

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS – UNISINOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS
NÍVEL MESTRADO

Guilherme Kirch

**UM TESTE EMPÍRICO PARA O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS DE
CAPITAL BASEADO NO CONSUMO (CCAPM) NA AMÉRICA LATINA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade do Vale do Rio dos Sinos, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências Contábeis.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Renato Soares Terra

Co-Orientador: Prof. Dr. Tiago Wickstrom Alves

São Leopoldo

2006

Dissertação “Um teste empírico para o modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) na América Latina”, apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis – Nível Mestrado da Universidade do Vale do Rio dos Sinos pelo aluno Guilherme Kirch, e aprovada em 29 de março de 2006, pela Banca Examinadora.

Prof. Dr. Paulo Renato Soares Terra (Orientador)
Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS)

Visto e permitida a impressão

São Leopoldo, ____/____/____.

Prof. Dr. Ernani Ott
Coordenador do PPG em Ciências Contábeis

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a DEUS, pelo dom da vida.

Ao orientador, Dr. Paulo Renato Soares Terra, pelos valiosos ensinamentos e incentivo incondicional em todos os momentos. Fico grato também pela paciência a mim dedicada, pelas orientações nos primeiros passos da docência, pelos conselhos durante a jornada de estudos, pela confiança em mim depositada, pela amizade e companheirismo, pela preocupação com os próximos passos de minha vida acadêmica e pelas lições de vida. Espero que possamos continuar trabalhando e convivendo juntos em novos projetos.

Ao co-orientador, Dr. Tiago Wickstrom Alves, pela paciência e imensuráveis contribuições à pesquisa. Agradeço também pelos conselhos e estímulo ao longo desta caminhada, pelas horas de conversa (momentos valiosos para mim), pela preocupação com meu futuro acadêmico e pelas lições de vida. Espero que possamos manter este relacionamento e realizar novos projetos em parceria

Ao coordenador do PPG em Ciências Contábeis, Dr. Ernani Ott, pela confiança em mim depositada e pela dedicação e disposição em oferecer um curso de qualidade ímpar.

Aos demais professores do Mestrado em Ciências Contábeis, que comigo compartilharam seus conhecimentos: Dr. Adolfo Alberto Vanti, Dr. Auster Moreira Nascimento, Dr. Carlos Alberto Diehl, Dr. Cláudio Damacena, Dr. Eduardo Schiehl (Professor Visitante), Dr. Ernani Ott, Dr. Marcos Antonio de Souza, Dr. Paulo Schmidt e Dra. Rosemarie Broker Bone (ordem alfabética).

Aos professores Dr. John Cochrane e Dr. Raymond Kan pela ajuda na aplicação do teste empírico. Ao pesquisador do IPEA Marcelo de Sales Pessoa por disponibilizar uma *proxy* para a série de consumo brasileira.

Às secretárias do PPG em Ciências Contábeis, Ana e Sandra, pelo suporte administrativo e pelas palavras de incentivo.

Aos colegas das turmas de 2004 e 2005, com os quais compartilhei momentos inesquecíveis.

À Universidade do Vale do Rio dos Sinos, pela estrutura de ensino disponibilizada.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

E, por fim, a toda minha família, cujo apoio moral e financeiro foram essenciais. Aos meus pais, Renécio e Elisabete, agradeço pelo modo com que me educaram, pela paciência, apoio e dedicação em todos os momentos de minha vida. Ao meu irmão, Felipe, pela amizade, companherismo e ajuda mútua que sempre marcou nosso relacionamento. À minha esposa, Paula, pelo companherismo, compreensão, incentivo e dedicação ao meu projeto de vida. Por último, à minha filha, Eduarda, que fez cada instante da minha vida valer muito mais.

RESUMO

O propósito desta dissertação foi verificar se o Modelo de Precificação de Ativos de Capital baseado no Consumo (CCAPM) é consistente com os dados de quatro países latino-americanos: Brasil, Chile, Colômbia e México. Para alcançar este objetivo foi realizada uma regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo de cada ativo em cada país analisado. Adicionalmente, de forma análoga a Lintner (1965) e Levy (1978), foi verificado se a variável ‘variâncias residuais’ mostrava-se estatisticamente significativa nas regressões *cross-sectional*, o que seria inconsistente com o modelo. Os resultados empíricos, baseados em estimativas corrigidas para o problema dos erros nas variáveis, demonstram que há uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo nos países acima mencionados, com exceção do México. Apesar disto, o poder explicativo do modelo, dado pelo coeficiente de determinação R^2 ajustado, foi muito baixo em todos os países. Quanto à variável ‘variâncias residuais’, esta se mostrou estatisticamente significativa no Brasil e no México, contrariando as expectativas teóricas do modelo e conduzindo a rejeição do mesmo nestes países. Tais resultados são, em parte, similares aos reportados nos Estados Unidos da América pelo estudo de Lettau e Ludvigson (2001).

PALAVRAS – CHAVE: Mercados de Capitais; Modelos de Precificação de Ativos; CCAPM; América Latina; Regressão *Cross-Sectional* de Dois Estágios.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to verify whether the Consumption based Capital Asset Pricing Model (CCAPM) is consistent with the data from four Latin-American countries: Brazil, Chile, Colombia, and Mexico. In order to reach this goal, a cross-sectional regression of the consumption betas on the mean excess returns of each asset is performed for each country analyzed. Also, similar to the studies of Lintner (1965) and Levy (1978), it is verified whether the variable 'residual variance' has statistical significance in the cross-sectional regressions, which would be inconsistent with the model. Empirical results showed that there is a statistical significant relationship between mean excess returns and consumption betas in the countries cited above, with exception of Mexico. Despite this, the explanatory power of the model, given by the adjusted coefficient of determination (R^2), is very small in all countries. Concerning the variable 'residual variance', it is statistically significant for the Brazilian and Mexican cases, contradicting the theoretical prediction of the model and conducting to the rejection of the CCAPM in these countries. Such results are, in part, similar to the results reported by Lettau and Ludvigson (2001) for the United States of America.

KEY-WORDS: Capital Markets; Assets Pricing Models; CCAPM; Latin America; Two-Stage Cross-Sectional Regressions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Utilidade esperada de uma aposta.....	28
Figura 2: Retorno do portfólio de ações brasileiro, período 1991:2-2004:4.	111
Figura 3: Taxa de crescimento do consumo per capita brasileiro, período 1991:2-2004:4....	112
Figura 4: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Brasil....	117
Figura 5: Retorno do portfólio de ações chileno, período 1996:2-2005:2.....	120
Figura 6: Taxa de crescimento do consumo per capita chileno, período 1996:2-2005:2.....	121
Figura 7: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Chile.....	126
Figura 8: Retorno do portfólio de ações colombiano, período 1994:2-2005:2.	130
Figura 9: Taxa de crescimento do consumo per capita colombiano, 1994:2-2005:2.	130
Figura 10: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Colômbia.	136
Figura 11: Retorno do portfólio de ações mexicano, período 1993:2-2005:3.....	139
Figura 12: Taxa de crescimento do consumo per capita mexicano, 1993:2-2005:3.	140
Figura 13: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: México.	144

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Período compreendido pela pesquisa em cada um dos países analisados.....	94
Quadro 2: Valores de X, Y e Z dos critérios de seleção para cada país analisado.....	95
Quadro 3: Amostra inicial e final para cada país analisado	95
Quadro 4: Resultados dos testes de hipóteses realizados em cada país analisado.	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estimativas do coeficiente de aversão relativa ao risco, com base em dados agregados da economia norte-americana.....	60
Tabela 2: Estatísticas descritivas de séries da economia norte-americana no período de 1889-1978.....	62
Tabela 3: Valores de X, dados os diversos coeficientes de aversão ao risco relativa, que igualam a utilidade das duas apostas:	64
Tabela 4: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais norte-americanas no período 1991:1-2005:2.....	107
Tabela 5: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais brasileiras no período 1991:2-2004:4.....	110
Tabela 6: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão <i>cross-sectional</i> : Brasil.	113
Tabela 7: Resultados da regressão <i>cross-sectional</i> entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 141 ações do mercado financeiro do Brasil, período 1991:2-2004:4.....	114
Tabela 8: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais chilenas no período 1996:2-2005:2.	119
Tabela 9: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão <i>cross-sectional</i> : Chile.	122
Tabela 10: Resultados da regressão <i>cross-sectional</i> entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 74 ações do mercado financeiro do Chile, período 1996:2-2005:2.....	123
Tabela 11: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais colombianas no período 1994:2-2005:2.....	128

Tabela 12: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão <i>cross-sectional</i> : Colômbia.	132
Tabela 13: Resultados da regressão <i>cross-sectional</i> entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 27 ações do mercado financeiro da Colômbia, período 1994:2-2005:2.....	133
Tabela 14: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais mexicanas no período 1993:2-2005:3.	138
Tabela 15: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão <i>cross-sectional</i> : México.....	141
Tabela 16: Resultados da regressão <i>cross-sectional</i> entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 79 ações do mercado financeiro do México, período 1993:2-2005:3.	142

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	Contextualização	13
1.2	Problema de Pesquisa	16
1.3	Objetivos.....	16
1.3.1	Objetivo geral	16
1.3.2	Objetivos específicos	16
1.4	Justificativa.....	17
1.5	Delimitação do Tema.....	18
1.6	Contribuições da Pesquisa	18
1.7	Estrutura do Estudo	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	20
2.1	Modelos Intertemporais de Equilíbrio	20
2.1.1	Preferências e a Função Utilidade	22
2.1.2	Utilidade Esperada.....	24
2.1.3	Aversão ao Risco	27
2.1.4	Utilidade, Otimização e Equilíbrio Intertemporal	31
2.1.5	Mercado de Ativos e Precificação Intertemporal	41
2.2	Evidências Empíricas dos Modelos Intertemporais de Equilíbrio.....	50
2.2.1	O modelo de Mehra e Prescott (1985).....	51
2.2.2	O <i>Equity Premium Puzzle</i>	59

2.2.3	Pesquisas Empíricas	64
3	MÉTODO DE PESQUISA.....	71
3.1	Classificação da Pesquisa	71
3.2	Abordagem empírica - processo de estimação	72
3.2.1	Detalhes do método de regressão <i>cross-sectional</i> de dois estágios.....	76
3.2.2	Limitações do método de regressão <i>cross-sectional</i> de dois estágios	80
3.3	Formulação das Hipóteses	90
3.4	Caracterização das Amostras.....	93
3.5	Coleta de Dados.....	96
3.6	Tratamento dos Dados	102
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	106
4.1	Análise das séries temporais norte-americanas	107
4.2	Análise dos resultados obtidos no Brasil.....	109
4.3	Análise dos resultados obtidos no Chile.....	118
4.4	Análise dos resultados obtidos na Colômbia.....	127
4.5	Análise dos resultados obtidos no México	137
4.6	Análise conjunta dos resultados	146
5	CONCLUSÕES	150
	REFERÊNCIAS	154

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, define-se e contextualiza-se o problema de pesquisa e estabelecem-se os objetivos, geral e específicos, a serem atingidos pelo estudo. Além disto, justifica-se a escolha do tema da presente pesquisa, recorrendo-se à importância do mesmo para a literatura, e apontam-se as contribuições que se espera obter pela realização da mesma.

1.1 Contextualização

De acordo com Mehra e Prescott (1985), historicamente o retorno médio do mercado de ações dos Estados Unidos tem excedido o retorno médio dos títulos de dívida de curto prazo virtualmente livres de risco. Analisando o período de 1889 a 1978, estes autores verificaram que o retorno real anual médio do Índice *Standard and Poor's 500* foi de 6,98%, enquanto que o retorno real anual médio do título de dívida livre de risco do governo norte-americano foi de 0,8%, resultando em um prêmio de risco médio do mercado de ações (*equity premium*) de 6,18% ao ano.

A princípio, de acordo com a teoria de precificação de ativos, um *equity premium* desta magnitude poderia ser explicado pelo risco inerente ao mercado acionário, ou seja, as ações, por serem mais arriscadas que os títulos virtualmente livres de risco, devem compensar seus detentores com taxas médias de retornos superiores, as quais, em equilíbrio, devem ser suficientes para igualar a demanda e a oferta destes títulos. Segundo Abel (1991), este princípio básico fundamenta o *Capital Asset Pricing Model* (de agora em diante, CAPM), inicialmente desenvolvido na década de 1960 e aperfeiçoado desde então.

Porém, conforme demonstrado por Mehra e Prescott (1985), o *equity premium* observado no mercado financeiro norte-americano, para o período de 1889 a 1978, não pode ser explicado por um modelo intertemporal de equilíbrio, mais especificamente o *Consumption Capital Asset Pricing Model* (de agora em diante, CCAPM), que segundo Abel (1991), talvez seja um dos mais significantes aperfeiçoamentos ao CAPM. Esta inconsistência

empírica de um modelo proposto pela moderna teoria neoclássica¹ de precificação de ativos foi denominada por Mehra e Prescott (1985) de *equity premium puzzle*.

Segundo Kocherlakota (1996), para entender melhor por que o *equity premium* observado nos dados da economia norte-americana representa um *puzzle*, é útil revisar as bases da moderna teoria neoclássica de precificação de ativos. Para esta teoria, as diferenças entre os retornos médios dos diversos títulos financeiros são atribuídas ao nível com o qual o retorno destes títulos covaria com o consumo do investidor típico.

De acordo com este autor, para o modelo CAPM o fluxo de consumo do investidor típico é perfeitamente correlacionado com o retorno do mercado de ações e, desta forma, o risco de um determinado ativo pode ser medido pela covariância dos seus retornos com o retorno do mercado de ações. No modelo CCAPM, um modelo intertemporal de equilíbrio, o fluxo de consumo do investidor típico é perfeitamente correlacionado com o consumo per capita e, conseqüentemente, o risco de um ativo pode ser medido pela covariância de seus retornos com a taxa de crescimento do consumo per capita.

Diante destas considerações, pode-se especificar melhor o que Mehra e Prescott (1985) definiram como o *equity premium puzzle*: dentro de um intervalo aceitável de aversão ao risco por parte do agente representativo, as covariâncias do retorno real médio do mercado de ações e do retorno real médio da taxa livre de risco com a taxa real de crescimento do consumo, não são suficientemente distintas para explicar um *equity premium* de 6,18% ao ano observado nos dados norte-americanos para o período de 1889 a 1978. Em outras palavras, as ações não apresentam um risco muito superior ao risco apresentado pelos títulos públicos norte-americanos de curto prazo, que justifique daquelas um retorno excedente tão alto.

Antes de Mehra e Prescott (1985) identificarem esta inconsistência empírica, Grossman e Shiller (1981) e Hansen e Singleton (1983) já haviam testado empiricamente um modelo de agente representativo e, em ambos os casos, os parâmetros estimados conduziram à rejeição do modelo CCAPM para os dados da economia norte-americana. Outros estudos empíricos realizados na economia norte-americana também demonstraram que o modelo CCAPM era inconsistente, entre eles destacam-se os estudos de Mankiw e Shapiro (1986) e

¹ A teoria neoclássica fundamenta-se, basicamente, sob três pilares: racionalidade, maximização da utilidade e equilíbrio geral.

Grossman, Melino e Shiller (1987). A única evidência favorável ao CCAPM na economia norte-americana foi apontada por Breeden, Gibbons e Litzenberger (1989), que encontraram uma relação estatisticamente significativa entre o retorno esperado e o beta de consumo, embora a relação linear esperada entre estas variáveis tenha sido rejeitada.

Na economia internacional, Campbell (1996) testou o modelo CCAPM em diversos países desenvolvidos e seus resultados revelaram a existência do *equity premium puzzle* em quase todos os países (dos doze países testados apenas um não apresentou o fenômeno), evidenciando que o *puzzle* é um fenômeno robusto em dados internacionais.

Na América Latina, em especial nos países analisados no presente estudo, os resultados são distintos. No Brasil, os estudos de Issler e Piqueira (2000), Sampaio (2002), Bonomo e Domingues (2002) entre outros, apontam para a inexistência do *puzzle*, corroborando assim com o modelo CCAPM. No entanto, as evidências mais recentes de Cysne (2005) indicam que há o *equity premium puzzle* no Brasil. Opazo R. (1998) e Bravo e Oyarzún (2001) testam a existência do *puzzle* na economia chilena e concluem pela presença do fenômeno. Na Colômbia, Osorio e Puerta (2004) estimam um coeficiente de aversão relativa ao risco próximo a zero, corroborando com o modelo CCAPM. Com relação à economia mexicana, nenhum estudo foi encontrado pelo pesquisador e, desta forma, a presente pesquisa poderá ser a primeira evidência empírica do modelo nesta economia.

Observa-se pelos diversos estudos que testaram empiricamente o CCAPM, que há uma forte rejeição ao modelo, principalmente nos países desenvolvidos, levantando sérias restrições à utilidade prática do modelo. Segundo Kocherlakota (1996), qualquer inconsistência empírica no modelo de agente representativo significa que existem lacunas ou falhas em nosso entendimento a respeito da moderna macroeconomia neoclássica e da economia internacional. Dentro desta mesma linha, Abel (1991, p.2) destaca que, “o *equity premium puzzle* poderia conduzir os economistas a reformular os modelos básicos de tomada de decisão na presença de risco”.

Portanto, o *equity premium puzzle* e todos os demais estudos que demonstraram inconsistências empíricas ao testar o modelo CCAPM, implicam sérias restrições aos modelos de agente representativo e, desta forma, testar o modelo em outros países, principalmente os emergentes, reveste-se de grande importância para a moderna teoria neoclássica de precificação de ativos, uma vez que evidências favoráveis ao modelo, em países emergentes, poderiam trazer uma nova ‘luz’ para esta teoria e servir de ponto de partida para uma melhor

compreensão das causas de sua rejeição em outros países; enquanto que a rejeição do modelo poderia levar os estudiosos a reformularem as bases teóricas que o suportam, incorporando novas características ao mesmo de modo a tornarem o modelo compatível com o comportamento observados dos indivíduos.

1.2 Problema de Pesquisa

Para o período de 1889 a 1978, o retorno anual médio das ações no mercado norte-americano foi 6,18% ao ano superior ao título livre de risco do governo. Mehra e Prescott (1985), baseados em uma variação do modelo econômico de Lucas (1978), demonstram que um prêmio de risco desta magnitude não pode ser explicado por um modelo proposto pela moderna teoria neoclássica de precificação de ativos, mais especificamente pelo CCAPM. Além desta inconsistência, diversos estudos realizados com o modelo CCAPM conduziram à rejeição do modelo para os dados da economia norte-americana e de diversos países desenvolvidos, evidenciando que a inconsistência empírica é bastante robusta internacionalmente. Dadas estas considerações, o presente estudo pretende realizar um teste empírico para o modelo CCAPM na América Latina, mais especificamente para os seguintes países emergentes: Brasil, Chile, Colômbia e México.

Portanto, a questão a ser respondida por este estudo é a seguinte: O modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) é consistente com os dados econômicos de países da América Latina?

1.3 Objetivos

Os objetivos da pesquisa se dividem em geral e específicos.

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste estudo é testar empiricamente se o modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) é consistente com os dados econômicos de países da América Latina.

1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos, os quais devem dar suporte ao objetivo geral, são os seguintes:

- verificar se as implicações teóricas emanadas do modelo CCAPM são confirmadas pelo teste empírico proposto neste estudo.

- evidenciar se o modelo CCAPM é capaz de explicar adequadamente as diferenças entre os retornos dos ativos financeiros (ações) em cada país analisado.
- comparar os resultados empíricos dos testes deste estudo para países da América Latina com os estudos empíricos da mesma natureza realizados em outros países.

1.4 Justificativa

De acordo com Kocherlakota (1996), o artigo seminal de Mehra e Prescott (1985) evidencia um problema empírico para o paradigma do agente representativo proposto pela moderna teoria neoclássica de precificação de ativos. Estes autores mostram que a diferença na covariância dos retornos das ações e dos retornos do título público livre de risco com o crescimento do consumo somente explicariam o prêmio de risco existente no mercado norte-americano se a aversão ao risco, deste agente representativo, atingisse um valor muito elevado e improvável. Este problema empírico é denominado *equity premium puzzle* que, em sentido quantitativo, quer dizer que as ações não possuem um risco tão elevado em relação ao título livre de risco que justifique um prêmio de risco médio da magnitude de 6,18% ao ano no mercado de ações norte-americano, para o período de 1889 a 1978.

Segundo Kocherlakota (1996), baseado na opinião de diversos economistas, o *equity premium puzzle* é um dos mais largamente conhecidos e entendidos fenômenos que possui sérias evidências contra os modelos de agente representativo. Ainda, segundo este autor, o *equity premium puzzle* demonstra o que não sabemos e que poderia explicar a aversão exagerada ao risco do agente representativo.

Da mesma forma que o *equity premium puzzle*, a grande maioria dos estudos empíricos concluem pela inconsistência empírica do modelo CCAPM, principalmente em países desenvolvidos, evidenciando que este fenômeno é robusto em nível internacional. Tais inconsistências trazem sérias implicações para os modelos baseados no agente representativo e, desta forma, testar empiricamente o modelo CCAPM em países emergentes da América Latina reveste-se de grande importância para os estudiosos.

A inconsistência empírica do modelo nos países da América Latina corroboraria com o fenômeno observado por diversos outros estudos em nível internacional e poderia sugerir que outros parâmetros devem ser considerados pelos modelos intertemporais de equilíbrio. Por outro lado, ao se confirmar a consistência do modelo aos dados das economias de países da América Latina, ter-se-ia evidências empíricas da aplicabilidade do mesmo, e, como

consequência, o fenômeno encontrado nos dados americanos e de diversos países desenvolvidos ganharia ainda mais robustez e aumentaria ainda mais o mistério que ele representa para os estudiosos.

Portanto, considera-se de grande importância para a teoria a verificação da consistência do modelo CCAPM aos dados das economias de países emergentes, mais precisamente da América Latina, visto que a maioria dos estudos concentra-se em países desenvolvidos, principalmente nos Estados Unidos da América.

1.5 Delimitação do Tema

O objetivo deste estudo limita-se a testar empiricamente o modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) para os dados das economias de quatro países da América Latina. O estudo não tem como finalidade propor soluções para o problema empírico encontrado para os dados norte-americanos e de outros países desenvolvidos.

1.6 Contribuições da Pesquisa

Segundo Cochrane (2005, p.41), “the consumption-based model is, in principle, a complete answer to all asset pricing questions, but works poorly in practice”, isto é, apesar de ser perfeito do ponto de vista teórico, o modelo CCAPM apresenta dificuldades no campo prático e que podem ser evidenciadas pelo grande número de estudos empíricos que acabaram por rejeitá-lo em nível internacional. Apesar da rejeição empírica, o autor enfatiza que ao invés de inventar novos modelos, testá-los e rejeitá-los, estudos como o de Mehra e Prescott (1985) e Hansen e Jagannathan (1991), por exemplo, trouxeram novos conhecimentos sobre as características do modelo e, desta forma, abriram caminho para aperfeiçoar o modelo original de modo que o mesmo possa ajustar-se com mais facilidade aos dados econômicos.

Corroborando com Cochrane (2005), Lettau e Ludvigson (2001, p.1241) destacam que, apesar dos problemas empíricos, o fato de o modelo CCAPM utilizar como medida do risco sistemático a covariância dos retornos de um ativo com a utilidade marginal do consumo faz com que o mesmo alcance um nível de pureza teórica que nenhum outro modelo de precificação de ativos pode igualar e, por isto, sua reputação teórica permanece preservada. Para estes autores, “the puzzle is not which model should replace the consumption-based paradigm, but rather why there has been no confirmation of it empirically”.

Dadas estas considerações, entende-se que o presente estudo pode avançar na compreensão do modelo de precificação de ativos CCAPM ao testá-lo empiricamente em

países emergentes da América Latina e, por meio de evidências empíricas de seu comportamento nestes países, contribuir para o aperfeiçoamento teórico do modelo e para o entendimento dos fatores que levam a sua rejeição a nível internacional.

Convém destacar ainda que, pelo conhecimento do pesquisador, testes empíricos da natureza dos pretendidos nesta pesquisa ainda não foram realizados com o modelo CCAPM nos países latino-americanos. Os estudos realizados nestes países focaram na estimação de alguns parâmetros do modelo, como o coeficiente de aversão relativa ao risco e o fator de desconto estocástico, não realizando regressões *cross-sectional* para verificar a capacidade do modelo CCAPM em explicar as diferenças entre os retornos de uma determinada classe de ativos financeiros, como pretende o presente estudo. Desta forma, os resultados a serem obtidos por este estudo podem ser considerados inéditos e espera-se que contribuam para um melhor entendimento do comportamento do modelo nestes países.

1.7 Estrutura do Estudo

Apresenta-se no primeiro capítulo deste estudo uma introdução ao tema proposto, através da contextualização do mesmo, da definição do problema de pesquisa, da fixação dos objetivos geral e específicos, da justificativa para realização da pesquisa, da delimitação do tema e, por fim, da estruturação do estudo.

No segundo capítulo realiza-se uma revisão da literatura, apresentando-se o modelo intertemporal de equilíbrio CCAPM e os principais resultados dos testes empíricos que objetivaram testar o mesmo. Por meio desta revisão objetiva-se encontrar suporte para a escolha do método a ser utilizado e obter subsídios para orientar a análise dos resultados, de modo que os objetivos pretendidos sejam devidamente alcançados.

O método de pesquisa é demonstrado no terceiro capítulo deste estudo. Nele definem-se as classificações da pesquisa, o teste empírico proposto, o modelo econométrico a ser testado, as hipóteses formuladas, a coleta dos dados e a forma como estes dados serão tratados.

Por fim, apresentam-se os resultados da aplicação do teste empírico em cada país analisado, as conclusões deste estudo e as referências utilizadas para construção do mesmo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo abordam-se inicialmente as principais teorias econômicas pertinentes aos modelos intertemporais de equilíbrio, entre as quais destacam-se as teorias da escolha, da utilidade esperada e do equilíbrio intertemporal. Uma vez definida esta estrutura, apresenta-se, com base em Merton (1973), Rubinstein (1976), Breeden (1979) e Varian (1992), o modelo intertemporal de precificação de ativos em equilíbrio CCAPM, o qual será objeto dos testes empíricos. Logo em seguida, descreve-se a variação do modelo de trocas de Lucas (1978) proposta por Mehra e Prescott (1985) e que deu origem ao *equity premium puzzle*. Após descrever este modelo, discute-se com mais profundidade o fenômeno encontrado para os dados norte-americanos, destacando-se também as implicações do mesmo para a moderna teoria neoclássica de precificação de ativos. E por último, evidenciam-se os principais resultados empíricos dos testes realizados com o CCAPM.

2.1 Modelos Intertemporais de Equilíbrio

De acordo com Campbell, Lo e MacKinlay (1997), modelos de precificação de ativos estáticos como o CAPM e o APT ignoram as decisões de consumo dos indivíduos, uma vez que tratam os preços dos ativos como sendo determinados pelas escolhas de portfólio dos investidores cujas preferências são definidas sobre a riqueza no próximo período. Ainda segundo estes autores, tais modelos assumem implicitamente que o investidor consumirá toda a sua riqueza no próximo período, ou pelo menos que a riqueza é que determina unicamente o consumo, de forma que as preferências definidas sobre o consumo são equivalentes às preferências definidas sobre a riqueza. Tais suposições são consideradas insatisfatórias, visto que no mundo real os indivíduos consideram vários períodos ao tomarem suas decisões de portfólio e, além disto, dada esta configuração intertemporal, espera-se que um modelo considere as escolhas de consumo e portfólio simultaneamente.

Estas inconsistências teóricas levaram Merton (1973) a desenvolver um modelo intertemporal de precificação de ativos consistente com a maximização da utilidade esperada.

Segundo Breeden (1979), o modelo de Merton estende o CAPM para uma estrutura intertemporal com oportunidades de investimentos estocásticas, no qual o retorno em excesso de qualquer ativo é dado por uma versão ‘multi-beta’ do CAPM, sendo o número de betas definido por um mais o número de variáveis de estado necessárias para descrever as alterações no conjunto de oportunidades de investimento.

Com o objetivo de tornar o modelo de Merton mais tratável empiricamente, Breeden (1979) demonstrou que os múltiplos betas poderiam ser concentrados em um único beta: o beta de consumo. Neste caso, o retorno esperado de qualquer ativo deveria ser determinado pela covariância deste com o consumo agregado, pois este último é perfeita e negativamente correlacionado com a utilidade marginal de uma unidade monetária adicional de riqueza. Em outras palavras, isto significa que um ativo cujo retorno seja correlacionado com o consumo agregado fará pagamentos elevados quando a utilidade marginal for baixa e pagamentos baixos quando a utilidade marginal for alta e, em função disto, deverá oferecer um retorno mais elevado para tornar-se atraente aos investidores.

Esta concepção de que o retorno esperado de um ativo depende da covariância deste com o consumo agregado é a principal característica dos modelos intertemporais de equilíbrio. Observa-se também, que nestes modelos as escolhas de seleção de portfólio estão diretamente vinculadas às escolhas de quanto consumir em cada período, o que por sua vez dependerá das preferências dos indivíduos sobre os fluxos de consumo. Portanto, considera-se relevante, para o entendimento e o desenvolvimento de um modelo intertemporal de equilíbrio, compreender as preferências dos indivíduos sobre o consumo e como este pode ser tratado em uma configuração intertemporal.

Segundo Mehra e Prescott (2003, p.18), “consumption today and consumption in some future period are treated as different goods. Relative prices of these different goods are equal to people’s willingness to substitute between these goods and businesses ability to transform these goods into each other”.

Como se pode observar pela afirmação acima, os fluxos de consumo presente e futuros podem ser entendidos como cestas de consumo ou bens diferentes e, como definido nos parágrafos anteriores, os indivíduos estariam diante de uma escolha intertemporal, isto é, dadas suas preferências sobre os fluxos de consumo presente e futuros, os preços relativos deste bens e sua restrição orçamentária, os indivíduos deveriam determinar qual a quantidade ótima de consumo em cada período, de modo a maximizar a sua utilidade.

É importante destacar que a escolha do consumo ótimo em diversos períodos só pode ocorrer no momento em que for possível a transferência de riqueza entre o futuro e o presente e vice-versa. Para o entendimento de como e porque ocorrem estas transferências, bem como a que taxas marginais elas ocorrem, é necessário compreender o processo de escolha do consumidor, pois como afirma Varian (1992, p. 358), “our standard theory of consumer choice is perfectly adequate to describe intertemporal choice” sendo que neste caso “the objects of choice –the consumption bundles– will now be streams of consumption over time”.

Dadas estas breves considerações, analisar-se-ão as características das preferências intertemporais dos indivíduos e o processo de otimização intertemporal em equilíbrio, através da teoria da escolha do consumidor, dos conceitos de utilidade esperada, programação dinâmica e equilíbrio intertemporal.

2.1.1 Preferências e a Função Utilidade

Conforme Varian (1992), geralmente as preferências sobre o consumo intertemporal podem ser representadas por uma função utilidade. Para tal, as preferências dos indivíduos sobre os fluxos de consumo (presente e futuros) devem ser bem comportadas, ou seja, precisam satisfazer as condições usuais de maximização da utilidade, as quais são:

- completa: para todo x e y pertencentes ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo, ou x é preferível a y ou y é preferível a x ou ambos são igualmente preferíveis. De acordo com esta suposição quaisquer duas cestas de consumo podem ser comparadas para fins de ordenação das preferências.
- reflexiva: para todo x pertencente ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo, x é preferível a x . Ou seja, qualquer cesta de consumo é pelo menos tão boa quanto ela mesma.
- transitiva: para todo x , y e z pertencentes ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo, se x é preferível a y e y é preferível a z , então x é preferível a z . Isto é, se x é preferível a y e este por sua vez é preferível a z , então o comportamento normal esperado é de que x seja preferível a z . Se as preferências não forem transitivas, pode haver um conjunto de cestas para as quais não há melhores elementos, logo, não haveria possibilidade de maximização.
- contínua: esta suposição é necessária para evitar a possibilidade de certos comportamentos descontínuos por parte dos indivíduos. Segundo Varian (1992, p. 95)

a continuidade diz que “if (x^i) is a sequence of consumption bundles that are all at least as good as a bundle y , and if this sequence converges to some bundle x^* , then x^* is at least as good as y ”. O autor ainda destaca que “the most important consequence of continuity is this: if y is strictly preferred to z and if x is a bundle that is close enough to y , then x must be strictly preferred to z ”.

Estas características, segundo Varian (1992), permitem a representação das preferências dos indivíduos por uma função utilidade contínua. A função utilidade possibilita a classificação das diversas cestas de consumo em uma ordem de preferência. Por exemplo: a classificação ordinal de x e y , pertencentes ao conjunto de cestas de Consumo X de um indivíduo, ocorrerá pela comparação da utilidade de cada cesta de consumo, assim x será estritamente preferível a y se e somente se $u(x) > u(y)$.

De acordo com Varian (1992), há outras suposições sobre as preferências que são úteis para definição das escolhas do indivíduo, as quais são:

- monotonicidade fraca: se $x \geq y$, então x é preferível a y .
- monotonicidade forte: se $x \geq y$ e $x \neq y$, então x é estritamente preferível a y . As suposições de monotonicidade sugerem que um pouco mais de cada bem é sempre melhor (ou preferível), uma vez que a saciedade ainda não foi alcançada. No caso do consumo intertemporal, uma quantidade maior de consumo em cada período é sempre preferível. Estas suposições são plausíveis somente para ‘bens’, uma vez que para bens não desejáveis (um ‘mal’), como por exemplo: ‘poluição e lixo’, uma maior quantidade não é preferível. Para que as suposições de monotonicidade sejam aplicáveis ao caso de um ‘mal’, pode-se optar pela sua redefinição em termos de um ‘bem’, por exemplo: ao invés de ‘poluição’ pode-se redefinir como: ‘ausência de poluição’, etc.
- não-saciedade local: dado qualquer x pertencente ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo e qualquer $\epsilon > 0$, então há alguma cesta y em X com $|x - y| < \epsilon$ de forma que y seja estritamente preferível a x^2 . Esta suposição garante que alguém pode sempre melhorar um pouco, mesmo que esteja restrito à somente pequenas alterações em sua cesta de consumo.

² A notação $|x - y|$ representa a distância euclidiana entre x e y (VARIAN, 1992, p. 96)

- convexidade: dado x , y e z pertencentes ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo de forma que x é preferível a z e y é preferível a z , então segue que $tx + (1 - t)y$ é preferível a z para todo $0 \leq t \leq 1$.
- convexidade estrita: dado $x \neq y$ e z pertencentes ao conjunto de cestas de consumo X de um indivíduo, se x é preferível a z e y é preferível a z , então $tx + (1 - t)y$ é estritamente preferível a z para todo $0 \leq t \leq 1$. As suposições de convexidade implicam que um indivíduo prefere um consumo médio de diferentes bens ao consumo extremo de um único bem. Em se tratando das escolhas intertemporais, uma quantidade média de consumo nos diversos períodos é considerada melhor do que um fluxo de consumo elevado em determinados períodos e baixo nos demais.

Conforme Mas-Colell, Whinston e Green (1995) a convexidade é uma hipótese forte mas também central na teoria econômica e pode ser interpretada em termos da ‘diminuição das taxas marginais de substituição’, ou seja, a partir de uma situação inicial de consumo x , e para quaisquer dois bens, o indivíduo recebe um montante crescente de um bem para compensar as sucessivas unidades perdidas do outro bem.

As características descritas acima são suficientes para definir as preferências bem comportadas de um indivíduo em um ambiente de certeza. Porém, no mundo real as escolhas dos indivíduos ocorrem geralmente sob condições de incerteza e, desta forma, algumas hipóteses adicionais serão necessárias para assegurar uma propriedade muito conveniente da função utilidade nestes ambientes incertos: a propriedade da utilidade esperada.

2.1.2 Utilidade Esperada

De acordo com Mas-Colell, Whinston e Green (1995), uma forma conveniente de modelar o risco inerente às escolhas dos indivíduos é por meio do conceito de loterias. Uma loteria pode ser entendida como a possibilidade de ganhar determinados prêmios condicionados à ocorrência de alguns eventos.

Conforme Varian (1992), uma loteria pode ser descrita por uma notação, como por exemplo: $px + (1 - p)y$, onde p é a probabilidade de ocorrência de um determinado evento, o qual garante um prêmio x ; e $(1 - p)$ é a probabilidade de que o evento não ocorra e o indivíduo receba y . É importante destacar que os eventos desta loteria (ocorrência e não-ocorrência) são mutuamente excludentes e, portanto, o indivíduo receberá somente x ou somente y .

Para determinar a percepção dos indivíduos sobre as loterias e, desta forma, permitir a classificação ordinal das mesmas, assume-se que o indivíduo somente observa as probabilidades líquidas de receber os diversos prêmios (VARIAN, 1992 e MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN, 1995). Em termos de notação, pode-se representar esta suposição da seguinte forma: $q(px + (1 - p)y) + (1 - q)y \sim (qp)x + (1 - qp)y$, onde q e p são probabilidades.

Outra suposição assumida, segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995) e Varian (1992), é a de que as probabilidades dos diversos prêmios são objetivamente conhecidas, sendo determinadas, por exemplo, por cálculos com base em algumas frequências observadas. Definidos os principais conceitos e suposições sobre as loterias, as quais formam um dispositivo conveniente para modelar o risco, discutem-se abaixo os conceitos e suposições da propriedade da utilidade esperada.

De acordo com Varian (1992), a propriedade da utilidade esperada define que a utilidade de uma loteria é igual à expectativa da utilidade de seus prêmios. A utilidade de qualquer loteria pode ser obtida pela média, ponderada pelas probabilidades, da utilidade dos diversos resultados possíveis. Assim, em termos de notação, tem-se que: $u(px + (1 - p)y) = pu(x) + (1 - p)u(y)$.

Novamente, para caracterizar a existência de uma função utilidade com a propriedade da utilidade esperada, é necessário definir algumas suposições adicionais, as quais serão discutidas brevemente. Tais suposições são: o axioma da continuidade, o axioma da independência e o axioma da linearidade nas probabilidades.

Axioma da Continuidade: Conforme Varian (1992), se os conjuntos $\{p \text{ em } [0, 1]: px + (1 - p)y \text{ é preferível a } z\}$ e $\{p \text{ em } [0, 1]: z \text{ é preferível a } px + (1 - p)y\}$ são fechados para todo x , y e z no conjunto L de loterias de um indivíduo, então as preferências são contínuas.

Segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995, p. 171), a continuidade significa que “pequenas alterações nas probabilidades não alteram a natureza da ordenação entre duas loterias”. Estes autores clarificam a suposição com um exemplo: se um ‘lindo e tranquilo (sem eventos especiais) passeio de carro’ é preferível a ‘permanecer em casa’, então uma mistura de ‘lindo e tranquilo passeio de carro’ com uma suficientemente pequena, mas positiva, probabilidade de ‘morte por acidente de carro’ é ainda preferível a ‘permanecer em casa’.

Axioma da Independência: De acordo com Varian (1992), se x é indiferente a y , então $px + (1 - p)z$ é indiferente a $py + (1 - p)z$. Esta suposição assevera que loterias com prêmios

indiferentes são indiferentes, ou seja, se x é indiferente a y , então o indivíduo será indiferente entre uma loteria que ofereça um prêmio x com probabilidade p ou uma loteria que ofereça y com a mesma probabilidade.

De uma maneira análoga, conforme Mas-Colell, Whinston e Green (1995), as relações de preferência satisfazem o axioma da independência se para todo x , y e z no conjunto L de loterias de um indivíduo e p em $[0, 1]$ têm-se que x é preferível a y se e somente se $px + (1 - p)z$ é preferível a $py + (1 - p)z$. Note que a única diferença entre as duas definições é que a anterior utilizou a condição de ‘indiferença’ e esta última usou a condição de ‘preferível a’ para denotar as relações de preferências entre as loterias.

Mas-Colell, Whinston e Green (1995, p.172) descrevem um exemplo para ilustrar a tomada de decisão de um indivíduo que satisfaz este axioma: Suponha que x é preferível a y e que p é igual a $\frac{1}{2}$, então a loteria $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}z$ pode ser imaginada como um jogo de lançamento de moeda (cara ou coroa), no qual o indivíduo recebe x se o resultado for cara e z se for coroa. Similarmente, no jogo $\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z$ o indivíduo recebe y se o resultado for cara e z se for coroa. Observa-se que condicionado ao resultado ‘cara’ têm-se o resultado x para o primeiro jogo e y para o segundo. Como x é preferível a y conclui-se que sob este resultado o primeiro jogo é preferível ao segundo. Caso o resultado seja ‘coroa’, os dois jogos oferecem o mesmo prêmio (z) e, portanto, a avaliação deste resultado é irrelevante para a escolha. Dadas estas características dos jogos, o axioma da independência requer que o indivíduo prefira o primeiro jogo ao segundo.

A idéia central deste axioma deriva do fato de que os eventos são mutuamente excludentes, ou seja, no caso do jogo da moeda, o indivíduo obterá somente um resultado: ou cara ou coroa. Portanto, em um ambiente de incertezas, as preferências de um indivíduo sobre um resultado não dependem (são independentes) dos demais resultados, uma vez que somente um deles ocorrerá.

Axioma da Linearidade nas Probabilidades: Suponha que há alguma loteria melhor ‘ b ’ e alguma loteria pior ‘ w ’, sendo que para qualquer x no conjunto L de loterias de um indivíduo, b é preferível a x e x é preferível a w . Assim e respeitando os demais axiomas, uma loteria $pb + (1 - p)w$ é preferível a $qb + (1 - q)w$ se e somente se $p > q$. Ou seja, se uma loteria entre o melhor prêmio e o pior prêmio é preferível à outra loteria que envolva os

mesmos prêmios, é porque ela oferece uma probabilidade maior para o melhor prêmio (VARIAN, 1992).

Uma vez discutidas as suposições centrais da teoria da utilidade esperada, pode-se definir, de acordo com Varian (1992), o teorema da utilidade esperada:

Teorema da Utilidade Esperada: Se as preferências sobre o conjunto L de loterias de um indivíduo satisfazem os axiomas acima, há uma função utilidade $u(\cdot)$ definida sobre o conjunto L de loterias que satisfaz a propriedade da utilidade esperada: $u(px + (1 - p)y) = pu(x) + (1 - p)u(y)$.

Segundo Varian (1992), o teorema da utilidade esperada para o caso onde há dois resultados pode ser estendido para o caso de um número finito de resultados por meio do uso de loterias compostas. Assim, se o resultado x_i é recebido com probabilidade p_i para $i = 1, \dots, n$, então a utilidade esperada desta loteria é obtida da seguinte forma: $\sum_{i=1}^n p_i u(x_i)$.

Conforme Mas-Colell, Whinston e Green (1995), uma função utilidade com a propriedade da utilidade esperada é denominada de função utilidade esperada de *von Neumann-Morgenstern*. O termo utilidade esperada é adequado porque com esta propriedade a utilidade de uma loteria pode ser entendida como o valor esperado da utilidade de seus N resultados.

De acordo com Mas-Colell, Whinston e Green (1995), o teorema da utilidade esperada apresenta duas vantagens: 1ª - Ele é extremamente conveniente analiticamente, o que explica seu vasto uso em economia; e 2ª - A utilidade esperada pode prover um guia valioso para ação, ou seja, se os indivíduos acreditam que suas preferências satisfazem os axiomas necessários para o teorema, então este pode ser usado como um guia para sua tomada de decisão.

2.1.3 Aversão ao Risco

Como afirmam Mas-Colell, Whinston e Green (1995), em muitas configurações econômicas os indivíduos parecem apresentar aversão ao risco. As escolhas intertemporais, em um ambiente de incerteza, são exemplos de análise econômica onde um comportamento de aversão ao risco está presente. Portanto, nos próximos parágrafos, discutem-se as implicações da aversão ao risco sobre as preferências do indivíduo.

Para uma discussão adequada sobre o conceito de aversão ao risco é conveniente, segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995) e Varian (1992), considerar somente as alternativas de risco cujos resultados são montantes de dinheiro, ou seja, loterias que prometem unicamente prêmios em dinheiro. Além disto, deve-se tratar o dinheiro como uma variável contínua.

Conforme Varian (1992), somente se pode descrever o comportamento do consumidor sobre loterias cujos prêmios são montantes de dinheiro se a função utilidade por dinheiro deste consumidor for conhecida. Por exemplo, para encontrar a utilidade esperada de uma loteria $px + (1 - p)y$, é necessário determinar a média, ponderada pelas probabilidades, da utilidade de seus prêmios, que em termos de notação pode ser assim representada: $pu(x) + (1 - p)u(y)$.

A Figura 1 ilustra a utilidade esperada desta loteria quando a probabilidade (p) é igual a 0,5. Observa-se neste exemplo, que o consumidor prefere ter o valor esperado da loteria, ou seja, para este indivíduo a utilidade da loteria, $u(px + (1 - p)y)$, é menor que a utilidade do valor esperado da loteria, $px + (1 - p)y$, caracterizando um comportamento de aversão ao risco. O indivíduo pode apresentar-se também como ‘amante do risco’, caso em que a utilidade da loteria é superior a utilidade do valor esperado da loteria, ou ainda como ‘indiferente ao risco’, quando a utilidade da loteria é igual à utilidade do valor esperado da loteria.

