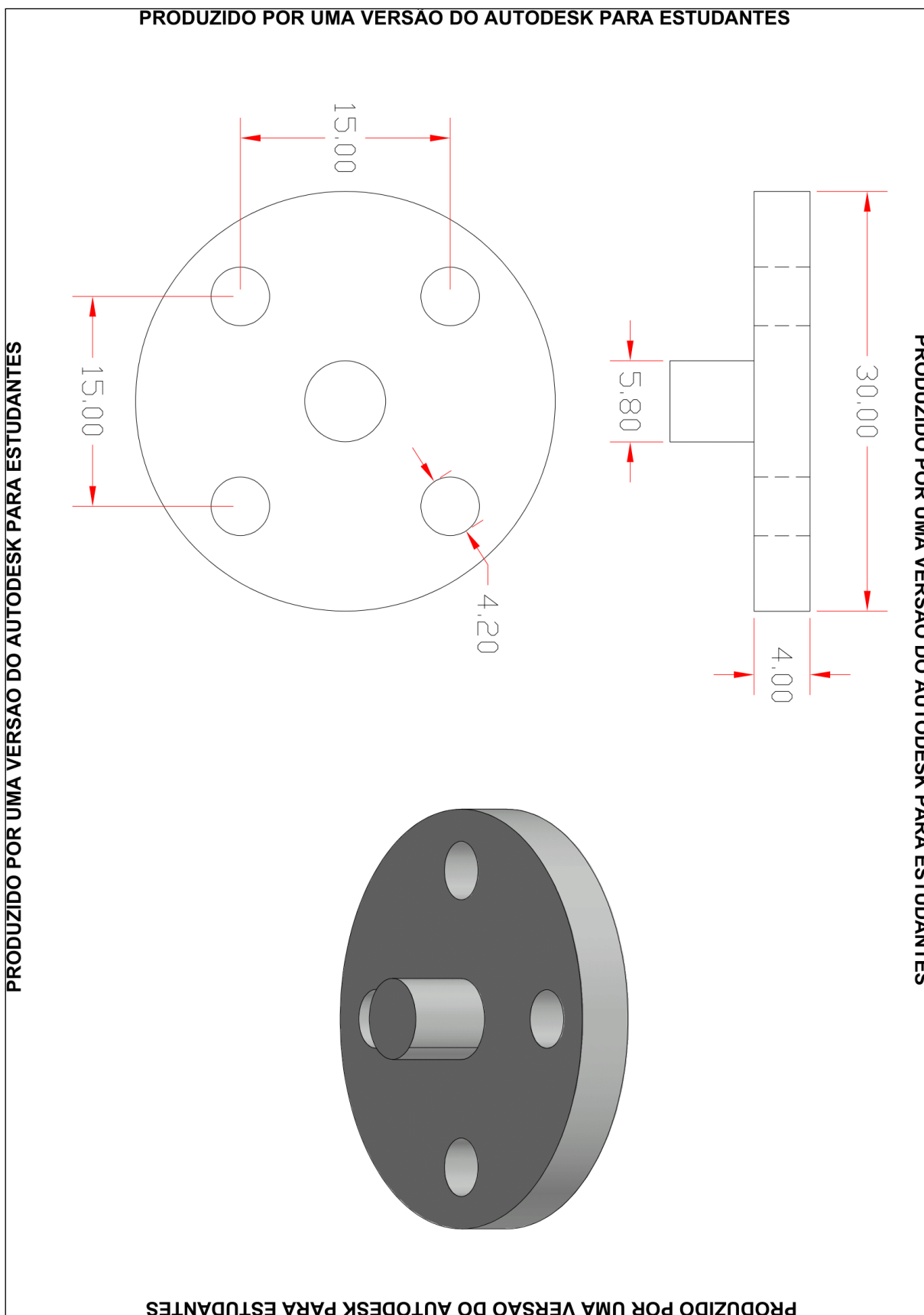




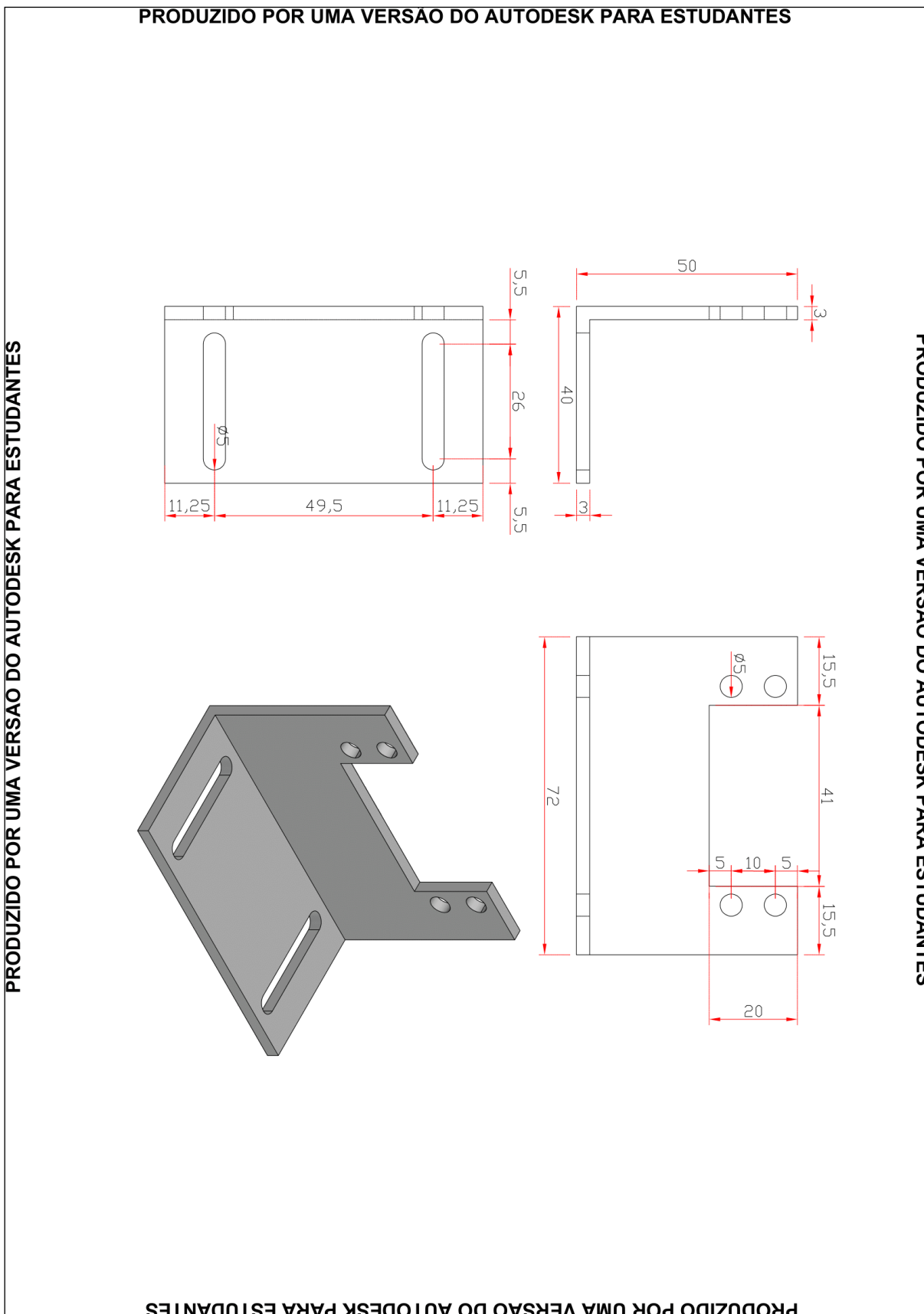
### APÊNDICE C – DESENHO TÉCNICO DO EIXO CENTRAL INFERIOR



## APÊNDICE D – DESENHO TÉCNICO DO EIXO CENTRAL SUPERIOR



APÊNDICE E – DESENHO TÉCNICO DO SUPORTE DOS SERVOMOTORES



**APÊNDICE F – TABELA DE CUSTO DOS MATERIAIS**

<b>Item</b>	<b>Qtde</b>	<b>Valor unitário</b>	<b>Valor Total</b>
Chapa Acrílica Personalizada	2	R\$ 100,00	R\$ 200,00
Servomotor DS3218	2	R\$ 62,04	R\$ 124,08
Hastes servomotor	2	R\$ 10,63	R\$ 21,25
Junta universal	5	R\$ 4,34	R\$ 21,69
Touchscreen TT-1701-RGH-4W-T3	1	R\$ 143,99	R\$ 143,99
Alumínio Bruto	1	R\$ 20,00	R\$ 20,00
Arduino Due	1	R\$ 167,93	R\$ 167,93
Suporte Servo Motor	2	R\$ 8,88	R\$ 17,76
Parafusos e porcas Diversos	1	R\$ 10,10	R\$ 10,10
Serviço de Usinagem	1	R\$ 40,00	R\$ 40,00
<b>TOTAL</b>			<b>R\$ 766,80</b>