

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS
CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
PROGRAMA INTERDISCIPLINAR DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO
APLICADA - PIPCA
NÍVEL MESTRADO

JEAN SCHMITH

**Modelagem e Simulação da Dinâmica de Alto-Falantes
em Caixas Acústicas Seladas**

SÃO LEOPOLDO
2011

JEAN SCHMITH

Modelagem e Simulação da Dinâmica de Alto-Falantes em Caixas Acústicas Seladas

Dissertação submetida à avaliação
como requisito parcial para a obtenção
do grau de Mestre em Computação
Aplicada

Orientador: Prof Dr. Luiz Paulo Luna
de Oliveira

SÃO LEOPOLDO
2011

CIP — CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

S355m Schmith, Jean

Modelagem e Simulação da Dinâmica de Alto-Falantes em Caixas Acústicas Seladas / por Jean Schmith. — São Leopoldo, 2011.

63 f.: il. color; 30cm.

Proposta (mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS. Ciências Exatas e Tecnológicas Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em Computação Aplicada - PIPCA, São Leopoldo, BR-RS, 2011. Orientador: de Oliveira, Luiz Paulo Luna.

1. Alto-Falantes. 2. Sistemas Dinâmicos.
3. Comportamento caótico nos sistemas. I. de Oliveira, Luiz Paulo Luna. II. Título.

CDU 681.84.084
517.938

Catálogo na publicação:

Bibliotecária Carla Maria Goulart de Moraes - CRB 10/1252

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai, minha mãe e minha irmã por todo apoio e incentivo dispensados nesses anos de estudo.

Ao meu amor Sandra Flores Rodrigues pelo incentivo e compreensão que sempre me deu.

Ao Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira, pela amizade e orientação deste trabalho.

À CAPES pelo apoio financeiro.

À secretaria do PIPCA.

Ao amigo Hisham Hashem Muhammad pelo apoio na edição do texto.

A todos os meus amigos, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Dedico este trabalho ao meu pai,
à minha mãe, à minha irmã e
ao meu amor Sandra.

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais volta ao seu tamanho original.”

(Albert Einstein)

“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de você, menos o seu conhecimento.”

(Albert Einstein)

RESUMO

O alto-falante é o principal item em qualquer sistema de som e é também o principal responsável por distorções geradas nestes sistemas. Isto se deve principalmente às não-linearidades mecânicas do alto-falante. Estudos recentes sugerem fortemente que estas não-linearidades podem provocar multiperiodicidade e comportamentos caóticos espúrios no movimento do cone dos alto-falantes. Isto implica na adição de frequências espúrias ao som original e não fidelidade. Esses estudos porém, não levam em consideração a aplicação dos alto-falantes em caixas acústicas, que é a sua maior utilização. O objetivo principal deste trabalho é estender aqueles estudos, levando em consideração as caixas acústicas, e verificar qual a influência dos volumes finitos na dinâmica de um alto-falante. Os resultados deste trabalho mostram que o volume finito de uma caixa acústica tem forte influência na fidelidade de um alto-falante por reduzir o aparecimento de multiperiodicidade e caos espúrios. Como regra geral, tem-se que menores volumes inibem tais comportamentos espúrios, mas, ao mesmo tempo, reduzem a dinâmica de resposta do alto-falante. Então uma escolha criteriosa do volume da caixa acústica deve tomar o menor volume possível, sem sacrificar a dinâmica do alto-falante considerado.

Palavras-chave: Alto-Falantes, Sistemas Dinâmicos, Comportamento caótico nos sistemas.

TITLE: “Modeling and Simulation of the Loudspeakers Dynamics in Closed Boxes”

ABSTRACT

Loudspeakers are the main item in any high fidelity sound system, and are the main responsible for distortions in sound reproduction. The main reason for that is the presence of nonlinearities in their functioning. Recent studies strongly suggest that these nonlinear effects can lead the speaker to multiperiodic and chaotic behaviors. This implies in distortions since additional spurious frequencies are added to the original sound. However, those studies do not consider an important issue in real speaker usage, which is the acoustic enclosure in which it is usually installed in. The main goal of this work is to extend those mentioned studies taking this additional factor into consideration, and to verify what influence a limited enclosure can cause on speaker dynamics. The results suggest that the finite volume of the acoustic enclosure can strongly affect the fidelity of a loudspeaker, reducing the spurious multiperiodicity and chaos. As a general rule, smaller enclosures inhibits such spurious behaviours but, at the same time, diminishes the dynamical response of the loudspeaker. Therefore, a criterious volume choice should lead to the smaller possible volume however without sacrificing the loudspeaker musical dynamics.