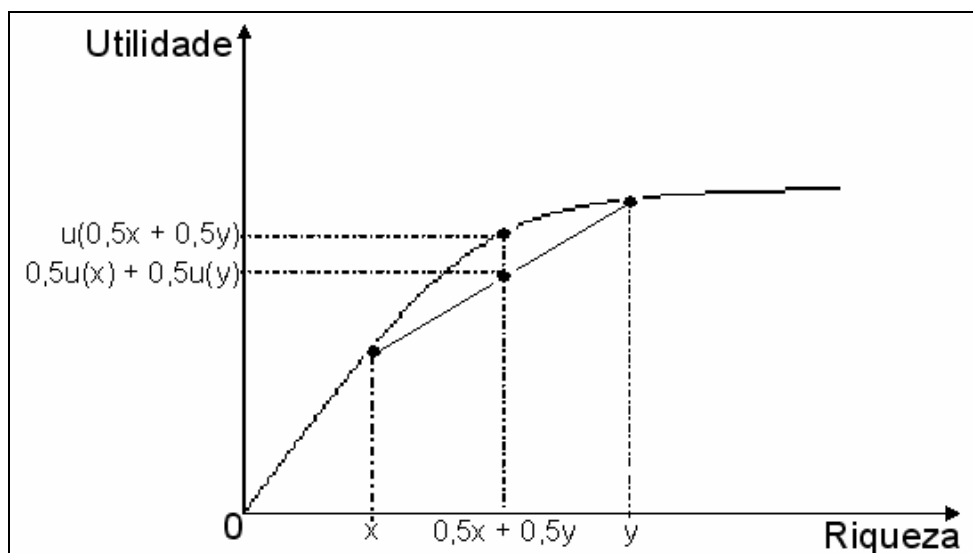


Figura 1: Utilidade esperada de uma aposta

Fonte: Varian (1992, p. 178).

Verifica-se também, através da Figura 1, que se for traçada uma linha reta ligando os pontos referentes à utilidade dos prêmios desta loteria (x e y), esta reta situar-se-á abaixo da

função utilidade. Isto, de acordo com Varian (1992), é equivalente à definição matemática de função côncava. Portanto, como a função utilidade da Figura 1 exibe um comportamento de aversão ao risco, pode-se afirmar que a concavidade da função utilidade esperada é equivalente à aversão ao risco, ou seja, se a função utilidade for estritamente côncava, então ela exibe um comportamento de aversão ao risco e quanto mais côncava for a função, maior o nível de aversão ao risco por parte do indivíduo, pois maior será a diferença entre a utilidade do valor esperado da loteria e a utilidade da loteria.

A equivalência entre a aversão ao risco e a concavidade da função utilidade, segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995), tem um sentido lógico. Se a função utilidade é estritamente côncava, então sua utilidade marginal é decrescente e, conseqüentemente, em um determinado nível de riqueza, o ganho em termos de utilidade de uma unidade monetária a mais é menor que a perda de utilidade de ter uma unidade monetária a menos. Em outras palavras, o custo em termos de utilidade da perda de uma unidade monetária é maior que o benefício em termos de utilidade do ganho de uma unidade monetária. Desta forma, um jogo com a possibilidade de ganhar ou perder uma unidade monetária com a mesma probabilidade (um jogo justo) não é valorizado por um indivíduo avesso ao risco.

Discutidos os conceitos de preferências em relação ao risco e a equivalência entre a aversão ao risco e concavidade da função utilidade esperada, pode-se agora definir uma medida da intensidade da aversão ao risco.

Assumindo que a função utilidade esperada é duas vezes diferenciável, poder-se-ia medir o nível de aversão ao risco, conforme Varian (1992), por meio da segunda derivada da função utilidade esperada, uma vez que, quanto mais côncava a função, maior o nível de aversão ao risco. Porém, esta definição não é constante para transformações monotonicas da função utilidade esperada, ou seja, se a função utilidade esperada é multiplicada por 2, o comportamento do consumidor permanece o mesmo, mas a medida de risco proposta (segunda derivada da função utilidade esperada) se altera. Para corrigir este inconveniente pode-se normalizar a segunda derivada dividindo-a pela primeira derivada, obtendo-se assim uma medida conhecida como coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt:

$$r(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)}, \text{ onde } w \text{ é a riqueza de um indivíduo e o sinal negativo é colocado}$$

para que a medida assuma um valor positivo, uma vez que uma função crescente e côncava apresenta os seguintes atributos matemáticos: $f''(\bullet) < 0$ e $f'(\bullet) \geq 0$.

Segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995), além de comparar os níveis de aversão ao risco entre os indivíduos, pode-se também comparar o nível de aversão ao risco através dos níveis de riqueza, visto que é comum alegar que pessoas ricas estão mais dispostas a assumir maiores riscos do que pessoas pobres. Desta forma, se a função utilidade esperada do dinheiro é uma função decrescente do nível de riqueza (w), então esta função exibe uma aversão absoluta ao risco decrescente.

Corroborando com este conceito, Varian (1992) afirma que é totalmente plausível assumir que a aversão absoluta ao risco decresce com o aumento da riqueza, pois à medida que o indivíduo se torna mais rico ele aceitará mais apostas expressas em termos de unidades monetárias absolutas.

O coeficiente de aversão absoluta ao risco é utilizado para comparar as preferências dos indivíduos por ativos de risco cujos retornos são determinados em valores absolutos. Porém, é interessante também avaliar as preferências sobre ativos de risco cujos retornos representam um percentual da riqueza do indivíduo (MAS-COLELL, WHINSTON e GREEN, 1995).

De acordo com Varian (1992), o retorno em investimentos é usualmente expresso em termos de um valor relativo ao nível do investimento. Justifica-se portanto, a necessidade de uma medida que permita determinar quando um indivíduo aceitará mais apostas relativas do que outro em um dado nível de riqueza. Para tal, desenvolveu-se uma medida apropriada conhecida como coeficiente de aversão relativa ao risco de Arrow-Pratt:

$$\alpha = -\frac{u''(w)w}{u'(w)}.$$

Como no caso da aversão absoluta ao risco, é conveniente questionar como a aversão relativa ao risco pode variar com a riqueza. Para Varian (1992), o comportamento da aversão relativa ao risco em relação à riqueza é mais problemático do que no caso anterior e, portanto, assumir uma aversão relativa ao risco constante não parece ser uma má suposição.

Através da exploração dos principais conceitos relativos às escolhas dos indivíduos em ambientes de certeza e de incerteza, criou-se uma estrutura para analisar as escolhas intertemporais dos mesmos. O próximo tópico ocupa-se de discutir a utilidade intertemporal, a otimização intertemporal por meio da programação dinâmica e o equilíbrio intertemporal.

2.1.4 Utilidade, Otimização e Equilíbrio Intertemporal

De acordo com Varian (1992), uma forma particular de função utilidade, aplicável às escolhas intertemporais de consumo, é uma função utilidade que é aditiva ao longo do tempo (*time-additive*):

$$U(c_0, \dots, c_T) = \sum_{t=0}^T u_t(c_t), \quad (1)$$

onde $u_t(c_t)$ é a utilidade do consumo no período t , determinada por uma função utilidade estritamente crescente e côncava.

Segundo Varian (1992), esta função pode ser especificada para a forma estacionária-temporal (*time-stationary*):

$$U(c_0, \dots, c_T) = \sum_{t=0}^T \beta^t u_t(c_t), \quad (2)$$

onde $0 > \beta^t > 1$ é um fator de desconto temporal.

Neste caso, conforme Varian (1992), a função utilidade pode ser a mesma em cada período t , porém, a utilidade em cada período é multiplicada pelo fator de desconto β^t . Esta forma da função utilidade é muito semelhante à estrutura da utilidade esperada, apresentada anteriormente, sendo que nesta última a utilidade do resultado de cada evento é multiplicada pela probabilidade de ocorrência deste evento.

Mas-Colell, Whinston e Green (1995) comentam seis aspectos desta função utilidade (2), sendo cinco deles essenciais à análise proposta neste estudo: impaciência temporal, separabilidade aditiva, extensão do período, utilidade recursiva e altruísmo. Dada a importância desta função utilidade para os modelos intertemporais, aborda-se abaixo cada um destes aspectos de acordo com os referidos autores.

Impaciência Temporal: Implica que a utilidade futura é descontada, isto é $\beta < 1$. Desta forma, se um fluxo de consumo $c = (c_0, c_1, \dots, c_t, \dots)$ é diferente de zero, então o fluxo de consumo deslocado um período adiante $c' = (0, c_0, c_1, \dots, c_{t-1}, \dots)$ é estritamente pior do que c . Por meio desta suposição pode-se garantir que um fluxo de consumo tem um valor de utilidade finito, ou seja, assegura que a soma em (2) converge, e permite assim comparar quaisquer fluxos de consumo, tornando possível a aplicação dos mecanismos de cálculos.

Uma possível interpretação do fator de desconto, e defesa de seu uso na função utilidade, consiste em observá-lo como uma probabilidade de sobrevivência no período seguinte e, assim, encarar a função utilidade $U(c_0, \dots, c_T)$ como o valor esperado da utilidade de toda a vida.

Separabilidade Aditiva: Supõe que em qualquer data T, a classificação dos fluxos de consumo que iniciam em T + 1 independem dos fluxos de consumo no período anterior (0 até T) e, da mesma forma, a classificação dos fluxos de consumo que iniciam em 0 e terminam em T independem dos fluxos de consumo esperados após este período (T + 1 em diante). Conforme Mas-Colell, Whinston e Green (1995), podem ser feitos dois argumentos a favor da separabilidade aditiva: o primeiro é a conveniência técnica; e o segundo é que há uma percepção vaga de que o que acontece num futuro distante ou no passado deveria ser irrelevante para a avaliação do bem-estar relativo às alternativas de consumo correntes. Porém existem também algumas limitações como, por exemplo, a não incorporação do hábito criado pelo consumo passado.

Duração do Período: Sugere que a plausibilidade da suposição de separabilidade aditiva depende da extensão do período, uma vez que mesmo o mais precíval dos bens de consumo apresenta elementos de durabilidade. Assim, períodos muito curtos podem distorcer a suposição de separabilidade aditiva. Segundo Mas-Colell, Whinston e Green (1995), a extensão do período, em um modelo de teoria competitiva, seria determinado institucionalmente: o período deve ser o intervalo de tempo para o qual os preços podem ser tomados como constantes. Outro fator importante a ser observado é o de que o valor do fator de desconto (β) depende da extensão do período, ou seja, quanto mais curto o período mais próximo de 1 (um) ele estará.

Utilidade Recursiva: Afirma que a taxa marginal de substituição entre o consumo corrente e futuro é igual ao fator de desconto (β) e é então independente dos níveis de utilidade corrente e futura. Para compreender esta suposição transforma-se a função utilidade (2) em: $U(c_0, \dots, c_T) = u(c_0) + \beta U(c_1, \dots, c_T)$, logo $u(c_0)$ pode ser entendido como a utilidade corrente, $U(c_1, \dots, c_T)$ como a utilidade futura e, desta forma, β igualaria a taxa marginal de substituição entre a utilidade corrente e futura, sendo independente dos níveis de utilidade corrente e futura. O modelo de utilidade recursiva, de acordo com Mas-Colell, Whinston e Green (1995), combina dois atributos: permite que a taxa marginal de substituição entre a

utilidade corrente e futura varie; e tem a propriedade de que a classificação dos fluxos de consumo futuros são independentes do fluxo de consumo passado.

Altruísmo: Partindo da transformação de (2) na suposição anterior, sugere que uma dinastia inteira comporta-se como um único indivíduo, isto é, uma determinada geração de indivíduos preocupa-se com o seu próprio consumo e com o consumo da próxima geração. Assumindo-se que as gerações vivem um único período e que a geração 0 valoriza seu consumo de acordo com $u(c_0)$, mas preocupa-se também com respeito a utilidade $U(c_1, \dots, c_T)$ da próxima geração de acordo com $\beta U(c_1, \dots, c_T)$, então sua utilidade total é dada por $U(c_0, \dots, c_T) = u(c_0) + \beta U(c_1, \dots, c_T)$. Desta forma, se todas as gerações são similarmente altruístas, pode-se concluir que a função objetivo da geração 0 é precisamente (2). Conforme Mas-Colell, Whinston e Green (1995), como a geração corrente dá mais valor à utilidade de seu próprio consumo do que a utilidade do consumo das próximas gerações, o fator de desconto (β) pode ser interpretado como um peso dado à utilidade do consumo futuro que, neste caso, deve ser inferior a 1.

Definida a forma da função utilidade e suas principais características, pode-se agora tratar do processo de otimização intertemporal desta função. Segundo Varian (1992), a otimização em vários períodos pode ser resolvida pela abordagem da programação dinâmica, cuja técnica consiste em ‘quebrar’ um problema de otimização de múltiplos períodos em problemas de otimização de dois períodos. Desta forma, será necessário abordar primeiramente o modelo de otimização de dois períodos e, em seguida, estender este modelo para uma configuração com vários períodos.

2.1.4.1 Otimização Intertemporal com dois períodos

Neste tópico aborda-se um problema de otimização de portfólio de dois períodos com base em Varian (1992). Como mencionado anteriormente, este modelo dará suporte para a resolução de modelos de vários períodos por meio da abordagem da programação dinâmica.

Denota-se o consumo em cada um dos dois períodos por (c_1, c_2) . O consumidor tem uma dotação inicial de w_1 no período 1, e pode investir sua riqueza em dois ativos: um ativo livre de risco, cujo retorno de R_0 é pago com certeza no segundo período; e um ativo de risco, o qual paga um retorno aleatório \tilde{R}_1 no segundo período. É conveniente pensar nestes retornos como retornos totais (1 + taxa de retorno).

Suponha que o consumidor decida consumir $c_1 < w_1$ no primeiro período e investir o restante $(w_1 - c_1)$ nos dois ativos. Uma fração x é investida no ativo de risco e uma fração $(1 - x)$ é investida no ativo livre de risco. Logo, a sua riqueza no segundo período, a qual iguala o consumo no segundo período, é igual a:

$$\tilde{w}_2 = \tilde{c}_2 = (w_1 - c_1) \left[\tilde{R}_1 x + R_0(1 - x) \right] = (w_1 - c_1) \tilde{R},$$

onde $\tilde{R} = \tilde{R}_1 x + R_0(1 - x)$ é o retorno esperado do portfólio. O termo ‘esperado’ é utilizado pois \tilde{R} é uma variável aleatória, visto que é composta por \tilde{R}_1 . Como o retorno do portfólio é incerto³, a riqueza e, conseqüentemente, o consumo no segundo período são incertos.

Suponha agora que o consumidor tenha uma função utilidade com a seguinte forma:

$$U(c_1, \tilde{c}_2) = u(c_1) + \beta E u(\tilde{c}_2),$$

onde $\beta < 1$ é um fator de desconto.

Permitindo que $V_1(w_1)$ seja a utilidade máxima que o consumidor pode alcançar se ele tiver a riqueza (dotação) w_1 no período 1, então:

$$V_1(w_1) = \max_{c_1, x} u(c_1) + \beta E u \left[(w_1 - c_1) \tilde{R} \right]. \quad (3)$$

A função $V_1(w_1)$ (3) é essencialmente uma função indireta, ou seja, ela determina a utilidade máxima como uma função da riqueza. Diferenciando a equação (3) com respeito à c_1 e x , obtêm-se as condições de primeira ordem necessárias para a maximização da função:

$$u'(c_1) = \beta E u'(\tilde{c}_2) \tilde{R} \quad e \quad (4)$$

$$E u'(\tilde{c}_2) (\tilde{R}_1 - R_0) = 0. \quad (5)$$

³ Incerteza não no sentido Knightiano. Na concepção de Knight a incerteza refere-se a um evento aleatório cuja probabilidade de ocorrência não pode ser mensurada, enquanto que o risco refere-se a um evento aleatório cuja probabilidade de ocorrência pode ser mensurada.

A equação (4) é uma condição de otimização intertemporal, e significa que a utilidade marginal do consumo no período 1 deve ser igual à utilidade marginal esperada descontada do consumo no período 2. A equação (5) é uma condição de otimização de portfólio, e implica que a utilidade marginal esperada de mover uma pequena quantidade de dinheiro do ativo livre de risco para o ativo de risco deve ser igual a zero.

Dadas as duas condições de primeira ordem em duas incógnitas, c_1 e x , pode-se, a princípio, resolver para o consumo ótimo e a escolha do portfólio. Um exemplo de como resolver este problema será dado no próximo tópico, como parte da solução para um problema de T períodos.

2.1.4.2 Otimização Intertemporal com vários períodos

Neste tópico desenvolve-se, a partir de Varian (1992), a solução de um problema de otimização de T períodos, utilizando-se a abordagem da programação dinâmica.

Suponha agora que há T períodos. Se o fluxo de consumo, provavelmente aleatório, é dado por $(\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_T)$, assume-se que o consumidor avalia-o de acordo com a seguinte função utilidade:

$$U(\tilde{c}_1, \dots, \tilde{c}_T) = \sum_{t=0}^T \beta^t E u(\tilde{c}_t).$$

Se a riqueza do consumidor no tempo t é igual a w_t , e ele consumir $c_t < w_t$ e investir uma fração x_t no ativo de risco e uma fração $(1 - x_t)$ no ativo livre de risco, sua riqueza no período $t + 1$ é dada por:

$$\tilde{w}_{t+1} = [w_t - c_t] \tilde{R},$$

onde $\tilde{R} = x_t \tilde{R}_1 + (1 - x_t) R_0$ é o retorno total esperado (aleatório) do portfólio entre o período t e $t + 1$.

Para resolver este problema de otimização intertemporal, pode-se utilizar a abordagem da programação dinâmica, cuja técnica consiste em ‘quebrar’ um problema de otimização de múltiplos períodos em problemas de otimização de dois períodos. Conforme Duffie (2001), a programação dinâmica é somente conveniente com alguns tipos especiais de função utilidade, como, por exemplo, a função utilidade do tipo aditiva (2), a qual é utilizada no desenvolvimento deste estudo.

Considere agora o período $T - 1$, se a riqueza do consumidor neste período é w_{T-1} , a utilidade máxima que ele pode obter é:

$$V_{T-1}(w_{T-1}) = \max_{c_{T-1}, x_{T-1}} u(c_{T-1}) + \beta E u \left[(w_{T-1} - c_{T-1}) \tilde{R} \right]. \quad (6)$$

Esta equação é exatamente igual à função utilidade indireta (3), com $T - 1$ substituindo 1. As condições de primeira ordem, necessárias para resolver o problema de otimização, são dadas abaixo:

$$u'(c_{T-1}) = \beta E u' \left(\tilde{c}_T \right) \tilde{R}, \quad (7)$$

$$E u' \left(\tilde{c}_T \right) \left(\tilde{R}_1 - R_0 \right) = 0. \quad (8)$$

Agora considere o período $T - 2$. Se o consumidor escolhe (c_{T-2}, x_{T-2}) , então no período $T - 1$ ele terá a riqueza (aleatória) de:

$$\tilde{w}_{T-1} = [w_{T-2} - c_{T-2}] \tilde{R}.$$

Por meio da função utilidade indireta (6), verifica-se que com esta riqueza ele alcançará a utilidade esperada de $V_{T-1}(w_{T-1})$. Logo, o problema de maximização do consumidor no período $T - 2$ pode ser assim descrito:

$$V_{T-2}(w_{T-2}) = \max_{c_{T-2}, x_{T-2}} u(c_{T-2}) + \beta E V_{T-1} \left[(w_{T-2} - c_{T-2}) \tilde{R} \right]. \quad (9)$$

A equação (9) é exatamente igual a equação (6), mas a utilidade do ‘segundo período’ é dada agora por uma função utilidade indireta $V_{T-1}(w_{T-1})$ ao invés da função utilidade direta. As condições de primeira ordem são:

$$u'(c_{T-2}) = \beta E V'_{T-1} \left(\tilde{w}_{T-1} \right) \tilde{R}, \quad (10)$$

$$E V'_{T-1} \left(\tilde{w}_{T-1} \right) \left(\tilde{R}_1 - R_0 \right) = 0. \quad (11)$$

Da mesma forma que no problema de otimização de dois períodos, a condição de primeira ordem (10) é uma condição de otimização intertemporal, a qual implica que a utilidade marginal do consumo corrente tem de ser igual à utilidade marginal indireta

descontada da riqueza futura, e a condição de primeira ordem (11) é uma condição de otimização de portfólio, que implica que a utilidade marginal esperada de mover uma pequena quantidade do ativo livre de risco para o ativo de risco deve ser igual a zero.

Pode-se agora utilizar estas condições para resolver para $V_{T-2}(w_{T-2})$ e assim por diante. Dada a função utilidade indireta $V_t(w_t)$ o problema de otimização intertemporal de T períodos é exatamente um seqüência de problemas de dois períodos. Abaixo segue a solução utilizando-se uma utilidade logarítmica (VARIAN, 1992):

Suponha que $u(c) = \ln c$. Então as condições de primeira ordem (7) e (8) tornam-se:

$$\frac{1}{c_{T-1}} = \beta E \frac{\tilde{R}}{[w_{T-1} - c_{T-1}]\tilde{R}} = \frac{\beta}{[w_{T-1} - c_{T-1}]}, \quad (12)$$

$$E \left[\frac{\tilde{R}_1 - R_0}{[w_{T-1} - c_{T-1}]\tilde{R}} \right] = 0. \quad (13)$$

Resolvendo a equação (12) para c_{T-1} , tem-se:

$$c_{T-1} = \frac{w_{T-1}}{1 + \beta}. \quad (14)$$

Substituindo (14) em (6) obtém-se a seguinte função utilidade indireta:

$$V_{T-1}(w_{T-1}) = \ln \frac{w_{T-1}}{1 + \beta} + \beta E \ln \frac{\beta w_{T-1} \tilde{R}}{1 + \beta}. \quad (15)$$

Usando as propriedades logarítmicas:

$$V_{T-1}(w_{T-1}) = (1 + \beta) \ln w_{T-1} + \beta E \ln \tilde{R} + \beta \ln \beta - (1 + \beta) \ln(1 + \beta). \quad (16)$$

Pode-se observar pelas equações (12) e (16) que o retorno esperado do portfólio afeta a utilidade indireta V_{T-1} aditivamente, mas ele não influencia a utilidade marginal da riqueza e, conseqüentemente, não é incluído na condição de primeira ordem apropriada (VARIAN, 1992).

Segue que para o período $T - 2$ têm-se as condições de primeira ordem nas formas apresentadas abaixo:

$$\frac{1}{c_{T-2}} = \frac{\beta(1+\beta)}{[w_{T-2} - c_{T-2}]}, \quad (17)$$

$$E \left[\frac{\tilde{R}_1 - R_0}{[w_{T-2} - c_{T-2}] \tilde{R}} \right] = 0. \quad (18)$$

Ambas são bastante similares às condições de primeira ordem do período $T - 1$: (12) e (13). A equação (17) tem um fator extra de $(1+\beta)$ em seu lado direito, e a equação (18) é exatamente a mesma. Com base nisto, pode-se concluir, segundo Varian (1992, p. 363), “that each period the consumer chooses the same portfólio he would choose if he were solving a two-period problem and that the consumption choice in period $T - 1$ is always proportional to wealth in that period”.

2.1.4.3 Equilíbrio Geral Intertemporal

De acordo com Arrow e Debreu (1954), Walras foi o primeiro a formular as condições de equilíbrio em que a demanda e a oferta são iguais em todos os mercados de bens. Assumindo que todo o consumidor age de forma a maximizar sua utilidade e que cada produtor age de forma a maximizar seu lucro, Walras sugere a existência de um mercado competitivo perfeito, onde produtores e consumidores observariam os preços como independentes de sua própria escolha.

No entanto, Arrow e Debreu (1954) afirmam que Walras não provê argumentos conclusivos de que as equações, como dadas, têm uma solução. Ao investigarem a existência de uma solução, Arrow e Debreu (1954) propõem dois teoremas que expressam condições bastante gerais sob as quais um equilíbrio competitivo existirá:

Primeiro Teorema: Se todos indivíduos têm alguma quantidade inicial positiva de cada bem disponível para a venda, então um equilíbrio competitivo prevalecerá. Para tal, algumas condições precisam ser satisfeitas:

1. as firmas escolhem um plano de produção tomando os preços como dados, de forma a maximizar seus lucros. As características tecnológicas que definem os planos de produção e o conjunto de planos de produção de cada firma podem ser vistos em Arrow e Debreu (1954, p. 266-8).
2. o vetor de consumo escolhido pelo consumidor será aquele que maximiza a sua utilidade entre todos os vetores de consumo que satisfazem a restrição orçamentária,

isto é, entre os vetores de consumo cujos preços de mercado não excedam a sua renda. Novamente, os preços são tomados como dados pelo consumidor e este tem preferências bem-comportadas como descrito anteriormente neste estudo.

3. os preços devem ser não-negativos e todos não podem ser zero. O mercado de qualquer bem é usualmente considerado em equilíbrio quando a demanda iguala a oferta, e o mecanismo que determina a igualdade é o preço de cada bem. Desta forma, um preço igual a zero pode ser decorrente de um excesso de oferta contínuo sobre a demanda. Para um detalhamento mais formal ver Arrow e Debreu (1954).
4. o preço de um bem eleva-se quando a demanda excede a oferta e reduz-se quando a oferta excede a demanda (Lei da Oferta e Demanda). O equilíbrio será incompatível com um excesso de demanda, uma vez que este excesso será eliminado pela elevação dos preços, porém, no caso de um excesso de oferta o equilíbrio pode não ocorrer, visto que a condição (3) acima estabelece que o preço não pode ser menor que zero. Novamente, para uma maior formalização desta condição, ver Arrow e Debreu (1954).

Segundo Teorema: Conforme Arrow e Debreu (1954), a suposição de que todos os indivíduos têm uma quantidade inicial positiva de cada bem (Primeiro Teorema) não é realista e, desta forma, um enfraquecimento desta suposição é desejável. Visando atender este objetivo, o segundo teorema substitui a referida suposição assumindo apenas que há alguns tipos de trabalho que têm as seguintes propriedades:

1. cada indivíduo pode ofertar alguma quantidade positiva de pelo menos um destes tipos de trabalho.
2. cada um destes tipos de trabalho tem uma utilidade positiva na produção dos bens desejáveis.

De acordo com Arrow e Debreu (1954), tais propriedades podem ser observadas em uma variedade de situações reais e, desta forma, a existência de um equilíbrio como afirmado por este teorema parece ser mais plausível. A declaração dos teoremas e suas provas podem ser vistas em Arrow e Debreu (1954).

Pode-se estender a idéia de equilíbrio acima descrita para uma estrutura intertemporal, uma vez que o mesmo bem em diferentes pontos no tempo pode ser observado como sendo bens diferentes (ARROW e DEBREU, 1954).

Segundo Varian (1992), ao se distinguirem os bens desta maneira pode-se entender o papel dos preços de equilíbrio de uma forma nova e profunda. Para tal, analisar-se-á um modelo de equilíbrio geral com um único bem de consumo que está disponível em diferentes pontos do tempo $t = 1, \dots, T$. Como descrito anteriormente, este bem de consumo será visto como sendo T diferentes bens.

As principais características deste modelo são dadas abaixo (VARIAN, 1992):

- o consumo disponível no tempo t é dado por c_t .
- assume-se que o indivíduo i seja dotado com algum consumo no tempo t , \tilde{c}_{it} .
- os indivíduos têm preferências sobre o consumo futuro.
- há mercados disponíveis para a negociação do consumo em diferentes pontos no tempo (completude de mercado).
- não ocorrem transações fora do equilíbrio.
- uma forma de organização destes mercados pode ser através do uso dos títulos de ‘Arrow-Debreu’, que pagam \$1 em determinada data t e zero em todas as demais.

Conforme Varian (1992), um modelo com tais características contém todas as partes do modelo padrão de Arrow-Debreu: preferências, dotações e mercados. Aplicando os resultados padrões existentes pode-se verificar que existe um preço de equilíbrio (p_t) para um título de ‘Arrow-Debreu’ que equilibra todos os mercados. O preço (p_t) é pago no tempo corrente (0) para que o bem de consumo seja recebido em uma data futura (t).

Suponha agora que exista um banco que oferece o seguinte contrato: para cada \$1 que ele receber na data 0 ele pagará $\$(1 + r_t)$ no tempo t . Denomina-se normalmente r_t como a taxa de juros. Assumindo que o investidor possui \$1 no tempo 0, ele pode investir este montante no banco, o qual pagará $1 + r_t$ na data t , ou ele pode investir o montante no título de ‘Arrow-Debreu’ t . Se o preço deste título é igual a p_t , então o investidor pode comprar $1/p_t$ unidades do título. Como o título de ‘Arrow-Debreu’ pagará \$1 na data t , segue que o investidor terá $1/p_t$ na data t . Em equilíbrio, ambos os investimentos devem oferecer o mesmo montante de dinheiro na data t ao investidor e assim tem-se que (VARIAN, 1992):

$$1 + r_t = \frac{1}{p_t} \text{ ou } p_t = \frac{1}{(1 + r_t)}.$$

De acordo com Varian (1992), ao utilizar o preço do título de ‘Arrow-Debreu’ para avaliar os fluxos de consumo ao longo do tempo, a restrição orçamentária do investidor adquire a seguinte forma:

$$\sum_{t=1}^T p_t c_t = \sum_{t=1}^T p_t \tilde{c}_t.$$

Substituindo p_t na equação acima pelo relacionamento observado entre a taxa de juros r_t e o preço do título de ‘Arrow-Debreu’ p_t , pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$\sum_{t=1}^T \frac{c_t}{(1 + r_t)} = \sum_{t=1}^T \frac{\tilde{c}_t}{(1 + r_t)}.$$

Observa-se pela equação acima que a restrição orçamentária consiste em que o valor presente descontado do consumo seja igual ao valor presente descontado da dotação. Portanto, dada as preferências dos indivíduos sobre os fluxos de consumo ao longo do tempo e suas dotações em cada período, os preços relativos destes bens de consumo nos diversos períodos devem garantir uma alocação de equilíbrio, ou seja, devem atender a restrição orçamentária acima especificada. E ao assumir que tanto o lado da demanda (consumidores) quanto o lado da oferta (firmas) são maximizadores de suas utilidades, a alocação resultante, dadas as dotações dos indivíduos, deverá ser Pareto-eficiente.

No próximo tópico, apresenta-se um modelo intertemporal de equilíbrio para a precificação de ativos com base na estrutura apresentada até o momento, a qual considera-se adequada e, com algumas condições e suposições adicionais, suficiente.

2.1.5 Mercado de Ativos e Precificação Intertemporal

A transferência intertemporal do consumo é questão central em finanças e os mercados financeiros têm um papel muito importante neste aspecto, uma vez que permitem a transferência de fundos do futuro para o presente e vice-versa.

Segundo Varian (1992), o estudo dos mercados de ativos demanda uma abordagem de equilíbrio geral, visto que o valor de um ativo de risco depende da presença ou ausência de outros ativos de risco os quais servem como complementares ou substitutos daquele ativo; e, como será observado, o preço de equilíbrio de um determinado ativo, num ambiente de

incerteza e otimização intertemporal da utilidade, dependerá de sua covariância com o consumo agregado.

Conforme Duffie (2001), há três pilares que fundamentam a teoria de precificação de ativos: arbitragem, otimização e equilíbrio. A arbitragem, segundo este autor, pode ser representada por um portfólio com valor de mercado não-positivo e que oferece um pagamento positivo em uma determinada data futura, ou seja, a arbitragem é um portfólio que oferece ‘alguma coisa por nada’. Em um mercado competitivo, a oportunidade de arbitragem deve ser naturalmente eliminada e, conseqüentemente, a precificação dos ativos deve estar baseada na ‘ausência de arbitragem’. A otimização, já discutida anteriormente, requer que os indivíduos tenham preferências bem-comportadas e, desta forma, maximizem sua utilidade esperada. E, por fim, a condição de equilíbrio determina que os preços dos diversos ativos devem conduzir a uma alocação de equilíbrio, ou seja, uma alocação que satisfaça a restrição orçamentária dos indivíduos e que maximize a utilidade dos mesmos dadas as suas dotações, alcançando assim uma distribuição Pareto-eficiente.

Para dar seqüência ao estudo da precificação de ativos são necessárias algumas suposições que caracterizem os mercados financeiros perfeitos. Tais suposições serão descritas abaixo e são úteis para que o processo de precificação ocorra sob os três pilares básicos: ausência de arbitragem, otimização e equilíbrio.

De acordo com Merton (1973, p. 868) as suposições padrão de um mercado perfeito, as quais são assumidas no presente estudo, são:

Suposição 2.1.5.1: Todos os ativos tem obrigação (*liability*) limitada.

Suposição 2.1.5.2: Não há custos de transação, impostos, ou problemas com a indivisibilidade dos ativos.

Suposição 2.1.5.3: Há um número suficiente de investidores com níveis de riqueza comparáveis, de forma que cada investidor acredita que pode comprar ou vender a quantidade que desejar de qualquer ativo aos preços de mercado.

Suposição 2.1.5.4: O mercado de capitais está sempre em equilíbrio, isto é, as negociações ocorrem somente com preços em equilíbrio.

Suposição 2.1.5.5: Existe um mercado de trocas em que é possível emprestar ou tomar emprestado à mesma taxa de juros.

Suposição 2.1.5.6: São permitidas vendas a descoberto de todos os ativos, com o uso total dos rendimentos obtidos.

Além destas suposições que definem um mercado perfeito, Merton (1973) acrescenta uma suposição para definir o intervalo das negociações:

Suposição 2.1.5.7: As negociações com ativos ocorrem continuamente no tempo.

Conforme este autor, se não há custos de transação nem problemas com a indivisibilidade dos ativos, à medida que o conjunto de oportunidades de investimento se altera ao longo do tempo, os investidores desejam revisar seus portfólios a qualquer momento e, desta forma, a suposição acima parece ser coerente.

Quanto aos indivíduos, Merton (1973) assevera que ao contrário de um maximizador de um único período, o qual não considera eventos que vão além do presente período, o maximizador intertemporal ao selecionar seu portfólio considera o relacionamento entre os retornos do período corrente e os retornos que estarão disponíveis no futuro. Assim, o referido autor faz uma suposição sobre o que o investidor precisa conhecer em cada ponto no tempo para a tomada de decisão:

Suposição 2.1.5.8: É suficiente, para a tomada de decisão do indivíduo, que ele conheça em cada momento: (i) a transição de probabilidades para os retornos de cada ativo sobre o próximo intervalo de negociação (o conjunto de oportunidades de investimento); e (ii) a transição de probabilidades para os retornos dos ativos nos períodos futuros (conhecimento do processo estocástico de alteração no conjunto de oportunidades de investimento).

Assume-se ainda, de acordo com Breeden (1979), as seguintes suposições sobre os indivíduos, as firmas e a economia na qual ambos atuam:

Suposição 2.1.5.9: Há um único bem de consumo que pode ser consumido pelos indivíduos ou investido através das firmas.

Suposição 2.1.5.10: Todos os investidores têm crenças probabilísticas idênticas sobre os estados da natureza.

Suposição 2.1.5.11: Os indivíduos aplicam suas riquezas em ativos de risco e/ou em ativos livres de risco.

Suposição 2.1.5.12: O produto da economia é produzido por diferentes unidades de produção (firmas) sob condições de incerteza quanto à produtividade do investimento atual e quanto à tecnologia futura do investimento.

Suposição 2.1.5.13: As firmas compram estoques do bem de consumo e arrendam mão-de-obra para utilizar em seu processo produtivo.

Suposição 2.1.5.14: Os componentes esperados e aleatórios da produção das firmas podem depender do capital e mão-de-obra empregados e do nível corrente de tecnologia. Assume-se que as alterações tecnológicas são aleatórias, com os índices de produtividade da tecnologia seguindo um vetor de processos de Markov.

Suposição 2.1.5.15: Cada firma pode emitir um número de diferentes títulos mobiliários, sendo que cada firma maximiza o valor de seus títulos, líquidos dos custos de entrada (emissão).

Suposição 2.1.5.16: Os indivíduos podem emitir ou comprar um número de títulos contratualmente definidos que possuem oferta líquida igual a zero.

Suposição 2.1.5.17: Em um equilíbrio de expectativas racionais⁴, os preços dos ativos são funções das preferências sobre o consumo dos indivíduos e do tempo (componentes não-estocásticos) e das seguintes variáveis estocásticas: (1) a produtividade corrente do processo de produção; (2) da oferta corrente de capital e mão-de-obra; e (3) da distribuição corrente de renda e riqueza entre os indivíduos.

Suposição 2.1.5.18: As alterações no vetor de variáveis de estado, o qual descreve o comportamento estocástico do conjunto de oportunidades de investimento, resultam da produção estocástica e das alterações tecnológicas estocásticas, que são variáveis exógenas.

As condições e suposições abordadas até o momento neste capítulo juntamente com a estrutura desenvolvida nos capítulos anteriores são suficientes para iniciar a apresentação do modelo de equilíbrio intertemporal utilizado neste estudo. Assim, descreve-se, a partir de Varian (1992), um modelo de precificação de ativos fundamentado na otimização intertemporal da utilidade, cuja solução envolve a técnica de programação dinâmica discutida na seção precedente.

⁴ Para maiores detalhes sobre a suposição de expectativas racionais ver Muth (1961), Lucas (1978, p. 1431) e Huang e Litzenberger (1988, p. 304), entre outros.

Considere o seguinte problema de dois períodos de um investidor:

$$\max_{c_i, x_{i1}, \dots, x_{iA}} u_i(c_i) + \beta E \left[u_i \left((W_i - c_i) \left(x_{i0} R_0 + \sum_{a=1}^A x_{ia} \tilde{R}_a \right) \right) \right],$$

onde o subscrito i denota o indivíduo, $i = 1, \dots, I$; c_i é o consumo no período corrente; W_i refere-se à renda no período corrente; x_{i0} é a fração investida no ativo livre de risco; e x_{ia} é a fração investida no ativo de risco a , $a = 1, \dots, A$.

Omitindo o subscrito i e sabendo-se que os pesos do portfólio somam 1, de forma que $x_0 = 1 - \sum_{a=1}^A x_a$, pode-se reescrever o problema de otimização de dois períodos da seguinte forma:

$$\max_{c, x_1, \dots, x_A} u(c) + \beta E \left[u \left((W - c) \left(R_0 + \sum_{a=1}^A x_a (\tilde{R}_a - R_0) \right) \right) \right]. \quad (19)$$

O problema de otimização do indivíduo consiste em determinar o quanto poupar no primeiro período, $W - c$, e quanto investir em cada um dos ativos de risco, (x_1, \dots, x_A) , de forma a maximizar a utilidade esperada descontada.

Permitindo que $\tilde{R} = \left(R_0 + \sum_{a=1}^A x_a (\tilde{R}_a - R_0) \right)$ seja o retorno esperado (aleatório) do portfólio, e $\tilde{C} = (W - c)\tilde{R}$ a renda disponível no segundo período (e o consumo no caso de somente dois períodos), obtêm-se as condições de primeira ordem para este problema de otimização:

$$u'(c) = \beta E u'(\tilde{C}) \tilde{R}, \quad (20)$$

$$E u'(\tilde{C}) (\tilde{R}_a - R_0) = 0 \text{ para } a = 1, \dots, A. \quad (21)$$

Segundo Mehra e Prescott (2003), a essência da moderna teoria neoclássica de precificação de ativos baseia-se na suposição de que os ativos são precificados de forma que, *ex-ante*, a perda na utilidade presente, decorrente do sacrifício do consumo atual em função da compra de um determinado ativo, é igual ao ganho esperado na utilidade futura, resultado do crescimento previsto no consumo devido aos pagamentos esperados deste ativo no futuro.

Esta idéia, como destacado nos tópicos anteriores, está presente na primeira condição de primeira ordem descrita acima.

A segunda condição de primeira ordem (21), uma condição de otimização de portfólio, implica que a utilidade marginal esperada de transferir uma pequena quantidade de recursos do ativo livre de risco para o ativo de risco a deve ser igual a zero para todos os ativos $a = 1, \dots, A$. Esta condição de primeira ordem, segundo Varian (1992), tem algumas implicações muito importantes para a precificação de ativos, as quais serão exploradas nos próximos parágrafos.

Utilizando o conceito de identidade de covariância, pode-se reescrever (21) da seguinte forma:

$$Eu'(\tilde{C})(\tilde{R}_a - R_0) = \text{cov}(u'(\tilde{C}), \tilde{R}_a) + Eu'(\tilde{C})(\bar{R}_a - R_0) = 0 \text{ para todo } a = 1, \dots, A.$$

Rearranjando, obtém-se:

$$Eu'(\tilde{C})\bar{R}_a = Eu'(\tilde{C})R_0 - \text{cov}(\tilde{R}_a, u'(\tilde{C})) \text{ e resolvendo para } \bar{R}_a \text{ tem-se:}$$

$$\bar{R}_a = R_0 - \frac{1}{Eu'(\tilde{C})} \text{cov}(\tilde{R}_a, u'(\tilde{C})). \quad (22)$$

Por esta equação (22), observa-se que o prêmio de risco de um ativo de risco a depende da covariância de seu retorno com a utilidade marginal do consumo. Desta forma, assumindo que o investidor é avesso ao risco e, portanto, que sua utilidade marginal do consumo é decrescente ($u''(c) < 0$), um ativo que seja positivamente correlacionado com o consumo (negativamente correlacionado com a utilidade marginal, $u'(C)$) terá um prêmio de risco positivo, isto é, ele precisa pagar um alto retorno esperado para que seja atrativo para os investidores, uma vez que não oferece proteção contra as oscilações do consumo (neste caso o ativo acentua ainda mais as oscilações do consumo do investidor que o possui).

De acordo com Varian (1992), esta equação mantém-se somente para um determinado indivíduo i . No entanto, sob certas condições, a equação (22) pode ser agregada. Tais condições, segundo Rubinstein (1976) são:

Mercados Perfeitos, Competitivos e Pareto-Eficiente: Não há economias de escala na compra de qualquer título mobiliário, os participantes agem como se não pudessem influenciar os preços dos títulos negociados, todos os investidores podem comprar o mesmo

título ao mesmo tempo e ao mesmo preço, e há uma suficiente diversidade de títulos de forma que nenhum investidor deseja a criação, sem qualquer custo, de um novo título mobiliário.

Preferências Racionais Aditivas-Temporalmente (*Time-Additive*): Todo investidor age como se maximizasse sua utilidade esperada de acordo com a equação (1). Esta condição também é definida por Breeden (1979, p. 271), ao assumir que cada indivíduo maximiza o valor esperado de uma função utilidade do tipo *von Neumann-Morgenstern* que é aditiva-temporalmente (*time-additive*) e independente do estado (*state-independent*).

Agregação Fraca⁵: Existe um investidor médio tal que as seguintes propriedades são satisfeitas:

- homogeneidade: todas as características econômicas homogêneas também caracterizam o investidor médio.
- comensurabilidade: se uma característica econômica é denominada em unidades de riqueza, então para o investidor médio esta característica é a média aritmética não ponderada sobre a característica correspondente de cada investidor.
- consenso: os preços são determinados como se todo o investidor fosse médio.

Supondo ainda que os retornos dos ativos e o consumo são normalmente distribuídos e que a função utilidade esperada do consumo é duas vezes diferenciável, pode-se, conforme Rubinstein (1976) e Varian (1992), utilizar uma propriedade muito útil das distribuições normais bivariadas (*bivariate*):

$$\text{cov}\left(\tilde{R}_a, u'(\tilde{C})\right) = Eu''(\tilde{C}) \text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C}). \quad (23)$$

Substituindo (23) em (22) e incluindo o subscrito i para distinguir o indivíduo, obtém-se a seguinte equação:

$$\bar{R}_a = R_0 + \left[-\frac{Eu_i''(\tilde{C}_i)}{Eu_i'(\tilde{C}_i)} \right] \text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C}_i). \quad (24)$$

⁵ De acordo com Cornell (1981, p. 103) “moving to continuous time, Breeden is able to dispense with this assumption”.

O termo que multiplica a covariância, como demonstrado no tópico sobre a utilidade esperada, é uma medida do nível de risco de um determinado agente conhecida como

coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt. Permitindo que $r_i = \left[-\frac{Eu_i''(\tilde{C}_i)}{Eu_i'(\tilde{C}_i)} \right]$

denote o coeficiente de aversão absoluta ao risco e rearranjando (24), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{r_i}(\bar{R}_a - R_0) = \text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C}_i).$$

Assumindo as condições de agregação, pode-se somar todos os indivíduos $i = 1, \dots, I$, e utilizar $\tilde{C} = \sum_{i=1}^I \tilde{C}_i$ denotando o consumo agregado para encontrar a equação abaixo:

$$(\bar{R}_a - R_0) \sum_{i=1}^I \frac{1}{r_i} = \text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C}).$$

Esta equação pode também ser escrita como:

$$\bar{R}_a = R_0 + \left[\sum_{i=1}^I \frac{1}{r_i} \right]^{-1} \text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C}). \quad (25)$$

Através da equação (25) percebe-se que o prêmio de risco de um determinado ativo de risco a é proporcional à covariância de seus retornos com o consumo agregado e que o fator de proporcionalidade é uma medida da aversão ao risco média dos indivíduos (VARIAN, 1992, p. 380).

Segundo Varian (1992), também é possível expressar este fator de proporcionalidade como o retorno em excesso em um ativo particular. Supondo que há um ativo c que é perfeitamente correlacionado com o consumo agregado; em equilíbrio seu retorno, R_c , precisa satisfazer a equação (25):

$$\bar{R}_c = R_0 + \left[\sum_{i=1}^I \frac{1}{r_i} \right]^{-1} \text{cov}(\tilde{R}_c, \tilde{C}).$$

Como o ativo c é perfeitamente correlacionado com o consumo agregado, pode-se reescrever a equação acima como:

$$\bar{R}_c = R_0 + \left[\sum_{i=1}^I \frac{1}{r_i} \right]^{-1} \text{var}(\tilde{C}).$$

Resolvendo esta equação para a aversão ao risco média, tem-se a seguinte representação do fator de proporcionalidade:

$$\left[\sum_{i=1}^I \frac{1}{r_i} \right]^{-1} = \frac{\bar{R}_c - R_0}{\text{var}(\tilde{C})}.$$

Esta representação permite reescrever a equação de precificação de ativos (25) como:

$$\bar{R}_a = R_0 + \frac{\text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{C})}{\text{var}(\tilde{C})} (\bar{R}_c - R_0). \quad (26)$$

Na equação acima, a razão entre a covariância dos retornos de um ativo de risco (a) com o consumo agregado e a variância do consumo agregado é conhecida como o ‘beta de consumo’ de um ativo. De acordo com Varian (1992), este beta tem a mesma interpretação do ‘beta de mercado’ do modelo de dois períodos CAPM. Este último representa uma medida dos co-movimentos dos retornos de um ativo com os retornos de um portfólio de mercado, enquanto que o ‘beta de consumo’ indica os co-movimentos dos retornos de um ativo com as taxas de crescimento do consumo agregado.

Segundo Varian (1992), em um modelo de dois períodos não haveria diferença entre o modelo CAPM e o modelo apresentado neste tópico e representado pela equação (26), uma vez que a riqueza agregada (isto é, o portfólio de mercado) no segundo período é igual ao consumo agregado. No entanto, em um modelo multi-período, riqueza e consumo podem ser diferentes.

Esta diferença entre o consumo e a riqueza surge, segundo Breeden (1979), quando as oportunidades de investimento são incertas, ou seja, quando o conjunto de oportunidades de investimento altera-se ao longo do tempo (condição assumida no presente estudo). Conforme o referido autor, sempre que o valor de uma unidade monetária a mais for alta em um determinado estado, o consumo é baixo neste estado, e sempre que o valor de uma unidade monetária a mais for baixo em um determinado estado, o consumo neste estado é alto. Porém, para a riqueza esta relação não é sempre verdadeira, uma vez que as oportunidades de

investimento são incertas. Desta forma, podem existir estados onde a riqueza é alta e a utilidade marginal de uma unidade monetária também seja alta devido as excelentes oportunidades de investimento; assim como podem existir estados onde a riqueza é baixa e a utilidade marginal de uma unidade monetária também seja baixa em função das pobres oportunidades de investimento.

Diante destas considerações, Breeden (1979) conclui que para as escolhas do consumo ótimo e da composição dos portfólios, a utilidade marginal da riqueza ou do consumo de um indivíduo é uma função decrescente monotonicamente do consumo e, por esta razão, mantendo-se os pagamentos esperados de um ativo constantes, o valor presente deste ativo é uma função decrescente de sua covariância com o consumo agregado ou, explicando de outra forma, o retorno esperado é função crescente da covariância dos retornos do ativo com o consumo agregado, como demonstra a equação (26).

Conforme Breeden (1979), a intuição que está por trás desta relação entre os retornos esperados de um ativo e a covariância destes com o consumo agregado pode ser entendida da seguinte forma: mantendo-se constantes os pagamentos esperados de dois ativos, um ativo será preferido ao outro se ele tende a pagar valores mais elevados em estados onde uma unidade monetária a mais provê grandes benefícios (alta utilidade marginal) e tende a pagar relativamente menos nos estados em que uma unidade monetária a mais provê pequenos benefícios (baixa utilidade marginal). E, como visto acima, a utilidade marginal é uma função decrescente do consumo, isto é, quando o consumo é elevado a utilidade marginal é baixa e quando o consumo é baixo a utilidade marginal é alta.

Por fim, é importante destacar que a equação (26), apesar de ter sido derivada em um modelo de dois períodos, é de fato válida em um modelo de múltiplos períodos (VARIAN, 1992).

2.2 Evidências Empíricas dos Modelos Intertemporais de Equilíbrio

Segundo Kocherlakota (1996), do ponto de vista acadêmico os modelos intertemporais de equilíbrio são mais importantes do que o modelo CAPM, sendo os primeiros parte essencial da macroeconomia neoclássica moderna e da economia internacional e, desta forma, qualquer inconsistência empírica representaria uma lacuna no entendimento destas áreas da economia. Corroborando com a importância teórica dos modelos intertemporais, Abel (1991) e Campbell e Cochrane (2000) destacam que o desenvolvimento dos mesmos representa um dos maiores avanços na área econômico-financeira nas últimas décadas.

No entanto, apesar da consistência teórica, os modelos intertemporais de equilíbrio não têm encontrado suporte empírico, ou seja, não têm sido capazes de explicar os retornos dos ativos da economia real de forma plausível (MEHRA e PRESCOTT, 1985; ABEL, 1991; KOCHERLAKOTA, 1996; CAMPBELL, 1996; SIEGEL e THALER, 1997; CAMPBELL e COCHRANE, 2000; MEHRA e PRESCOTT, 2003; entre outros).

Um dos problemas empíricos mais relevantes dos modelos intertemporais de equilíbrio foi apresentado no artigo seminal de Mehra e Prescott (1985), sendo por eles denominado de *equity premium puzzle*. Estes autores concluíram que na economia norte-americana as covariâncias dos retornos das ações e do título livre de risco com a taxa de crescimento do consumo agregado não são capazes de explicar, de forma plausível, os retornos destes títulos; somente mediante um nível de aversão ao risco extremamente elevado (e improvável) por parte dos indivíduos seria possível replicar os retornos dos títulos dadas as suas covariâncias com o consumo agregado.

A partir da constatação da incapacidade dos modelos intertemporais de explicar os retornos dos ativos da economia, que de acordo com Abel (1991) cria sérias restrições à utilidade prática destes modelos, uma vasta literatura surgiu com o intuito de resolver o *puzzle*. Porém, conforme Kocherlakota (1996) e Mehra e Prescott (2003), o *equity premium puzzle* é bastante robusto e permanece não resolvido, a menos que os indivíduos sejam considerados extremamente avessos ao risco.

Diante destas considerações, julga-se pertinente neste estudo abordar o modelo utilizado por Mehra e Prescott (1985) para testar empiricamente um modelo intertemporal de equilíbrio, destacando-se as principais suposições estabelecidas e a técnica utilizada para a realização dos testes. Em seguida, discute-se com base na literatura a essência deste *puzzle* e, por último, apresentam-se os resultados dos principais testes empíricos realizados com o CCAPM.

2.2.1 O modelo de Mehra e Prescott (1985)

Descreve-se abaixo o modelo teórico econômico proposto por Mehra e Prescott (1985), utilizado para testar empiricamente um modelo intertemporal de equilíbrio. A descrição consiste na definição de certas suposições sobre o comportamento da economia e dos agentes econômicos, as quais são coerentes com os preceitos da moderna teoria neoclássica.

Suposição 2.2.1.1: a taxa de crescimento da dotação segue um processo de Markov.

No modelo econômico de Mehra e Prescott (1985), uma variação do modelo de trocas puras proposto por Lucas (1978), assume-se que a taxa de crescimento da dotação segue um processo de Markov, ou seja, a taxa de crescimento da dotação em um determinado período $t + 1$, depende, exclusivamente, da dotação e sua taxa de crescimento no período t . Esta suposição, em contraste com a suposição de Lucas (1978) de que o nível da dotação segue um processo de Markov, é definida para permitir análises em séries de consumo não-estacionárias.

Suposição 2.2.1.2: os agentes são homogêneos, imortais e maximizam uma determinada utilidade aditiva.

Nesta economia há um agente representativo de um grande contingente de consumidores homogêneos e imortais. Este agente, de vida infinita, deve realizar escolhas intertemporais em relação ao fluxo de consumo aleatório, dada sua restrição orçamentária, de forma a maximizar a seguinte função utilidade aditiva:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \right\}, 0 < \beta < 1, \quad (27)$$

onde $E_0 \{ \cdot \}$ é a expectativa condicionada as informações disponíveis no tempo 0 (tempo corrente), β é o fator de desconto temporal, c_t é o consumo per capita e $U(\cdot)$ é uma função utilidade crescente, continuamente diferenciável e côncava, do tipo Aversão Relativa ao Risco Constante – CRRA (do inglês - *Constant Relative Risk Aversion*), definida por:

$$U(c_t, \alpha) = \frac{c_t^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}, 0 < \alpha < \infty, \quad (28)$$

onde α é o coeficiente de aversão relativa ao risco e mede a curvatura da função utilidade.

Segundo Kocherlakota (1996), a homogeneidade dos indivíduos é uma suposição crítica do modelo, implicando que todos os indivíduos tenham preferências idênticas quanto ao fluxo de consumo futuro aleatório. Para este autor, apesar de muitos economistas não acreditarem na possibilidade de um agente representativo, a existência de um mercado completo asseguraria a suposição de homogeneidade. O autor fundamenta-se em Constantinides (1982), que demonstrou que com mercados completos consumidores

heterogêneos podem ser substituídos por um consumidor ‘composto’ que maximiza uma função utilidade do consumo agregado. Portanto, segundo Kocherlakota (1996), a existência de um mercado completo é também uma suposição crítica deste modelo.

Existe ainda outra suposição que é inerente a um mercado perfeito: os indivíduos podem negociar livremente, sem qualquer custo de corretagem ou taxas, os diversos ativos financeiros. Um mercado assim caracterizado é definido na literatura como ‘*frictionless market*’. Para Kocherlakota (1996), esta característica dos mercados perfeitos é considerada uma suposição crítica do modelo de Mehra e Prescott (1985) e implica que, em equilíbrio, nenhum indivíduo pode obter lucros arbitrários (lei de um só preço ou condição de não-arbitragem).

De acordo com Mehra e Prescott (2003), o fator de desconto temporal, β , mede a impaciência do indivíduo em relação ao consumo temporal. Se β for baixo, o indivíduo é altamente impaciente e, desta forma, prefere consumir no presente ao invés de consumir no futuro; se β for elevado, o indivíduo é considerado mais paciente e, portanto, prefere consumir no futuro ao invés de consumir no presente, aumentando assim sua poupança (transferência de fundos para o futuro).

As preferências do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), conforme Mehra e Prescott (2003), oferecem duas vantagens para o modelo: são constantes de escala, isto é, mesmo que o nível das variáveis agregadas tenha crescido ao longo do tempo, o processo de retorno em equilíbrio resultante é estacionário; e permitem a agregação e a formulação de uma estrutura de agente representativo que é independente da distribuição inicial da dotação. A desvantagem deste tipo de preferência é que elas ligam as preferências de risco com as preferências intertemporais, ou seja, se o agente representativo deseja estabilizar o consumo entre os diversos estados da natureza ele deseja também estabilizar o consumo ao longo do tempo. Assim, o coeficiente de aversão relativa ao risco é também o inverso da elasticidade intertemporal de substituição.

Suposição 2.2.1.3: há um único bem de consumo perecível produzido por uma também única unidade de produção, cujos títulos de propriedade são competitivamente negociados em um mercado perfeito e competitivo. Neste mercado competitivo, além do título de propriedade, é negociado um título livre de risco.

Suposição 2.2.1.4: Em equilíbrio, o consumo agregado iguala a produção agregada e a distribuição total de dividendos da economia. Desta forma, a taxa de crescimento dos dividendos é perfeitamente correlacionada com a taxa de crescimento do consumo.

Mehra e Prescott (1985) assumem que há uma única unidade de produção, a qual produz o bem de consumo perecível, e há também um título de propriedade desta unidade de produção que é competitivamente negociado. Como há somente uma unidade produtiva, o retorno deste título de propriedade equivale ao retorno do mercado como um todo. A produção desta firma é restrita a ser menor ou igual à renda (produção) total do mercado, y_t , e corresponde também ao pagamento de dividendos da firma, no período t , ao detentor do título de propriedade. Observa-se também, que o consumo total em cada período deve ser menor ou igual à produção total, $c_t \leq y_t$, uma vez que o produto é perecível.

Dadas estas considerações, o problema de escolha intertemporal do investidor típico no tempo t consiste, segundo Mehra e Prescott (2003), em igualar a perda de utilidade no período t , associada à compra de uma determinada quantidade de um ativo, a utilidade esperada descontada do consumo adicional proporcionado por este ativo no período seguinte. Isto é, para otimização de (27) o investidor típico deve satisfazer a seguinte condição de primeira ordem:

$$p_t U'(c_t) = \beta E_t [(p_{t+1} + y_{t+1}) U'(c_{t+1})],$$

onde p_t é o preço do título de propriedade no período t e p_{t+1} é o preço deste ativo em $t + 1$. O lado esquerdo desta equação corresponde à perda de utilidade associada a compra de uma quantidade adicional de um ativo no período t , enquanto que o lado direito representa o ganho em termos de utilidade esperada, descontada por um fator de desconto intertemporal (β), obtido pela venda do ativo no período $t + 1$ e quaisquer pagamentos feitos por este entre o período t e $t + 1$.

Como descrito anteriormente, a taxa de crescimento da dotação é sujeita a uma cadeia de Markov; sendo que a dotação esperada para o próximo período ($t + 1$) pode ser obtida pela seguinte equação:

$y_{t+1} = x_{t+1} y_t$, onde $x_{t+1} \in \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ é a taxa de crescimento da dotação e λ_n é o n ésimo estado da natureza.

A probabilidade de ocorrência de cada estado da natureza é dada por:

$\Pr\{x_{t+1} = \lambda_j \mid x_t = \lambda_i\} = \phi_{ij}$, onde ϕ_{ij} é a probabilidade de que o estado da natureza λ_j ocorra no período $t + 1$ uma vez que o estado da natureza λ_i ocorreu no período t . Como se pode observar, a transição para o estado da natureza no período $t + 1$ depende exclusivamente do estado da natureza no período t e da probabilidade ϕ_{ij} . É importante lembrar que para cada i , $\sum_{j=1}^n \phi_{ij} = 1$.

De acordo com Mehra e Prescott (1985), assume-se que a cadeia de Markov é ergódica, que todos os estados da natureza são positivos, ou seja, $\lambda_i > 0$ para $i = 1, \dots, n$; e que $y_0 > 0$. A variável aleatória y_t é observada no início do período, no momento em que o pagamento de dividendos é realizado. Todos os títulos mobiliários são negociados ex-dividendos. Assume-se também que a matriz A com elementos $a_{ij} \equiv \beta \phi_{ij} \lambda_j^{1-\alpha}$ para $i, j = 1, \dots, n$ é estável.

Além do título de propriedade da unidade de produção do bem de consumo perecível, é possível aplicar também em um título livre de risco, o qual paga uma determinada quantia de juros em cada período. O preço de equilíbrio no período t de cada um destes ativos financeiros, ex-dividendos ou ex-juros, pode ser determinado, segundo Mehra e Prescott (1985), em termos do bem de consumo no período t . Assim, para qualquer título, com processo $\{d_s\}$ de pagamento, seu preço no período t é igual a:

$$P_t = E_t \left\{ \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{s-t} U'(y_s) d_s / U'(y_t) \right\}. \quad (29)$$

Como descrito anteriormente, o processo de pagamento de dividendos para o título de propriedade nesta economia é igual a $\{y_s\}$ (onde $s = t + 1$). Desta forma, sabendo-se que a utilidade marginal do consumo é definida por: $U'(c) = c^{-\alpha}$ e que em equilíbrio o consumo total é igual a dividendos e produção total, pode-se determinar o preço do título de propriedade da seguinte maneira (MEHRA e PRESCOTT, 1985):

$$P_t^e = P^e(x_t, y_t), \text{ logo}$$

$$P_t^e = E \left\{ \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{t-s} \frac{y_s^{-\alpha}}{y_t^{-\alpha}} y_s \mid x_t, y_t \right\} \text{ ou}$$

$$P_t^e = E \left\{ \sum_{s=t+1}^{\infty} \beta^{t-s} \frac{y_t^\alpha}{y_s^\alpha} y_s \mid x_t, y_t \right\}. \quad (30)$$

Ou seja, de acordo com Mehra e Prescott (1985), as variáveis x_t (taxa de crescimento da dotação entre o período $t - 1$ e t) e y_t (dotação no período t) seriam suficientes para prever a evolução futura da economia, constituindo assim o conjunto de variáveis de estado do modelo. Como $y_s = y_t x_{t+1}$, o preço do título de propriedade é homogêneo de grau um em y_t , isto é, o preço apresenta retornos constantes de escala em y_t . Sendo os valores em equilíbrio da economia estudada funções constantes no tempo do estado (x_t, y_t) , logo o subscrito t pode ser eliminado. Redefinindo o estado para ser (c, i) , uma vez que $y_t = c$ e $x_t = \lambda_i$, o preço do título de propriedade de (30) satisfaz:

$$P^e(c, i) = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} (\lambda_j c)^{-\alpha} [P^e(\lambda_j c, j) + c \lambda_j] c^\alpha. \quad (31)$$

Segundo Mehra e Prescott (1985), uma vez que $P^e(c, i)$ é uma função homogênea de grau 1 em c , ou seja, apresenta retornos constantes de escala em relação a c , pode-se representar esta função como:

$$P^e(c, i) = w_i c, \quad (32)$$

onde w_i é uma constante. Substituindo (32) em (31) e dividindo por (c) resulta em:

$$w_i = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \lambda_j^{(1-\alpha)} (w_j + 1) \text{ para } i = 1, \dots, n. \quad (33)$$

Isto é um sistema de n equações lineares em n incógnitas (unknowns). A suposição que assegura a existência de um equilíbrio garante a existência de uma única solução positiva para este sistema (MEHRA e PRESCOTT, 1985).

O retorno do período se o estado corrente é (c, i) e o estado no período seguinte é $(\lambda_j c, j)$ pode ser obtido pela seguinte equação:

$$r_{ij}^e = \frac{P^e(\lambda_j c, j) + \lambda_j c - P^e(c, i)}{P^e(c, i)}, \text{ e usando (32) tem-se:}$$

$$r_{ij}^e = \frac{\lambda_j (w_j + 1)}{w_i} - 1, \quad (34)$$

Para o título de propriedade o retorno esperado para o período, se o estado corrente é i , pode ser encontrado pela seguinte equação:

$$R^e_i = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} r^e_{ij}, \quad (35)$$

Ou seja, o retorno esperado do título de propriedade, R^e_i , dado que o estado corrente é i , é igual ao somatório do retorno do título em cada estado j , r^e_{ij} , ponderado pela probabilidade de que o estado será j uma vez que o estado corrente é igual a i , ϕ_{ij} .

Novamente, é importante lembrar da necessidade de completude em ϕ_{ij} , isto é, $\sum_{j=1}^n \phi_{ij} = 1$.

Ainda em relação à equação (35), a letra maiúscula R é usada para indicar retornos esperados, o sobrescrito (neste caso e) denota o tipo do título negociado e o subscrito i significa que o retorno esperado é condicionado ao estado corrente (c, i). Sem este subscrito, o retorno esperado estará sujeito a uma distribuição estacionária.

Como comentado anteriormente, está à disposição dos indivíduos um título livre de risco, o qual paga uma unidade do bem de consumo no próximo período com certeza. Assim, conforme Mehra e Prescott (1985), partindo de (30) tem-se:

$$p^f_i = p^f(c, i),$$

$$p^f_i = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} U'(\lambda_j c) / U'(c), \quad (36)$$

$$p^f_i = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \lambda^{-\alpha}_j.$$

O retorno certo deste título livre de risco, quando o estado corrente é i , pode ser obtido pela seguinte equação:

$$R^f_i = \frac{1}{p^f_i} - 1. \quad (37)$$

Segundo Mehra e Prescott (1985, p. 153), “the statistics that are probably most robust to the modelling specification are the means over time”. Assim, sendo $\pi \in R^n$ o vetor das probabilidades estacionárias em i ; e assumindo que a cadeia em i é ergódica, o vetor π é a solução para o sistema de equações:

$$\pi = \phi^T \pi, \text{ com } \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \text{ e } \phi^T = \{\phi_{ji}\}.$$

Desta forma, de acordo com Mehra e Prescott (1985), os retornos esperados do título de propriedade, R^e , e do título livre de risco, R^f , são, respectivamente:

$$R^e = \sum_{i=1}^n \pi_i R^e_i \text{ e } R^f = \sum_{i=1}^n \pi_i R^f_i. \quad (38)$$

O prêmio de risco esperado do título de propriedade é obtido pela diferença entre os retornos esperados do título de propriedade e do título livre de risco, isto é: $R^e - R^f$. Este prêmio de risco é um dos parâmetros utilizados para estimar o valor dos demais parâmetros por meio do método de calibragem.

Para realização do teste de calibragem, Mehra e Prescott (1985) assumem dois estados para a cadeia de Markov:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 + \mu + \delta, & \lambda_2 &= 1 + \mu - \delta, \\ \phi_{11} &= \phi_{22} = \phi, & \phi_{12} &= \phi_{21} = (1 - \phi), \end{aligned}$$

onde μ é a taxa média de crescimento da dotação (produção ou dividendo pago pela unidade produtora do bem de consumo precível), δ é o desvio-padrão da taxa de crescimento da dotação e ϕ é definido como a correlação serial da taxa de crescimento da dotação. Portanto, conforme Mehra e Prescott (1985), nesta economia os parâmetros que definem as preferências são α (coeficiente de aversão relativa ao risco) e β (fator de desconto intertemporal) enquanto que os parâmetros definindo a tecnologia são μ , ϕ e δ ; sendo que $\delta > 0$ e $0 < \phi < 1$.

Mehra e Prescott (1985) configuraram o valor dos parâmetros tecnológicos, todos com respeito ao modelo de distribuição estacionária, de modo que estes se ajustassem aos valores amostrais da economia norte-americana no período entre 1889 e 1978. Assim, o parâmetro μ foi substituído pela taxa média de crescimento do consumo per capita, δ pelo desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo per capita e ϕ foi obtido a partir da correlação serial de primeira-ordem desta taxa de crescimento. Por fim, uma vez configurados os parâmetros tecnológicos, o teste de calibragem consistiu em procurar pelos parâmetros α e β de forma que a taxa média do título livre de risco (R^f) e o prêmio de risco do título de propriedade

$(R^e - R^f)$ do modelo ajustassem-se aos valores observados destas variáveis na economia norte-americana no período acima especificado.

Para que o modelo seja plausível, os parâmetros α e β devem ser estimados dentro de intervalos considerados coerentes com os preceitos econômicos. Desta forma, Mehra e Prescott (1985), baseados em diversos estudos, definem os intervalos plausíveis de α como sendo (1, 10) e de β como sendo (0, 1).

Dentro destes intervalos, o modelo teórico proposto por Mehra e Prescott (1985) não foi capaz de reproduzir a taxa média do título livre de risco nem o prêmio de risco médio do título de propriedade observados na economia norte-americana. Dada esta inconsistência empírica, denominada pelos autores de *equity premium puzzle*, Mehra e Prescott (1985) concluem que somente um modelo de equilíbrio competitivo que não fosse do tipo Arrow-Debreu poderia racionalizar o elevado prêmio de risco e a baixa taxa de juros livre de risco observados na economia norte-americana no período entre 1889 e 1978.

No próximo tópico, descreve-se com uma abordagem quantitativa o sentido do *equity premium puzzle* indicando os fatores que contribuem para sua existência.

2.2.2 O Equity Premium Puzzle

Utilizando o modelo anteriormente especificado, Mehra e Prescott (1985) obtiveram um *equity premium* máximo de 0,35% ao ano. Este valor nem de longe se aproxima do valor observado de 6,18% ao ano para os dados do mercado norte-americano no período de 1889 a 1978. Esta inconsistência empírica do modelo intertemporal de equilíbrio foi então denominada por Mehra e Prescott de *equity premium puzzle*.

Mankiw e Zeldes (1990) provêm uma forma intuitiva de entender as implicações do modelo de Mehra e Prescott (1985) para o *equity premium*. Os referidos autores partem da equação do prêmio de risco das ações dada por Grossman, Melino e Shiller (1987, p. 316):

$$ER_i^e = \alpha \times \text{cov}\left(R_i^e, \frac{dc}{c}\right), \quad (39)$$

onde R_i^e é o excesso de retorno do ativo i sobre um ativo livre de risco, α é o coeficiente de aversão relativa ao risco de Arrow-Pratt, e $\frac{dc}{c}$ é a taxa de crescimento do consumo agregado.

Considerando que o ativo i é o portfólio de mercado das ações e o ativo livre de risco é o título de curto-prazo do governo, a equação (39) determina então o prêmio de risco das ações. Permitindo que R_t^m e R_t^f denotem, respectivamente, o retorno do portfólio de mercado e a taxa livre de risco, a equação (39) pode ser reescrita como:

$$E(R_t^m - R_t^f) = \alpha \times \text{Corr}\left(R_t^m - R_t^f, \frac{dc}{c}\right) \times \sigma\left(\frac{dc}{c}\right) \times \sigma(R_t^m - R_t^f), \quad (40)$$

onde $\text{Corr}\left(R_t^m - R_t^f, \frac{dc}{c}\right)$ é a correlação entre o prêmio de risco do mercado de ações e a taxa de crescimento do consumo agregado, $\sigma\left(\frac{dc}{c}\right)$ é o desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo agregado, e $\sigma(R_t^m - R_t^f)$ é o desvio-padrão do prêmio de risco do mercado de ações.

Utilizando a equação (40) e os dados agregados da economia, pode-se inferir o valor do coeficiente de aversão relativa ao risco, α , necessário para igualar a equação. Mankiw e Zeldes (1990) evidenciam isto para os dados da economia norte-americana em diversos períodos e para diferentes dados de consumo, conforme mostra a Tabela 1:

Tabela 1: Estimativas do coeficiente de aversão relativa ao risco, com base em dados agregados da economia norte-americana.

	Covariância do prêmio de risco com a taxa de crescimento do consumo agregado	Correlação do prêmio de risco com a taxa de crescimento do consumo agregado	Desvio-Padrão da taxa de crescimento do consumo agregado	Desvio-Padrão do Prêmio de Risco	Prêmio de Risco	Valor Estimado de (α)
Consumo de não-duráveis e serviços (1890-1979)	0,0024	0,40	0,036	0,167	0,062	25,782
Consumo de não-duráveis e serviços (1948-1988)	0,0009	0,45	0,014	0,140	0,080	90,703
Consumo de alimentos (1948-1988)	0,0012	0,39	0,022	0,140	0,080	66,600

Fonte: Adaptado de Mankiw e Zeldes (1990).

Como se pode observar, a Tabela 1 apresenta a estimação do valor de α , por meio da equação (40), para os dados da economia norte-americana. Inicialmente utilizam-se as estatísticas descritivas da taxa de crescimento do consumo de não-duráveis e serviços para o

período de 1890-1979, mesmo período utilizado por Mehra e Prescott (1985), e obtém-se o valor de 25,78 para o coeficiente de aversão relativa ao risco. Este valor extrapola o limite estabelecido por Mehra e Prescott (1985), caracterizando assim a existência do *puzzle*, ou seja, a incapacidade do modelo de explicar o prêmio de risco das ações por meio de um parâmetro plausível de aversão ao risco.

As demais estimativas da Tabela 1 utilizam-se das estatísticas descritivas da taxa de crescimento do consumo de não-duráveis e serviços e da taxa de crescimento do consumo de alimentos para o período de 1948-1988 (período pós-guerra), sendo que os valores estimados de α são, respectivamente, 90,7 e 66,6. Observa-se que os coeficientes estimados para o período pós-guerra são muito maiores que os encontrados para o período utilizado por Mehra e Prescott (1985), indicando que após a segunda guerra mundial o *puzzle* tornou-se ainda mais evidente.

Ao abordarem-se conjuntamente as escolhas de consumo e de portfólio dos indivíduos, na seção 2.1.5, concluiu-se que o retorno esperado de qualquer ativo seria determinado pela covariância de seus retornos com a taxa de crescimento do consumo agregado. Assim, um ativo cuja covariância de seus retornos com a taxa de crescimento do consumo agregado é alta, terá um retorno esperado elevado, uma vez que seus pagamentos serão altos quando o consumo agregado for alto (baixa utilidade marginal) e serão baixos quando o consumo agregado for baixo (alta utilidade marginal). Um ativo com estas características, como se pode perceber, não oferece proteção contra as quedas do consumo, ou seja, não se deve esperar que este ativo pague um alto valor quando a utilidade marginal de uma unidade monetária adicional for alta e, desta forma, será atrativo aos investidores somente se oferecer um alto retorno esperado. Porém, analisando-se os dados da economia norte-americana apresentados na Tabela 1, percebe-se que o prêmio de risco do mercado de ações é muito elevado se comparado a sua baixa covariância com a taxa de crescimento do consumo agregado e, portanto, utilizando-se a equação (39) ou (40), somente um elevado coeficiente de aversão ao risco por parte do indivíduo poderia explicar o prêmio de risco observado.

Resumindo, percebe-se pela análise dos dados da economia norte-americana que a relação esperada entre os retornos dos ativos e a covariância destes retornos com a taxa de crescimento do consumo agregado não é observada na intensidade necessária para que os modelos de precificação intertemporais de equilíbrio possam explicar plausivelmente os retornos dos ativos. Esta relação torna-se ainda mais fraca quando se utilizam somente dados

do período pós-guerra, nos quais se observa uma queda na covariância entre os retornos dos ativos e a taxa de crescimento do consumo agregado e uma elevação no prêmio de risco do mercado de ações, indicando assim uma elevação da aversão ao risco por parte do indivíduo.

Outro fator importante a ser destacado nestes dados da economia norte-americana é o baixo desvio-padrão apresentado pela taxa de crescimento do consumo agregado, o que implica uma baixa covariância com o retorno do mercado de ações e, como conseqüência, a necessidade de valores elevados de aversão ao risco para que os modelos possam explicar os retornos observados. Assim, a baixa covariância da taxa de crescimento do consumo agregado com os retornos dos diversos ativos deve-se, basicamente, ao fato de a taxa de crescimento do consumo agregado ser bastante estável. Logo, em mercados emergentes, onde o consumo é mais volátil (maior desvio-padrão) o *equity premium puzzle* tem menos chance de ser observado.

Kocherlakota (1996) também faz uma análise interessante sobre o *equity premium puzzle*, ao observar os retornos e covariâncias do mercado de ações, do ativo livre de risco e do consumo per capita. Para proceder a esta análise, estão dispostas na Tabela 2 as médias, variâncias e covariâncias anuais destas variáveis para a economia norte-americana no período de 1889-1978:

Tabela 2: Estatísticas descritivas de séries da economia norte-americana no período de 1889-1978.

	Médias	Variâncias - Covariâncias		
		R_t^s	R_t^b	C_t / C_{t-1}
R_t^s - Retorno Real do Mercado de Ações (Standard & Poor's 500)	0,070	0,027400	0,001040	0,002190
R_t^b - Retorno Real do Ativo Livre de Risco (Treasury Bills)	0,010	0,001040	0,003080	-0,000193
C_t / C_{t-1} - Taxa de Crescimento do Consumo per Capita	0,018	0,002190	-0,000193	0,001270

Fonte: Adaptado de Kocherlakota (1996).

Observa-se pela leitura da Tabela 2 que o retorno real médio das ações no período de 1889-1978 foi de 7% ao ano, enquanto que o retorno real médio da taxa livre de risco, neste período, foi de 1% ao ano, resultando num prêmio de risco das ações da ordem de 6% ao ano. A taxa média real de crescimento do consumo per capita ao longo deste período foi de 1,8% ao ano, o que, conforme Kocherlakota (1996), é uma taxa alta de crescimento anual médio se considerado o longo período (90 anos). Analisando-se as covariâncias, percebe-se que a

covariância dos retornos das ações com a taxa de crescimento do consumo per capita (0,00219) é um pouco maior que a covariância dos retornos do ativo livre de risco com a taxa de crescimento do consumo per capita (-0,000193), indicando assim um maior risco por parte do mercado de ações e que talvez pudesse justificar o prêmio de risco de 6% ao ano.

De acordo com Kocherlakota (1996), os dados da economia norte-americana não contradizem as predições qualitativas da teoria econômica, visto que realmente os retornos das ações apresentam uma covariância maior com a taxa de crescimento do consumo do que os retornos do ativo livre de risco e, por isto, as ações devem proporcionar um retorno esperado superior. No entanto, ao utilizar as condições de primeira ordem do problema de otimização dos indivíduos, o referido autor demonstra que a diferença entre as covariâncias do retorno do mercado de ações e do ativo livre de risco com a taxa de crescimento do consumo per capita é muito pequena e somente seria suficiente para justificar o prêmio de risco do mercado de ações se o nível de aversão ao risco dos indivíduos fosse extremamente elevado, evidenciando assim que os dados se mostram inconsistentes com as implicações quantitativas dos modelos intertemporais de equilíbrio.

Dados estes fatos, Kocherlakota (1996, p. 52) destaca que o *equity premium puzzle* é unicamente produto das restrições aos parâmetros determinadas por Mehra e Prescott (1985) e que muitos economistas acreditam que não há nenhum *puzzle*, ou seja, os indivíduos são muito mais avessos ao risco do que se imaginava e isto está refletido no alto prêmio de risco exigido das ações. No entanto, o autor conclui que a maioria dos economistas acredita que valores maiores do que 10 para o coeficiente de aversão relativa ao risco implicam um comportamento altamente implausível por parte dos indivíduos.

Para entender qual o efeito da aversão ao risco sobre as escolhas de um indivíduo em um ambiente de incertezas e, desta forma, compreender porque muitos economistas consideram implausíveis valores elevados do coeficiente de aversão ao risco, utiliza-se um exemplo de Mankiw e Zeldes (1990). Considere, por exemplo, que o valor de X fará um indivíduo ficar indiferente entre as seguintes duas apostas sobre o consumo:

Aposta 1: \$ 50.000 com probabilidade de 50%; e \$ 100.000 com probabilidade de 50%.

Aposta 2: \$ X com probabilidade de 100%.

Assumindo uma função utilidade do tipo aversão relativa ao risco constante (CRRA), os valores escolhidos de X em função de diversos níveis do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) podem ser resumidos conforme a Tabela 3:

Tabela 3: Valores de X , dados os diversos coeficientes de aversão ao risco relativa, que igualam a utilidade das duas apostas:

Valor Esperado da Aposta "1"	Valor de 'X' (Aposta "2")	Coeficiente de Aversão Relativa ao Risco
\$75.000	\$70.711	1
\$75.000	\$63.246	3
\$75.000	\$58.566	5
\$75.000	\$53.991	10
\$75.000	\$51.858	20
\$75.000	\$51.209	30

Fonte: Adaptado de Mankiw e Zeldes (1990).

Observa-se, por meio da Tabela 3, que um valor de 20 para o coeficiente de aversão ao risco implicaria que o indivíduo ficaria indiferente entre uma aposta com probabilidades iguais de ganhar \$50.000 ou \$100.000 (valor esperado de \$75.000) e uma aposta que pagasse \$51.858 com certeza. Segundo Mankiw e Zeldes (1990), valores de X tão baixos quanto \$51.858 parecem implausíveis e, portanto, não deveriam ser observados entre os indivíduos comportamentos frente ao risco como os descritos pela Tabela 3 quando o coeficiente de aversão ao risco é maior do que 10.

Evidenciados os principais aspectos do *equity premium puzzle*, documentado inicialmente por Mehra e Prescott (1985) e que se constitui num dos problemas empíricos mais importantes dos modelos intertemporais de equilíbrio, abordam-se no próximo tópico as principais pesquisas empíricas realizadas com o intuito de testar o CCAPM. Para uma descrição das principais contribuições ao modelo original de Mehra e Prescott (1985) ver, por exemplo, Abel (1991), Kocherlakota (1996), Siegel e Thaler (1997), e Mehra e Prescott (2003).

2.2.3 Pesquisas Empíricas

Antes do artigo seminal de Mehra e Prescott (1985) evidenciar este problema empírico nos modelos intertemporais de equilíbrio, Grossman e Shiller (1981) e Hansen e Singleton (1983) já haviam testado empiricamente um modelo de agente representativo.

O estudo de Grossman e Shiller (1981), procurou identificar se a variabilidade dos preços das ações poderia ser atribuída à informações com respeito ao fator de desconto (taxas reais de juros), considerando que o fator de desconto apropriado para trazer a valor presente

os dividendos n períodos no futuro é a taxa marginal de substituição entre o consumo corrente e o consumo n períodos no futuro. Os autores utilizam dados do consumo real per capita e dados sobre os dividendos reais anuais realizados da série do índice Standard e Poor's para o período de 1890 a 1979 e observam que os preços das ações variam excessivamente com o consumo, sugerindo que os consumidores possuem mais informações sobre o consumo do que as contidas no consumo corrente e que os dividendos correntes são ótimos para previsões dos dividendos futuros e péssimos para previsões do preço corrente das ações. Por fim, os autores concluem ainda que as estimações do parâmetro de aversão relativa ao risco realizadas no estudo parecem implausíveis, rejeitando o modelo.

No estudo realizado por Hansen e Singleton (1983), a estrutura utilizada é a de uma economia de produção e troca, na qual agentes idênticos, cujas preferências são do tipo aversão relativa ao risco constante (CRRA), escolhem montantes de consumo e planos de investimento de forma a maximizar o valor esperado de uma função utilidade do tipo *von Neumann-Morgenstern*. Os referidos autores assumem ainda que a distribuição conjunta dos retornos das ações e do consumo é lognormal e a derivação do modelo ocorre em um ambiente de tempo discreto (*discrete-time*). Os dados utilizados para estimação por máxima verossimilhança são observações mensais ajustadas sazonalmente do consumo per capita nas séries: não-duráveis e serviços e somente não-duráveis, observações mensais do retorno médio das ações listadas na bolsa de Nova York (NYSE), observações mensais dos retornos individuais de ações que pertenciam ao índice *Dow Jones Industrial* e os retornos mensais do título livre de risco do governo norte-americano (*Treasury Bill*) para o período de 1959:2 até 1978:12. Os resultados encontrados apontam evidências contra os modelos intertemporais de equilíbrio.

Mankiw e Shapiro (1986), examinam se o CCAPM provê uma estrutura empiricamente mais útil para compreender o retorno das ações, visto que este modelo enfatiza a decisão conjunta de consumo e alocação de portfólio numa estrutura intertemporal e, por isto, parece preferível do ponto de vista teórico ao modelo CAPM tradicional. Ao comentarem sobre os testes de Hansen e Singleton (1983), que rejeitaram o modelo CCAPM, os referidos autores afirmam que é difícil julgar a significância econômica dos resultados destes testes e, por isto, seria essencial a formulação de um teste cujos resultados possam indicar se o CCAPM ou o CAPM tradicional é mais consistente com os dados. Assim, Mankiw e Shapiro (1986) procuram responder a duas perguntas: (i) as ações com altos betas de consumo rendem altos retornos? (ii) o beta de consumo explica melhor os retornos das ações do que o beta de

mercado? Para tal, eles utilizam dados dos retornos trimestrais de 464 companhias listadas na Bolsa de Nova York (NYSE) no período de 1959 a 1982, dados dos retornos do mercado de ações medido pelo índice composto Standard & Poor's e dados do consumo per capita de não-duráveis e serviços. As estimações dos modelos, CAPM tradicional, CCAPM e um modelo conjunto, ocorrem sob vários métodos: mínimos quadrados ordinários (OLS), mínimos quadrados ponderados (WLS), mínimos quadrados generalizados (GLS) e variáveis instrumentais (IV) e consistem em regredir os betas de consumo e/ou de mercado contra os retornos das ações. Os resultados destas estimações sugerem que embora ambos os modelos sejam formalmente rejeitados, o CAPM tradicional é mais consistente com os dados do que o CCAPM, evidenciando assim uma superioridade empírica daquele modelo sobre o CCAPM.

Ao observarem que praticamente todos os trabalhos empíricos rejeitaram o modelo CCAPM, Ferson e Merrick (1987) procuraram por novas evidências sobre as causas potenciais destas rejeições aos dados. Utilizando dados mensais e trimestrais do consumo per capita de não-duráveis e serviços e dos retornos reais do título livre de risco do governo americano (*Treasury Bill*) para o período de 1949 a 1983, os autores encontraram evidências de que as rejeições contra os modelos CCAPM são muito mais fortes sobre um ciclo de negócios completo (repetitivos ciclos de expansão e recessão econômica) do que durante períodos onde não há recessão.

Os testes de Grossman e Shiller (1981) e de Hansen e Singleton (1983) examinaram os modelos intertemporais de equilíbrio em uma configuração de tempo discreto, sob a suposição de que o intervalo de tempo do modelo ajusta-se exatamente ao intervalo de tempo da amostra de dados disponível do consumo per capita, isto é, se os dados do consumo per capita apresentam-se sob frequência trimestral, então o intervalo de tempo do modelo é assumido como sendo um trimestre. Ao observarem tal fato, Grossman, Melino e Shiller (1987) propõem um teste para o CCAPM em uma configuração de tempo contínuo (*continuous-time*) e mostram que se esta é a configuração correta e se dados médios são utilizados (dados trimestrais por exemplo), então as estimativas podem apresentar substanciais vieses, a menos que o procedimento de estimação seja corrigido para considerar os efeitos dos dados médios sobre as covariâncias do consumo com os retornos dos ativos. Utilizando seis conjuntos de dados do consumo (duas séries anuais cobrindo o período de 1890 a 1980; duas séries trimestrais para o período de 1947:2 a 1980:4; e duas séries trimestrais cobrindo o período de 1953:2 a 1980:4) e dados do mercado de ações norte-americano, os autores estimam pelo método de máxima verossimilhança o valor do coeficiente de aversão relativa ao risco e os

resultados apontam que, embora a correção do processo de estimação para considerar os efeitos dos dados médios tenha reduzido o nível de aversão ao risco necessário para o modelo ajustar-se aos dados, persiste ainda uma forte rejeição ao modelo CCAPM.

Utilizando a mesma estrutura apresentada em Hansen e Singleton (1983), Wheatley (1988) propõe um teste para o CCAPM, no qual ele procura identificar as implicações da mensuração do consumo agregado com erro sobre os resultados. O autor coleta dados mensais de consumo agregado, retorno de ações e dos títulos públicos norte-americanos para o período de 1959 a 1981. Por meio de simulações, o referido autor conclui que quando o consumo é mensurado com erro, o teste das restrições do modelo pode conter um viés de rejeição. No entanto, as estimativas do coeficiente de aversão relativa ao risco são extremamente altas, apontando novamente evidências contra o modelo.

Breeden, Gibbons e Litzenberger (1989), realizam um teste empírico para o CCAPM, no qual o modelo incorpora alguns ajustes para correção de problemas de mensuração do consumo agregado. Os referidos autores procuram responder a duas questões: Primeiro, o retorno esperado cresce à medida que o risco aumenta? Segundo, a relação entre risco e retorno é linear? Os dados utilizados referem-se a dados do consumo agregado de não-duráveis e serviços para o período de 1929 a 1982, dados mensais dos retornos dos títulos mobiliários individuais, coletados do centro de pesquisas da Universidade de Chicago (CRSP – Center for Research in Security Prices), para o período de 1926 a 1982 e dados dos retornos dos títulos públicos do governo norte-americano (curto e longo prazo) e dos títulos de longo prazo corporativos ('junk' bonds). Para realização dos diversos testes, os autores utilizam betas de consumo mensurados relativamente ao portfólio de máxima correlação com a taxa de crescimento do consumo agregado, como sugerido por Breeden (1979). Os principais resultados podem ser assim resumidos: (i) a maioria dos setores industriais cuja elasticidade renda da demanda é alta (consumo de duráveis, construção, recreação e lazer) apresentou altos betas de consumo, enquanto que indústrias cuja elasticidade renda da demanda é baixa (utilidades, petróleo, alimentação, agricultura e transporte) apresentaram baixos betas de consumo; (ii) ao contrário de estudos anteriores, o retorno estimado do ativo de beta-zero é muito pequeno, sendo inferior as médias amostrais do título de curto-prazo do governo norte americano (*treasury bill*); (iii) respondendo à primeira indagação, os autores concluem que há uma relação estatisticamente significativa entre o retorno esperado e o risco (beta de consumo), ou seja, à medida que aumenta o risco há em contrapartida uma elevação no retorno esperado; (iv) quanto à segunda indagação, os resultados apontam que a relação linear

entre recompensa (retorno esperado) e risco (beta de consumo) implicada pelo CCAPM é rejeitada ao nível de 5% de significância, porém, dada a pobre qualidade dos dados de consumo, os autores sugerem uma relação razoavelmente linear; (v) a eficiência de média-variância é rejeitada tanto para o índice do mercado de ações (*CRSP value-weighted index*) quanto para o portfólio com máxima correlação com o consumo agregado, sugerindo assim uma similaridade nas performances do CAPM tradicional e do CCAPM.

Utilizando dados artificiais do modelo econômico de Campbell e Cochrane (1999), o qual incorpora a formação de hábito dos consumidores, Campbell e Cochrane (2000) testam a performance do CCAPM em relação ao CAPM. Os autores apontam que o CAPM apresenta uma performance muito superior ao CCAPM e que uma extensão multi-fator do CAPM usando informações de preços apresenta uma performance ainda melhor. Por fim, eles concluem que se os seus resultados fossem encontrados em dados reais, os mesmos deveriam ser interpretados como evidências contra os parâmetros e formas funcionais específicas do CCAPM ao invés de evidências contra os modelos baseados no consumo.

Lettau e Ludvigson (2001) propõem um modelo condicional do CCAPM e utilizam dados de consumo de bens não-duráveis e serviços, excluindo despesas com vestuário e calçados, e os retornos dos 25 portfólios de Fama e French para testar o modelo proposto contra o modelo incondicional. Em testes realizados com o modelo incondicional e condicional, os autores demonstram que no primeiro os betas de consumo explicam muito pouco das variações nos retornos médios dos portfólios, enquanto que no segundo uma grande parte das variações é explicada.

Como se pode observar, todos os testes acima ocorreram nos Estados Unidos da América, com exceção de Campbell e Cochrane (2000) que utilizaram dados artificiais. Estes testes, em sua maioria, apontam, da mesma forma que o *equity premium puzzle*, para a rejeição do modelo CCAPM para a economia norte-americana.

Em uma perspectiva internacional, Campbell (1996) procura observar o comportamento do mercado de ações em relação ao consumo dos seguintes países: Alemanha, Austrália, Canadá, Espanha, Estados Unidos da América, França, Holanda, Inglaterra, Itália, Japão, Suécia e Suíça. Utilizando dados trimestrais dos mercados de ações da *Morgan Stanley Capital International (MSCI)* e dados macroeconômicos (consumo, taxa de juros, inflação) do *International Financial Statistics (IFS)* para o período de 1970:1 a 1994:3, o referido autor, entre outras questões, objetivou verificar a existência do *equity premium puzzle* nestes países.

O processo de estimação do coeficiente de aversão ao risco para estes países revelou que o *puzzle* é um fenômeno robusto em dados internacionais, sendo que somente para os dados da economia da Itália o coeficiente de aversão relativa ao risco estimado é considerado plausível. Portanto, como se pode observar, a rejeição ao modelo CCAPM também ocorre em outros países desenvolvidos tornando o fenômeno ainda mais robusto.

No Brasil destacam-se quatro estudos que objetivaram analisar a presença do *equity premium puzzle* no país: Sampaio (2002), Bonomo e Domingues (2002), Issler e Piqueira (2001) e Cysne (2005), os quais serão brevemente abordados abaixo.

O estudo de Sampaio (2002) adapta o modelo de Mehra e Prescott (1985) para os dados brasileiros. Por meio de dados da produção física de bens de consumo não-duráveis e semiduráveis do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), do índice do PIB de serviços do IBGE, das exportações e importações de bens de consumo não-duráveis fornecida pela Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (Funcex) e da população residente no Brasil fornecida pelo IBGE, o autor constrói uma *proxy* para o consumo per capita, uma vez que não havia disponibilidade de observação direta do consumo agregado de bens não-duráveis e serviços. Os testes são feitos com os dados originais (não-dessazonalizados) e com dados dessazonalizados e os resultados apontam para inexistência do *puzzle* nos dados originais e para a existência do *puzzle* em dados dessazonalizados.

Bonomo e Domingues (2002) também utilizam os dados relatados em Sampaio (2002) para construir uma *proxy* para o consumo agregado e, por meio de um modelo de agente representativo com preferência intertemporal do tipo Kreps-Porteus⁶, testam a existência do *equity premium puzzle*. Os autores concluem que não há *equity premium puzzle* no Brasil, uma vez que o coeficiente de aversão relativa ao risco necessário para ajustar os dados ao modelo foi de 3,23, abaixo do nível máximo estipulado de 10.

Utilizando o método dos momentos generalizados (GMM), Issler e Piqueira (2001) investigaram a existência do *equity premium puzzle* no Brasil. Os dados de consumo foram obtidos a partir da série do PIB e da formação bruta de capital fixo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), sendo posteriormente dessazonalizados pois apresentavam um

⁶ Preferências que relaxam a restrição de que a elasticidade de substituição intertemporal é o inverso do coeficiente de aversão relativa ao risco. Portanto, estas preferências permitem separar as atitudes dos indivíduos quanto ao risco e a substituição intertemporal. Maiores detalhes ver Weil (1989).

forte componente sazonal. Ao contrário de Sampaio (2002), que também utilizou dados dessazonalizados, os autores deste estudo não observam o *equity premium puzzle* no Brasil.

Em um estudo mais recente, Cysne (2005) aponta para a existência do *equity premium puzzle* no Brasil, contrariando as evidências anteriores. Este autor utiliza uma série trimestral de consumo total, não segregada em bens duráveis e não-duráveis e não-dessazonalizada, para estimar o coeficiente de aversão relativa ao risco no mercado de capitais brasileiro.

No Chile obteve-se acesso a dois estudos que verificaram a existência do *equity premium puzzle*: Opazo R. (1998) e Bravo e Oyarzún (2001). Em ambos os estudos o modelo CCAPM é rejeitado pelos dados.

O estudo de Osorio e Puerta (2004), o único encontrado para a economia colombiana, conclui pela inexistência do *equity premium puzzle*, corroborando com o modelo.

Pode-se concluir, pela análise das diversas pesquisas empíricas apresentadas, que o modelo CCAPM é fortemente rejeitado na maioria dos estudos realizados em países desenvolvidos, porém, no Brasil e na Colômbia o modelo tem apresentado alguns resultados mais favoráveis. Este fato pode ser um indicativo de que em países emergentes como os latino-americanos, onde a volatilidade do consumo é mais elevada, há maiores probabilidades de aceitação do modelo e, por isto, testar o modelo conjuntamente em diversos países emergentes da América Latina poderia confirmar esta hipótese.

3 MÉTODO DE PESQUISA

Neste capítulo, apresenta-se inicialmente como o presente estudo foi enquadrado quanto às diversas formas de classificação da pesquisa. Em seguida, descreve-se com detalhes o método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, utilizado para realização dos testes empíricos, destacando-se inclusive suas limitações e possíveis correções para as mesmas. Continuando, formulam-se as hipóteses de pesquisas a serem testadas para fins de dar respostas ao problema de pesquisa. Por fim, caracteriza-se a amostra do presente estudo e descrevem-se os processos de coleta e tratamento dos dados necessários a execução da pesquisa.

3.1 Classificação da Pesquisa

Quanto à natureza, a presente pesquisa enquadra-se como aplicada, pois de acordo com Marconi e Lakatos (1999, p.22), este tipo de pesquisa caracteriza-se pelo seu “interesse prático, isto é, que os resultados sejam aplicados ou utilizados, imediatamente, na solução de problemas que ocorrem na realidade”.

Quanto à forma de abordagem do problema, a pesquisa classifica-se como quantitativa, uma vez que serão utilizados modelos econômicos para explicar os retornos dos títulos mobiliários dos mercados financeiros.

Quanto aos objetivos, a pesquisa é considerada explicativa. Segundo Gil (1996, p.46), as pesquisas explicativas “têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos”. A presente pesquisa, pretende verificar se as diferenças de exposição ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” são capazes de explicar as diferenças de retornos dos ativos do mercado financeiro.

Por fim, quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa é classificada como documental e *ex-post facto*. Conforme Gil (1996, p.51 e 55), a pesquisa documental “vale-se

de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico” e na pesquisa *ex-post facto* “tem-se um ‘experimento’ que se realiza depois dos fatos”. Portanto, justifica-se a classificação da presente pesquisa como documental e *ex-post facto*, uma vez que, além de fontes bibliográficas e artigos científicos, serão utilizados dados da economia e do mercado financeiro, os quais são coletados na sua forma bruta sem qualquer tratamento analítico, para determinar se o modelo CCAPM é consistente com os mesmos; e os dados coletados para realização dos testes correspondem a séries passadas, indicando que o experimento ocorrerá após os fatos.

3.2 Abordagem empírica - processo de estimação

De acordo com o modelo intertemporal de equilíbrio CCAPM e as conclusões extraídas da seção 2.1.5, na qual se apresentou um modelo com base em Merton (1973), Rubinstein (1976), Breeden (1979) e Varian (1992), o retorno esperado de um ativo seria uma função crescente da covariância de seus retornos com a taxa de crescimento do consumo per capita. Esta relação é demonstrada pela equação de precificação de ativos derivada deste modelo⁷:

$$E(R_i) = E(R_0) + \beta_{ci}(E(R_c) - E(R_0)), \quad (41)$$

onde:

$E(R_i)$ é o retorno esperado do ativo i , $i = 1, \dots, N$.

$E(R_0)$ é a taxa esperada de retorno do ativo livre de risco.

β_{ci} é o beta de consumo do ativo i , $i = 1, \dots, N$, e é mensurado pela razão entre a covariância dos retornos esperados do ativo i com a taxa de crescimento do consumo per capita e a variância desta taxa de crescimento.

$E(R_c)$ é o retorno esperado do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita.

$E(R_c) - E(R_0)$ é o prêmio de risco esperado do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita.

$E(\bullet)$ é o operador de expectativa.

Assim, se as previsões das teorias que fundamentam o modelo CCAPM estiverem corretas, o prêmio de risco esperado do ativo i é igual ao coeficiente β_{ci} (beta de consumo do

⁷ Ver equação (26) apresentada no tópico 2.1.5 (Mercado de Ativos e Precificação Intertemporal).

ativo i) multiplicado pelo prêmio de risco esperado do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita, caracterizando uma relação linear entre os retornos esperados dos ativos e os seus respectivos betas de consumo.

Este modelo teórico (41) é baseado em retornos esperados (*ex-ante*), no entanto, tais valores ($E(R_i)$, $E(R_c)$ e $E(R_0)$) não são observáveis e, desta forma, inviabilizariam a estimação do modelo. Para contornar este problema, Huang e Litzenberger (1988, p. 304) sugerem que se adote a suposição de ‘expectativas racionais’ (*rational expectations*)⁸, pois “under rational expectations, the realized rates of return on assets in a given time period are drawings from the *ex ante* probability distributions of returns on those assets”. Portanto, com base nesta suposição, pode-se justificar a utilização de retornos realizados (*ex-post*) para estimação empírica do modelo dado por (41).

Além do uso de retornos realizados, convém configurar o modelo (41) em termos do prêmio de risco dos ativos sobre o ativo livre de risco, resultando no seguinte modelo econométrico:

$$R_i^e = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{ci} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (42)$$

onde:

$R_i^e = R_i - R_0$ é o prêmio de risco do ativo i , $i = 1, \dots, N$, e representa a variável explicada pelo modelo (42).

γ_0 e γ_1 são parâmetros a serem estimados livremente pelo modelo de regressão (42). A expectativa teórica é de que o parâmetro γ_0 , a constante da regressão, seja igual a zero, uma vez que o prêmio de risco de um ativo cuja covariância com as taxas de crescimento do consumo per capita é nula (beta igual a zero), teoricamente, deve ser igual a zero. Quanto ao parâmetro γ_1 , o coeficiente de inclinação, a expectativa é de que ele seja positivo e estatisticamente significativo, sendo que o mesmo deve representar o prêmio de risco do ativo

⁸ Para maiores detalhes sobre a suposição de expectativas racionais ver Muth (1961), Lucas (1978, p. 1431) e Huang e Litzenberger (1988, p. 304), entre outros.

ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita, isto é, $R_c - R_0$.

β_{ci} é o beta de consumo do ativo i , $i = 1, \dots, N$, e representa a variável explicativa do modelo (42).

u_i é o termo de erro estocástico do ativo i , $i = 1, \dots, N$, e espera-se que o mesmo conjugue das seguintes hipóteses⁹:

$E(u_i | \beta_{ci}) = 0$: esta hipótese diz que o valor médio de u_i , condicional a β_{ci} (variável explicativa), é zero.

$Var(u_i | \beta_{ci}) = \sigma^2$: dado o valor de β_{ci} , a variância de u_i é a mesma para todas as observações, ou ainda, a variância condicional de u_i é algum número constante positivo igual a σ^2 . Esta hipótese é denominada de ‘homocedasticidade de u_i ’ e é imprescindível para que as estimativas do modelo sejam confiáveis.

$Cov(u_i, u_j | \beta_{ci}, \beta_{cj}) = 0$: dado dois valores quaisquer das variáveis explicativas, β_{ci}, β_{cj} ($i \neq j$), a correlação entre quaisquer dois u_i é zero, ou seja, quaisquer dois termos de erros não podem ser correlacionados. Esta hipótese é denominada de ‘ausência de autocorrelação entre os termos de erros’.

$Cov(u_i, \beta_{ci}) = 0$: o termo de erro, u_i , e a variável explicativa, β_{ci} , não apresentam correlação e, desta forma, ambas exercem influência separada sobre a variável explicada, R_i^e .

No modelo econométrico (42) a variável explicativa é o beta de consumo do ativo i , β_{ci} , uma variável que não pode ser observada diretamente, mas que pode ser estimada para a realização das regressões. Desta forma, utilizar-se-á o método de regressão *cross-sectional* de dois estágios (*two-stage cross-sectional regression method*) proposto por Black, Jensen e Scholes (1972) e Fama e MacBeth (1973). Resumidamente, este método consiste em estimar, no primeiro estágio, o beta de consumo para cada ativo por meio de regressões em série-temporal e, no segundo estágio, realizar a regressão *cross-sectional* do modelo econométrico (42) utilizando como variável explicativa os betas de consumo obtidos no estágio anterior.

⁹ Ver Gujarati (2000) e Maddala (2003).

A escolha deste método de regressão deve-se, em um primeiro momento, ao seu vasto uso em testes de modelos de precificação de ativos de capital, como o CAPM e o CCAPM. De acordo com Jagannathan e Wang (1998, p. 1285), embora existam métodos econométricos sofisticados para testar os modelos de precificação lineares nos betas (*linear beta-pricing models*) o método proposto por Black, Jensen e Scholes (1972) e Fama e MacBeth (1973) é preferido em muitos dos testes empíricos realizados. Ainda segundo estes autores, este método permite uma interpretação clara dos resultados em termos econômicos, enquanto que nos métodos mais sofisticados há uma maior dificuldade de interpretação dos resultados obtidos.

Entre os estudos empíricos que adotaram o método de regressão *cross-sectional* de dois estágios para testar o CCAPM, destacam-se os seguintes: Mankiw e Shapiro (1986), Elyasiani e Nasseh (2000), Lettau e Ludvigson (2001) e Jagannathan e Wang (2005). Quanto aos testes com o modelo CAPM, destacam-se os seguintes estudos empíricos: Black, Jensen e Scholes (1972), Fama e MacBeth (1973), Blume e Friend (1973), Mankiw e Shapiro (1986), Fama e French (1992), Jagannathan e Wang (1996), Elyasiani e Nasseh (2000), Lettau e Ludvigson (2001) e Jagannathan e Wang (2005). Embora o modelo CAPM não seja objeto deste estudo, considera-se importante apontar as principais obras que utilizaram o referido método para testá-lo, uma vez que há uma similaridade muito grande nos testes empíricos com modelos lineares nos fatores (*linear factor models*), caso do CAPM e do CCAPM.

Outro aspecto relevante para a escolha deste método, segundo Lettau e Ludvigson (2001, p.1254), refere-se às vantagens da aplicação do método de regressão *cross-sectional* de Fama e MacBeth (1973) em amostras caracterizadas por um pequeno número de observações em série-temporal e por um número razoável de observações *cross-sectional*, como é o caso da amostra utilizada no presente estudo¹⁰.

Conforme Lettau e Ludvigson (2001), em amostras onde o número de observações em série-temporal é pequeno relativamente ao número de observações *cross-sectional*, o uso do método dos momentos generalizados (GMM – *Generalized Method of Moments*) com estimação da matriz ponderadora não é apropriado, pois esta forma de estimação em amostras pequenas resultará em uma estimação pobre da matriz ponderadora.

¹⁰ As características da amostra do presente estudo serão devidamente discutidas em tópico específico.

Este argumento contrário ao uso do método dos momentos generalizados (GMM) com estimação da matriz ponderadora em amostras caracterizadas por uma série-temporal restrita pode ser estendido ao método de máxima verossimilhança (MV). De acordo com Gujarati (2000, p. 97) o estimador de MV da variância dos termos de erros (σ^2) somente pode ser considerado não-viesado à medida que o tamanho da amostra (n) aumenta indefinidamente, ou seja, o estimador de MV de σ^2 é assintoticamente não-viesado. Corroborando com esta limitação, Maddala (2003, p. 64) afirma que “o método MV é um método de estimação de grandes amostras”. Portanto, considerando o tamanho limitado da amostra, entende-se que o método de máxima verossimilhança não é o método mais apropriado para realização dos testes empíricos pretendidos neste estudo.

Dadas estas considerações, acredita-se que a utilização do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios para estimação dos parâmetros em (42) é conveniente e adequada e, portanto, será o método adotado para aplicação dos testes empíricos no presente estudo. Nos próximos tópicos serão discutidos os detalhes inerentes a este método de regressão, as principais limitações econométricas relacionadas ao método e às variáveis necessárias para sua estimação, às formas de correção ou minimização das limitações sugeridas pela literatura e a aplicabilidade destas às características da presente pesquisa.

3.2.1 Detalhes do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios

Como destacado anteriormente, o primeiro estágio consiste em estimar o beta de consumo de cada ativo i , β_{ci} , por meio de uma regressão em série-temporal para cada ativo i da amostra. De acordo com o modelo CCAPM, a estimação deste parâmetro pode ser realizada por meio do seguinte modelo econométrico, que relaciona o prêmio de risco de um determinado ativo com a taxa de crescimento do consumo per capita:

$$R_{it}^e = \beta_{ci} \Delta c_t + \varepsilon_{it}, t = 1, 2, \dots, T \text{ para cada } i, i = 1, 2, \dots, N, \quad (43)$$

onde:

R_{it}^e é o prêmio de risco do ativo i no período t ; e representa a variável explicada do modelo (43).

β_{ci} é o parâmetro a ser estimado pela regressão em série-temporal de R_{it}^e em Δc_t e corresponde ao beta de consumo do ativo i , ou seja, é uma medida do grau de exposição do ativo ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita”. Este parâmetro estimado

será a variável explicativa nas regressões *cross-sectional* do segundo estágio do método adotado neste estudo.

Δc_t é a taxa de crescimento do consumo per capita no período t e representa a variável explicativa do modelo (43).

ε_{it} é o termo de erro estocástico do ativo i no período t e, conforme Gujarati (2000), deve seguir as hipóteses clássicas anteriormente descritas, isto é, ter média zero, variância constante, ausência de autocorrelação e não ser correlacionado com a variável explicativa, neste caso a taxa de crescimento do consumo per capita.

É importante observar que no modelo econométrico (43) não há a presença do intercepto, isto é, o modelo (43) é uma regressão que passa pela origem. A ausência do intercepto deve-se ao fato de que o modelo teórico CCAPM prevê um valor igual a zero para o mesmo. No entanto, a regressão sem o intercepto pode gerar alguns problemas de análise, como relata Gujarati (2000, p.148):

Embora o modelo sem intercepto ou com intercepto zero possa ocasionalmente ser apropriado, algumas características desse modelo precisam ser destacadas. Primeiro, $\sum \hat{u}_i$, que é sempre zero no modelo com o termo de intercepto (modelo convencional), não precisa ser zero na regressão que passa pela origem. Segundo, r^2 (o coeficiente de determinação...), que nunca é negativo no modelo convencional, pode ocasionalmente ser negativo no modelo sem o intercepto...Portanto, o r^2 calculado convencionalmente pode não ser apropriado para modelos de regressão pela origem.

Os problemas relacionados aos resíduos e ao coeficiente de determinação quando se utiliza o modelo sem intercepto podem ser evitados pelo uso do intercepto na regressão. Gujarati (2000, p.149) aponta algumas vantagens desta configuração:

Por causa das características especiais desse modelo, é preciso tomar muito cuidado ao usar o modelo de regressão com intercepto zero. A menos que haja uma expectativa a priori bastante forte, aconselha-se utilizar o modelo convencional com o intercepto. Isto tem dupla vantagem. Primeira, se o termo de intercepto estiver incluído no modelo, mas se revelar estatisticamente insignificante (isto é, estatisticamente igual a zero), temos, para todos os fins práticos, uma regressão pela origem. Segunda, e a mais importante, se de fato houver um intercepto no modelo, mas insistirmos em ajustar uma regressão pela origem, estaremos cometendo um erro de especificação...

Portanto, com a finalidade de evitar os problemas de análise relacionados ao uso do modelo (43) sem o intercepto e um possível erro de especificação do mesmo, considera-se

conveniente e necessária à inclusão do intercepto. Assim, a estimação do beta de consumo de cada ativo i se dará pelo seguinte modelo econométrico:

$$R_{it}^e = \alpha_i + \beta_{ci} \Delta c_t + \varepsilon_{it}, \quad t = 1, 2, \dots, T \text{ para cada } i, i = 1, 2, \dots, N, \quad (44)$$

onde:

α_i é o intercepto do ativo i a ser estimado pela regressão.

De acordo com Cochrane (2005), os interceptos desta regressão em série-temporal são iguais aos erros de precificação do modelo ou, conforme Elyasiani e Nasseh (2000), são parâmetros incluídos para ajustar para os desvios do equilíbrio.

Quanto aos valores estimados do beta de consumo de cada ativo i , espera-se que os mesmos sejam positivos, isto é, $\frac{\partial R_{it}^e}{\partial \Delta c_t} > 0$, uma vez que há expectativas de que os retornos dos diversos ativos estejam positivamente correlacionados com a taxa de crescimento do consumo per capita.

Para finalizar o primeiro estágio, computar-se-á o prêmio de risco médio de cada ativo i , ao longo de toda a amostra, sendo que os mesmos serão as variáveis explicadas nas regressões *cross-sectional* do segundo estágio do método adotado no presente estudo. Desta forma, ao final do primeiro estágio, obtêm-se um vetor $N \times 1$ de prêmios de risco médios, cujo elemento típico é \bar{R}_i^e , e um vetor $N \times 1$ de betas de consumo, cujo elemento típico é $\hat{\beta}_{ci}$.

O segundo estágio do método consiste em estimar os parâmetros γ_0 e γ_1 do modelo econométrico (42) por meio de uma regressão *cross-sectional* utilizando o prêmio de risco médio e o beta de consumo de cada ativo, obtidos no estágio anterior, como variáveis explicadas e explicativas, respectivamente. Como o modelo (42) não é expresso em termos de prêmios de risco médios e betas de consumo estimados, modifica-se o modelo para que se ajuste as necessidades do estudo, conforme segue:

$$\bar{R}_i^e = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_{ci} + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (45)$$

onde:

\bar{R}_i^e é o prêmio de risco médio do ativo i , $i = 1, \dots, N$, obtido no primeiro estágio.

$\hat{\beta}_{ci}$ é o beta de consumo do ativo i , $i = 1, \dots, N$, estimado no primeiro estágio.

Portanto, resumidamente, utilizar-se-á o modelo econométrico (44) para estimação em série temporal do beta de consumo de cada ativo ao longo de toda a amostra, calcular-se-á o prêmio de risco médio de cada ativo para toda a extensão da amostra e, por fim, estimar-se-ão os parâmetros γ_0 e γ_1 em uma regressão *cross-sectional*, por meio do modelo econométrico (45), utilizando os prêmios de risco médios como variáveis explicadas e os betas de consumo estimados como variáveis explicativas.

Além de realizar a regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo, pretende-se estender o modelo econométrico (45) para testar outra implicação dada pelo CCAPM. Segundo este modelo de precificação, o beta de consumo é a única medida do risco sistemático de um ativo, ou seja, nenhuma outra variável poderia explicar o prêmio de risco dos ativos. Para testar esta implicação, de forma análoga a Lintner (1965) e Levy (1978), verifica-se se a variável variâncias residuais apresenta um prêmio de risco estatisticamente significativo nas regressões *cross-sectional*. Esta variável é formada pelas variâncias dos resíduos das regressões em série temporal para estimação dos betas de consumo de cada ativo. Portanto, quando a intenção for testar esta última implicação, estende-se o modelo econométrico (45) como mostrado abaixo:

$$\bar{R}_i^e = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_{ci} + \gamma_2 VR_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (46)$$

onde:

VR_i é a variância dos resíduos da regressão em série temporal para estimação do beta de consumo do ativo i .

Por fim, enfatiza-se que o principal teste empírico do modelo CCAPM refere-se à regressão dada pelo modelo econométrico (45), na qual constatar-se-á se a implicação central do modelo de precificação em questão pode ser confirmada, ou seja, se há uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Esta regressão será denominada de “regressão 1”, enquanto que a regressão determinada pelo modelo econométrico (46), que visa verificar se o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo, será denominada de “regressão 2”.

3.2.2 Limitações do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios

Neste tópico apresentam-se os principais problemas econométricos decorrentes do uso do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, as formas de correção sugeridas pela literatura e a aplicabilidade das mesmas às características da presente pesquisa.

Para verificar a existência de uma relação linear positiva entre os prêmios de risco dos ativos e os betas de consumo, relação esta implicada pelo modelo CCAPM, realizar-se-á uma regressão *cross-sectional* entre estas variáveis, conforme descrito no tópico anterior. Como já destacado, os ‘verdadeiros’ betas de consumo não são diretamente mensuráveis e, desta forma, serão previamente estimados por uma regressão em série-temporal. No entanto, o uso de betas de consumo estimados ao invés dos ‘verdadeiros’ betas de consumo caracteriza um erro de medida na variável explicativa, um problema que na literatura é denominado de ‘problema dos erros nas variáveis’ (*errors-in-variables problem* ou *EIV problem*).

De acordo com Gujarati (2000), erros de medida na variável explicativa provocam a violação de uma hipótese crucial do modelo clássico de regressão linear: a hipótese de que não há correlação entre a variável explicativa e o termo de erro estocástico. Se esta hipótese for violada os estimadores por mínimos quadrados ordinários (MQO) serão viesados e inconsistentes, mesmo assintoticamente¹¹.

Conforme Gujarati (2000) e Maddala (2003), quando há erros de medida na variável explicativa as estimações dos parâmetros do modelo comportam-se da seguinte forma: i) o coeficiente de inclinação não irá convergir para seu verdadeiro valor e, admitindo-se que o seu verdadeiro valor é positivo, será subestimado, isto é, será enviesado em direção a zero; e ii) o intercepto, dada uma subestimação do coeficiente de inclinação, será superestimado, ou seja, será enviesado em direção oposta a zero. Portanto, caso o problema dos erros nas variáveis não seja corrigido, as consequências para a estimação do modelo linear derivado do CCAPM seriam as seguintes:

- subestimação do prêmio de risco, o que poderia conduzir à rejeição da relação implicada pelo modelo; e
- superestimação do intercepto, podendo levar a conclusão de que este parâmetro é maior que zero quando de fato não é.

¹¹ À medida que o tamanho da amostra (n) aumenta indefinidamente.

Segundo Gujarati (2000) e Maddala (2003), o grau de viés nas estimativas dos parâmetros, quando da existência de erros de medida na variável explicativa, dependerá de dois fatores de difícil mensuração: a variância dos erros de medida da variável explicativa e a variância da variável explicativa mensurada sem erro. Quanto maior o primeiro fator em relação ao segundo, maior será o viés¹² nas estimativas e, conseqüentemente, maior é a necessidade de medidas corretivas. Caso a variância dos erros de medida seja pequena em relação à variância da variável explicativa mensurada sem erro, pode-se, em termos práticos, desconsiderar o problema dos erros nas variáveis, uma vez que seus efeitos seriam desprezíveis.

Uma das abordagens mais freqüentemente utilizadas para corrigir o problema dos erros nas variáveis, nos testes de modelos de precificação de ativos de capital, é a formação de portfólios (HUANG e LITZENBERGER, 1988). Este procedimento foi adotado, por exemplo, nos seguintes testes empíricos dos modelos CCAPM e/ou CAPM: Black, Jensen e Scholes (1972), Fama e MacBeth (1973), Blume e Friend (1973), Fama e French (1992), Jagannathan e Wang (1996), Elyasiani e Nasseh (2000), Lettau e Ludvigson (2001), Jagannathan e Wang (2005), entre outros.

De acordo com Huang e Litzenberger (1988), se os erros de medida não são correlacionados com o critério utilizado para agrupar os ativos, a variância dos erros de medida associados aos betas de portfólio aproxima-se de zero à medida que o número de ativos em cada portfólio tende ao infinito, eliminando o viés nas estimativas dos parâmetros.

No entanto, se os erros de medida forem correlacionados, a formação de portfólios somente reduzirá assintoticamente a variância dos erros de medida relacionados aos betas de portfólio, não a eliminando no limite. Desta forma, o agrupamento de ativos não fará com que os estimadores por mínimos quadrados ordinários (MQO) sejam consistentes, apenas reduzirá a magnitude da inconsistência (HUANG e LITZENBERGER, 1988).

Além disto, o procedimento de agrupamento de ativos em portfólios sempre causa a perda de eficiência dos estimadores, pois tal procedimento implica a perda de informações contidas nos ativos individuais (HUANG e LITZENBERGER, 1988). Conforme estes

¹² Para maiores detalhes técnicos sobre a magnitude do viés causado pelo problema dos erros nas variáveis ver, por exemplo, Huang e Litzenberger (1988), Gujarati (2000) e Maddala (2003).

autores, esta perda de eficiência pode ser minimizada ao se adotar um critério de alocação dos ativos em portfólios que maximize a variação entre os grupos (portfólios) e, conseqüentemente, minimize a variação interna dos grupos. A formação de portfólios com base na variável explicativa atenderia estes requisitos e, assim, permitiria a estimação dos parâmetros com uma perda de eficiência mínima. Porém, no presente estudo, a variável explicativa (betas de consumo) é mensurada com erro e, como conseqüência, haveria uma correlação entre o critério de alocação dos ativos nos portfólios e os erros de medida da variável explicativa, o que por sua vez conduziria a estimativas inconsistentes dos parâmetros.

Conforme Huang e Litzenberger (1988), a forma ideal de alocação dos ativos em portfólios, no caso do CCAPM, consistiria em utilizar um critério que é altamente correlacionado com os verdadeiros betas de consumo mas não correlacionado com os erros de medida desta variável. Adotando-se tal critério maximiza-se a variação entre os grupos e minimiza-se a variação interna dos grupos e a perda de eficiência, bem como elimina-se a variância dos erros de medida associados aos betas de portfólio à medida que o número de ativos no portfólio tende ao infinito.

Uma das formas mais usuais de alocação adotada na literatura empírica consiste em alocar os ativos em portfólios com base em betas estimados em um período de tempo anterior ao período utilizado para estimar os betas usados nas regressões para testar o modelo de precificação de ativos. Os betas estimados em um período anterior são denominados de betas não-contemporâneos, enquanto que os betas usados nas regressões são denominados de betas contemporâneos. Esta forma de alocação dos ativos em portfólios foi empregada, por exemplo, nos estudos de Black, Jensen e Scholes (1973), Fama e MacBeth (1973), Blume e Friend (1973), Elyasiani e Nasseh (2000), entre outros.

Segundo Huang e Litzenberger (1988), teoricamente os betas não-contemporâneos são altamente correlacionados com os verdadeiros betas e, assumindo-se que os retornos dos ativos não sejam autocorrelacionados, os erros de medida dos betas não-contemporâneos não são correlacionados com os erros de medida dos betas contemporâneos. Desta forma, o uso de betas não-contemporâneos pode ser considerado um critério ideal para alocação dos ativos em portfólios. No entanto, é importante destacar que, empiricamente, os erros de medida destes betas (contemporâneo e não-contemporâneo) apresentam uma correlação estatisticamente significativa, o que é coerente com uma distribuição estacionária dos retornos dos ativos,

podendo conduzir a estimativas inconsistentes dos parâmetros do modelo (HUANG e LITZENBERGER, 1988).

Como alternativa ao uso de betas não-contemporâneos para formação de portfólios, Liang (2000) propõe uma abordagem de amostra aleatória (*random sampling approach*) que consiste em separar aleatoriamente a amostra para formar os portfólios da amostra para estimar os betas. Mais especificamente, o autor sugere que, em um período de cinco anos, sejam escolhidos de forma aleatória trinta meses para classificar os ativos e formar portfólios (sub-amostra de classificação) e os trinta meses restantes para calcular os retornos dos portfólios e estimar os betas (sub-amostra de estimação).

Esta abordagem, segundo Liang (2000), é similar ao método de *bootstrap*¹³, com a diferença de que a reamostragem é conduzida sem reposição, mas apresenta algumas vantagens com relação a este método. Primeiro, como as sub-amostras são completamente distintas, os resultados dos testes usando a sub-amostra de estimação não são afetados pelos erros de mensuração que ocorrem na sub-amostra de classificação. Segundo, não há introdução de qualquer outro erro sistemático de classificação no processo de formação de portfólios, uma vez que as sub-amostras são separadas aleatoriamente. Terceiro, por meio da repetição do procedimento de separação aleatória das amostras, pode-se obter estimativas robustas dos parâmetros em pequenas amostras.

Assim, caso os erros de medida nos betas contemporâneos e não-contemporâneos não apresentem a independência estatística requerida, a abordagem de amostra aleatória poderá ser uma boa alternativa ao uso de betas não-contemporâneos para formação dos portfólios.

Dadas as definições e observações acima, entende-se que a formação de portfólios pode eliminar o viés decorrente do problema dos erros nas variáveis (*EIV problem*), à medida que o número de ativos em cada grupo tende ao infinito, e que as estimativas serão eficientes desde que o critério utilizado para o agrupamento dos ativos atenda determinadas características acima destacadas. Além destes aspectos desejáveis, Cochrane (2005, p. 436) aponta mais alguns motivos para a formação de portfólios:

¹³ Segundo Maddala (2003, p. 319) o *bootstrap* é um método de reamostragem que tem como propósito reduzir desvios e prover desvios-padrão mais confiáveis quando se utiliza uma pequena amostra de dados para realizar inferências.

Individual stock betas vary over time as the size, leverage, and risk of the business change. Portfolio betas may be more stable over time, and hence easier to measure accurately.

Individual stock returns are so volatile that you cannot reject the hypothesis that all average returns are the same....By grouping stocks into portfolios based on some characteristic (other than firm name) related to average returns, you reduce the portfolio variance and thus make it possible to see average return differences (sic).

Portanto, além de conduzir a estimativas consistentes e eficientes dos parâmetros do modelo, a formação de portfólios também permite eliminar parte da volatilidade excessiva dos retornos individuais e torna mais plausível a suposição de que os betas são estacionários (quando esta suposição é assumida).

Apesar destes aspectos positivos, a formação de portfólios não tem sido recomendada na literatura especializada em econometria (COCHRANE, 2005). Assim, pretende-se discutir nos próximos parágrafos alguns aspectos negativos relacionados à este procedimento e que deverão ser avaliados ao se decidir pela adoção ou não do mesmo.

De acordo com Roll (1977, p. 131), em sua crítica aos testes empíricos do modelo CAPM, a formação de portfólios pode dar suporte a teoria mesmo quando ela é falsa. Isto ocorreria porque os desvios dos ativos individuais da linearidade exata podem neutralizar-se mutuamente com a formação de portfólios, isto é, à medida que o número de ativos em cada portfólio tende ao infinito, os desvios individuais dos ativos da linearidade exata requerida pelo modelo tendem a se cancelar fazendo com que o desvio esperado do portfólio seja igual a zero, e, como consequência, suportar-se-ia o modelo mesmo que fosse falso. Tal crítica estende-se naturalmente ao modelo CCAPM, uma vez que o mesmo estabelece uma relação de linearidade entre os retornos dos ativos e os betas de consumo dos mesmos.

Conforme Kim (1995, p. 1609), a construção de um conjunto finito de portfólios bem-diversificados é difícil na prática e, deste modo, o agrupamento de ativos em portfólio não atenderia seu propósito inicial de eliminar assintoticamente o viés nas estimativas dos parâmetros. Este fato, aliado a impossibilidade de utilizar séries temporais extensas para estimação de betas T -consistentes, dada a não-estacionaridade dos mesmos, motivou o referido autor a propor uma estimativa N -consistente para corrigir assintoticamente o viés dos parâmetros da regressão *cross-sectional* do segundo estágio. Tal estimativa, no entanto, requer informações adicionais sobre a relação entre a variância dos erros de mensuração e a variância do termo de erro estocástico, sendo que estas informações são então incorporadas

em uma estimação por máximo verossimilhança (MV). O autor ainda demonstra, por meio de simulações, que a estimação *N*-consistente proposta é mais útil quando ativos individuais são utilizados nas regressões.

Kim (1997, p. 464), aponta três vantagens decorrentes da utilização de ativos individuais ao invés de portfólios nas regressões *cross-sectional*: I) garante a utilização completa das informações sobre o comportamento *cross-sectional* das ações individuais, as quais podem ser perdidas na formação de portfólios; II) evita o viés decorrente de *data-snooping*¹⁴; e III) evita a arbitrariedade na formação de portfólios, pois o critério de alocação e/ou o número de portfólios podem influenciar as estimativas dos parâmetros¹⁵. Porém, é importante observar que o uso de retornos individuais, sem correção para o problema dos erros nas variáveis, conduzirá a estimativas inconsistentes dos parâmetros e, desta forma, tais vantagens somente teriam sentido se as estimativas fossem corrigidas, por exemplo, conforme proposta de Kim (1995).

Dadas estas constatações acerca do procedimento de formação de portfólios, fica evidente que tal procedimento possui algumas desvantagens¹⁶ com relação ao uso de ativos individuais nas regressões *cross-sectional* e que as mesmas devem ser comparadas com os possíveis benefícios advindos deste procedimento, para somente então se optar ou não pelo mesmo. É importante notar que os benefícios da formação de portfólios dependem, em grande parte, das características da amostra utilizada no estudo em questão e, portanto, discutir-se-á nos próximos parágrafos se tais benefícios podem ser obtidos com a amostra utilizada na presente pesquisa.

¹⁴ De acordo com Lo e MacKinlay (1990), o viés de *data-snooping*, no que tange a formação de portfólios nos testes de modelos de precificação de ativos de capital, decorre do agrupamento de ativos em portfólios com base em um critério que teoricamente não tem relação com os retornos dos ativos mas que apresenta uma relação empírica derivada do mesmo conjunto de dados utilizado para realizar os testes. Estes autores evidenciam, por meio de cálculos e simulações, que este viés pode conduzir a rejeição do modelo com probabilidade 1 mesmo quando ele é verdadeiro.

¹⁵ Para evidências acerca da sensibilidade das estimativas dos parâmetros aos critérios utilizados para formação dos portfólios ver, por exemplo, Kothari, Shanken e Sloan (1995) e Lo (2004), entre outros.

¹⁶ Outras implicações do procedimento de formação de portfólios, não relacionadas diretamente ao método utilizado nesta pesquisa, podem ser encontradas em Berk (2000) e Grauer e Janmmat (2004).

A amostra do presente estudo¹⁷ caracteriza-se por um número relativamente pequeno de ativos, em cada país analisado, se comparada com as amostras utilizadas em outros países, como por exemplo, os Estados Unidos da América. Há em média cerca de 80 ativos em cada um dos quatro países estudados nesta pesquisa, variando de 27 ativos para o caso da Colômbia até 141 ativos para o caso do Brasil, enquanto que em testes empíricos do CAPM e/ou CCAPM realizados nos Estados Unidos da América este número frequentemente excede a 2.000 ativos.

Como destacado anteriormente, o viés decorrente do problema dos erros nas variáveis somente pode ser eliminado pela formação de portfólios se o número de ativos em cada grupo tende ao infinito, o que pressupõe uma amostra, em termos do número de ativos, suficientemente ampla para formar uma quantidade razoável de portfólios bem-diversificados. A amostra obtida nesta pesquisa não parece atender a este pressuposto e, assim, pode inviabilizar a formação de portfólios em termos do número e tamanho desejados.

Segundo Kim (1995), existe um *trade-off* entre o viés e a eficiência das estimativas de acordo com o número de portfólios. À medida que o número de portfólios aumenta e, conseqüentemente, o número de ativos em cada portfólio diminui, a magnitude do viés decorrente dos erros nas variáveis aumenta enquanto que a variância das estimativas diminui (aumentando a eficiência das mesmas), e vice-versa. Dadas as características da amostra deste estudo acima apresentadas, entende-se que o número de ativos disponíveis não é suficientemente amplo para produzir estimativas não-viesadas e ao mesmo tempo eficientes.

Com relação à dificuldade de formação de portfólios bem-diversificados, apontada por Kim (1995) em uma realidade onde o número de ativos é relativamente grande, acredita-se que esta dificuldade é ainda maior em países caracterizados por um número relativamente pequeno de ativos, como é o caso dos países latino-americanos. Assim sendo, acredita-se que os benefícios oriundos do agrupamento de ativos em portfólios não podem ser obtidos a partir da amostra utilizada neste estudo.

Uma possível solução para ampliar o número e o tamanho dos portfólios em níveis desejados seria a formação de carteiras de modo aleatório, a partir de um método de reamostragem como o *bootstrap*. De acordo com este método, retirar-se-ia da amostra n

¹⁷ As características da amostra serão detalhadamente apresentadas em tópico específico.

portfólios, compostos de m ativos, de forma aleatória, sendo que cada ativo poderia fazer parte de diversos portfólios. No entanto, de acordo com Huang e Litzenberger (1988), a formação de portfólios de modo aleatório pode maximizar a variância das estimativas e, em consequência disto, conduzir a estimativas ineficientes dos parâmetros.

Portanto, pode-se concluir que a formação de portfólios no presente estudo não atingirá o seu propósito principal: a eliminação do viés decorrente do problema dos erros nas variáveis. Dada esta constatação e o fato de que este procedimento está sujeito a arbitrariedades, vieses e outras limitações, entende-se que uma abordagem alternativa para correção deste problema deve ser implementada. Nos próximos parágrafos apresenta-se a abordagem adotada no presente estudo, assim como suas limitações.

De acordo com Huang e Litzenberger (1988), pode-se corrigir o problema dos erros nas variáveis através de estimadores que incorporem o impacto dos erros de medida na variável explicativa. Segundo Campbell, Lo e MacKinlay (1997), esta abordagem para o problema dos erros nas variáveis foi desenvolvida inicialmente por Litzenberger e Ramaswamy (1979) e refinada por Shanken (1992).

Litzenberger e Ramaswamy (1979), ao observarem o fato de que o agrupamento de ativos em portfólios reduz a eficiência dos parâmetros, propõem a utilização de uma estimativa dos erros de mensuração dos betas para obter um estimador de mínimos quadrados generalizados (MQG) confiável, evitando o problema dos erros nas variáveis sem a necessidade de agrupar os ativos em portfólios. No entanto, a suposição de que a matriz de covariância dos resíduos é diagonal e conhecida exatamente fez com que Hess (1980) *apud* Shanken (1992) questionasse a validade deste procedimento. Diante disto, Shanken (1992) propõe um procedimento que relaxa as suposições acima mencionadas.

Conforme Shanken (1992), mesmo que os erros de mensuração declinem à medida que o tamanho da série-temporal aumenta e, desta forma, conduzam a estimativas T -consistentes dos parâmetros do segundo estágio, os efeitos sobre a inferência não podem ser ignorados, nem mesmo em grandes amostras. Para resolver este problema, o referido autor deriva as variâncias assintóticas corrigidas, que permitem realizar testes de hipóteses mais confiáveis. Tais variâncias corrigidas por Shanken (1992) serão utilizadas no presente estudo como forma de evitar o problema dos erros nas variáveis.

De acordo com Cochrane (2005, p. 240), as variâncias assintóticas corrigidas de Shanken (1992) podem ser derivadas assumindo-se que os erros estocásticos (ε_{it}) das regressões em série temporal, utilizadas para estimação dos betas de consumo, sejam independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) ao longo do tempo e independentes dos fatores, sendo que no presente estudo há um único fator que é a taxa de crescimento do consumo per capita. Partindo-se destas suposições, obtém-se a seguinte fórmula corrigida para o cálculo da matriz de variância-covariância dos parâmetros da regressão *cross-sectional*:

$$\sigma^2(\hat{\gamma}) = \frac{1}{T} \left[(X'X)^{-1} X' \Sigma X (X'X)^{-1} (1 + \Gamma' \Sigma_f^{-1} \Gamma) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_f \end{bmatrix} \right], \quad (47)$$

onde:

$\sigma^2(\hat{\gamma})$ é a matriz 2 x 2 de variância-covariância dos parâmetros estimados;

T é o tamanho das séries temporais utilizadas para estimação dos betas de consumo, ou seja, o número de anos, trimestres ou meses da amostra;

X é uma matriz de dados $N \times 2$, sendo N o número de ativos usados na regressão *cross-sectional*. A primeira coluna desta matriz é formada por 1s, representando o intercepto, e a segunda coluna contém os betas de consumo de cada um dos ativos;

Σ é a matriz $N \times N$ de variância-covariância dos resíduos das regressões em série temporal utilizadas para estimação dos betas de consumo;

Γ é um vetor dos coeficientes de inclinação estimados na regressão *cross-sectional*; e

Σ_f é a variância (populacional) da taxa de crescimento do consumo per capita.

Note que esta fórmula requer que o modelo apresente o termo de intercepto e que a mesma apenas é aplicável as variâncias do intercepto e do coeficiente de inclinação da variável betas de consumo. Desta forma, aplica-se à correção dada por (47) somente as regressões *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (modelo econométrico (45)). Quanto à regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (modelo econométrico (46)) utilizar-se-á as inferências estatísticas tradicionais, enfatizando-se que neste caso, quando as duas variáveis explicativas

são mensuradas com erro, ambas são enviesadas¹⁸ e, portanto, deve-se interpretar os resultados com cautela.

Outro aspecto interessante é que a correção é extremamente dependente da extensão das séries temporais usadas para a estimação dos betas de consumo, sendo que as variâncias são inversamente proporcionais à extensão destas séries temporais.

Convém destacar também que a correção proposta no presente estudo apresenta algumas limitações, quais sejam: faz suposições acerca da distribuição dos resíduos que podem não ser confirmada pelos dados; e é uma correção assintótica, ou seja, só é válida em grandes amostras. Esta última limitação é particularmente preocupante e exigirá cautela na interpretação dos resultados. No entanto, enfatiza-se que a correção é necessária do ponto de vista econométrico e, portanto, deve ser implementada com o intuito de obter testes de hipóteses mais confiáveis.

Outro possível problema econométrico do método adotado neste estudo, segundo Shanken (1992), deriva do fato de que as regressões *cross-sectional* utilizam prêmios de risco médios e betas estimados para toda a extensão da amostra como variáveis explicadas e explicativas, respectivamente. Conforme este autor, poderia haver uma indesejada relação *cross-sectional* espúria (*spurious cross-sectional relation*) decorrente da dependência estatística entre tais prêmios e betas estimados, uma vez que ambos são calculados com dados do mesmo período.

De acordo com Shanken (1992), a abordagem desenvolvida por Fama e MacBeth (1973), para realização das regressões do segundo estágio, evita esta relação espúria. Nesta abordagem, comumente denominada de '*rolling beta approach*', em cada mês de um determinado período de tempo é realizada uma regressão *cross-sectional* entre os retornos dos portfólios no mês t e os betas estimados em $t-1$ com dados dos últimos cinco anos, além de outras variáveis explicativas incluídas pelos autores para testar as hipóteses do modelo.

Porém, conforme Lettau e Ludvigson (2001, p. 1255), a abordagem de '*rolling beta*' "is not appropriate in quarterly data in which fewer than 150 time-series observations are available". Portanto, na presente pesquisa, caracterizada por menos do que 150 observações

¹⁸ Ver Maddala (2003).

trimestrais, a abordagem de ‘*rolling beta*’ não é apropriada e, conseqüentemente, deve-se procurar uma solução alternativa para o problema da relação *cross-sectional* espúria.

Conforme Shanken (1992), sob suposições tipicamente feitas na literatura, retornos médios (ou seus prêmios de risco) e betas estimados para toda a extensão da amostra não são correlacionados e, assumindo-se normalidade conjunta dos retornos e fatores, tais variáveis são estatisticamente independentes. As suposições necessárias para obter tais resultados são formalmente descritas em Shanken (1992, p.7) e, resumidamente, consistem em que: 1) os termos de erros estocásticos sejam independentemente e identicamente distribuídos (i.i.d.) ao longo do tempo; e que 2) os fatores sejam gerados por um processo estacionário e sejam assintoticamente normalmente distribuídos. Assumindo-se tais suposições, elimina-se a dependência estatística entre os prêmios de risco médios e os betas estimados para toda a extensão da amostra e, assim, evita-se o problema de uma relação *cross-sectional* espúria.

É importante notar ainda que, segundo Shanken (1992), a estimação de um único beta para cada ativo sobre todo o período de tempo da amostra pode reduzir os erros de mensuração dos betas de consumo, uma vez que tais erros declinam à medida que aumenta o tamanho do período de estimação. No entanto, deve-se ressaltar que esta abordagem assume que os betas de consumo são estacionários, ignorando assim as conclusões de Cornell (1981) sobre a não-estacionariedade dos mesmos. Destaca-se ainda que esta abordagem é adotada, por exemplo, nos estudos de Mankiw e Shapiro (1986) e Lettau e Ludvigson (2001), além da presente pesquisa.

3.3 Formulação das Hipóteses

O objetivo do presente estudo é verificar se o modelo CCAPM é consistente com os dados da economia de quatro países Latino-Americanos: Brasil, Chile, Colômbia e México. Para averiguar a aderência deste modelo aos dados destes países, pretende-se examinar se as implicações teóricas derivadas do modelo podem ser confirmadas pelo teste empírico proposto neste estudo¹⁹.

Neste tópico, definem-se quais são as implicações teóricas do modelo que serão testadas com o objetivo de verificar a consistência deste aos dados dos países acima mencionados. Tais implicações darão origem às hipóteses de pesquisa.

¹⁹ O teste empírico está detalhado no tópico 3.2 (Abordagem empírica – processo de estimação).

De acordo com o modelo CCAPM, as diferenças entre os retornos dos ativos são determinadas pelas diferenças entre seus betas de consumo, sendo estes últimos uma medida da exposição dos retornos de um ativo ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita”. Quanto maior o beta de consumo de um ativo, maior é seu risco e, conseqüentemente, maior deveria ser seu retorno esperado. Logo, o modelo CCAPM implica uma relação linear positiva entre os retornos médios (ou seus prêmios de risco médios) e os betas de consumo. Esta implicação é central ao modelo CCAPM e dará origem a hipótese primária desta pesquisa:

Hipótese Nula Primária (H_0): Não há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo dos ativos, isto é:

$$H_0 : \gamma_1 = 0 ,$$

onde:

γ_1 é o coeficiente de inclinação da regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, ou ainda, o prêmio de risco de um ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita.

Hipótese Alternativa Primária (H_1): Há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo dos ativos, ou seja:

$$H_1 : \gamma_1 > 0 .$$

No modelo de precificação de ativos de capital CCAPM o beta de consumo figura como a única medida do risco sistemático do ativo, isto é, nada além da exposição ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” deve afetar sistematicamente os retornos esperados dos ativos. Assim, o beta de consumo é uma medida completa do risco de qualquer ativo. Esta implicação resulta na seguinte hipótese secundária a ser testada no presente estudo:

Hipótese Nula Secundária (H_0'): O beta de consumo de um ativo é uma medida completa do seu risco sistemático. Assim, tem-se que:

$$H_0' : \gamma_2 = 0 ,$$

onde:

γ_2 é o coeficiente de inclinação da variável variâncias residuais na regressão *cross-sectional* determinada pelo modelo econométrico (46).

Hipótese Alternativa Secundária (H_1'): O beta de consumo de um ativo não é uma medida completa do seu risco sistemático, ou seja:

$$H_1': \gamma_2 > 0.$$

Por fim, realizar-se-á um teste de especificação do modelo econométrico (45). De acordo com o modelo CCAPM, se todos os indivíduos podem investir ou tomar emprestado a uma taxa de juros livre de risco, o intercepto da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo deve ser igual a zero. No entanto, se esta taxa de juros não existir, pode-se assumir que existe um ativo na economia cuja covariância com a taxa de crescimento do consumo per capita é igual a zero (zero-beta) e, desta forma, o intercepto não precisa ser necessariamente igual a zero.

O primeiro caso é comumente denominado na literatura de “hipótese de Sharpe-Lintner”, visto que ambos os autores, ao derivarem o modelo CAPM, partem do pressuposto de que existe uma taxa de juros livre de risco. Já o segundo caso refere-se a “hipótese de Black”, que relaxou o pressuposto anterior supondo que há um ativo zero-beta na economia. É importante observar que a rejeição da hipótese de Sharpe-Lintner favorece a especificação dada por Black (1972), mas a aceitação daquela hipótese não implica a rejeição desta última. Assim, obtêm-se o terceiro par de hipóteses a serem testadas:

Hipótese Nula Terciária (H_0''): Há na economia uma taxa de juros livre de risco na qual todos os indivíduos podem investir e tomar emprestado, isto é:

$$H_0'': \gamma_0 = 0,$$

onde:

γ_0 é o intercepto da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (modelo econométrico (45)).

Hipótese Alternativa Terciária (H_1''): Não há na economia uma taxa de juros livre de risco na qual todos os indivíduos podem investir e tomar emprestado, ou seja:

$$H_1'': \gamma_0 \neq 0.$$

Ressalta-se que somente as hipóteses primárias e secundárias podem conduzir a rejeição do modelo CCAPM, visto que ambas testam as implicações teóricas do modelo, enquanto que a hipótese terciária é apenas um teste de especificação e, portanto, não tem poder para rejeitar o modelo de especificação objeto dos testes empíricos.

3.4 Caracterização das Amostras

Para testar o modelo CCAPM, são necessários dados acerca dos retornos das ações em cada país analisado, bem como dados de consumo agregado destes países. Neste tópico, especifica-se a frequência dos dados e descreve-se o período compreendido pela pesquisa em cada país e os critérios utilizados para selecionar as ações que farão parte da amostra de cada um dos países estudados: Brasil, Chile, Colômbia e México.

A frequência dos dados utilizados neste estudo é trimestral e esta escolha fundamenta-se, basicamente, em três aspectos importantes relacionados aos testes empíricos do CCAPM:

1. De acordo com Breeden, Gibbons e Litzenberger (1989), quanto mais longo for o intervalo de tempo em que o consumo é reportado, menos afetados são os dados por flutuações temporárias e erros de mensuração nesta variável.
2. Ainda segundo estes autores, à medida que o intervalo de tempo decresce, bens de consumo não-duráveis tornam-se “mais duráveis”.
3. Conforme Jagannathan e Wang (2005, p.2), “working with longer horizon attenuates the errors that may arise due to ignoring the effect of habit formation on preferences”.

Como se pode observar, é preferível o uso de intervalos mais longos de tempo ao realizar testes com o modelo CCAPM. Séries anuais seriam as mais indicadas, no entanto, na presente pesquisa, caracterizada por séries de consumo cuja divulgação inicia-se somente a partir da década de 90, o uso de séries com esta frequência resultaria em um número muito pequeno de observações em série temporal.

O período compreendido pela pesquisa em cada um dos países foi determinado pela disponibilidade das séries de crescimento do consumo agregado. Assim, o Quadro 1 apresenta o período em que estas séries estão disponíveis, bem como o número de trimestres cobertos em cada país deste estudo:

País	Trimestre Inicial	Trimestre Final	Número de Trimestres
Brasil	1991:T2	2004:T4	55
Chile	1996:T2	2005:T2	37
Colômbia	1994:T2	2005:T2	45
México	1993:T2	2005:T3	50

Quadro 1: Período compreendido pela pesquisa em cada um dos países analisados.

A amostra inicial das ações, em cada país, refere-se a todas as ações negociadas e cujas cotações estavam disponíveis na base de dados da Economática®. Não houve restrição quanto as diferentes classes de ações, uma vez que para o modelo de precificação a relação entre risco e retorno deve ser satisfeita para qualquer ativo, caso contrário haveriam oportunidades de arbitragem. A seguir, definem-se os critérios utilizados para selecionar as ações que comporão a amostra final de cada país estudado.

Os critérios de seleção das ações no presente estudo devem atender a dois objetivos: 1) gerar uma amostra das ações mais negociadas em cada país; e 2) gerar amostras com um número considerável de ações, de modo a se obter resultados significativos e representativos de cada economia estudada. Estes objetivos são conflitantes, uma vez que quanto mais restritivo for o critério de liquidez escolhido menor o número de ações a serem incluídas na amostra, portanto, este *trade-off* deverá ser considerado no momento de se definirem os critérios de seleção.

Na presente pesquisa, optou-se por calcular os retornos trimestrais dos ativos financeiros agregando os retornos mensais em trimestres, por meio da capitalização destes retornos²⁰. Dado que são necessários retornos em frequência mensal, os critérios de seleção referem-se basicamente a quantidade de meses, dentro de um determinado período, em que as ações apresentaram cotações. Assim, para serem incluídas na amostra de seu respectivo país, as ações devem obedecer aos seguintes critérios de seleção: apresentar uma (1) cotação em pelo menos X meses e Y cotações em no mínimo Z meses, sendo que X, Y e Z são números que serão definidos para cada país de acordo com o número de meses disponíveis e observando-se o objetivo de incluir um número significativo de ações na amostra. Esta forma de seleção das ações também foi utilizada por Mellone Junior (1999) ao testar o modelo CAPM no Brasil.

²⁰ Maiores detalhes acerca dos cálculos dos retornos trimestrais serão descritos posteriormente em tópico específico.

O Quadro 2 apresenta os valores de X, Y e Z para cada país estudado. O período do Quadro 2, além da frequência mensal, inclui um trimestre a mais no início do período em relação ao Quadro anterior e isto ocorre pelo fato de que é preciso cotações defasadas em 1 (um) período para calcular os retornos dos ativos financeiros. A interpretação das demais informações deve ocorrer da seguinte forma: no Brasil, por exemplo, foram selecionadas todas as ações que apresentaram uma (1) cotação em pelo menos 112 meses (67% do total de meses) e 11 cotações em no mínimo 84 meses (50% do total de meses).

País	Período	Total de Meses	Número de Meses - 1 Cotação (X)	% Total	Número de Cotações (Y)	Número de Meses - Y Cotações (Z)	% Total
Brasil	1991:M1 2004:M12	168	112	67%	11	84	50%
Chile	1996:M1 2005:M6	114	76	67%	11	57	50%
Colômbia	1994:M1 2005:M6	138	69	50%	5	46	33%
México	1993:M1 2005:M9	153	77	50%	8	51	33%

Quadro 2: Valores de X, Y e Z dos critérios de seleção para cada país analisado.

Considerando as informações do Quadro 2 em conjunto, deve ficar claro que os critérios foram mais restritivos nos casos de Brasil e Chile, exigindo uma (1) cotação em 67% dos meses e 11 cotações em 50% dos meses, enquanto que na Colômbia e México estes critérios foram menos restritivos, de modo que os dois objetivos anteriormente mencionados pudessem ser atendidos satisfatoriamente. Isto significa que nos casos de Colômbia e México optou-se por reduzir as exigências em termos de frequência de negociação para que o número de ações nestas amostras fosse suficiente para obter resultados significativos e representativos.

Aplicando os critérios de seleção acima definidos chega-se ao conjunto de ações que farão parte da amostra de cada um dos países em análise. No Quadro 3 abaixo, apresentam-se o número de ações inicialmente coletadas da base de dados econômica®, o número de ações que foram selecionadas de acordo com os critérios anteriormente descritos, o número de ações excluídas, o número de ações que compõem a amostra final e o percentual da amostra final em relação à inicial, para cada país estudado.

País	Amostra Inicial	Empresas Selecionadas	Exclusões	Amostra Final	% Total
Brasil	860	142	1	141	16%
Chile	259	75	1	74	29%
Colômbia	77	28	1	27	35%
México	185	80	1	79	43%

Quadro 3: Amostra inicial e final para cada país analisado

Observando o Quadro 3, percebe-se que o critério de seleção reduziu significativamente o número de ações em relação à amostra inicial. Isto foi necessário pois o

objetivo era obter amostras com as ações mais negociadas de cada país. É importante ter em mente que a liquidez é um fator importante quando se testam modelos de precificação, como afirma Ribenboim (2002) ao testar o modelo CAPM com dados brasileiros. Fazendo analogia com o modelo CAPM testado por este autor, entende-se que no presente estudo separar as ações mais líquidas das menos negociadas pode tornar os resultados mais confiáveis e, por isto, os critérios de seleção foram bastante restritivos. No entanto, como observa Rodrigues (2000), ao selecionar as empresas mais negociadas pode-se imputar a amostra algum grau de viés de sobrevivência. Porém, acredita-se que este viés não deve influenciar os resultados, pois *a priori*, em um mercado eficiente, não deveria haver diferenças na precificação de ativos “vencedores” e “perdedores”.

Com relação às exclusões reportadas no Quadro 3, estas se referem a ações que tiveram alterações extraordinárias em seus preços de um dia para outro, ou seja, ações que apresentaram retornos muito elevados em um dia com relação ao anterior. Entende-se que estas exclusões eram necessárias, visto que os retornos médios destas ações eram nitidamente influenciados pelo retorno de um único dia. As ações excluídas em cada país foram as seguintes: Petroquisa PN (Brasil - data do retorno: 03/07/2001, preço da ação na data: 0,0759, preço no dia útil anterior: 0,0494), Telex Ord (Chile - data do retorno: 03/06/2002, preço da ação na data: 307,1987, preço no dia útil anterior: 32,9142 e data do retorno: 29/08/2002, preço da ação na data: 2735,30, preço no dia útil anterior: 273,53), Paz del Rio Ord (Colômbia - data do retorno: 26/06/2003, preço da ação na data: 2,7921, preço no dia útil anterior: 0,9868) e Santander Serfin GF B (México - data do retorno: 15/05/1997, preço da ação na data: 10,2847, preço no dia útil anterior: 0,4804).

Por fim, destaca-se que a amostra final brasileira é a que possui o maior número de ações, porém, em relação à amostra inicial é a de menor representatividade. Apesar disto, a amostra é composta das maiores empresas brasileiras e em termos de valor de mercado pode ser considerada bastante representativa.

3.5 Coleta de Dados

Para realização dos testes empíricos propostos neste estudo são necessários os seguintes dados de cada país em análise:

- a) Retornos das ações negociadas na bolsa de valores;
- b) Consumo agregado de bens não-duráveis e serviços;

- c) Taxas de retorno do ativo livre de risco;
- d) Índice de preços ao consumidor (taxas de inflação); e
- e) População residente.

Neste tópico, descreve-se o processo de coleta destes dados e, no tópico seguinte, detalha-se a forma como os mesmos foram tratados de modo que possam ser utilizados nos testes empíricos pretendidos pela presente pesquisa.

a) Retornos das ações negociadas na bolsa de valores:

As séries de cotações diárias ajustadas para inflação e por proventos das ações negociadas em cada um dos países foram coletadas junto ao banco de dados da Economática®. O deflator utilizado para ajustar os preços em termos reais é o Índice de Preços ao Consumidor (IPC) de cada país, com exceção do Brasil, onde o deflator utilizado é o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Estas cotações diárias são utilizadas para determinar os retornos mensais de cada ativo, que por sua vez serão agregados em uma base trimestral. Este procedimento será detalhado no próximo tópico.

Para fins de comparação com os países latino-americanos, foram coletados junto ao *site* de Kenneth R. French os retornos reais mensais dos 25 portfólios ponderados pelo valor (*value-weighted*) de Fama e French. Estes portfólios são construídos pela intersecção dos 5 portfólios ordenados pelo tamanho das empresas (valor de mercado) e dos 5 portfólios ordenados pela razão valor contábil / valor de mercado. Esta série de retornos mensais estava disponível para o período 1926:M7 – 2005:M8.

b) Consumo agregado de bens não-duráveis e serviços:

No modelo CCAPM o fator de risco é a taxa de crescimento do consumo per capita. Entretanto, não há uma medida direta do consumo efetivo por parte dos indivíduos, somente uma medida das despesas com o consumo. De acordo com Breeden, Gibbons e Litzenberger (1989) esta diferença entre o consumo na teoria e a sua medida no mundo real conduz ao seguinte problema: bens e serviços não são necessariamente consumidos ao mesmo tempo em que são comprados. Para minimizar este problema, os testes empíricos envolvendo o CCAPM utilizam-se das despesas de consumo de bens não-duráveis e serviços dos indivíduos, excluindo assim as despesas com bens duráveis, uma vez que o fluxo de consumo deste tipo de bem é difícil de ser estimado. Portanto, no presente estudo, limita-se o consumo às despesas com bens não-duráveis e serviços.

Como somente uma fração do consumo efetivo é utilizada nos testes empíricos do CCAPM, visto que o fluxo de consumo dos bens duráveis não é incluído, fica-se sujeito ao mesmo problema apontado por Roll (1977) aos testes do modelo CAPM: a inobservância do verdadeiro portfólio de mercado. Contudo, assim como Breeden (1979, p. 292), acredita-se que o consumo de bens não-duráveis e serviços representa uma fração muito maior do verdadeiro fluxo de consumo dos indivíduos quando comparada a fração que o mercado de ações ocupa no verdadeiro portfólio de mercado.

A série de (despesas com o) consumo de bens não-duráveis e serviços foi coletada para cada país em análise, a preços constantes, ou seja, ajustados para a inflação, conforme segue:

No Brasil a série de consumo trimestral de bens não-duráveis e serviços foi cedida por Marcelo de Sales Pessoa, pesquisador do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA). Esta série está disponível para o período 1991:T1 - 2004:T4 e foi utilizada pelo referido pesquisador para realizar a sua tese de doutoramento intitulada “Reproduzindo os momentos dos retornos dos ativos brasileiros com aversão a desapontamento generalizada” e defendida junto a Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getúlio Vargas no Rio de Janeiro em 2006.

Para os demais países latino-americanos a série de consumo trimestral de bens não-duráveis e serviços foi coletada junto às seguintes instituições nacionais:

Chile – Banco Central do Chile. Disponibilidade: 1996:T1 – 2005:T2.

Colômbia - Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). Disponibilidade: 1994:T1 – 2005:T2.

México - Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI). Disponibilidade: 1993:T1 – 2005:T3.

Com relação aos Estados Unidos da América, cujas séries servirão como um ‘*benchmark*’, os dados de consumo trimestral de bens não-duráveis e serviços foram coletados no *site* do *Bureau of Economic Analysis* – Divisão: *National Income and Product Accounts* (NIPA). Estes dados estavam disponíveis para o período 1947:T1 – 2005:T2 e encontravam-se em termos nominais.

c) Taxas de retorno do ativo livre de risco:

No Brasil utilizou-se a Selic (Sistema especial de liquidação e custódia) como *proxy* para os retornos do ativo livre de risco. A Selic é a taxa básica de juros da economia, servindo de referência para outras taxas de juros do país, e corresponde aos juros médios pagos pelo governo aos bancos que o financiaram.

Em relação às demais taxas de juros da economia, como por exemplo: a poupança, os certificados de depósito bancário (CDB) e os certificados de depósito interbancário (CDI), a Selic mostrou-se a menos volátil no período analisado, ou seja, em relação a sua média é a taxa de juros que apresentou a menor variância. O fato de ser a taxa básica de juros da economia e apresentar a menor volatilidade em relação às demais taxas de juros credenciou o uso da Selic como *proxy* para o ativo livre de risco neste estudo. A série nominal mensal desta taxa de juros foi coletada no *site* do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEADATA).

Ressalta-se que o uso da Selic nos testes de modelos de precificação de ativos no Brasil é muito comum, como pode ser visto nos seguintes estudos empíricos: Bonomo e Domingues (2002), Ribenboim (2002), Sampaio (2002), Araújo, Barbachan e Tavani (2004), Araújo (2004) e Cysne (2005).

No Chile os estudos de Opazo R.(1998) e Bravo e Oyarzún (2001) sobre o *equity premium puzzle* adotaram a taxa de juros dos títulos e certificados licitados pelo Banco Central do Chile com vencimento para 90 dias - PRBC (*Tasas de interés de los pagarés y bonos licitados por el Banco Central de Chile*) como *proxy* para o ativo livre de risco. No entanto, esta série está disponível somente para o período 1987:M1 – 2004:M12, não cobrindo todo o período compreendido pela presente pesquisa. A primeira alternativa seria o uso da taxa de juros dos títulos e certificados licitados pelo Banco Central do Chile com vencimento para 90 dias - PDBC, mas esta série está disponível somente a partir do ano de 1998, enquanto que o período da pesquisa no Chile inicia-se em 1996.

Como segunda alternativa ao uso destas séries, obteve-se junto ao Banco Central do Chile a taxa de política monetária deste país, que corresponde à taxa de juros alvo para as operações interbancárias que o Banco Central Chileno procura alcançar mediante seus instrumentos de política monetária. Porém, esta série apresenta uma quebra estrutural em agosto de 2001, quando o Banco Central Chileno resolveu nominalizar a sua política monetária.

Na impossibilidade de uso das taxas de juros chilenas acima descritas, recorreu-se às taxas de juros disponíveis no banco de dados *International Financial Statistics* (IFS) do Fundo Monetário Internacional (FMI). Entre as disponíveis optou-se pela taxa de juros ‘*Lending Rate*’, pois esta apresenta a menor volatilidade em relação às demais taxas de juros. A série nominal anualizada desta taxa de juros foi coletada na frequência mensal.

Para a Colômbia também se optou pelo uso das taxas de juros disponíveis no banco de dados *International Financial Statistics* (IFS) do Fundo Monetário Internacional (FMI). Esta opção deve-se aos seguintes motivos:

1. A série das taxas de juros dos certificados de depósito com vencimento em 90 dias (Tasa de Interés de los Certificados de Depósito a Término a 90 días), que poderia ser uma boa *proxy* para o ativo livre de risco na Colômbia, apresenta uma mudança em sua metodologia no mês de Julho de 1993. Dado que esta mudança ocorre dentro do período compreendido pela pesquisa na Colômbia, optou-se por não utilizar esta série.
2. A *proxy* para o ativo livre de risco usada no estudo de Osório e Puerta (2004), cujo objetivo era verificar a presença do *equity premium puzzle* na Colômbia, foi o rendimento real das cotações diárias da TES B a 360 dias. Esta série foi construída a partir de três bases de dados diferentes e não está diretamente disponível em nenhuma base de dados pesquisada, o que impossibilitou a sua coleta.

Entre as taxas de juros disponíveis na base de dados do FMI optou-se pela taxa de juros ‘*Lending Rate*’, pois esta apresenta a menor volatilidade em relação às demais taxas de juros e por ser a mesma taxa de juros adotada no Chile. A série nominal anualizada desta taxa de juros foi coletada na frequência mensal.

No México utilizou-se o Cetes (Certificados de la Tesorería de la Federación) de 91 dias como *proxy* para os retornos do ativo livre de risco. De acordo com Castellanos e Oviedo (2004), estes certificados são títulos de crédito ao portador emitidos pelo Governo Federal Mexicano e liquidados por este em seu vencimento. Ainda conforme estes autores, os rendimentos deste título de dívida pública servem como base para determinação das demais taxas de juros da economia mexicana, o que credencia o uso dos rendimentos deste título como *proxy* para o ativo livre de risco. A série nominal mensal dos rendimentos do Cetes de 91 dias foi coletada no *site* do Banco Central do México.

Nos Estados Unidos da América os retornos do ativo livre de risco foram representados pela taxa de juros do título do tesouro americano (*Treasury Bill*) de 1 mês. Esta série é usada freqüentemente nos estudos realizados neste país e foi coletada junto ao *site* de Kenneth R. French. A referida série apresenta-se na freqüência mensal e está expressa em termos reais.

d) Índice de preços ao consumidor (taxas de inflação):

Como as taxas de juros nos países latino-americanos estão expressas em termos nominais, inclusive as coletadas junto ao banco de dados do FMI, será necessário deflacionar as mesmas de modo que se obtenham séries reais.

Para manter a coerência com o deflator utilizado para ajustar as séries dos preços das ações em termos reais, adotam-se o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) para a série brasileira e o Índice de Preços ao Consumidor (IPC) para as séries dos demais países latino-americanos. Estes índices de preços de cada país foram coletados da seguinte forma:

Brasil – Fonte: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEADATA); Freqüência: Mensal; Unidade: percentual por mês.

Chile - Fonte: *International Financial Statistics* (IFS) do Fundo Monetário Internacional (FMI); Freqüência: Mensal; Unidade: número índice.

Colômbia - Fonte: *International Financial Statistics* (IFS) do Fundo Monetário Internacional (FMI); Freqüência: Mensal; Unidade: número índice.

México – Fonte: Banco Central do México; Freqüência: Mensal; Unidade: número índice.

Nos Estados Unidos da América as séries de consumo de bens não-duráveis e serviços não estavam disponíveis em preços constantes e, desta forma, coletou-se junto ao *site* do *Bureau of Economic Analysis* – Divisão: *National Income and Product Accounts* (NIPA) o índice trimestral de preços ao consumidor da categoria ‘bens não-duráveis’ e o índice trimestral de preços ao consumidor da categoria ‘serviços’.

e) População residente:

Para obter as séries de consumo per capita são necessários dados da população residente em cada trimestre. No Brasil a série de consumo obtida já estava expressa em termos per capita e, desta forma, não se coletou dados acerca da população residente. Nos

demais países latino-americanos as séries anuais da população estimada foram coletadas das seguintes bases de dados:

Chile – Instituto Nacional de Estadísticas (INE).

Colômbia - Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

México - Comissão Econômica para América Latina e Caribe (CEPAL).

Nos Estados Unidos da América a série trimestral da população estimada foi obtida junto ao *site* do *Bureau of Economic Analysis* – Divisão: *National Income and Product Accounts* (NIPA).

3.6 Tratamento dos Dados

Com base nos dados coletados serão construídas as séries temporais necessárias para realização do teste empírico proposto neste estudo. As séries usadas nas regressões e detalhadas em seguida, são multiplicadas por 100 de modo a se obterem valores percentuais das mesmas. Os demais aspectos relacionados à construção das séries são descritos abaixo:

a) **Retornos reais trimestrais das ações negociadas na bolsa de valores:**

A partir das cotações diárias das ações negociadas na bolsa de valores de cada um dos países, obteve-se uma média aritmética simples destes preços para cada uma das ações em cada um dos meses. Estas séries de preços médios mensais são então utilizadas para calcular o retorno mensal de cada ação²¹, dividindo-se o preço médio mensal de um mês pelo preço médio mensal do mês anterior e subtraindo-se 1 (um). Este processo de cálculo dos retornos mensais foi utilizado por Mellone Junior (1999) e Ribenboin (2002) ao testarem o modelo CAPM no Brasil e, na presente pesquisa, acredita-se que este processo seja, dentre todos os outros, o mais adequado, visto que são consideradas todas as cotações de um determinado mês para calcular o retorno mensal ao invés de basear-se apenas em uma cotação inicial e final, por exemplo.

Pela capitalização dos retornos mensais das ações dentro de cada trimestre formam-se as séries trimestrais de retorno das ações. Estas séries estão expressas em termos reais e serão utilizadas para determinar o retorno em excesso (prêmio de risco) de cada ação sobre o ativo

²¹ Note que para os Estados Unidos da América não foi necessário calcular os retornos mensais, visto que os dados coletados se apresentavam na forma de retornos mensais e não de preços diários.

livre de risco de cada país e para calcular o retorno do portfólio de ações de cada um dos países.

b) Retornos reais trimestrais do ativo livre de risco:

Pela capitalização das taxas de juros mensais dentro de cada trimestre obtêm-se as séries nominais trimestrais das taxas de juros de cada um dos países. Para o Chile e a Colômbia, onde as taxas de juros eram anualizadas, converteram-se estas taxas para uma base mensal e a partir disto procedeu-se à capitalização dentro de cada trimestre.

As séries das taxas de juros de cada um dos países²² foram então deflacionadas pelo respectivo índice de preços ao consumidor, resultando em séries trimestrais reais das taxas de juros. Estas séries, que representam os retornos do ativo livre de risco de cada país, serão utilizadas para determinar o retorno em excesso (prêmio de risco) de cada ação.

c) Retornos reais trimestrais em excesso (prêmio de risco) das ações negociadas na bolsa de valores:

Estas séries são formadas pela diferença entre as séries de retornos reais trimestrais das ações (a) e as séries de retornos reais trimestrais do ativo livre de risco (b) de cada país. Os retornos reais trimestrais em excesso (prêmios de risco) são as variáveis explicadas nas regressões em série temporal para estimação dos betas de consumo de cada ativo (1º estágio do método de regressão).

A partir destas séries temporais de retornos em excesso são calculados os retornos em excesso (prêmios de risco) médios de cada ação, pela média aritmética simples dos retornos em excesso trimestrais. Estes valores médios são as variáveis explicadas nas regressões *cross-sectional* realizadas neste estudo (2º estágio do método de regressão).

Dado que nem todas as ações apresentam retornos em todos os trimestres da amostra, por falta de negociação do papel, etc, as observações faltantes foram substituídas por uma estimativa²³. Estas estimativas foram assim obtidas:

²² Observe que para os Estados Unidos da América esta taxa de juros foi coletada em termos reais, não sendo necessário deflacioná-la.

²³ No Brasil, de um total de 7.755 (55 x 141) observações, 439 (5,66% do total) foram estimadas. No Chile, de um total de 2.738 (37 x 74) observações, 66 (2,41% do total) foram estimadas. Na Colômbia, de um total de

1º - utilizando-se as observações disponíveis de cada ação, estimou-se os interceptos e os betas de consumo por meio do modelo econométrico (10);

2º - com base nestes coeficientes e na série da taxa de crescimento do consumo, cujas observações estão disponíveis para toda a extensão da amostra, foram calculados os prêmios de risco faltantes através da seguinte equação:

$$R_{i,t}^e = \alpha_i + \beta_{i,\Delta c} \Delta c_t.$$

Este método de estimação das observações faltantes, segundo Greene (1997, p. 430), mantém a propriedade de não tendenciosidade dos estimadores e aparentemente gera um ganho de eficiência, visto que os erros do modelo nas observações faltantes serão iguais a zero. No entanto, o autor enfatiza que “the gain in efficiency from using these fitted values may be illusory” e que “the overall conclusion seems to be that in a single-equation regression context, filling in missing values of y is not a good idea”. Apesar disto, as estimações das observações faltantes foram realizadas, uma vez que as estimativas das variâncias corrigidas exigem séries temporais de retornos completas. Ressalta-se que os resultados mostraram-se robustos ao uso destas estimativas.

d) Taxa real trimestral de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita:

Como sugere a literatura sobre o CCAPM e para manter a comparabilidade com a mesma, procedeu-se a dessazonalização das séries de consumo de bens não-duráveis e serviços. O método de dessazonalização escolhido foi o ‘*ratio to moving average*’ do software estatístico Eviews. As séries brasileiras, colombianas e norte-americanas²⁴ já estavam ajustadas para a sazonalidade e, portanto, não foi necessário dessazonalizar as mesmas.

A partir das séries dessazonalizadas foram construídas as séries per capita²⁵, dividindo-se as anteriores pelas séries da população trimestral de cada país. As séries

1.215 (45 x 27) observações, 239 (19,67% do total) foram estimadas. No México, de um total de 3.950 (50 x 79) observações, 585 (14,81% do total) foram estimadas.

²⁴ Foi necessário deflacionar a série norte-americana, uma vez que a mesma encontrava-se em termos nominais.

²⁵ Para o Brasil este procedimento não foi necessário, visto que a série brasileira obtida já estava em termos per capita.

trimestrais da população foram obtidas a partir da interpolação geométrica das séries anuais, com exceção da série norte-americana que foi coletada na frequência trimestral.

Por fim, a taxa de crescimento do consumo per capita foi obtida pela divisão do consumo per capita no trimestre pelo consumo per capita no trimestre anterior e subtraindo-se 1 (um). A série da taxa de crescimento do consumo per capita é a variável explicativa na regressão em série temporal para estimação dos betas de consumo de cada um dos ativos em cada país.

e) Retornos reais trimestrais do portfólio de ações;

Para fins de análise do comportamento do mercado acionário de cada país ao longo do tempo, foi montado um portfólio de todas as ações contidas na amostra final, sendo que o peso de cada ação neste portfólio é igual. Assim, obtém-se uma série temporal com os retornos reais trimestrais do portfólio de ações de cada um dos países em análise.

f) Retornos reais trimestrais em excesso (prêmio de risco) do portfólio de ações.

Com o mesmo objetivo da série anterior (e), foi construída uma série do retorno em excesso (prêmio de risco) do portfólio de ações, pela diferença entre as séries retornos reais trimestrais do portfólio de ações (e) e as séries de retornos reais trimestrais do ativo livre de risco (b) de cada país.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O presente estudo objetivou verificar se o modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) é consistente com os dados da economia de quatro países da América Latina: Brasil, Chile, Colômbia e México. Mais especificamente, procurou-se observar se o modelo CCAPM é capaz de explicar as diferenças entre os retornos de diversos ativos em um determinado ponto no tempo (análise *cross-sectional*), em cada um dos países estudados.

Utilizando-se do método *cross-sectional* de dois estágios e de dados de consumo real per capita, retornos reais das ações mais negociadas e taxas de juros reais de cada um dos países, foi possível fazer inferências acerca da capacidade de explicação dos retornos dos diversos ativos pelo modelo CCAPM, bem como concluir sobre a aplicabilidade prática do mesmo em cada um dos países acima mencionados.

Neste capítulo, portanto, faz-se a análise dos resultados obtidos pela aplicação do método *cross-sectional* de dois estágios, detalhadamente descrito no capítulo anterior, e comentam-se as implicações destes resultados para a teoria macroeconômica neoclássica. Inicialmente, apresentam-se as séries temporais da economia norte-americana, que servirão de base para comparações com as séries econômicas dos países em estudo. Em seguida, são realizadas as análises para cada país individualmente, dividindo-se as mesmas em dois momentos: primeiro, através da estatística descritiva, analisam-se as características das séries utilizadas e comparam-se as mesmas com as séries da economia norte-americana; segundo, por meio da inferência estatística e das hipóteses teóricas, apura-se a capacidade de explicação dos retornos pelo modelo de precificação e conclui-se sobre a aplicabilidade prática do modelo em cada um dos países. Por fim, uma vez realizada a análise dos resultados de cada país, faz-se uma análise conjunta de todas as hipóteses testadas e confrontam-se os resultados com os obtidos por Lettau e Ludvigson (2001) nos Estados Unidos da América.

4.1 Análise das séries temporais norte-americanas

Para fins de comparação com um ‘*benchmark*’, são disponibilizadas na Tabela 4 as estatísticas descritivas, o teste de raiz unitária e as matrizes de variância-covariância e correlação das seguintes séries trimestrais da economia norte-americana para o período compreendido pelo 1º trimestre de 1991 e o 2º trimestre de 2005: retorno real do portfólio que agrega os 25 portfólios (*value-weight*) de Fama e French, retorno real do ativo livre de risco, prêmio de risco do portfólio anteriormente mencionado e a taxa de crescimento real do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita.

Tabela 4: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais norte-americanas no período 1991:1-2005:2.

Painel A: Estatística descritiva				
	RM	RF	PR	ΔC
Média	4,11	0,95	3,16	0,47
Desvio-Padrão	9,03	0,41	9,03	0,35
Máximo	23,10	1,58	22,57	1,22
Mínimo	-19,90	0,22	-20,33	-0,40
Jarque-Bera	2,201717	5,271077	1,953424	0,415656
Probabilidade	0,3326	0,0717	0,3765	0,8123
Painel B: Teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller				
Hipótese nula: a série em questão possui uma raiz unitária				
	RM	RF	PR	ΔC
<i>t-Statistic</i>	-9,624796	-2,634072	-9,704162	-2,965696
Prob.	0,0000	0,0921	0,0000	0,0442
Painel C: Matriz de variância-covariância				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	80,19481	0,074747	80,12007	0,22647
RF	0,074747	0,166724	-0,091978	-0,016248
PR	80,12007	-0,091978	80,21204	0,242718
ΔC	0,22647	-0,016248	0,242718	0,121978
Painel D: Matriz de correlação				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	1	0,020442	0,998961	0,07241
RF	0,020442	1	-0,025151	-0,113936
PR	0,998961	-0,025151	1	0,077597
ΔC	0,07241	-0,113936	0,077597	1

RM = Retorno do portfólio de ações - série (e); RF = Retorno do ativo livre de risco - série (b); PR = Prêmio de risco do portfólio - série (f); ΔC = Taxa de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita - série (d). Os valores de média, desvio-padrão, máximo e mínimo estão expressos em pontos percentuais por trimestre; a matriz de variância-covariância é obtida a partir dos dados expressos nesta mesma unidade de medida. Possíveis diferenças devem-se aos arredondamentos.

Como se pode observar, pela análise da Tabela 4, o retorno médio do portfólio de ações para a economia norte-americana, no período acima mencionado, é de 4,11% ao trimestre, enquanto seu desvio-padrão é de 9,03%. A taxa média de crescimento do consumo per capita é de 0,47% ao trimestre, com um desvio-padrão de 0,35%. Calculando os coeficientes de variação, obtidos pela razão entre o desvio-padrão e a média das séries, percebe-se que a volatilidade do retorno do portfólio de ações, cujo coeficiente de variação é de 2,20, é relativamente grande quando comparada à volatilidade da taxa de crescimento do consumo per capita, cujo coeficiente de variação é de apenas 0,74. Estes coeficientes de variação indicam que a volatilidade do retorno do portfólio de ações é aproximadamente 3 (três) vezes superior à volatilidade da taxa de crescimento do consumo per capita, o que corrobora com as evidências apontadas em estudos anteriores sobre a excessiva variabilidade do mercado de ações norte-americano²⁶. É importante notar que, quanto maior a diferença entre as volatilidades de tais séries, maior deve ser o nível de aversão relativa ao risco necessário para explicar as variações dos preços no mercado de ações dada uma variação no consumo per capita.

Analisando-se as matrizes de variância-covariância e correlação, painéis C e D da Tabela 4, respectivamente, nota-se que o retorno do portfólio de ações tem uma covariância (0,22647) com o consumo per capita muito superior à apresentada pelo retorno do ativo livre de risco (-0,016248), evidenciando que o portfólio de ações possui um risco superior ao ativo considerado livre de risco. No entanto, como destacado por diversos estudos realizados nos Estados Unidos da América, a diferença entre estas covariâncias não é suficiente para explicar o prêmio de risco existente entre estes ativos, a menos que se permita um nível de aversão ao risco implausível por parte dos indivíduos. No período em questão, o retorno do portfólio de ações, bem como seu prêmio de risco, apresentam uma baixa correlação positiva (0,07241 e 0,077597) com a taxa de crescimento do consumo per capita, enquanto que o retorno do ativo livre de risco apresenta uma correlação negativa (-0,113936) com a série de consumo, o que significa que neste período o ativo livre de risco ofereceu uma pequena proteção contra as quedas no consumo per capita.

²⁶ Ver, por exemplo, artigo de Grossman e Shiller (1981) intitulado “The Determinants of the Variability of Stock Market Prices”. Ver também a revisão em nível internacional feita em Campbell (1996).

De acordo com os testes de normalidade de Jarque-Bera, apresentados na Tabela 4, não se pode rejeitar a hipótese de que todas as séries, com exceção dos retornos do ativo livre de risco, sejam normalmente distribuídas, uma vez que as probabilidades extraídas dos testes são consideradas altas. Com relação a estacionariedade das séries, o teste aumentado de Dickey-Fuller aponta para a rejeição da hipótese de que as séries possuem uma raiz unitária aos níveis de: 0,1% para as séries retorno do portfólio de ações e do prêmio de risco do portfólio; 5% para a série taxa de crescimento do consumo per capita; e 10% para a série retorno do ativo livre de risco.

Comentados os principais aspectos das séries temporais da economia norte-americana, que servirão de base para comparação com as séries dos países em análise, apresentam-se nos próximos tópicos as análises dos resultados obtidos para cada país em estudo.

4.2 Análise dos resultados obtidos no Brasil

Neste tópico, inicialmente, comentam-se as características das séries temporais brasileiras relacionadas ao tema deste estudo, comparando-se as mesmas com as séries norte-americanas. Em seguida, analisam-se os resultados obtidos pela aplicação do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, averiguando a capacidade de explicação dos retornos por parte do modelo CCAPM no Brasil.

Na Tabela 5 são apresentadas as estatísticas descritivas, o teste de raiz unitária e as matrizes de variância-covariância e correlação das séries trimestrais brasileiras para o período compreendido pelo 2º trimestre de 1991 e o 4º trimestre de 2004.

Tabela 5: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais brasileiras no período 1991:2-2004:4.

Painel A: Estatística descritiva				
	RM	RF	PR	ΔC
Média	9,16	4,38	4,78	0,39
Desvio-Padrão	22,69	2,91	23,03	1,35
Máximo	88,43	17,48	77,52	4,75
Mínimo	-29,04	-1,46	-35,71	-2,67
Jarque-Bera	24,48203	113,695	11,58866	1,951455
Probabilidade	0,0000	0,0000	0,0030	0,3769
Painel B: Teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller				
Hipótese nula: a série em questão possui uma raiz unitária				
	RM	RF	PR	ΔC
<i>t-Statistic</i>	-7,195236	-4,303759	-7,387995	-6,411417
Prob.	0,0000	0,0011	0,0000	0,0000
Painel C: Matriz de variância-covariância				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	505,5955	-3,307154	508,9027	7,814673
RF	-3,307154	8,315868	-11,62302	-1,168454
PR	508,9027	-11,62302	520,5257	8,983127
ΔC	7,814673	-1,168454	8,983127	1,800553
Painel D: Matriz de correlação				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	1	-0,051003	0,992001	0,259004
RF	-0,051003	1	-0,176662	-0,301964
PR	0,992001	-0,176662	1	0,293429
ΔC	0,259004	-0,301964	0,293429	1

RM = Retorno do portfólio de ações - série (e); RF = Retorno do ativo livre de risco – série (b); PR = Prêmio de risco do portfólio – série (f); ΔC = Taxa de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita – série (d). Os valores de média, desvio-padrão, máximo e mínimo estão expressos em pontos percentuais por trimestre; a matriz de variância-covariância é obtida a partir dos dados expressos nesta mesma unidade de medida. Possíveis diferenças devem-se aos arredondamentos.

No Brasil, como mostra a Tabela 5, o retorno médio do portfólio de ações, no período compreendido pelo 2º trimestre de 1991 e o 4º trimestre de 2004, foi de 9,16% ao trimestre, com um desvio-padrão de 22,69%. Comparando com os dados norte-americanos (Tabela 4), percebe-se que o retorno médio do portfólio de ações brasileiro é mais do que o dobro do norte-americano, o mesmo ocorrendo com o desvio-padrão desta série. Quanto à volatilidade do portfólio de ações brasileiro, nota-se que o mesmo é um pouco mais volátil que o norte-americano, uma vez que o coeficiente de variação desta série no Brasil é de 2,48, contra 2,20 nos Estados Unidos da América.

O retorno médio do ativo livre de risco foi de 4,38% ao trimestre, proporcionando um prêmio de risco médio do portfólio de ações brasileiro da magnitude de 4,78% ao trimestre. Nos Estados Unidos da América o retorno médio do ativo livre de risco foi de 0,95% ao trimestre, resultando em um prêmio de risco médio do portfólio de ações de 3,16%, valor ligeiramente inferior ao apresentado pelo Brasil.

A taxa média de crescimento do consumo per capita brasileiro foi de 0,39% ao trimestre, com um desvio-padrão de 1,35%. O coeficiente de variação desta série é de 3,46, evidenciando que a volatilidade do consumo é maior que a volatilidade do portfólio de ações do país, como ilustram as Figuras 2 e 3. Comparando com os dados norte-americanos, percebe-se que, apesar de apresentarem taxas médias de crescimento do consumo semelhantes, a volatilidade do consumo no Brasil é aproximadamente 5 vezes maior que a volatilidade do consumo nos Estados Unidos da América. Estes fatos podem sugerir que no Brasil o coeficiente de aversão relativa ao risco, necessário para explicar as variações dos preços do mercado de ações dada uma variação no consumo per capita, é menor que o norte-americano.

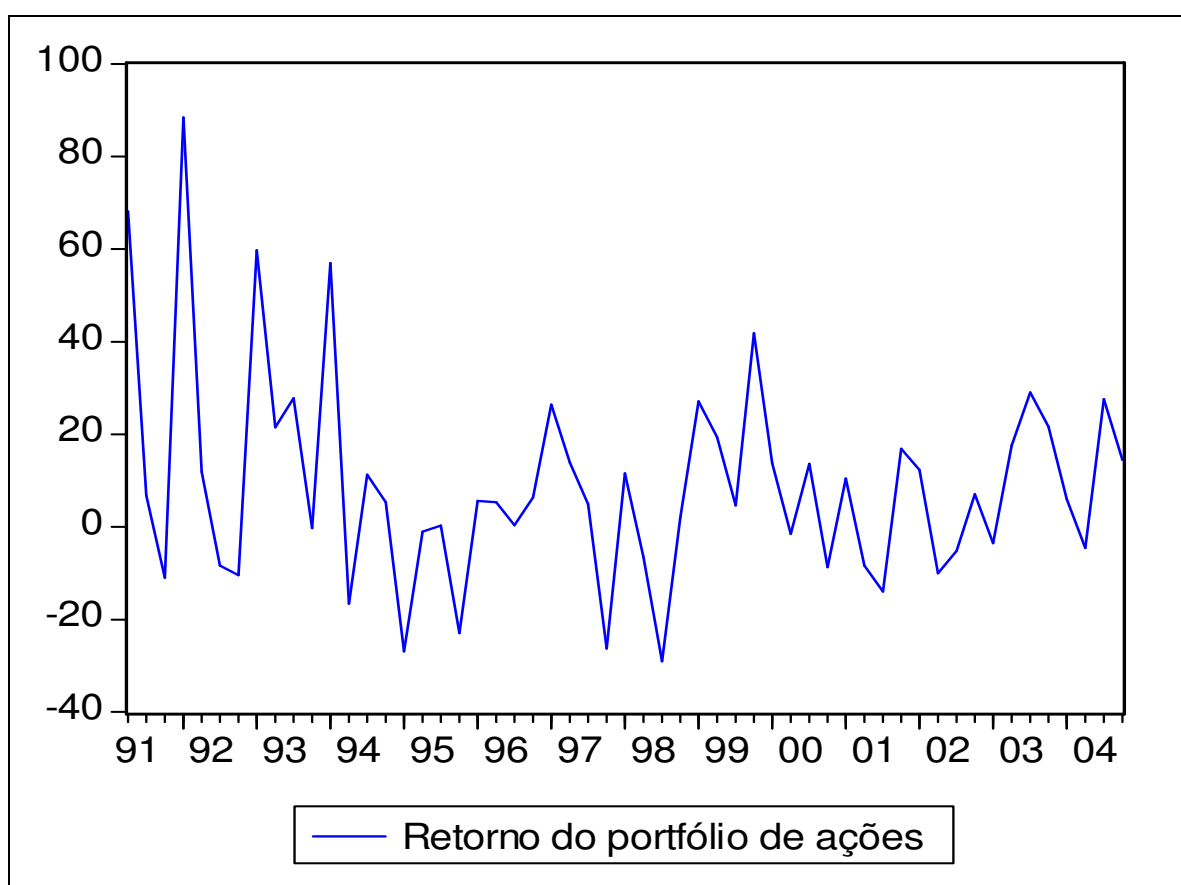


Figura 2: Retorno do portfólio de ações brasileiro, período 1991:2-2004:4.

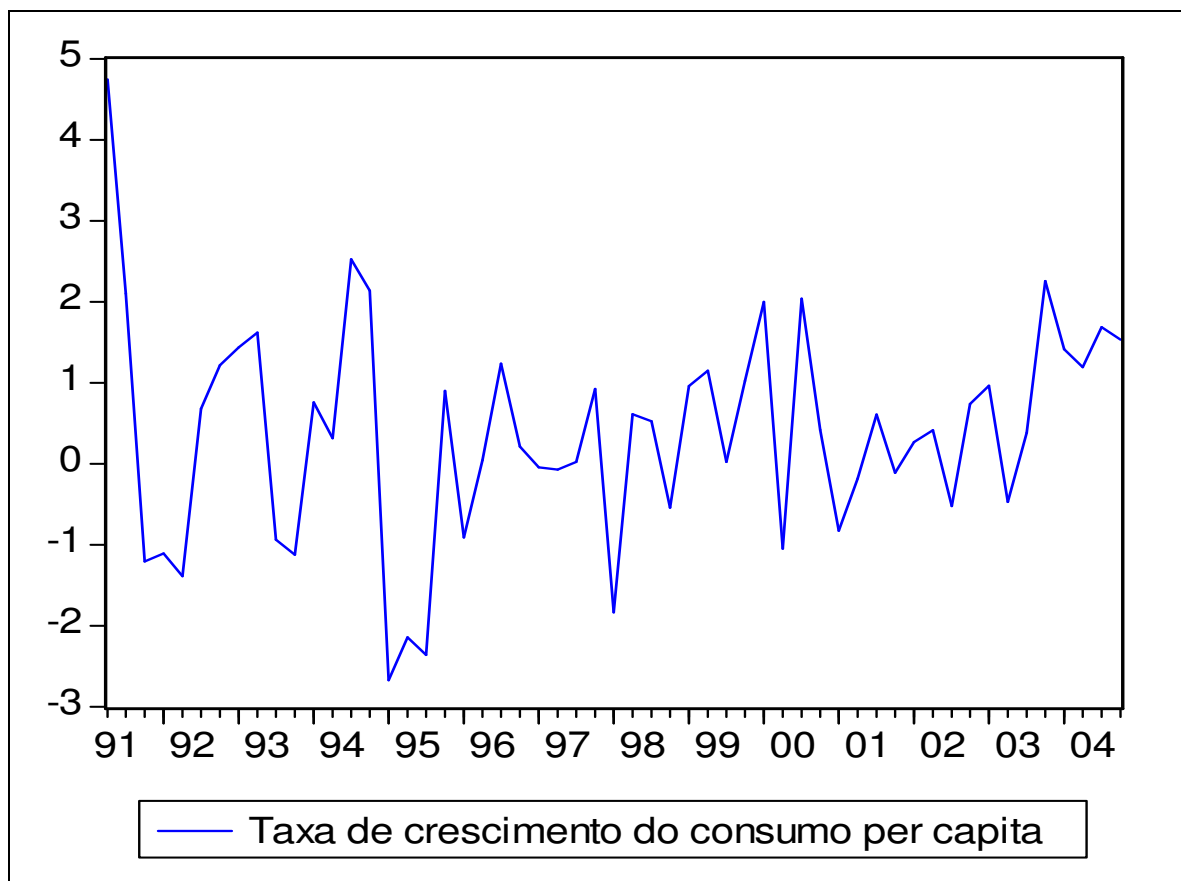


Figura 3: Taxa de crescimento do consumo per capita brasileiro, período 1991:2-2004:4.

Quanto às covariâncias das séries de retornos, observa-se que a covariância do retorno do portfólio de ações (7,814673) com a taxa de crescimento do consumo per capita é maior que a covariância do ativo livre de risco (-1,168454) com a taxa de crescimento da série de consumo. Fica evidente, portanto, o maior risco proporcionado pelo retorno do portfólio de ações quando comparado ao ativo considerado livre de risco, o que poderia explicar o prêmio de risco existente entre estes dois ativos. Comparando-se a diferença entre as covariâncias destes dois ativos com a taxa de crescimento do consumo no Brasil e nos Estados Unidos da América, nota-se que no caso brasileiro esta diferença (8,983127) é muito superior à diferença apresentada na economia norte-americana (0,242718), sugerindo, novamente, que o nível de aversão relativa ao risco no Brasil, necessário para explicar o prêmio de risco do portfólio de ações, seja menor que nos Estados Unidos da América.

Analisando a matriz de correlação, painel D da Tabela 5, confirma-se a maior sensibilidade dos retornos do portfólio de ações brasileiro às variações na taxa de crescimento do consumo per capita, quando comparada à sensibilidade apresentada pelas séries norte-americanas. Isto significa que os preços das ações no Brasil respondem com maior intensidade às variações no consumo per capita do que os preços das ações nos Estados

Unidos da América. Quanto à correlação existente entre o retorno do ativo livre de risco e a taxa de crescimento do consumo per capita (-0,301964), constata-se que há uma relação negativa e expressiva (quando comparada às demais correlações) entre estas séries, evidenciando uma proteção contra as quedas do consumo por parte deste ativo no Brasil.

Com relação aos testes de normalidade de Jarque-Bera, apenas a série de crescimento do consumo per capita apresenta uma alta probabilidade (37,69%) de ser normalmente distribuída, enquanto que para as demais séries a hipótese de normalidade é fortemente rejeitada. O teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller evidencia que nenhuma das séries apresenta uma raiz unitária, ao nível de significância de 1%, ou seja, as séries são estacionárias.

Uma vez realizada a análise das séries temporais brasileiras, bem como as comparações com as séries norte-americanas, passa-se a discutir nos próximos parágrafos os resultados obtidos pela regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo (segundo estágio do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios). Tais resultados permitirão avaliar a capacidade de explicação dos retornos dos ativos no Brasil por parte do modelo de precificação de ativos de capital CCAPM.

Na Tabela 6 são apresentadas as correlações entre as variáveis explicadas e explicativas, bem como a correlação destas com os resíduos da regressão *cross-sectional*. Em seguida, na Tabela 7, são apresentados os resultados das regressões *cross-sectional*, os testes para verificação da presença de heterocedasticidade e autocorrelação de segunda ordem e a estatística descritiva dos resíduos.

Tabela 6: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão *cross-sectional*: Brasil.

	Betas de Consumo	Prêmios de Risco	Variâncias Residuais	Resíduos
Betas de Consumo	1	0,343959	0,245702	9,87E-17
Prêmios de Risco	0,343959	1	0,527479	0,938985
Variâncias Residuais	0,245702	0,527479	1	0,471752
Resíduos	9,87E-17	0,938985	0,471752	1

Betas de Consumo, Prêmios de Risco e Variâncias Residuais são as variáveis utilizadas nas regressões cross-sectional; Resíduos são os termos de perturbação estocástica da regressão dos Prêmios de Risco Médios sobre os Betas de Consumo.

Tabela 7: Resultados da regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 141 ações do mercado financeiro do Brasil, período 1991:2-2004:4.

Painel A: Parâmetros estimados por meio da regressão <i>cross-sectional</i>							
	Constante	Betas de Consumo	Variâncias Residuais	R2	R2-Aj.	F-Stat	Durbin-Watson
1 Estimativa	2,7176	0,3522		0,118307	0,111964	18,65133	1,88145
2 Erro Padrão (ep)	0,55102	0,08155					
3 Shanken-ep	2,74926	0,26048					
4 <i>t-value</i>	4,93189	4,31872					
5 Shanken-t	0,98848	1,35215					
6 <i>p-value</i>	0,0000	0,0000					
7 Shanken-p	0,3246	0,0893					
8 Estimativa	0,4641	0,2336	0,0020	0,327135	0,317383	33,54651	1,86034
9 Erro Padrão (ep)	0,59327	0,07376	0,00030				
10 <i>t-value</i>	0,78221	3,16688	6,54439				
11 <i>p-value</i>	0,4354	0,0009	0,0000				
Painel B: Teste geral de heteroscedasticidade de White							
12 F-statistic:	0,463704	Probability:	0,6299				
13 Obs*R-squared:	0,941243	Probability:	0,6246				
Painel C: Teste de Breusch-Godfrey de autocorrelação (segunda ordem)							
14 F-statistic:	0,408946	Probability:	0,6652				
15 Obs*R-squared:	0,836777	Probability:	0,6581				
Painel D: Estatística descritiva dos resíduos da regressão <i>cross-sectional</i>							
16 Média	-2,96E-16	Teste de distribuição empírica para os resíduos					
17 Mediana	0,307259	Método					
18 Desvio-Padrão	4,530612	Valor					
		Valor-Aj.					
		Prob.					
		Lilliefors (D)	0,053368	NA	> 0,1		
		Cramer-von Mises (W2)	0,082499	0,082791	0,1907		
19 Jarque-Bera	2,359425	Watson (U2)	0,082067	0,082358	0,1639		
20 Probabilidade	0,3074	Anderson-Darling (A2)	0,458767	0,461259	0,2593		

As linhas 1 a 7 (painel A) referem-se aos resultados da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (regressão 1). Para esta regressão, além dos erros padrão (linha 2), dos testes *t* de significância (linhas 4) e dos valores *p* destes coeficientes (linha 6), são reportados também os erros padrão corrigidos de acordo com Shanken (1992) (linha 3), bem como os testes *t* de significância e valores *p* obtidos com base nestes erros padrão corrigidos (linhas 5 e 7). As linhas 8 a 11 apresentam os resultados da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (regressão 2). Os testes para detecção da heteroscedasticidade e autocorrelação de segunda ordem nos resíduos da regressão 1 são reportados no painel B e C, respectivamente. No painel D são reproduzidas as estatísticas descritivas e os testes de distribuição empírica dos resíduos da regressão 1, para fins de avaliação da hipótese de normalidade das perturbações estocásticas.

Analisando a correlação entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo (0,343959), observa-se que há uma relação positiva entre estas variáveis, sugerindo ser verdadeira a expectativa teórica de que retornos superiores estão relacionados a níveis de risco (betas de consumo) mais elevados. Nota-se também uma correlação positiva entre os prêmios de risco médios e as variâncias residuais (0,527479), sendo esta relação mais intensa do que a apresentada pelos prêmios de risco médios e os betas de consumo, o que pode conduzir à rejeição, por meio dos testes econométricos, da hipótese de que o beta de consumo é o único fator de risco sistemático.

Os resultados da regressão 1, prêmios de risco médios sobre os betas de consumo, evidenciam que a constante da regressão, cujo valor é 2,7176, é estatisticamente significativa ao nível de 0,1%, rejeitando a hipótese nula terciária que atribua à constante um valor igual a zero. O coeficiente de inclinação da variável betas de consumo apresentou um valor positivo de 0,3522, também estatisticamente significativa ao nível de 0,1%, rejeitando a hipótese nula primária e evidenciando que há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Tais resultados, baseados em testes de significância não corrigidos para o problema dos erros nas variáveis, conduzem as seguintes conclusões acerca de algumas das hipóteses impostas pelo modelo CCAPM: 1) a constante é significativamente diferente de zero, sugerindo que na economia brasileira não há um ativo sem risco sendo livremente negociando entre os indivíduos; 2) a conclusão anterior favorece a especificação zero-beta sugerida por Black (1972); e 3) há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, como determina o modelo CCAPM, confirmando a expectativa de um prêmio de risco positivo por parte do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita.

É importante observar que as inferências estatísticas acima estão ‘contaminadas’ pelo problema dos erros nas variáveis, discutido no capítulo 3. Portanto, muito cuidado deve ser dado à interpretação destes resultados, uma vez que o problema acima referido implica estimativas viesadas e inconsistentes dos parâmetros do modelo.

Para corrigir o problema dos erros nas variáveis e permitir interpretações mais confiáveis dos resultados, apresentam-se, na Tabela 7, os erros padrão ajustados de acordo com Shanken (1992), bem como os testes *t* de significância e os valores *p* obtidos das estimativas ajustadas dos erros padrão. Conforme Cochrane (2005, p.240), esta correção é

assintótica, ou seja, é válida para grandes amostras, e supõe que os termos de perturbação estocástica das regressões em série-temporal, utilizadas para estimação dos betas de consumo, sejam i.i.d. ao longo do tempo e independentes dos fatores. Destaca-se ainda que a referida correção é extremamente dependente da extensão das séries temporais usadas para a estimação dos betas de consumo no primeiro estágio do método, sendo que os erros padrão ajustados são inversamente proporcionais à extensão destas séries temporais.

De acordo com os testes t de significância e os valores p corrigidos, chega-se às seguintes conclusões acerca dos parâmetros do modelo: 1) a constante não é mais significativamente diferente de zero, aos níveis usuais de significância, corroborando com a hipótese nula terciária do presente estudo; 2) o coeficiente de inclinação continua estatisticamente significativo ao nível de significância de 10%, conduzindo a rejeição da hipótese nula primária e indicando que há uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Estas conclusões, baseadas em estimativas corrigidas para o problema dos erros nas variáveis, corroboram com as hipóteses do modelo e sugerem que as diferenças nas exposições ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” podem explicar as diferenças nos prêmios de risco médios dos ativos no mercado de ações brasileiro. Entretanto, é importante observar que o coeficiente de inclinação do modelo somente é estatisticamente significativo quando se assume incorrer em um erro do Tipo I²⁷ com uma probabilidade de 8,93% e que, apesar de visarem à obtenção de resultados mais confiáveis, estas correções são assintóticas e exigem, portanto, cautela na interpretação dos resultados obtidos.

Avaliando os coeficientes de determinação da regressão 1, R^2 e R^2 ajustado (linha 1 da Tabela 7), pode-se ter uma idéia de quão bem o modelo CCAPM explica as diferenças entre os prêmios de risco médios dos ativos na economia brasileira. Os valores destes coeficientes são, respectivamente, 0,118307 e 0,111964, indicando que, observando-se os graus de liberdade, apenas 11,1964% das variações *cross-sectional* dos prêmios de risco médios são explicadas pelo modelo. Um coeficiente de determinação desta magnitude evidencia que o modelo apresenta uma performance muito pobre ao tentar explicar as diferenças entre os retornos dos diversos ativos (ações), como ilustra a Figura 4.

²⁷ Um erro do tipo I ocorre ao rejeitar-se a hipótese nula quando a mesma é verdadeira.

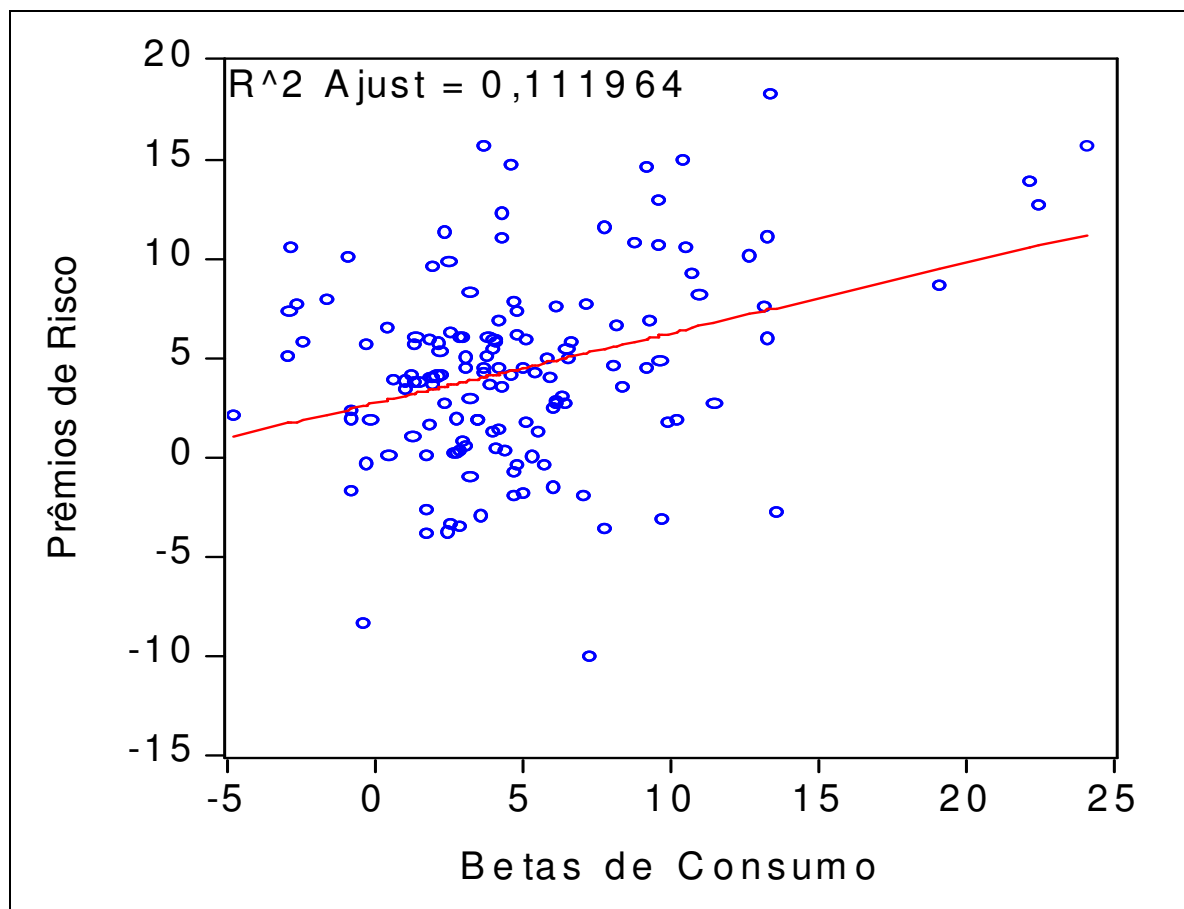


Figura 4: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Brasil.

De forma análoga a Lintner (1965) e Levy (1978), procurou-se testar a hipótese secundária de que o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo. Esta hipótese é importante para o modelo CCAPM, visto que sua rejeição implica a rejeição do próprio modelo. Para testar esta hipótese, faz-se uma regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais e, com base nas estimativas dos parâmetros desta regressão, verifica-se a significância estatística desta última variável no modelo. A expectativa teórica é de que o coeficiente de inclinação da variável variâncias residuais seja estatisticamente insignificante e, assim, corrobore com a hipótese acima descrita.

Os resultados da regressão 2, prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (linhas 8 a 11 da Tabela 7), apontam para a rejeição da hipótese nula secundária, que atribuía ao coeficiente de inclinação da variável variâncias residuais um valor igual a zero. Este coeficiente mostrou-se estatisticamente significativo ao nível de 0,1%, evidenciando que o beta de consumo pode não ser uma medida completa do risco de um ativo. Este resultado implica a rejeição do modelo CCAPM no Brasil e, aliado ao baixo poder explicativo do mesmo, sugere que o modelo não tenha aplicabilidade prática nas mais

diversas decisões financeiras: custo de capital, determinação do retorno esperado, alocação de recursos, etc. Novamente, é importante lembrar que a regressão 2 sofre do problema dos erros de medida nas variáveis e, portanto, seus resultados devem ser interpretados com cautela.

Antes de encerrar a análise dos resultados da economia brasileira, é importante averiguar se o modelo da regressão 1 satisfaz algumas das principais hipóteses clássicas do modelo de regressão linear, visto que as propriedades desejáveis dos estimadores (ausência de viés e mínima variância) e a validade dos testes de significância utilizados neste estudo dependem da confirmação destas hipóteses.

Com relação a homocedasticidade dos resíduos, o teste de White (painel B da Tabela 7) indica que não se pode rejeitar a hipótese nula de que os resíduos são homocedásticos. O teste de Durbin-Watson (linha 1 da Tabela 7) aponta para a ausência de autocorrelação de primeira ordem dos resíduos e o teste de Breusch-Godfrey (painel C da Tabela 7) sugere que não se pode rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação de segunda ordem. As estatísticas descritivas dos resíduos (painel D da Tabela 7) confirmam a hipótese de que os resíduos possuem média igual a zero e a matriz de correlação (Tabela 6) evidencia que os resíduos da regressão 1 não são correlacionados com a variável explicativa. Por fim, observando-se o painel D da Tabela 7, a hipótese de normalidade dos resíduos não é rejeitada pelos testes de normalidade ao nível de significância de 10%.

Realizadas as análises dos resultados da economia brasileira, apresentam-se no tópico seguinte as análises dos resultados encontrados para a economia chilena no período compreendido pelo 2º trimestre de 1996 e o segundo trimestre de 2005.

4.3 Análise dos resultados obtidos no Chile

Neste tópico, inicialmente, comentam-se as características das séries temporais chilenas relacionadas ao tema deste estudo, comparando-se as mesmas com as séries norte-americanas. Em seguida, analisam-se os resultados obtidos pela aplicação do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, averiguando a capacidade de explicação dos retornos por parte do modelo CCAPM no Chile.

Na Tabela 8 são apresentadas as estatísticas descritivas, o teste de raiz unitária e as matrizes de variância-covariância e correlação das séries trimestrais chilenas para o período compreendido pelo 2º trimestre de 1996 e o 2º trimestre de 2005.

Tabela 8: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais chilenas no período 1996:2-2005:2.

Painel A: Estatística descritiva das séries				
	RM	RF	PR	ΔC
Média	2,55	1,94	0,60	0,72
Desvio-Padrão	10,58	1,07	10,87	1,19
Máximo	26,16	4,69	23,41	3,51
Mínimo	-27,63	-0,62	-32,32	-1,45
Jarque-Bera	1,205952	1,137991	2,710019	1,1162
Probabilidade	0,5472	0,566094	0,257945	0,5723
Painel B: Teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller				
Hipótese nula: a série em questão possui uma raiz unitária				
	RM	RF	PR	ΔC
<i>t-Statistic</i>	-4,712334	-1,425195	-4,510458	-4,377559
Prob.	0,0005	0,5588	0,0009	0,0014
Painel C: Matriz de variância-covariância				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	108,9576	-2,475629	111,4332	-1,117883
RF	-2,475629	1,107756	-3,583385	-0,32531
PR	111,4332	-3,583385	115,0166	-0,792574
ΔC	-1,117883	-0,32531	-0,792574	1,388534
Painel D: Matriz de correlação				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	1	-0,225338	0,995418	-0,090884
RF	-0,225338	1	-0,317462	-0,262299
PR	0,995418	-0,317462	1	-0,062716
ΔC	-0,090884	-0,262299	-0,062716	1

RM = Retorno do portfólio de ações - série (e); RF = Retorno do ativo livre de risco – série (b); PR = Prêmio de risco do portfólio – série (f); ΔC = Taxa de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita – série (d). Os valores de média, desvio-padrão, máximo e mínimo estão expressos em pontos percentuais por trimestre; a matriz de variância-covariância é obtida a partir dos dados expressos nesta mesma unidade de medida. Possíveis diferenças devem-se aos arredondamentos.

No Chile, como demonstra a Tabela 8, o retorno médio do portfólio de ações, no período analisado, foi de 2,55% ao trimestre, com um desvio-padrão de 10,58%. Comparando com os dados norte-americanos (Tabela 4), percebe-se que o retorno médio do portfólio de ações chileno é aproximadamente 62% inferior ao norte-americano, enquanto que o desvio-padrão desta série no Chile é superior ao ‘benchmark’. Quanto à volatilidade do portfólio de ações chileno, fica evidente que o mesmo é muito mais volátil que o norte-americano, uma vez que o coeficiente de variação desta série no Chile é de 4,15, contra 2,20 nos Estados Unidos da América.

O retorno médio do ativo livre de risco foi de 1,94% ao trimestre, resultando em um prêmio de risco médio do portfólio de ações chileno da magnitude de 0,60% ao trimestre. Este prêmio de risco médio é menos de um quinto do prêmio de risco médio norte-americano.

A taxa média de crescimento do consumo per capita chileno foi de 0,72% ao trimestre, com um desvio-padrão de 1,19%. O coeficiente de variação desta série é de 1,65, evidenciando que a volatilidade do consumo é muito inferior à volatilidade do portfólio de ações do país, como ilustram as Figuras 5 e 6. Quanto maior a diferença de volatilidade entre estas séries em um determinado país, maior o nível de aversão relativa ao risco necessária para explicar as variações dos preços no mercado de ações dada uma variação no consumo per capita (partindo-se do caso em que a volatilidade do mercado de ações é superior a volatilidade do consumo per capita). Comparando com os dados norte-americanos, percebe-se que tanto a taxa média de crescimento do consumo como a volatilidade desta série no Chile são superiores ao 'benchmark' norte-americano. No entanto, é importante notar que as séries chilenas são menos extensas que as norte-americanas, o que talvez poderia explicar a diferença entre as taxas médias de crescimento do consumo destes dois países.

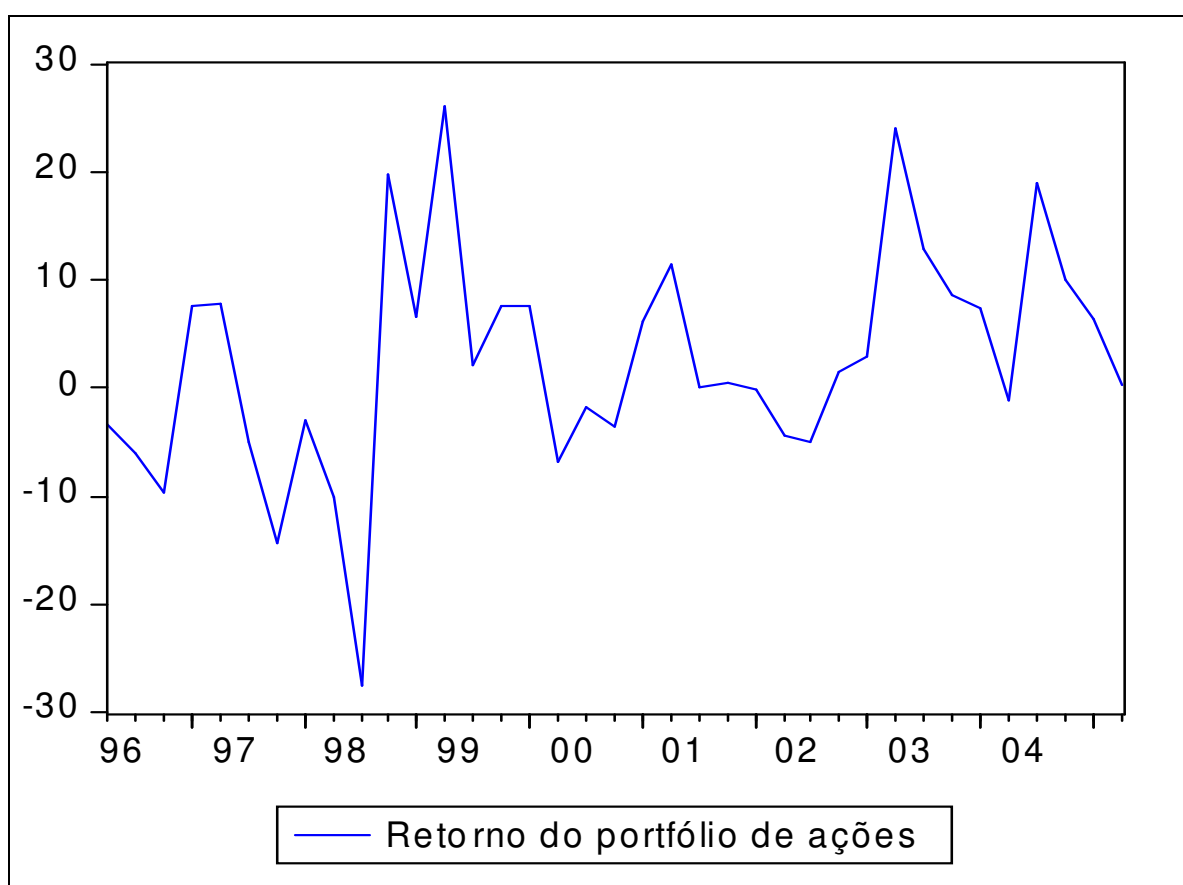


Figura 5: Retorno do portfólio de ações chileno, período 1996:2-2005:2.

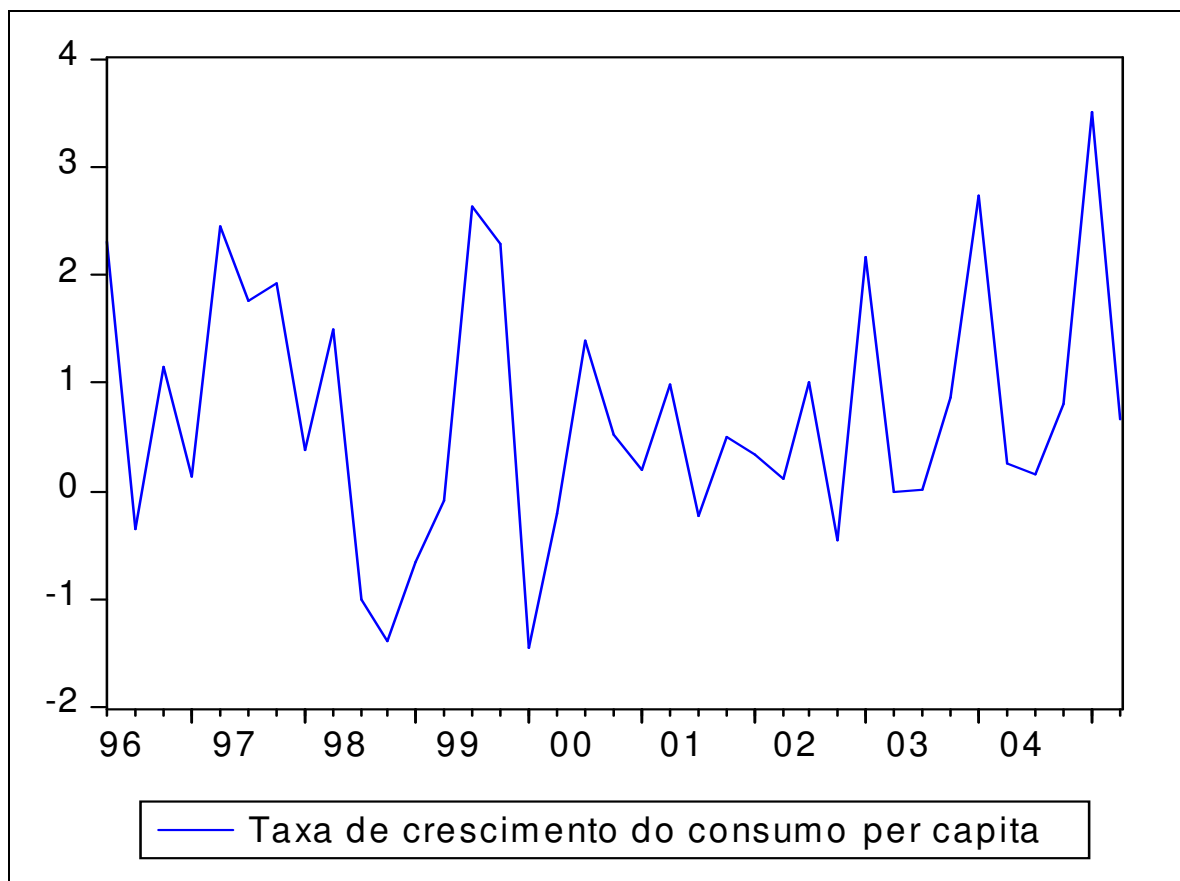


Figura 6: Taxa de crescimento do consumo per capita chileno, período 1996:2-2005:2.

Quanto às covariâncias das séries de retornos, observa-se que a covariância do retorno do portfólio de ações (-1,117883) com a taxa de crescimento do consumo per capita é menor que a covariância do ativo livre de risco (-0,32531) com a taxa de crescimento da série de consumo. De acordo com a teoria, quanto menor a covariância com o crescimento do consumo per capita menor é o risco oferecido pelo ativo, o que significa que o portfólio de ações chileno é menos arriscado que o ativo considerado livre de risco. Este fato é bastante intrigante e conduz ao seguinte questionamento: Como explicar o prêmio de risco positivo entre estes ativos na economia chilena?

Com base na matriz de correlação, painel D da Tabela 8, verifica-se que há uma pequena sensibilidade negativa dos retornos do portfólio de ações chileno às variações na taxa de crescimento do consumo per capita. A magnitude desta sensibilidade é similar àquela apresentada pelas séries norte-americanas, porém a direção do movimento difere: no Chile as séries de retornos e consumo per capita se movimentam em direção oposta e nos Estados Unidos da América se movimentam na mesma direção. Esta diferença, como destacado acima, é surpreendente e parece ser uma anomalia do mercado de ações chileno, no período de análise deste estudo. Quanto à correlação existente entre o retorno do ativo livre de risco e

a taxa de crescimento do consumo per capita (-0,262299), constata-se que a série de retornos do ativo livre de risco chileno é mais sensível às variações do consumo que a série norte-americana.

Os testes de normalidade de Jarque-Bera indicam que não se pode rejeitar a hipótese de que todas as séries sejam normalmente distribuídas, visto que as probabilidades extraídas dos testes são consideradas altas para cada uma das séries. O teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller evidencia que nenhuma das séries apresenta uma raiz unitária ao nível de significância de 1%, com exceção da série retorno do ativo livre de risco, cuja probabilidade foi de 55,88%, demonstrando que esta série, ao contrário das demais, não é estacionária.

Uma vez realizada a análise das séries temporais chilenas, bem como as comparações com as séries norte-americanas, passa-se a discutir nos próximos parágrafos os resultados obtidos pela regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Tais resultados permitirão avaliar a capacidade de explicação dos retornos dos ativos no Chile por parte do modelo de precificação de ativos de capital CCAPM.

Na Tabela 9 são apresentadas as correlações entre as variáveis explicadas e explicativas, bem como a correlação destas com os resíduos da regressão *cross-sectional*. Em seguida, na Tabela 10, são apresentados os resultados das regressões *cross-sectional*, os testes para verificação da presença de heterocedasticidade e autocorrelação de segunda ordem e a estatística descritiva dos resíduos.

Tabela 9: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão *cross-sectional*: Chile.

	Betas de Consumo	Prêmios de Risco	Variâncias Residuais	Resíduos
Betas de Consumo	1	0,375441	0,156023	-3,79E-17
Prêmios de Risco	0,375441	1	0,169984	0,926846
Variâncias Residuais	0,156023	0,169984	1	0,120200
Resíduos	-3,79E-17	0,926846	0,1202	1

Betas de Consumo, Prêmios de Risco e Variâncias Residuais são as variáveis utilizadas nas regressões cross-sectional; Resíduos são os termos de perturbação estocástica da regressão dos Prêmios de Risco Médios sobre os Betas de Consumo.

Tabela 10: Resultados da regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 74 ações do mercado financeiro do Chile, período 1996:2-2005:2.

Painel A: Parâmetros estimados por meio da regressão <i>cross-sectional</i>							
	Constante	Betas de Consumo	Variâncias Residuais	R2	R2-Aj.	F-Stat	Durbin-Watson
1 Estimativa	0,8861	0,43499		0,140956	0,129025	11,81409	2,09442
2 Erro Padrão (ep)	0,28755	0,12656					
3 Shanken-ep	1,84902	0,29112					
4 <i>t-value</i>	3,08150	3,43716					
5 Shanken-t	0,47923	1,49420					
6 <i>p-value</i>	0,0029	0,0005					
7 Shanken-p	0,6332	0,0697					
8 Estimativa	0,5069	0,4144	0,0011	0,153677	0,129837	6,44617	2,08367
9 Erro Padrão (ep)	0,46618	0,12807	0,00110				
10 <i>t-value</i>	1,08739	3,23547	1,03306				
11 <i>p-value</i>	0,2805	0,0009	0,1525				
Painel B: Teste geral de heteroscedasticidade de White							
12 F-statistic:	0,316296	Probability:	0,7299				
13 Obs*R-squared:	0,653499	Probability:	0,7213				
Painel C: Teste de Breusch-Godfrey de autocorrelação (segunda ordem)							
14 F-statistic:	0,200804	Probability:	0,8185				
15 Obs*R-squared:	0,422134	Probability:	0,8097				
Painel D: Estatística descritiva dos resíduos da regressão <i>cross-sectional</i>							
16 Média	6,90E-17	Teste de distribuição empírica para os resíduos					
17 Mediana	0,291231	Método		Valor	Valor-Aj.	Prob.	
18 Desvio-Padrão	2,384628	Lilliefors (D)		0,076036	NA	> 0,1	
		Cramer-von Mises (W2)		0,077930	0,078457	0,2170	
19 Jarque-Bera	3,101143	Watson (U2)		0,066307	0,066755	0,2723	
20 Probabilidade	0,2121	Anderson-Darling (A2)		0,514982	0,520413	0,1858	

As linhas 1 a 7 (painel A) referem-se aos resultados da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (regressão 1). Para esta regressão, além dos erros padrão (linha 2), dos testes *t* de significância (linhas 4) e dos valores *p* destes coeficientes (linha 6), são reportados também os erros padrão corrigidos de acordo com Shanken (1992) (linha 3), bem como os testes *t* de significância e valores *p* obtidos com base nestes erros padrão corrigidos (linhas 5 e 7). As linhas 8 a 11 apresentam os resultados da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (regressão 2). Os testes para detecção da heteroscedasticidade e autocorrelação de segunda ordem nos resíduos da regressão 1 são reportados no painel B e C, respectivamente. No painel D são reproduzidas as estatísticas descritivas e os testes de distribuição empírica dos resíduos da regressão 1, para fins de avaliação da hipótese de normalidade das perturbações estocásticas.

Analisando a correlação entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo (0,375441), observa-se que há uma relação positiva entre estas variáveis, sugerindo que no mercado de ações chileno pode ser verdadeira a expectativa teórica de que retornos superiores estão relacionados a níveis de risco (betas de consumo) mais elevados. Nota-se também uma correlação positiva entre os prêmios de risco médios e as variâncias residuais (0,169984), porém menos intensa do que a apresentada pelos prêmios de risco médios e os betas de consumo, o que é desejável do ponto de vista teórico.

Os resultados da regressão 1, prêmios de risco médios sobre os betas de consumo, evidenciam que a constante da regressão, cujo valor é 0,8861, é estatisticamente significativa ao nível de 1%, rejeitando a hipótese nula terciária. O coeficiente de inclinação da variável betas de consumo apresentou um valor positivo de 0,43499, estatisticamente significativa ao nível de 0,1%, rejeitando a hipótese nula primária e demonstrando que há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Estes resultados, em termos do sinal e significância estatística dos parâmetros estimados, são idênticos aos obtidos na economia brasileira, permitindo assim chegar às mesmas conclusões acerca de algumas das hipóteses impostas pelo modelo CCAPM: 1) a constante é significativamente diferente de zero, sugerindo que na economia chilena não há um ativo sem risco sendo livremente negociado entre os indivíduos; 2) a conclusão anterior favorece a especificação zero-beta sugerida por Black (1972); e 3) há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, confirmando a expectativa de um prêmio de risco positivo por parte do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita.

Com o intuito de obter resultados mais confiáveis, uma vez que os acima discutidos ignoram a existência do problema dos erros nas variáveis, apresentam-se, na Tabela 10, os erros padrão ajustados de acordo com Shanken (1992), bem como os testes t de significância e os valores p obtidos das estimativas ajustadas dos erros padrão. Novamente, é importante lembrar que tanto as estimativas tradicionais quanto as corrigidas devem ser analisadas com cautela, visto que as primeiras não apresentam qualquer correção para o problema dos erros nas variáveis e as últimas baseiam-se em uma correção assintótica.

Observando os testes t de significância e os valores p corrigidos, pode-se chegar às seguintes conclusões acerca dos parâmetros estimados pelo modelo: 1) a constante não é mais significativamente diferente de zero, aos níveis usuais de significância, corroborando com a

hipótese nula terciária do presente estudo; 2) o coeficiente de inclinação continua estatisticamente significativa ao nível de significância de 10%, conduzindo a rejeição da hipótese nula primária e indicando que há uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Estas conclusões corroboram com as hipóteses do modelo e sugerem que as diferenças nas exposições ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” podem explicar as diferenças nos prêmios de risco médios dos ativos no mercado de ações chileno. Entretanto, é importante observar que o coeficiente de inclinação do modelo somente é estatisticamente significativo quando se assume incorrer em um erro do Tipo I com uma probabilidade de 6,97%.

Avaliando os coeficientes de determinação da regressão 1 , R^2 e R^2 ajustado (linha 1 da Tabela 10), pode-se ter uma idéia da aderência do modelo CCAPM aos dados da economia chilena. Os valores destes coeficientes são, respectivamente, 0,140956 e 0,129025, indicando que, observando-se os graus de liberdade, apenas 12,9025% das variações *cross-sectional* dos prêmios de risco médios são explicadas pelo modelo. A magnitude deste coeficiente de determinação evidencia que o modelo explica muito pouco as diferenças existentes entre os retornos dos diversos ativos (ações). Portanto, pode-se concluir que a aderência do modelo CCPAM aos dados da economia chilena é muito baixa, como ilustra a Figura 7.

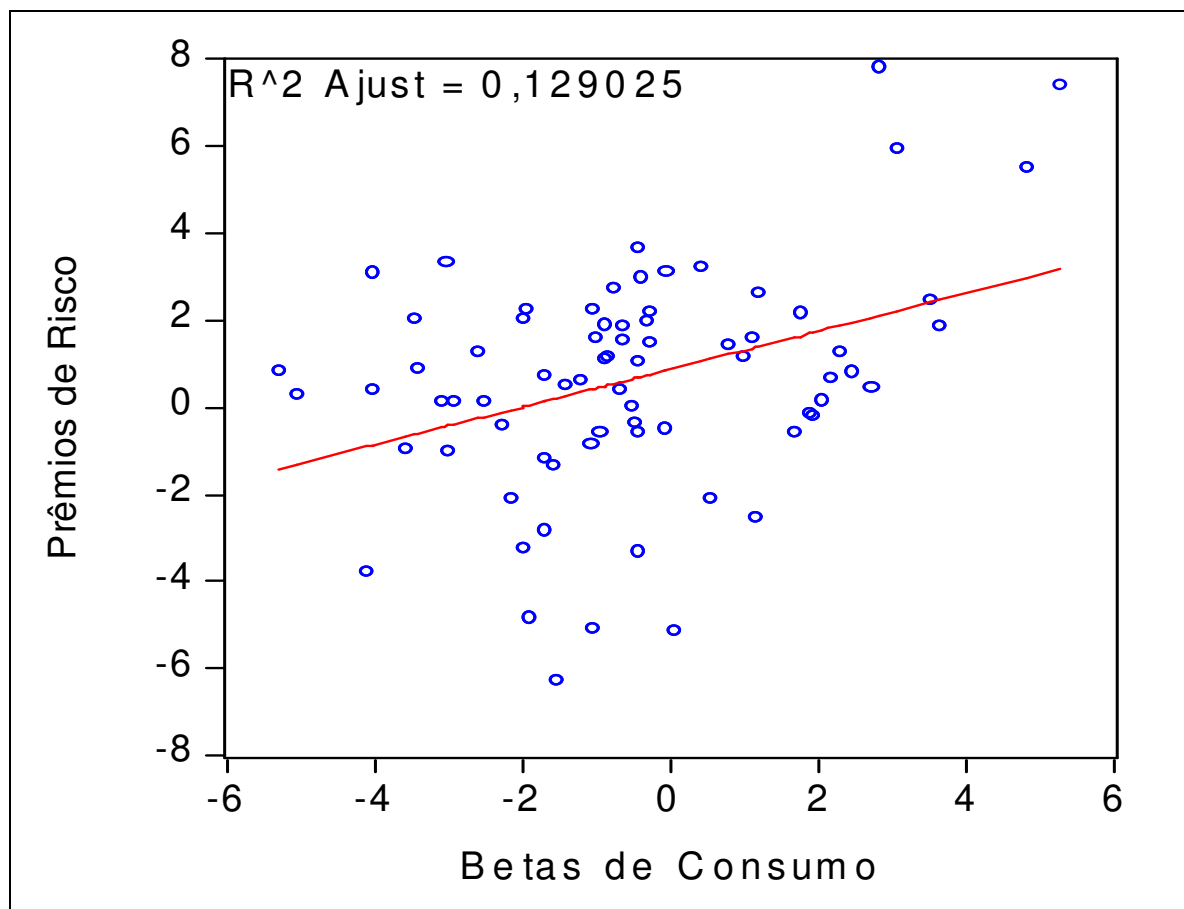


Figura 7: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Chile.

Os resultados da regressão 2, cujo propósito é testar a hipótese nula secundária de que o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo, apontam para a não rejeição desta hipótese. O coeficiente de inclinação da variável variâncias residuais não é significativamente diferente de zero aos níveis usuais de significância, evidenciando que o beta de consumo pode ser uma medida completa do risco de um ativo. Novamente, é importante lembrar que a regressão 2 sofre do problema dos erros de medida nas variáveis e , portanto, seus resultados devem ser interpretados com cautela.

Em resumo, os resultados para a economia chilena corroboram com as hipóteses impostas pelo modelo CCAPM, porém, por outro lado, demonstram que este modelo tem baixa capacidade de explicação das variações *cross-sectional* dos retornos dos ativos no mercado de ações e, portanto, podem restringir o uso do modelo nas mais diversas decisões financeiras, como por exemplo: custo de capital, determinação do retorno esperado, alocação de recursos, etc.

Para encerrar a análise dos resultados da economia chilena, averiguar-se-á se o modelo da regressão 1 satisfaz algumas das principais hipóteses clássicas do modelo de regressão

linear, visto que as propriedades desejáveis dos estimadores (ausência de viés e mínima variância) e a validade dos testes de significância utilizados neste estudo dependem da confirmação destas hipóteses.

Com relação a homocedasticidade dos resíduos, o teste de White (painel B da Tabela 10) indica que não se pode rejeitar a hipótese nula de que os resíduos são homocedásticos. O teste de Durbin-Watson (linha 1 da Tabela 10) aponta para a ausência de autocorrelação de primeira ordem dos resíduos e o teste de Breusch-Godfrey (painel C da Tabela 10) sugere que não se pode rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação de segunda ordem. As estatísticas descritivas dos resíduos (painel D da Tabela 10) confirmam a hipótese de que os resíduos possuem média igual a zero e a matriz de correlação (Tabela 9) evidencia que os resíduos da regressão 1 não são correlacionados com a variável explicativa. Por fim, observando o painel D da Tabela 10, verifica-se que a hipótese de normalidade dos resíduos não é rejeitada aos níveis usuais de significância por nenhum dos testes apresentados.

No próximo tópico, faz-se a análise dos resultados obtidos para a economia colombiana no período compreendido pelo 2º trimestre de 1994 e o segundo trimestre de 2005.

4.4 Análise dos resultados obtidos na Colômbia

Inicialmente, apresentam-se neste tópico as características das séries temporais colombianas relacionadas ao tema deste estudo, comparando-se as mesmas com as séries norte-americanas. Em seguida, analisam-se os resultados obtidos pela aplicação do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, averiguando a capacidade de explicação dos retornos pelo modelo CCAPM na Colômbia.

Na Tabela 11 são apresentadas as estatísticas descritivas, o teste de raiz unitária e as matrizes de variância-covariância e correlação das séries trimestrais colombianas para o período compreendido pelo 2º trimestre de 1994 e o 2º trimestre de 2005.

Tabela 11: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais colombianas no período 1994:2-2005:2.

Painel A: Estatística descritiva das séries				
	RM	RF	PR	ΔC
Média	0,95	3,33	-2,37	0,05
Desvio-Padrão	12,35	2,13	13,02	0,78
Máximo	28,43	8,69	27,15	1,94
Mínimo	-23,41	-1,26	-30,79	-1,92
Jarque-Bera	0,760302	0,661291	0,445444	0,088402
Probabilidade	0,6838	0,7185	0,8003	0,9568
Painel B: Teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller				
Hipótese nula: a série em questão possui uma raiz unitária				
	RM	RF	PR	ΔC
<i>t-Statistic</i>	-3,04873	-2,874525	-3,057009	-5,66728
Prob.	0,0381	0,0573	0,0374	0,0000
Painel C: Matriz de variância-covariância				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	149,0198	-6,146671	155,1665	0,716519
RF	-6,146671	4,423289	-10,56996	-0,325766
PR	155,1665	-10,56996	165,7365	1,042286
ΔC	0,716519	-0,325766	1,042286	0,602269
Painel D: Matriz de correlação				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	1	-0,239412	0,98734	0,075633
RF	-0,239412	1	-0,390384	-0,19959
PR	0,98734	-0,390384	1	0,104324
ΔC	0,075633	-0,19959	0,104324	1

RM = Retorno do portfólio de ações - série (e); RF = Retorno do ativo livre de risco – série (b); PR = Prêmio de risco do portfólio – série (f); ΔC = Taxa de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita – série (d). Os valores de média, desvio-padrão, máximo e mínimo estão expressos em pontos percentuais por trimestre; a matriz de variância-covariância é obtida a partir dos dados expressos nesta mesma unidade de medida. Possíveis diferenças devem-se aos arredondamentos.

Como demonstra a Tabela 11, o retorno médio do portfólio de ações colombiano, no período em questão, foi de 0,95% ao trimestre, com um desvio-padrão de 12,35%. Comparando com os dados norte-americanos (Tabela 4), observa-se que o retorno médio deste portfólio de ações é aproximadamente 77% inferior ao norte-americano, enquanto que o desvio-padrão desta série na Colômbia é ligeiramente superior ao ‘benchmark’. Em função do baixo retorno médio e do alto desvio-padrão, a volatilidade do portfólio de ações da Colômbia, cujo coeficiente de variação é igual a 13, é mais que o quádruplo da volatilidade

apresentada por esta série nos Estados Unidos da América, mostrando-se inclusive muito mais volátil que os portfólios de ações do Brasil e do Chile.

O retorno médio do ativo livre de risco da Colômbia, no período analisado, foi de 3,33% ao trimestre, resultando em um prêmio de risco médio negativo do portfólio de ações colombiano da ordem de -2,37% ao trimestre. A existência de um prêmio de risco negativo sugere que o portfólio de ações é menos arriscado que o ativo considerado livre de risco, suposição que poderá ser confirmada na análise subsequente.

A taxa média de crescimento do consumo per capita colombiano foi de 0,05% ao trimestre, com um desvio-padrão de 0,78%. O coeficiente de variação desta série é de 15,60, evidenciando que a volatilidade do consumo é elevada e superior à volatilidade do portfólio de ações do país, como ilustram as Figuras 8 e 9. Comparando com os dados norte-americanos, percebe-se que a volatilidade do consumo na Colômbia é aproximadamente 21 vezes maior que a volatilidade do consumo nos Estados Unidos da América, enquanto que a taxa de crescimento do consumo colombiano é modesta quando comparada com o *'benchmark'*. Estes fatos podem sugerir que na Colômbia o coeficiente de aversão relativa ao risco, necessário para explicar as variações dos preços do mercado de ações dada uma variação no consumo per capita, é menor que o norte-americano.

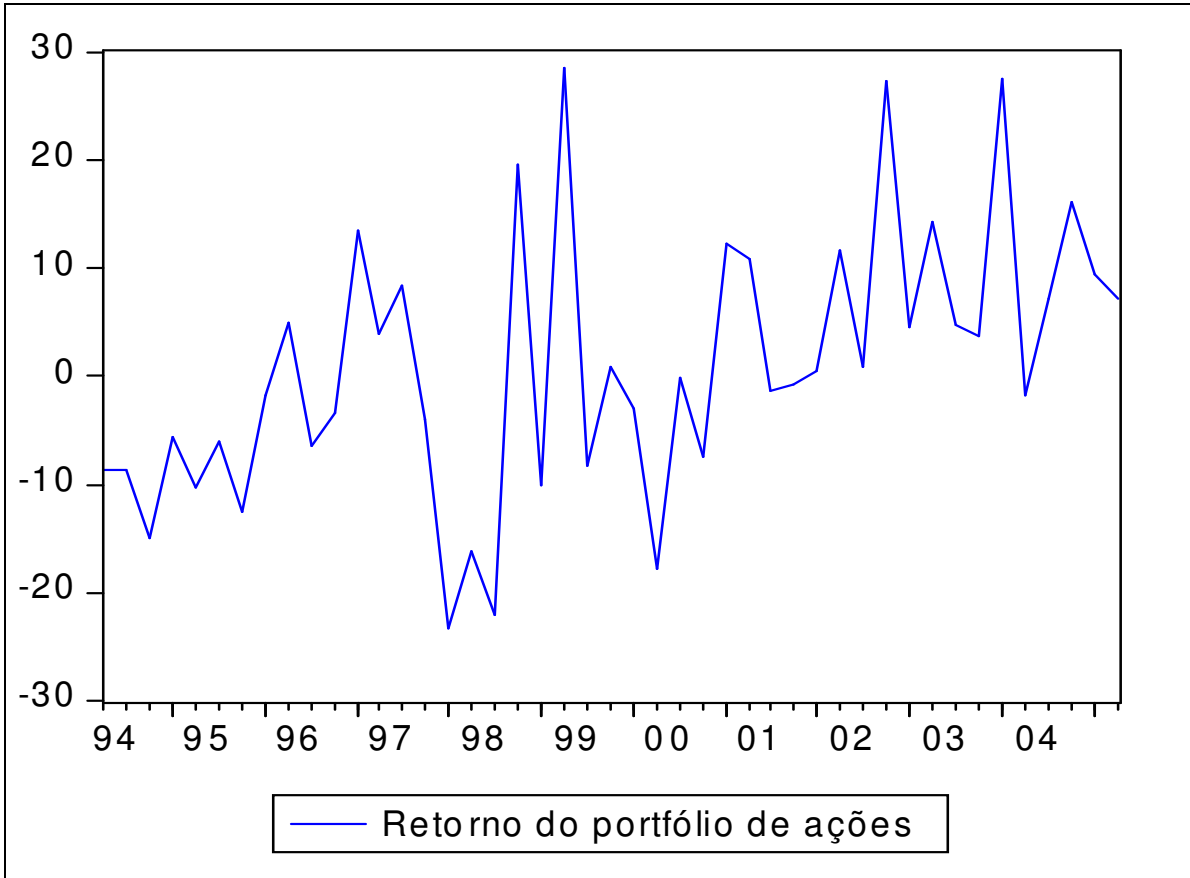


Figura 8: Retorno do portfólio de ações colombiano, período 1994:2-2005:2.

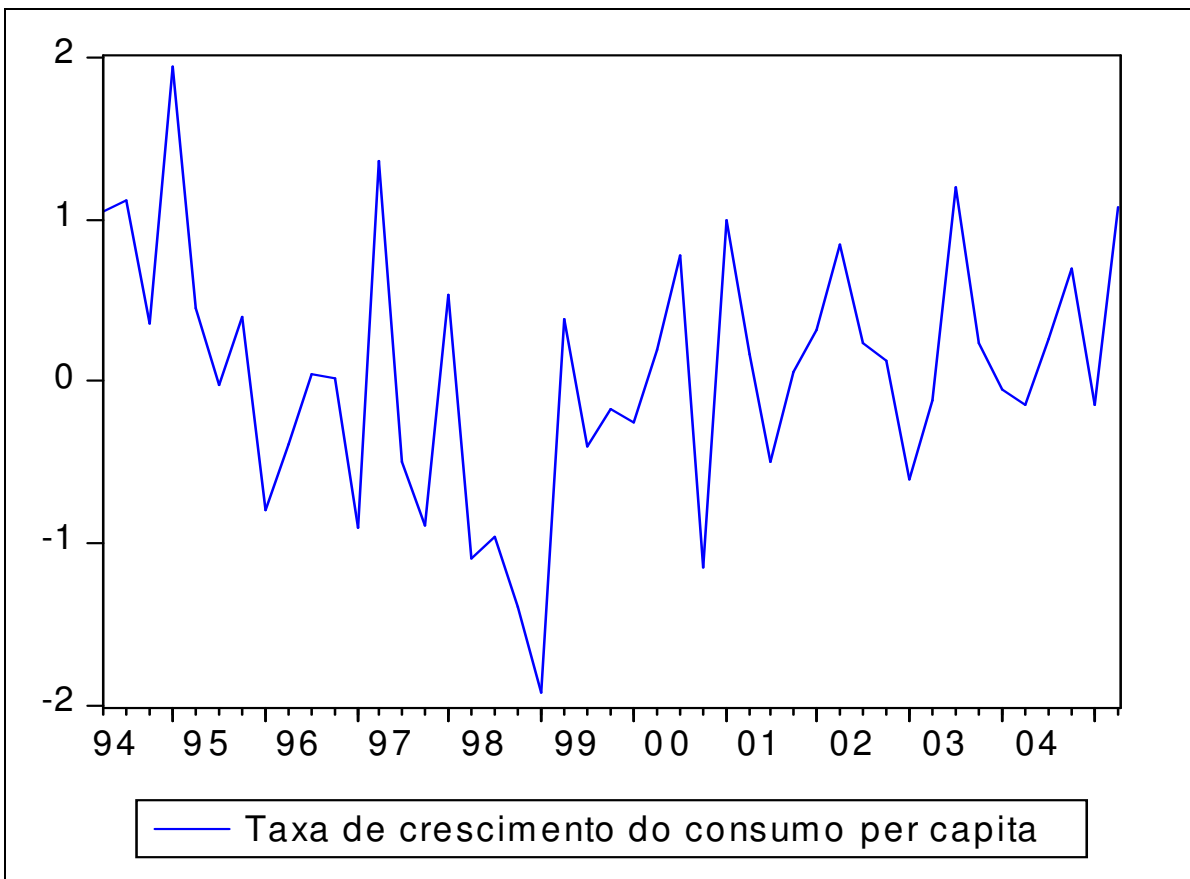


Figura 9: Taxa de crescimento do consumo per capita colombiano, 1994:2-2005:2.

Quanto às covariâncias das séries de retornos, observa-se que a covariância do retorno do portfólio de ações (0,716519) com a taxa de crescimento do consumo per capita é maior que a covariância do ativo livre de risco (-0,325766) com a taxa de crescimento da série de consumo. Com base nestas covariâncias, pode-se afirmar que, no período analisado, o portfólio de ações mostrou-se mais arriscado que o ativo considerado livre de risco. No entanto, neste período, o portfólio de ações proporcionou um prêmio de risco negativo, contrariando a expectativa teórica de que uma exposição maior ao fator de risco por parte do portfólio de ações deveria conduzir a um prêmio de risco positivo. É importante notar que este prêmio de risco negativo é bastante influenciado pelos freqüentes retornos negativos apresentados por este portfólio no período inicial da amostra, visto que ao restringir a amostra ao período 2000:1 à 2005:2 obtém-se um prêmio de risco positivo da ordem de 3,51% ao trimestre.

Com base na matriz de correlação, painel D da Tabela 11, verifica-se que há uma pequena sensibilidade dos retornos do portfólio de ações colombiano às variações na taxa de crescimento do consumo per capita. A magnitude desta sensibilidade é quase idêntica àquela apresentada pelas séries norte-americanas. Quanto à correlação existente entre o retorno do ativo livre de risco e a taxa de crescimento do consumo per capita (-0,19959), constata-se que a série de retornos do ativo livre de risco colombiana é mais sensível às variações do consumo que a série norte-americana.

De acordo com os testes de normalidade de Jarque-Bera, não se pode rejeitar a hipótese de que todas as séries sejam normalmente distribuídas, visto que as probabilidades extraídas dos testes são consideradas altas para cada uma das séries. O teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller evidencia que nenhuma das séries apresenta uma raiz unitária ao nível de significância de 5%, com exceção da série retorno do ativo livre de risco, que exige um nível de significância de 5,73% para rejeitar a hipótese nula de que a série possui uma raiz unitária.

Realizada a análise das séries temporais colombianas, bem como as comparações com as séries norte-americanas, passa-se a discutir nos próximos parágrafos os resultados obtidos pela regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Tais resultados permitirão avaliar a capacidade de explicação dos retornos dos ativos na Colômbia por parte do modelo de precificação de ativos de capital CCAPM.

Na Tabela 12 são apresentadas as correlações entre as variáveis explicadas e explicativas, bem como a correlação destas com os resíduos da regressão *cross-sectional*. Em seguida, na Tabela 13, são apresentados os resultados das regressões *cross-sectional*, os testes para verificação da presença de heterocedasticidade e autocorrelação de segunda ordem e a estatística descritiva dos resíduos.

Tabela 12: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão *cross-sectional*: Colômbia.

	Betas de Consumo	Prêmios de Risco	Variâncias Residuais	Resíduos
Betas de Consumo	1	0,452556	0,159993	-4,98E-17
Prêmios de Risco	0,452556	1	0,209714	0,891736
Variâncias Residuais	0,159993	0,209714	1	0,153978
Resíduos	-4,98E-17	0,891736	0,153978	1

Betas de Consumo, Prêmios de Risco e Variâncias Residuais são as variáveis utilizadas nas regressões cross-sectional; Resíduos são os termos de perturbação estocástica da regressão dos Prêmios de Risco Médios sobre os Betas de Consumo.

Tabela 13: Resultados da regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 27 ações do mercado financeiro da Colômbia, período 1994:2-2005:2

Painel A: Parâmetros estimados por meio da regressão <i>cross-sectional</i>							
	Constante	Betas de Consumo	Variâncias Residuais	R2	R2-Aj.	F-Stat	Durbin-Watson
1 Estimativa	-3,1677	0,3312		0,204807	0,172999	6,43891	1,71532
2 Erro Padrão (ep)	0,85714	0,13052					
3 Shanken-ep	1,56199	0,17217					
4 <i>t-value</i>	-3,69569	2,53750					
5 Shanken-t	-2,02802	1,92362					
6 <i>p-value</i>	0,0011	0,0089					
7 Shanken-p	0,0533	0,0329					
8 Estimativa	-4,1689	0,3147	0,0031	0,224156	0,159502	3,46702	1,59852
9 Erro Padrão (ep)	1,55607	0,13330	0,00407				
10 <i>t-value</i>	-2,67914	2,36084	0,77365				
11 <i>p-value</i>	0,0131	0,0133	0,2233				
Painel B: Teste geral de heteroscedasticidade de White							
12 F-statistic:	4,322988	Probability:	0,0249				
13 Obs*R-squared:	7,150693	Probability:	0,0280				
Painel C: Teste de Breusch-Godfrey de autocorrelação (segunda ordem)							
14 F-statistic:	0,267656	Probability:	0,7675				
15 Obs*R-squared:	0,614115	Probability:	0,7356				
Painel D: Estatística descritiva dos resíduos da regressão <i>cross-sectional</i>							
16 Média	0	Teste de distribuição empírica para os resíduos					
17 Mediana	0,579719	Método		Valor	Valor-Aj.	Prob.	
18 Desvio-Padrão	3,784950	Lilliefors (D)		0,117904	NA	> 0,1	
		Cramer-von Mises (W2)		0,049244	0,050156	0,5082	
19 Jarque-Bera	0,426483	Watson (U2)		0,048492	0,049390	0,4780	
20 Probabilidade	0,8080	Anderson-Darling (A2)		0,287644	0,296522	0,5927	

As linhas 1 a 7 (painel A) referem-se aos resultados da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (regressão 1). Para esta regressão, além dos erros padrão (linha 2), dos testes *t* de significância (linhas 4) e dos valores *p* destes coeficientes (linha 6), são reportados também os erros padrão corrigidos de acordo com Shanken (1992) (linha 3), bem como os testes *t* de significância e valores *p* obtidos com base nestes erros padrão corrigidos (linhas 5 e 7). As linhas 8 a 11 apresentam os resultados da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (regressão 2). Os testes para detecção da heteroscedasticidade e autocorrelação de segunda ordem nos resíduos da regressão 1 são reportados no painel B e C, respectivamente. No painel D são reproduzidas as estatísticas descritivas e os testes de distribuição empírica dos resíduos da regressão 1, para fins de avaliação da hipótese de normalidade das perturbações estocásticas.

Analisando a correlação entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo (0,452556), observa-se que há uma relação positiva entre estas variáveis, sugerindo que no mercado de ações colombiano pode ser verdadeira a expectativa teórica de que retornos superiores estão relacionados a níveis de risco (betas de consumo) mais elevados. Nota-se também uma correlação positiva entre os prêmios de risco médios e as variâncias residuais (0,209714), porém bem menos intensa do que a apresentada pelos prêmios de risco médios e os betas de consumo, o que é desejável do ponto de vista teórico.

Os resultados da regressão 1, prêmios de risco médios sobre os betas de consumo, demonstram que a constante da regressão, cujo valor é -3,1677, é estatisticamente significativa ao nível de 1%, rejeitando a hipótese nula terciária que atribuía à constante um valor igual a zero. O coeficiente de inclinação apresentou um valor positivo de 0,3312, estatisticamente significativa ao nível de 1%, rejeitando a hipótese nula primária e indicando que há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo.

Embora a constante apresente um valor negativo, estes resultados, em termos de significância estatística dos parâmetros estimados, são similares aos obtidos na economia brasileira e chilena, permitindo assim chegar às mesmas conclusões acerca de algumas das hipóteses impostas pelo modelo CCAPM: 1) a constante é significativamente diferente de zero, sugerindo que na economia colombiana não há um ativo sem risco sendo livremente negociando entre os indivíduos; 2) a conclusão anterior favorece a especificação zero-beta sugerida por Black (1972); e 3) há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, confirmando a expectativa de um prêmio de risco positivo por parte do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita. Como esta regressão contou com apenas 27 empresas, recomenda-se uma maior cautela na interpretação das conclusões aqui apresentadas.

Com o intuito de obter resultados mais confiáveis, uma vez que os acima discutidos ignoram a existência do problema dos erros nas variáveis, apresentam-se, na Tabela 13, os erros padrão ajustados de acordo com Shanken (1992), bem como os testes t de significância e os valores p obtidos das estimativas ajustadas dos erros padrão. Ratifica-se, novamente, que tanto as estimativas tradicionais quanto as corrigidas de acordo com Shanken (1992) devem

ser analisadas com cautela, visto que as primeiras não apresentam qualquer correção para o problema dos erros nas variáveis e as últimas baseiam-se em uma correção assintótica.

De acordo com os testes t de significância e os valores p corrigidos, pode-se chegar às seguintes conclusões acerca dos parâmetros estimados pelo modelo: 1) a constante é estatisticamente diferente de zero, ao nível de significância de 10%, rejeitando a hipótese nula terciária do presente estudo; 2) o coeficiente de inclinação se apresentou positivo e estatisticamente significativo ao nível de significância de 5%, conduzindo a rejeição da hipótese nula primária e evidenciando que há uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Estas conclusões, baseadas em estimativas corrigidas para o problema dos erros nas variáveis, sugerem que a especificação zero-beta, proposta por Black (1972), seja a mais adequada para o caso colombiano e que as diferenças nas exposições ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” podem explicar as diferenças nos prêmios de risco médios dos ativos no mercado de ações colombiano.

Avaliando os coeficientes de determinação da regressão 1, R^2 e R^2 ajustado (linha 1 da Tabela 13), pode-se ter uma idéia da aderência do modelo CCAPM aos dados da economia colombiana. Os valores destes coeficientes são, respectivamente, 0,204807 e 0,172999, indicando que, observando-se os graus de liberdade, apenas 17,2999% das variações *cross-sectional* dos prêmios de risco médios são explicadas pelo modelo. A magnitude deste coeficiente de determinação demonstra que o modelo explica muito pouco as diferenças existentes entre os retornos dos diversos ativos (ações). Portanto, pode-se concluir que a aderência do modelo CCPAM aos dados da economia colombiana é muito baixa, como ilustra a Figura 10.

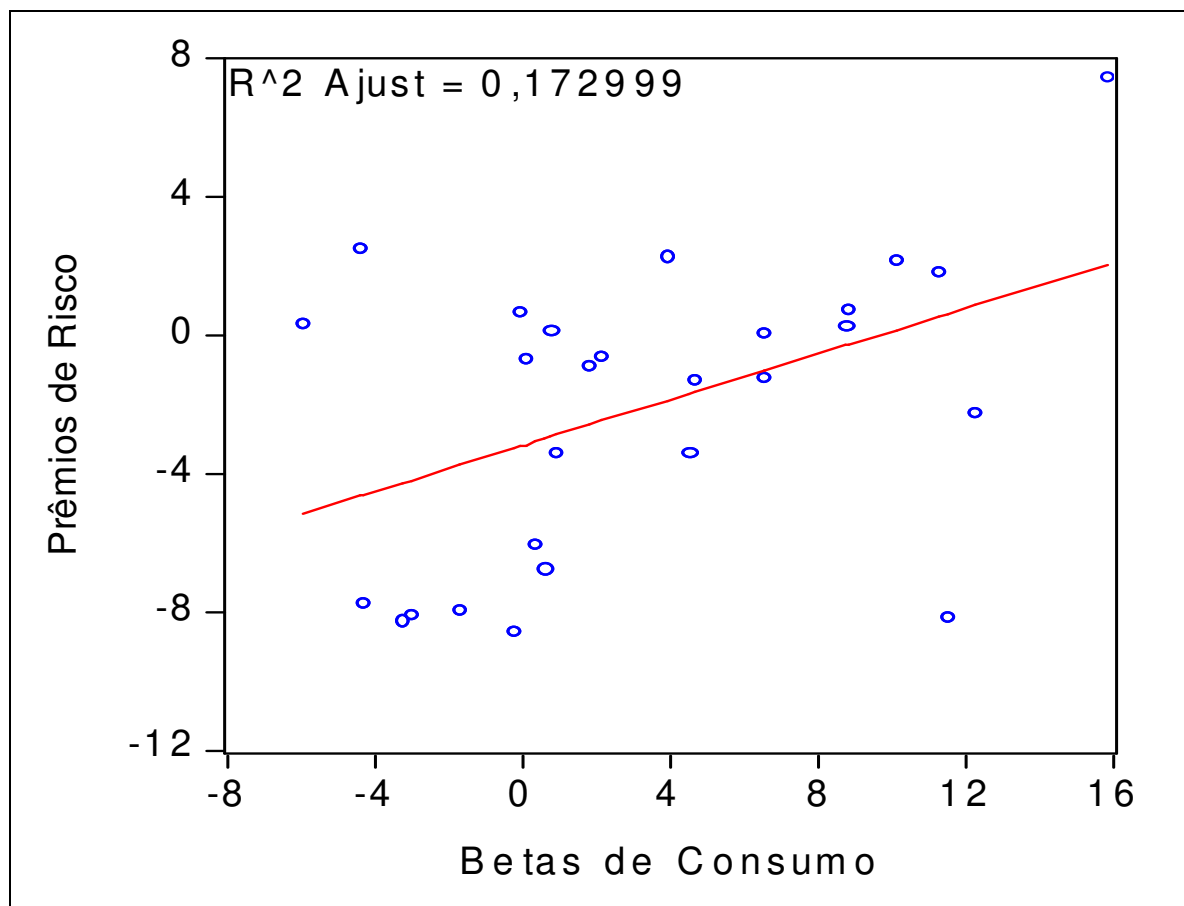


Figura 10: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: Colômbia.

Os resultados da regressão 2, cujo propósito é testar a hipótese nula secundária de que o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo, apontam para a não rejeição desta hipótese. O coeficiente de inclinação da variável variâncias residuais não é significativamente diferente de zero aos níveis usuais de significância, evidenciando que o beta de consumo pode ser uma medida completa do risco de um ativo. Novamente, é importante ter em mente que a regressão 2 sofre do problema dos erros de medida nas variáveis e conta apenas com 27 observações *cross-sectional* e, portanto, seus resultados devem ser interpretados com cautela.

Em resumo, os resultados para a economia colombiana corroboram com as principais hipóteses impostas pelo modelo CCAPM, porém, por outro lado, demonstram que este modelo tem baixa capacidade de explicação das variações *cross-sectional* dos retornos dos ativos no mercado de ações e, portanto, podem restringir o uso do modelo nas mais diversas decisões financeiras, como por exemplo: custo de capital, determinação do retorno esperado, alocação de recursos, etc.

Para encerrar a análise dos resultados da Colômbia, averiguar-se-á se o modelo da regressão 1 satisfaz algumas das principais hipóteses clássicas do modelo de regressão linear, visto que as propriedades desejáveis dos estimadores (ausência de viés e mínima variância) e a validade dos testes de significância utilizados neste estudo dependem da confirmação destas hipóteses.

Com relação a homocedasticidade dos resíduos, o teste de White (painel B da Tabela 13) indica que a hipótese nula de que os resíduos são homocedásticos pode ser rejeitada ao nível de significância de 5%. A presença de heterocedasticidade, segundo Gujarati (2000), não destrói as propriedades de não tendenciosidade e de consistência dos estimadores de MQO, mas os mesmos deixam de ser eficientes, mesmo em grandes amostras. Portanto, nestes casos, deve-se interpretar com cautela os resultados obtidos.

O teste de Durbin-Watson (linha 1 da Tabela 13) aponta para a ausência de autocorrelação de primeira ordem dos resíduos e o teste de Breusch-Godfrey (painel C da Tabela 13) sugere que não se pode rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação de segunda ordem. As estatísticas descritivas dos resíduos (painel D da Tabela 13) confirmam a hipótese de que os resíduos possuem média igual a zero e a matriz de correlação (Tabela 12) evidencia que os resíduos da regressão 1 não são correlacionados com a variável explicativa. Por fim, observando o painel D da Tabela 13, verifica-se que a hipótese de normalidade dos resíduos não é rejeitada aos níveis usuais de significância por nenhum dos testes apresentados.

No próximo tópico, faz-se a análise dos resultados obtidos para a economia mexicana no período compreendido pelo 2º trimestre de 1993 e o terceiro trimestre de 2005.

4.5 Análise dos resultados obtidos no México

Inicialmente, apresentam-se neste tópico as características das séries temporais mexicanas relacionadas ao tema deste estudo, comparando-se as mesmas com as séries norte-americanas. Em seguida, analisam-se os resultados obtidos pela aplicação do método de regressão *cross-sectional* de dois estágios, averiguando a capacidade de explicação dos retornos por parte do modelo CCAPM no México.

Na Tabela 14 são apresentadas as estatísticas descritivas, o teste de raiz unitária e as matrizes de variância-covariância e correlação das séries trimestrais mexicanas para o período compreendido pelo 2º trimestre de 1993 e o 3º trimestre de 2005.

Tabela 14: Estatística descritiva, teste de raiz unitária, matriz de variância-covariância e matriz de correlação de séries temporais mexicanas no período 1993:2-2005:3.

Painel A: Estatística descritiva das séries				
	RM	RF	PR	ΔC
Média	2,66	1,15	1,51	0,42
Desvio-Padrão	12,67	1,29	12,70	2,14
Máximo	25,99	3,00	24,53	5,17
Mínimo	-32,45	-3,46	-33,17	-6,99
Jarque-Bera	2,253976	57,74217	1,390736	12,46817
Probabilidade	0,3240	0,0000	0,4989	0,0020
Painel B: Teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller				
Hipótese nula: a série em questão possui uma raiz unitária				
	RM	RF	PR	ΔC
<i>t</i> -Statistic	-5,957253	-4,857451	-5,93032	-2,902409
Prob.	0,0000	0,0002	0,0000	0,0531
Painel C: Matriz de variância-covariância				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	157,252	0,438124	156,8138	2,549054
RF	0,438124	1,636502	-1,198379	1,127973
PR	156,8138	-1,198379	158,0122	1,421081
ΔC	2,549054	1,127973	1,421081	4,482286
Painel D: Matriz de correlação				
	RM	RF	PR	ΔC
RM	1	0,027311	0,994812	0,096013
RF	0,027311	1	-0,074523	0,416477
PR	0,994812	-0,074523	1	0,053398
ΔC	0,096013	0,416477	0,053398	1

RM = Retorno do portfólio de ações - série (e); RF = Retorno do ativo livre de risco – série (b); PR = Prêmio de risco do portfólio – série (f); ΔC = Taxa de crescimento do consumo de bens não-duráveis e serviços per capita – série (d). Os valores de média, desvio-padrão, máximo e mínimo estão expressos em pontos percentuais por trimestre; a matriz de variância-covariância é obtida a partir dos dados expressos nesta mesma unidade de medida. Possíveis diferenças devem-se aos arredondamentos.

Como demonstra a Tabela 14, o retorno médio do portfólio de ações mexicano, no período analisado, foi de 2,66% ao trimestre, com um desvio-padrão de 12,67%. Comparando com os dados norte-americanos (Tabela 4), observa-se que o retorno médio deste portfólio de ações é aproximadamente 35% inferior ao norte-americano, enquanto que o desvio-padrão desta série no México é ligeiramente superior ao ‘benchmark’. Dadas estas características, o portfólio de ações do México, cujo coeficiente de variação é igual a 4,76, apresenta-se mais volátil que o portfólio de ações norte-americano e com características descritivas semelhantes à série da economia chilena.

O retorno médio do ativo livre de risco no México foi de 1,15% ao trimestre, resultando em um prêmio de risco médio do portfólio de ações mexicano da ordem de 1,51% ao trimestre, menos da metade do prêmio apresentado pela série norte-americana. Analisando o desvio padrão dos retornos do ativo livre de risco, observa-se que esta série mexicana apresenta volatilidade superior à verificada nesta mesma série nos demais países estudados. Salienta-se que, do ponto de vista teórico, a taxa livre de risco deveria ser constante, ou seja, não apresentar qualquer volatilidade.

A taxa média de crescimento do consumo per capita mexicano foi de 0,42% ao trimestre, com um desvio-padrão de 2,14%. O coeficiente de variação desta série é de 5,10, evidenciando que a volatilidade do consumo é elevada e superior à volatilidade do portfólio de ações do país, como ilustram as Figuras 11 e 12. Comparando com os dados norte-americanos, percebe-se que, apesar de apresentarem taxas médias de crescimento do consumo semelhantes, a volatilidade do consumo no México é aproximadamente 7 vezes maior que a volatilidade do consumo nos Estados Unidos da América. Estes fatos sugerem que no México o coeficiente de aversão relativa ao risco, necessário para explicar as variações dos preços do mercado de ações dada uma variação no consumo per capita, é menor que o norte-americano.

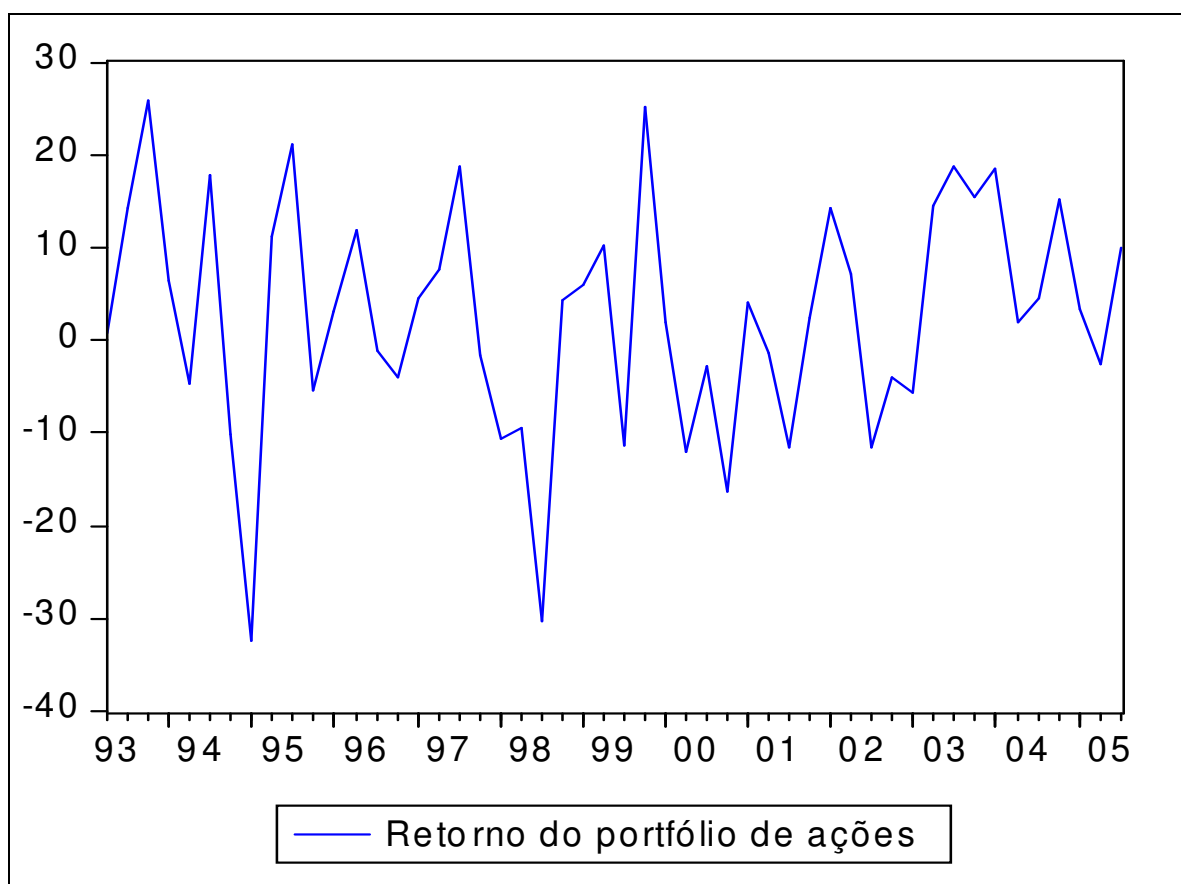


Figura 11: Retorno do portfólio de ações mexicano, período 1993:2-2005:3.

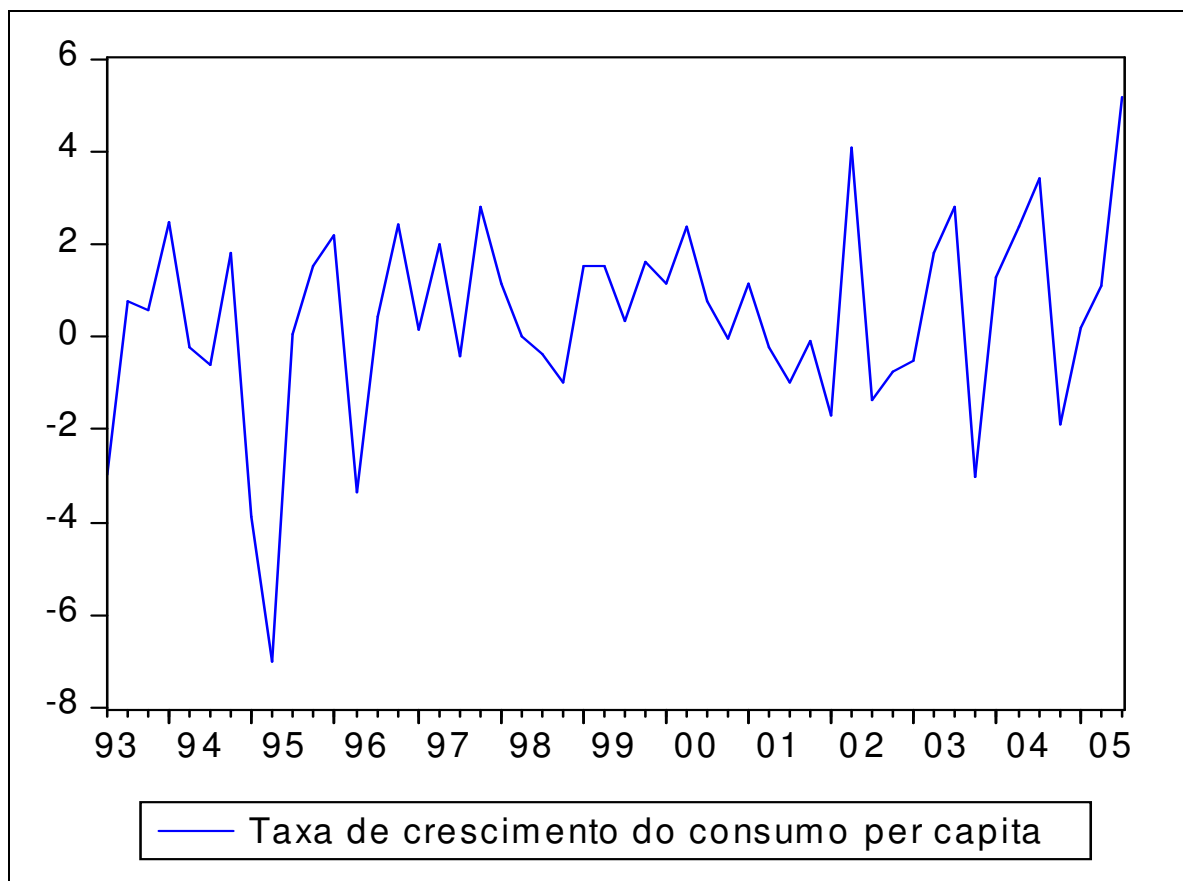


Figura 12: Taxa de crescimento do consumo per capita mexicano, 1993:2-2005:3.

Quanto às covariâncias das séries de retornos, observa-se que a covariância do retorno do portfólio de ações (2,549054) com a taxa de crescimento do consumo per capita é maior que a covariância do ativo livre de risco (1,127973) com a taxa de crescimento da série de consumo. Fica evidente, portanto, o maior risco proporcionado pelo retorno do portfólio de ações quando comparado ao ativo considerado livre de risco, o que poderia explicar o prêmio de risco existente entre estes dois ativos. Comparando-se a diferença entre as covariâncias destes dois ativos com a taxa de crescimento do consumo per capita no México e nos Estados Unidos da América, nota-se que no caso mexicano esta diferença (1,421081) é superior à diferença apresentada na economia norte-americana (0,242718). Esta evidência, aliada ao fato de que o prêmio de risco do portfólio de ações mexicano é menor que o norte-americano, sugere que o nível de aversão relativa ao risco no México, necessário para explicar o prêmio de risco do portfólio de ações, é menor que nos Estados Unidos da América.

Analisando a matriz de correlação, painel D da Tabela 14, verifica-se que há uma pequena sensibilidade dos retornos do portfólio de ações mexicano às variações na taxa de crescimento do consumo per capita. A magnitude desta sensibilidade é semelhante àquela apresentada pela série norte-americana. Quanto à correlação existente entre o retorno do ativo

livre de risco e a taxa de crescimento do consumo per capita (0,416477), constata-se que há uma relação positiva e expressiva (quando comparada às demais correlações) entre estas séries, evidenciando ainda que a relação entre estas séries no México é maior que em qualquer outro país estudado e a direção do movimento é positiva, ao contrário do que foi observado nos demais países.

De acordo com os testes de normalidade de Jarque-Bera, apenas as séries retorno do portfólio de ações e prêmio de risco do portfólio podem ser consideradas normalmente distribuídas aos níveis usuais de significância. O teste de raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller evidencia que nenhuma das séries apresenta uma raiz unitária ao nível de significância de 0,1%, com exceção da taxa de crescimento do consumo per capita, que exige um nível de significância de 5,31% para rejeitar a hipótese nula de que a série possui uma raiz unitária.

Realizada a análise das séries temporais mexicanas, bem como as comparações com as séries norte-americanas, discuti-se nos próximos parágrafos os resultados obtidos pela regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Tais resultados permitirão avaliar a capacidade de explicação dos retornos dos ativos no México por parte do modelo de precificação de ativos de capital CCAPM.

Na Tabela 15 são apresentadas as correlações entre as variáveis explicadas e explicativas, bem como a correlação destas com os resíduos da regressão *cross-sectional*. Em seguida, na Tabela 16, são apresentados os resultados das regressões *cross-sectional*, os testes para verificação da presença de heterocedasticidade e autocorrelação de segunda ordem e a estatística descritiva dos resíduos.

Tabela 15: Correlações entre betas de consumo, prêmios de risco médios, variâncias residuais e resíduos da regressão *cross-sectional*: México.

	Betas de Consumo	Prêmios de Risco	Variâncias Residuais	Resíduos
Betas de Consumo	1	0,044775	0,330868	-5,38E-17
Prêmios de Risco	0,044775	1	0,164291	0,998997
Variâncias Residuais	0,330868	0,164291	1	0,149626
Resíduos	-5,38E-17	0,998997	0,149626	1

Betas de Consumo, Prêmios de Risco e Variâncias Residuais são as variáveis utilizadas nas regressões cross-sectional; Resíduos são os termos de perturbação estocástica da regressão dos Prêmios de Risco Médios sobre os Betas de Consumo.

Tabela 16: Resultados da regressão *cross-sectional* entre os prêmios de risco e os betas de consumo de 79 ações do mercado financeiro do México, período 1993:2-2005:3.

Painel A: Parâmetros estimados por meio da regressão <i>cross-sectional</i>							
	Constante	Betas de Consumo	Variâncias Residuais	R2	R2-Aj.	F-Stat	Durbin-Watson
1 Estimativa	0,7059	0,0738		0,002005	-0,010956	0,15468	2,12198
2 Erro Padrão (ep)	0,36170	0,18764					
3 Shanken-ep	1,51134	0,43100					
4 <i>t-value</i>	1,95156	0,39330					
5 Shanken-t	0,46705	0,17122					
6 <i>p-value</i>	0,0546	0,3476					
7 Shanken-p	0,6418	0,4322					
8 Estimativa	0,2537	-0,0177	0,0009	0,027095	0,001492	1,05827	2,02800
9 Erro Padrão (ep)	0,48328	0,19761	0,00067				
10 <i>t-value</i>	0,52486	-0,08976	1,39997				
11 <i>p-value</i>	0,6012	0,4644	0,0828				
Painel B: Teste geral de heteroscedasticidade de White							
12 F-statistic:	2,682916	Probability:	0,0748				
13 Obs*R-squared:	5,209813	Probability:	0,0739				
Painel C: Teste de Breusch-Godfrey de autocorrelação (segunda ordem)							
14 F-statistic:	0,247681	Probability:	0,7812				
15 Obs*R-squared:	0,518357	Probability:	0,7717				
Painel D: Estatística descritiva dos resíduos da regressão <i>cross-sectional</i>							
16 Média	-1,31E-16	Teste de distribuição empírica para os resíduos					
17 Mediana	0,662802	Método					
18 Desvio-Padrão	3,083904	Valor					
		Valor-Aj.					
		Prob.					
		Lilliefors (D)	0,112418	NA	0,0151		
		Cramer-von Mises (W2)	0,232804	0,234278	0,0020		
19 Jarque-Bera	47,08179	Watson (U2)	0,198782	0,200040	0,0030		
20 Probabilidade	0,0000	Anderson-Darling (A2)	1,510734	1,525621	0,0006		

As linhas 1 a 7 (painel A) referem-se aos resultados da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo (regressão 1). Para esta regressão, além dos erros padrão (linha 2), dos testes *t* de significância (linhas 4) e dos valores *p* destes coeficientes (linha 6), são reportados também os erros padrão corrigidos de acordo com Shanken (1992) (linha 3), bem como os testes *t* de significância e valores *p* obtidos com base nestes erros padrão corrigidos (linhas 5 e 7). As linhas 8 a 11 apresentam os resultados da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo e as variâncias residuais (regressão 2). Os testes para detecção da heteroscedasticidade e autocorrelação de segunda ordem nos resíduos da regressão 1 são reportados no painel B e C, respectivamente. No painel D são reproduzidas as estatísticas descritivas e os testes de distribuição empírica dos resíduos da regressão 1, para fins de avaliação da hipótese de normalidade das perturbações estocásticas.

Analisando a correlação entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo (0,044775), observa-se uma relação quase nula entre estas variáveis, dando a entender que no mercado de ações mexicano retornos maiores podem não estar relacionados a betas de consumo maiores. Nota-se também uma correlação positiva entre os prêmios de risco médios e as variâncias residuais (0,164291), sendo esta relação mais intensa do que a apresentada pelos prêmios de risco médios e os betas de consumo, o que pode conduzir à rejeição, por meio dos testes econométricos, da hipótese de que o beta de consumo é o único fator de risco.

Os resultados da regressão 1, prêmios de risco médios sobre os betas de consumo, demonstram que a constante da regressão, cujo valor é 0,7059, é estatisticamente significativa ao nível de 10%, rejeitando a hipótese nula terciária que atribuía à constante um valor igual a zero. O coeficiente de inclinação apresentou um valor positivo de 0,0738, porém estatisticamente insignificante aos níveis usuais de significância, não rejeitando a hipótese nula primária e evidenciando que não há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo.

Estes resultados contrariam as implicações do modelo CCAPM, e sugerem que as diferenças na exposição ao fator de risco “taxa de crescimento do consumo per capita” não podem explicar as diferenças entre os retornos dos ativos financeiros mexicanos utilizados neste estudo. Apesar de haver um prêmio de risco positivo por parte do ativo ou portfólio de ativos perfeitamente correlacionado com a taxa de crescimento do consumo per capita, este prêmio é estatisticamente insignificante.

A seguir, discutem-se os resultados obtidos pela correção do problema dos erros nas variáveis proposta por Shanken (1992). Tais resultados encontram-se dispostos na Tabela 16. Ratifica-se, novamente, que tanto as estimativas tradicionais quanto as corrigidas de acordo com Shanken (1992) devem ser analisadas com cautela, visto que as primeiras não apresentam qualquer correção para o problema dos erros nas variáveis e as últimas baseiam-se em uma correção assintótica.

De acordo com os testes t de significância e os valores p corrigidos, a única modificação com relação às conclusões anteriores é a de que a constante não é mais significativamente diferente de zero, aos níveis usuais de significância, corroborando com a hipótese nula terciária do presente estudo. Estas conclusões, baseadas em estimativas corrigidas para o problema dos erros nas variáveis, reforçam a não aceitação do modelo

CCAPM no México, uma vez que a principal implicação do modelo não é confirmada pelas estatísticas tradicionais nem pelas estatísticas corrigidas de acordo com Shanken (1992).

Avaliando os coeficientes de determinação da regressão 1, R^2 e R^2 ajustado (linha 1 da Tabela 16), confirma-se a ausência de aderência do modelo CCAPM aos dados da economia mexicana. Os valores destes coeficientes são, respectivamente, 0,002005 e -0,010956, indicando que, observando-se os graus de liberdade, o modelo CCAPM não é capaz de explicar as variações *cross-sectional* dos retornos dos ativos, como ilustra a Figura 13.

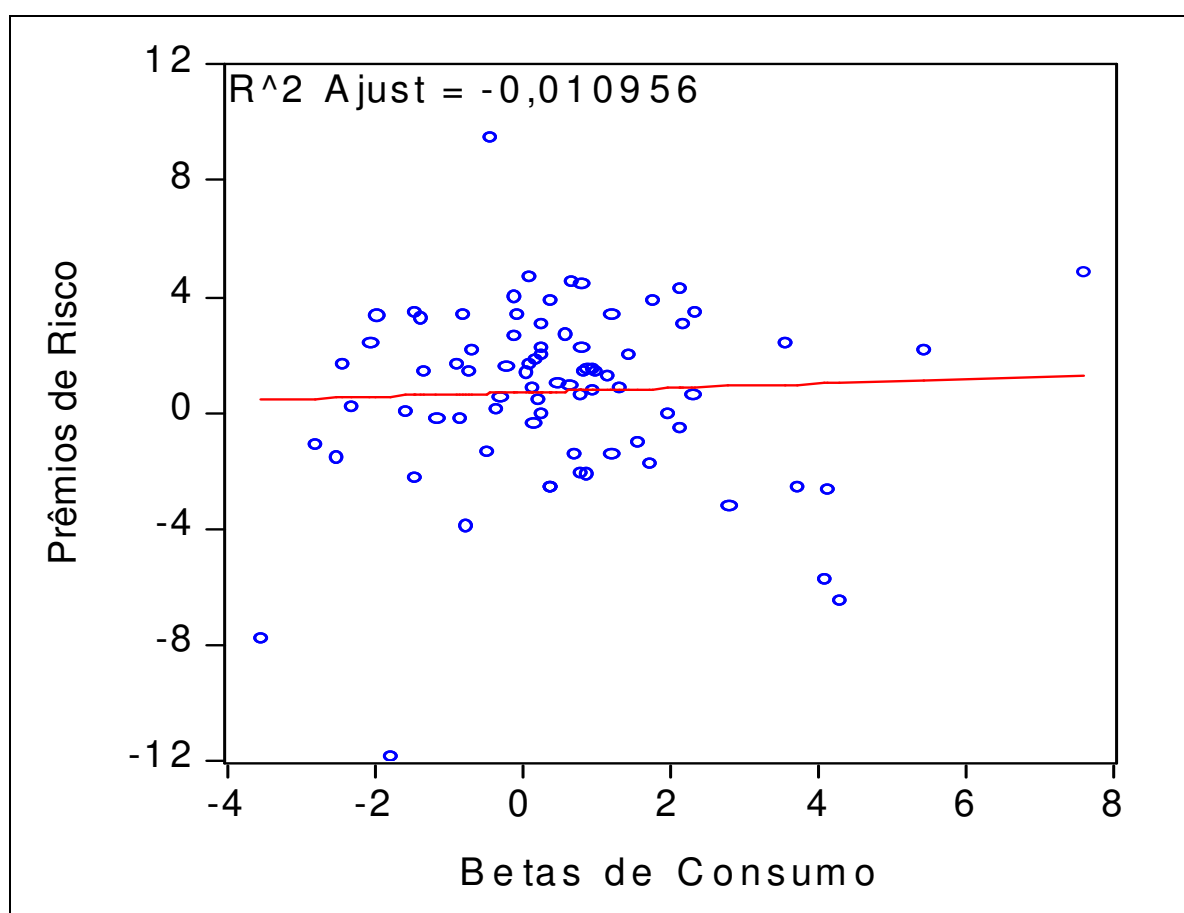


Figura 13: Gráfico de dispersão – Prêmios de Risco Médios X Betas de Consumo: México.

Os resultados da regressão 2, cujo propósito é testar a hipótese nula secundária de que o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo, indicam que a variável variâncias residuais é estatisticamente significativa e implicam a rejeição da hipótese nula secundária e na rejeição do modelo CCAPM no México. Novamente, é importante ter em mente que a regressão 2 sofre do problema dos erros de medida nas variáveis e, portanto, seus resultados devem ser interpretados com cautela.

Em resumo, tanto as estimativas tradicionais quanto as ajustadas para o problema dos erros nas variáveis não corroboram com a principal implicação imposta pelo modelo CCAPM,

de que há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Além disto, demonstram que este modelo não é capaz de explicar as variações *cross-sectional* dos retornos dos ativos no mercado de ações mexicano. Portanto, a partir destas conclusões, desaconselha-se o uso do modelo nas mais diversas decisões financeiras.

Para encerrar a análise dos resultados do México, verificar-se-á se o modelo da regressão 1 satisfaz algumas das principais hipóteses clássicas do modelo de regressão linear, visto que as propriedades desejáveis dos estimadores (ausência de viés e mínima variância) e a validade dos testes de significância utilizados neste estudo dependem da confirmação destas hipóteses.

Com relação a homocedasticidade dos resíduos, o teste de White (painel B da Tabela 16) indica que a hipótese nula de que os resíduos são homocedásticos pode ser rejeitada ao nível de significância de 10%. A rejeição desta hipótese implica a violação de um dos pressupostos do modelo de regressão linear e exige medidas corretivas, as quais não são apresentadas por não implicarem em alterações das conclusões. É importante comentar que a hipótese nula somente é rejeitada quando se assume incorrer em um erro do Tipo I com uma probabilidade de 7,48%.

O teste de Durbin-Watson (linha 1 da Tabela 16) aponta para a ausência de autocorrelação de primeira ordem dos resíduos e o teste de Breusch-Godfrey (painel C da Tabela 16) sugere que não se pode rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação de segunda ordem. As estatísticas descritivas dos resíduos (painel D da Tabela 16) confirmam a hipótese de que os resíduos possuem média igual a zero e a matriz de correlação (Tabela 15) evidencia que os resíduos da regressão 1 não são correlacionados com a variável explicativa.

Por fim, observando o painel D da Tabela 16, verifica-se que a hipótese de normalidade dos resíduos é rejeitada ao nível de significância de 10% por todos os testes apresentados. De acordo com Gujarati (2000), a hipótese de normalidade não é essencial se o objetivo for somente a estimativa, uma vez que os estimadores de mínimos quadrados ordinários são os melhores estimadores lineares não-viesados (MELNV) independentemente de os resíduos serem distribuídos normalmente ou não. No entanto, segundo este autor, as estatísticas *t* usuais, utilizadas para verificar a significância dos parâmetros, podem não seguir as distribuições *t*, isto é, tais estatísticas podem não ser válidas em amostras pequenas, prejudicando os testes de hipóteses. Neste caso, portanto, uma cautela ainda maior deve ser

dada aos resultados obtidos pelas regressões *cross-sectional* realizadas com os ativos financeiros mexicanos.

No próximo tópico, analisam-se de forma conjunta os principais resultados obtidos para os quatro países latino-americanos e comparam-se estes resultados com o estudo de Lettau e Ludvigson (2001) no mercado norte-americano.

4.6 Análise conjunta dos resultados

No Quadro 4 apresentam-se, de forma resumida, os resultados dos testes de hipóteses realizados nos quatro países latino-americanos, além do ‘*benchmark*’ norte-americano. Para os Estados Unidos da América, utilizaram-se os resultados obtidos por Lettau e Ludvigson (2001) com base em dados trimestrais envolvendo o período 1963:3 à 1998:3 e que podem ser encontrados na Tabela 3 desta referência. Neste estudo, os autores realizaram uma *cross-sectional* dos retornos dos 25 portfólios de Fama e French sobre os betas de consumo destes portfólios. Destaca-se ainda que os resultados apresentados no Quadro 4 referem-se às estimativas corrigidas para o problema dos erros nas variáveis conforme Shanken (1992).

País	H ₀ Primária	H ₀ ' Secundária	H ₀ " Terciária	Coefficiente de Determinação
Brasil	rejeitou	rejeitou	não rejeitou	0,11196
Chile	rejeitou	não rejeitou	não rejeitou	0,12903
Colômbia	rejeitou	não rejeitou	rejeitou	0,17300
México	não rejeitou	rejeitou	não rejeitou	-0,01096
E.U.A.#	não rejeitou	*	*	0,13000

Quadro 4: Resultados dos testes de hipóteses realizados em cada país analisado.

Fonte: Lettau e Ludvigson (2001); * Hipótese não testada explicitamente.

A hipótese nula primária estabelece que o coeficiente de inclinação da variável betas de consumo é igual a zero. Esta hipótese é considerada a mais importante, por referir-se à idéia central do modelo, isto é, de que há uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, e sua não rejeição implica a inconsistência empírica do modelo CCAPM. Analisando o Quadro 4 observa-se que a mesma é rejeitada no Brasil, no Chile e na Colômbia, evidenciando que a rejeição do modelo, por esta hipótese, ocorre somente no México e nos Estados Unidos da América (*benchmark*).

A hipótese nula secundária determina que o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo, ou seja, não há outro fator de risco, além da covariância dos retornos com a taxa de crescimento do consumo per capita, que afete sistematicamente os retornos dos ativos. Esta hipótese, assim como a primária, pode levar a rejeição do modelo CCAPM. Observando o Quadro 4 percebe-se que esta hipótese é rejeitada no Brasil e no México,

sugerindo a rejeição do modelo nestes países. Já no Chile e na Colômbia não há rejeição desta hipótese, evidenciando assim que estes países são os únicos a corroborarem com todas as implicações teóricas derivadas do modelo.

Os coeficientes de determinação, representados pelos R^2 ajustados das regressões *cross-sectional* de cada país, demonstram que é praticamente insignificante a capacidade explicativa do modelo CCAPM nos países estudados e no ‘*benchmark*’ norte-americano. Mesmo nos países onde parece haver uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, a capacidade de explicação do modelo restringe-se a 17,3% (Colômbia) das variações *cross-sectional* dos prêmios de risco.

Estes resultados combinados sugerem que a aderência do modelo CCAPM aos dados das economias analisadas no presente estudo é muito baixa. Apesar dos dados chilenos e colombianos não rejeitarem o modelo CCAPM, o poder explicativo do mesmo pode ser considerado insatisfatório nestes países, a exemplo dos demais. Em se tratando de Brasil e México os resultados são ainda mais restritivos com relação ao modelo CCAPM. No primeiro, apesar de haver uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, a variável variâncias residuais mostrou-se estatisticamente significativa nas regressões *cross-sectional*, contrariando a expectativa teórica do modelo. No segundo, além da variável variâncias residuais apresentar-se estatisticamente significativa, não parece haver uma relação estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo. Dadas estas restrições ao modelo e considerando-se os diversos estudos que apontam para a não aceitação do mesmo em nível internacional²⁸, entende-se que este é um fenômeno mundial, afetando tanto países desenvolvidos quanto em desenvolvimento.

A hipótese nula terciária, que é mais um teste de especificação do que um teste das implicações do modelo CCAPM, requer que a constante da regressão *cross-sectional* seja estatisticamente insignificante. Esta hipótese não tem o poder de rejeitar o modelo e seu único intuito é verificar qual das seguintes especificações é a mais correta:

- especificação de Sharpe-Lintner : pressupõe a existência de uma taxa livre de risco na qual os indivíduos podem aplicar e/ou tomar emprestado. Requer que a hipótese nula terciária não seja rejeitada.

²⁸ Ver, por exemplo, os resultados encontrados por: Campbell (1996) e Carmichael e Samson (2005).

- especificação de Black (1972): não faz a suposição de existência de uma taxa livre de risco, mas supõe que há um ativo não correlacionado com o fator de risco (zero-beta). Requer que a hipótese nula terciária seja rejeitada.

Com base nos dados dispostos no Quadro 4, pode-se observar que a hipótese nula terciária é rejeitada somente na Colômbia, sugerindo que a especificação zero-beta de Black (1972) seja a mais adequada neste país, enquanto que a especificação mais restritiva de Sharpe-Lintner parece ser consistente com os dados das demais economias latino-americanas.

Em suma, fica evidente a baixa aderência do modelo CCAPM nos países latino-americanos analisados neste estudo. O modelo não foi capaz de explicar satisfatoriamente os retornos realizados dos ativos nestes países e as implicações teóricas do modelo somente são confirmadas plenamente no Chile e na Colômbia. Considerando-se ainda as evidências apontadas em outros estudos em nível internacional, entende-se que algumas suposições que fundamentam o modelo precisam ser modificadas, sendo esta a principal implicação desta pesquisa, e dos demais estudos que apontaram inconsistências do modelo CCAPM, para a moderna teoria neoclássica de precificação de ativos.

Neste momento torna-se pertinente refletir sobre a afirmação de Mankiw e Shapiro (1986, p. 458) de que “the apparent rejection of the consumption CAPM is potentially attributable to failure of the one of the many auxiliary assumptions”. Conforme estes autores, o fraco poder explicativo do CCAPM poderia ser explicado, entre outros aspectos, por: preferências não estáveis, custos de ajustamento no consumo, durabilidade dos bens “não-duráveis”, etc.

Entretanto, deve se ter em mente que, como enfatizado por Cochrane (2005, p. 455), a solução para o entendimento de quais são os riscos que afetam os preços e os retornos esperados dos ativos tem um ponto de partida definido: as condições de primeira ordem do indivíduo para decisões de poupança e formação de portfólios, ou seja, o modelo baseado no consumo²⁹. Desta forma, modelos com suposições mais restritivas sobre o comportamento do

²⁹ Entende-se que a solução se encontra dentro do arcabouço da teoria neoclássica. No entanto, é oportuno ressaltar que existem teorias emergentes que procuram explicar as anomalias nos mercados relaxando algumas suposições da teoria neoclássica. Entre tais teorias pode-se destacar a teoria comportamental, que atribui as anomalias à um suposto comportamento “irracional” dos indivíduos.

investidor e sobre o fator de desconto estocástico poderiam ajudar a compreender melhor a demanda por ativos financeiros.

Nesta linha de pensamento destacam-se três estudos realizados nos Estados Unidos da América e que apresentaram resultados animadores com relação ao modelo CCAPM: o estudo de Lettau e Ludvigson (2001) que utiliza um modelo condicional do CCAPM para explicar as diferenças entre os retornos dos ativos; o estudo de Parker e Julliard (2005) que definem o risco de um ativo como a covariância de seus retornos com o crescimento do consumo acumulado sobre vários trimestres após a ocorrência dos retornos; e o estudo de Jagannathan e Wang (2005) que partem do pressuposto de que os investidores revisam suas decisões de consumo e portfólio no quarto trimestre de cada ano.

Em comum, além de proporem alterações ao modelo original, estes três estudos evidenciaram que o modelo CCAPM pode explicar uma grande parte das variações nos retornos médios dos ativos financeiros. Na opinião do pesquisador, a aplicação destes modelos aos países da América Latina é o próximo passo a ser dado para tentar aumentar a compreensão sobre quais fatores afetam o risco dos ativos nos mercados financeiros.

5 CONCLUSÕES

O objetivo deste estudo foi verificar se o modelo de precificação de ativos de capital baseado no consumo (CCAPM) é consistente com os dados da economia dos seguintes países latino-americanos: Brasil, Chile, Colômbia e México. Para tal, verificou-se se as implicações teóricas do modelo em questão são confirmadas pelos dados destes países e, além disto, avaliou-se a capacidade do modelo em explicar as diferenças entre os retornos dos ativos (ações) nos mercados financeiros de cada país.

Inicialmente, discorreu-se sobre as principais teorias econômicas pertinentes aos modelos intertemporais de equilíbrio, entre as quais destacam-se as teorias da escolha, da utilidade esperada e do equilíbrio intertemporal. Uma vez definida esta estrutura, foi apresentado o modelo intertemporal de precificação de ativos em equilíbrio conhecido como *Consumption-CAPM* ou simplesmente CCAPM, o qual foi utilizado para realização do teste empírico deste estudo.

Em um segundo momento, discutiu-se o *equity premium puzzle* que é conhecido como uma das principais evidências empíricas contra o modelo CCAPM. Apresentaram-se também os resultados de outras pesquisas empíricas do modelo e percebeu-se que o mesmo vem sendo consistentemente rejeitado em países desenvolvidos, notadamente nos Estados Unidos da América. Na América Latina, em especial nos países analisados neste estudo, as evidências empíricas podem ser assim resumidas: No Brasil, o estudo de Cysne (2005) aponta para

existência do *equity premium puzzle*, apesar de evidências contrárias em estudos anteriores; no Chile, os estudos de Opazo R. (1998) e Bravo e Oyarzún (2001) rejeitam o modelo CCAPM; na Colômbia, Osorio e Puerta (2004) apresentam evidências de que o *equity premium puzzle* não é observado no mercado de ações do país; e no México nenhum estudo relacionado ao modelo em questão foi encontrado pelo pesquisador.

Em seguida, descreveu-se em detalhes o método econométrico utilizado para realização do teste empírico, suas limitações e as justificativas para sua adoção na presente pesquisa. Apresentaram-se também as características da amostra e o processo de coleta e tratamento dos dados necessários para realização do referido teste.

Para verificar a consistência do modelo CCAPM foram levantadas três hipóteses nulas que visaram testar as implicações teóricas do modelo em questão e realizar um teste de especificação. A hipótese nula primária estabelece que “o coeficiente de inclinação da variável betas de consumo é igual a zero” e sua não rejeição implica a inconsistência do modelo CCAPM. A hipótese nula secundária determina que “o beta de consumo é uma medida completa do risco de um ativo” e sua rejeição conduz a rejeição do próprio modelo. Por fim, a hipótese nula terciária, que é um teste de especificação e não um teste de alguma implicação teórica do modelo, estabelece que “se todos os indivíduos podem investir ou tomar emprestado a uma taxa de juros livre de risco o intercepto da regressão dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo deve ser igual a zero”.

A hipótese nula primária foi testada a partir da regressão *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo. Em todos os países analisados, com exceção do México, a hipótese foi rejeitada, ou seja, o coeficiente de inclinação da variável betas de consumo se mostrou positivo e estatisticamente significativo, aos níveis usuais de significância, nas regressões *cross-sectional* realizadas no Brasil, Chile e Colômbia. Estes resultados empíricos evidenciam que o modelo CCAPM não é rejeitado, por esta hipótese, em três dos quatro países analisados.

Quanto à hipótese nula secundária, os resultados apontaram para a rejeição da mesma no Brasil e no México, sugerindo assim a rejeição do modelo CCAPM nestes países. Estes resultados demonstraram também que Chile e Colômbia são os únicos países em que as implicações teóricas do modelo foram plenamente confirmadas, sem considerar a capacidade explicativa do mesmo.

Para averiguar a capacidade de explicação das diferenças entre os retornos dos diversos ativos (ações) pelo modelo CCAPM, foram analisados os coeficientes de determinação das regressões *cross-sectional* dos prêmios de risco médios sobre os betas de consumo. Estes coeficientes, representados pelos R^2 ajustados, mostraram que é praticamente insignificante a capacidade explicativa do modelo CCAPM nos países estudados. Mesmo nos países onde parece haver uma relação positiva e estatisticamente significativa entre os prêmios de risco médios e os betas de consumo, a capacidade de explicação do modelo restringe-se a 17,3% (Colômbia) das variações *cross-sectional* dos retornos dos ativos financeiros. Estes resultados podem restringir o uso do modelo nas mais diversas decisões financeiras, como por exemplo: custo de capital, determinação do retorno esperado, alocação de recursos, etc.

Por fim, o teste de especificação dado pela hipótese nula terciária evidenciou que, com base em resultados ajustados para o problema dos erros nas variáveis, a especificação zero-beta de Black (1972) parece ser a mais adequada para a Colômbia, enquanto que a especificação mais restritiva de Sharpe-Lintner parece ser consistente com os dados das demais economias latino-americanas.

Em resumo, os testes de hipóteses e a capacidade explicativa do CCAPM sugerem a rejeição do modelo no Brasil e no México, enquanto que no Chile e na Colômbia se verificou apenas um poder explicativo insatisfatório dos prêmios de risco médios dos ativos. Nos Estados Unidos da América, a rejeição do modelo é evidenciada pelo estudo de Lettau e Ludvigson (2001), cujos resultados foram reproduzidos no Quadro 4.

No entanto, do mesmo modo que em Faff (1998), estes resultados devem ser vistos no contexto dos vários problemas empíricos e suposições feitas para tornar viável o teste do modelo CCAPM. Assim, é importante questionar até que ponto os resultados foram influenciados por: betas não estáveis (não-estacionários), durabilidade dos “bens não-duráveis”, inobservância do verdadeiro fluxo de consumo dos indivíduos, correção assintótica para o problema dos erros nas variáveis, etc.

Com relação aos objetivos da presente pesquisa, entende-se que os mesmos foram plenamente atingidos, visto que foi possível avaliar a capacidade explicativa do modelo e testar as implicações derivadas do mesmo. Além disto, foram realizadas comparações com resultados anteriores obtidos nos Estados Unidos da América, sendo que os resultados aqui encontrados são, em parte, similares aos encontrados neste país.

Acredita-se que a presente pesquisa tenha contribuído para aumentar a compreensão do comportamento do modelo CCAPM nos países latino-americanos objetos de estudo. As evidências empíricas deste estudo corroboram em parte com as evidências apontadas em outros países, como os Estados Unidos da América, e sugerem que alterações ao modelo original, como as propostas por Lettau e Ludvigson (2001), Parker e Julliard (2005) e Jagannathan e Wang (2005), sejam futuramente implementadas de modo a permitir uma maior compreensão do modelo CCAPM e dos fatores determinantes do risco nos mercados financeiros latino-americanos.

Entende-se também que o estudo em questão contribuiu para a literatura empírica ao propor testes com ativos individuais, ao invés da formação de portfólios, em países caracterizados por um número relativamente pequeno de ativos. O uso de portfólios é muito comum nos testes de modelos de precificação de ativos e são construídos com o objetivo de diminuir o problema dos erros nas variáveis e reduzir a volatilidade excessiva dos ativos individuais. No entanto, como apontado no capítulo 3 deste estudo, a formação de portfólios apresenta alguns inconvenientes, principalmente em países caracterizados por um número pequeno de ativos financeiros, como é o caso dos países latino-americanos. Assim, sugere-se a utilização de ativos individuais nos testes com uma correção para o problema dos erros nas variáveis.

Como tema para futuros estudos, sugere-se a aplicação do modelo CCAPM condicional proposto por Lettau e Ludvigson (2001) aos países latino-americanos. Quanto aos estudos de Parker e Julliard (2005) e Jagannathan e Wang (2005) destacam-se que os mesmos exigem séries temporais mais longas para que os resultados alcançados sejam confiáveis. Recomenda-se também a realização de estudos desta natureza com uma proposta de correção para o problema dos erros nas variáveis voltada para amostras finitas.

REFERÊNCIAS

- ABEL, Andrew B. The Equity Premium Puzzle. **Business Review**, Set/Out 1991.
- ARAÚJO, Eurilton. Avaliando Três Especificações para o Fator de Desconto Estocástico através da Fronteira de Volatilidade de Hansen e Jagannathan: Um estudo empírico para o Brasil. **Ibmec**, 2004. (Working Paper).
- ARAÚJO, Eurilton; BARBACHAN, José Fajardo; TAVANI, Leonardo C. di. CAPM Usando uma Carteira Sintética do PIB Brasileiro. In: IV Encontro Brasileiro de Finanças. **Anais**. Rio de Janeiro, 2004.
- ARROW, Kenneth J.; DEBREU, Gerard. Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. **Econometrica**; Julho de 1954, 22(3), 265-290.
- BERK, Jonathan B. Sorting Out Sorts. **The Journal of Finance**, vol. 55, nº 1, Fevereiro de 2000.
- BLACK, Fischer. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. **The Journal of Business**, vol. 45, 1972, 444-455.
- BLACK, Fischer; JENSEN, Michael C.; SCHOLES, Myron S. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. In: **Studies in the Theory of Capital Markets**. Organizador: Michael C. Jensen. New York: Praeger, 1972.
- BLUME, Marshall E.; FRIEND, Irwin. A New Look at the Capital Asset Pricing Model. **The Journal of Finance**, vol. 28, 1973, p. 19-33.
- BONOMO, Marco; DOMINGUES, Gabriela Bertol. Os puzzles invertidos no mercado brasileiro de ativos. In: **Finanças Aplicadas ao Brasil**. Organizador: Marco Bonomo. São Paulo: FGV, 2002, p. 105-120.
- BRAVO, Karin; OYARZÚN, Carlos. Consumption and Asset Return Dynamics in the Chilean Economy. In: Encuentro de Economistas 2001. **Banco de Papers**. Punta de Tralca: Universidad de Chile - Facultad de Ciências Económicas y Administrativas, 2001. Disponível em: <http://econ.facea.uchile.cl/encuentro/Consumption%20and%20Assets%20Return%20Dynamics%20EE.pdf>

BREEDEN, Douglas T. An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities. **Journal of Financial Economics**, 7, 1979, 265-296.

BREEDEN, Douglas T.; GIBBONS, Michael R.; LITZENBERGER, Robert H. Empirical Tests of the Consumption-Oriented CAPM. **The Journal of Finance**, vol. 46, n° 2, Junho de 1989.

CAMPBELL, John Y. Consumption and The Stock Market: Interpreting International Experience. **NBER**, 1996. (Working Paper 5610).

CAMPBELL, John Y.; LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. **The Econometrics of Financial Markets**. New Jersey: Princeton University Press, 1997.

CAMPBELL, John Y.; COCHRANE, John H. By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. **Journal of Political Economy**, 107, 1999, 205-251.

CAMPBELL, John Y.; COCHRANE, John H. Explaining the Poor Performance of Consumption-based Asset Pricing Models. **The Journal of Finance**, vol. 55, n° 6, Dezembro de 2000.

CARMICHAEL, Benoît; SAMSON, Lucie. Consumption growth as a risk factor? Evidence from Canadian Financial Markets. **Journal of International Money and Finance**, 24, 2005, 83-101.

CASTELLANOS, Sara G.; OVIEDO, Marco A. Análisis de las Posturas Óptimas en las Subastas Primarias de Títulos Gubernamentales: Resultados de un Enfoque Económico Estructural. Documento de Investigación, n° 2004-7, Dirección General de Investigación Económica: **Banco de México**, Outubro de 2004.

COCHRANE, John H. **Asset Pricing**: Revised Edition. New Jersey: Princeton University Press, 2005.

CONSTANTINIDES, George M. Intertemporal Asset Pricing with Heterogeneous Consumers and without Demand Aggregation. **Journal of Business**, vol. 55, n°2, 1982.

CORNELL, Bradford. The Consumption Based Asset Pricing Model: A note on Potential Tests and Applications. **Journal of Financial Economics**, 9, 1981, 103-108.

CYSNE, Rubens Penha. Equity Premium Puzzle: Evidence from Brazilian Data. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas – **Ensaios Econômicos EPGE**, n° 586, 2005.

DUFFIE, Darrell. **Dynamic Asset Pricing Theory**. New Jersey: Princeton University Press, 2001.

ELYASIANI, Elyas; NASSEH, Alireza. NonNested Procedures in Econometric Tests of Asset Pricing Theories. **The Journal of Financial Research**, Vol. 23, nº1, 2000, 103-128.

FAFF, Robert W. The Empirical Relationship between aggregate consumption and security prices in Australia. **Pacific-Basin Finance Journal**, 6, 1998, 213-224.

FAMA, Eugene F.; MACBETH, James D. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. **Journal of Political Economy**, vol. 71, 1973, 607-636.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. **The Journal of Finance**, vol. 47, nº 2, Junho de 1992.

FERSON, Wayne E.; MERRICK Jr, John J. Non-Stationarity and Stage-of-the-Business-Cycle Effects in Consumption-Based Asset Pricing Relations. **Journal of Financial Economics**, 18, 1987, 127-146.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1996.

GRAUER, Robert R.; JANMAAT, Johannus A. The Unintended Consequences of Grouping in Tests of Asset Pricing Models. **Journal of Banking & Finance**, vol. 28, 2004, p. 2889-2914.

GROSSMAN, Sanford J.; SHILLER, Robert J. The Determinants of the Variability of Stock Market Prices. **American Economic Review**, vol. 71, nº 2, Maio de 1981.

GROSSMAN, Sanford J.; MELINO, Ângelo; SHILLER, Robert J. Estimating the Continuous-Time Consumption-Based Asset-Pricing Model. **Journal of Business & Economic Statistics**, vol. 5, nº 3, Julho de 1987.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 2000.

HANSEN, Lars Peter; SINGLETON, Kenneth J. Stochastic Consumption, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Asset Returns. **Journal of Political Economy**, vol. 91, nº 2, 1983.

HANSEN, Lars Peter; JAGANNATHAN, Ravi. Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies. **Journal of Political Economy**, vol. 99, nº 2, 1991, p.225-262.

HUANG, Chi-fu; LITZENBERGER, Robert H. **Foundations for Financial Economics**. New Jersey: Prentice Hall, 1988.

ISSLER, João Victor; PIQUEIRA, Natalia Scotto. Estimando a Aversão ao Risco, a Taxa de Desconto Intertemporal, e a Substituíbilidade Intertemporal do Consumo no Brasil usando Três Tipos de Função Utilidade. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas – **Ensaio Econômicos EPGE**, nº 424, 2001.

JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Zhenyu. The Conditional CAPM and the Cross-Sectional of Expected Returns. **The Journal of Finance**, vol. 51, n° 1, Março de 1996.

JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Zhenyu. An Asymptotic Theory for Estimating Beta-Pricing Models Using Cross-Sectional Regression. **The Journal of Finance**, vol. 53, n° 4, Agosto de 1998.

JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Yong. Consumption Risk and the Cost of Equity Capital. **NBER**, 2005. (Working Paper, 11026).

KIM, Dongcheol. The Errors in the Variables Problem in the Cross-Section of Expected Stock Returns. **The Journal of Finance**, vol. 50, n° 5, Dezembro de 1995.

KIM, Dongcheol. A Reexamination of Firm Size, Book-to-Market, and Earnings Price in the Cross-Section of Expected Stock Returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, vol. 32, n° 4, Dezembro de 1997.

KOCHERLAKOTA, Narayana R. The Equity Premium: It's Still a Puzzle. **Journal of Economic Literature**, 34, Março de 1996, 42-71.

KOTHARI, S. P.; SHANKEN, Jay; SLOAN, Richard G. Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns. **The Journal of Finance**, vol. 50, n° 1, Março de 1995.

LETTAU, Martin; LUDVIGSON, Sydney. Resurrecting the (C)CAPM: A Cross-Sectional Test When Risk Premia Are Time-Varying. **Journal of Political Economy**, vol. 109, n° 6, 2001.

LEVY, Haim. Equilibrium in an Imperfect Market: A Constraint on the Number of Securities in the Portfolio. **The American Economic Review**, Setembro de 1978.

LINTNER, John. Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. **The Journal of Finance**, vol. 20, n° 4, Dezembro de 1965, p. 587-615.

LIANG, Bing. Portfolio Formation, Measurement Errors, and Beta Shifts: A Random Sampling Approach. **The Journal of Financial Research**, vol. 23, n° 3, Outono de 2000, p. 261-284.

LITZENBERGER, Robert H.; RAMASWAMY, Krishna. The Effect of Personal Taxes and Dividends on Capital Asset Prices: Theory and Empirical Evidence. **Journal of Financial and Economics**, 7, 1979, 163-195.

LO, Andrew W.; MACKINLAY, A. Craig. Data-Snooping Biases in Tests of Financial Asset Pricing Models. **Review of Financial Studies**, vol. 3, n° 3, 1990, p. 431-467.

LO, Ingrid. Portfólio Formation Can Affect Asset Pricing Tests. **Journal of Asset Management**, vol. 5, nº 3, Outubro de 2004, 203-216.

LUCAS, Robert E. Asset Prices in an Exchange Economy. **Econometrica**, 46, Novembro de 1978.

MADDALA, G. S. **Introdução à Econometria**. Terceira Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

MANKIW, N. Gregory; SHAPIRO, Matthew D. Risk and Return: Consumption Beta versus Market Beta. **Review of Economics and Statistics**, 68, 1986, 452-459.

MANKIW, N. Gregory; ZELDES, Stephen P. The Consumption of Stockholders and Non-Stockholders. **NBER**, 1990. (Working Paper, 3402).

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

MAS-COLELL, Andreu; WHINSTON, Michael D.; GREEN, Jerry R. **Microeconomic Theory**. New York: Oxford University Press, 1995.

MEHRA, Rajnish; PRESCOTT, Edward C. The Equity Premium: A Puzzle. **Journal of monetary Economics**, 1985, 15, 145-161.

MEHRA, Rajnish; PRESCOTT, Edward C. The Equity Premium In Retrospect. **NBER**, 2003. (Working Paper, 9525).

MELLONE JUNIOR, Geraldo. Evidência Empírica da Relação *Cross-Section* entre Retorno e *Earnings to Price Ratio* e *Book to Market Ratio* no Mercado de Ações do Brasil no Período de 1995 a 1998. In: XXIII Encontro Nacional de Programas de Pós-Graduação em Administração (Enanpad). **Anais**. Foz do Iguaçu, 1999.

MERTON, Robert C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Econometrica**, vol. 41, nº 5, Setembro de 1973, p. 867-887.

MUTH, John F. Rational Expectations and the Theory of Price Movements. **Econometrica**, vol. 29, nº 3, Julho de 1961, p. 315-335.

OPAZO R., Luis A. Evaluacion Comparada de Modelos de Valoracion de Activos: El Caso del Premio Accionario en Chile. **Revista de Análisis Económico**, vol. 13, nº 2, Novembro de 1998, p. 53-80.

OSORIO, Isabel Cristina Montoya; PUERTA, Juan Manuel Restrepo. Existe el Enigma de la Prima de Riesgo en el Mercado Bursátil Colombiano? 1993-2002. **Ecós de Economía**, nº 19, Outubro de 2004, p. 31-58.

PARKER, Jonathan A.; JULLIARD, Christian. Consumption Risk and the Cross Section of Expected Returns. **Journal of Political Economy**, vol. 113, nº 1, 2005, p. 185-222.

RIBENBOIM, Guilherme. Testes de versões do modelo CAPM no Brasil. In: **Finanças Aplicadas ao Brasil**. Organizador: Marco Bonomo. São Paulo: FGV, 2002, p. 17-40.

RODRIGUES, Murilo Ramos Alambert. O Efeito Valor, O Efeito Tamanho e o Modelo Multifatorial: Evidências do Caso Brasileiro. In: XXIV Encontro Nacional de Programas de Pós-Graduação em Administração (Enanpad). **Anais**. Florianópolis, 2000.

ROLL, Richard. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests; Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. **Journal of Financial Economics**, 4, 1977, p. 129-176.

RUBINSTEIN, Mark. The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options. **Bell Journal of Economics and Management Science**, vol. 7, nº 2, 1976, 407-425.

SAMPAIO, Frederico Santana. Existe equity premium puzzle no Brasil? In: **Finanças Aplicadas ao Brasil**. Organizador: Marco Bonomo. São Paulo: FGV, 2002, p. 87-104.

SHANKEN, Jay. On The Estimation of Beta-Pricing Models. **The Review of Financial Studies**, vol. 5, nº 1, 1992, p. 1-33.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, vol. 19, nº 3, Setembro de 1964.

SIEGEL, Jeremy J.; THALER, Richard H. Anomalies: The Equity Premium Puzzle. **Journal of Economic Perspectives**. Volume 11, Número 1, 1997.

SILVA, Antonio Carlos Ribeiro. **Metodologia da Pesquisa Aplicada a Contabilidade**. São Paulo: Atlas, 2003.

VARIAN, Hal R. **Microeconomic Analysis**. 3ª Edição. New York: Norton & Company, 1992.

WEIL, Philippe. The Equity Premium Puzzle and the Riskfree Rate Puzzle. **NBER**, 1989. (Working Paper, 2829).

WHEATLEY, Simon. Some Tests of the Consumption-Based Asset Pricing Model. **Journal of Monetary Economics**, 22, 1988, 193-215.