Keywords: Loudspeakers, Dynamical Systems, Chaos.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	O ALTO-FALANTE ELETRODINÂMICO	13
2.1	O SOM	13
2.2	FUNCIONAMENTO DO ALTO-FALANTE ELETRODINÂMICO	14
2.3	MODELOS MATEMÁTICOS PARA ALTO-FALANTES	16
3	SISTEMAS DINÂMICOS	22
3.1	INTRODUÇÃO	22
3.2	SISTEMAS DISCRETOS	22
3.3	SISTEMAS CONTÍNUOS	25
3.4	MAPAS DE POINCARÉ E DIAGRAMAS DE BIFURCAÇÕES	27
3.5	SISTEMAS DINÂMICOS CAÓTICOS	30
4	DINÂMICA CAÓTICA EM ALTO-FALANTES	32
5	FORMULAÇÃO DO MODELO	39
6	RESULTADOS	43
6.1	INFLUÊNCIA DO VOLUME DA CAIXA ACÚSTICA NA DINÂMICA DOS ALTO-FALANTES	43
6.2	INFLUÊNCIA DO VOLUME DA CAIXA ACÚSTICA NA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DOS ALTO-FALANTES	53
7	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	59
	BIBLIOGRAFIA	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Diagrama de um sistema de som básico.	14
Figura 2.2	Diagrama de um alto-falante (DICKASON, 1991).	15
Figura 2.3	Representação de equivalência entre os elementos elétricos, acústicos e mecânicos, onde r_E =resistência elétrica, r_A =resistência acústica, r_M =resistência mecânica retilínea, r_R =resistência mecânica rotacional, L =indutância, M =inertância, m =massa, I =momento de inércia, C_E =capacitância elétrica, C_A =capacitância acústica, C_M =compliância, C_R =compliância rotacional.	17
Figura 2.4	Modelo equivalente de um alto-falante eletrodinâmico. Mais à esquerda, a representação da parte elétrica, no centro os componentes equivalentes da parte mecânica e finalmente à direita a parte acústica do modelo (SILVA, 1996).	17
Figura 2.5	Representação de um sistema massa-mola forçado e com amortecimento.	19
Figura 3.1	Gráfico do mapa logístico com $1 < \mu < 3$	24
Figura 3.2	Bacia de atração para o sistema de Henon para $a=1,0$ e $b=0,6$	25
Figura 3.3	Uma órbita periódica no espaço de fase de um pêndulo harmônico forçado e amortecido. O eixo x é o deslocamento da massa com relação a posição em que o fio preso a ela encontra-se na posição vertical e o eixo y representa a velocidade de deslocamento da massa.	26
Figura 3.4	Órbita caótica no espaço de fase de um pêndulo harmônico forçado e amortecido. O eixo x é o deslocamento da massa com relação a posição em que o fio preso a ela encontra-se na posição vertical e o eixo y representa a velocidade de deslocamento da massa.	26
Figura 3.5	Exemplos de aplicações de Poincaré para um sistema bidimensional (esquerda) e para um sistema tridimensional (direita).	27
Figura 3.6	Mapas de Poincaré do sistema do pêndulo harmônico forçado amortecido. Na esquerda uma órbita periódica, na direita um regime caótico.	28
Figura 3.7	Diagrama de bifurcação para o mapa logístico.	29
Figura 4.1	Curvas de ressonância para diferentes correntes (I valendo 1, 2 e 4A) medidas no ar. A linha contínua representa a curva da impedância e a linha tracejada representa a curva de fase do alto-falante. A frequência de ressonância é o ponto onde a impedância possui maior valor (DJUREK et al., 2007a).	33

Figura 4.2	Espectro de frequências para diferentes correntes (I) medidas no ar (DJUREK et al., 2007a).	34
Figura 4.3	Diagrama de bifurcação de um alto-falante medido no ar (DJUREK et al., 2007b).	35
Figura 4.4	Duas seções de Poincaré para o alto-falante. Na parte (a) a seção foi feita nos valores máximos do sistema e na parte (b) a seção foi feita nos valores mínimos do sistema (REISS et al., 2008).	36
Figura 4.5	Não-linearidade assumida para k_{eff} proposto em (PETOSIC et al., 2008).	37
Figura 4.6	Gráfico da velocidade ($v[m/s]$) e deslocamento ($x[m]$) em relação a corrente ($I_0[A]$) para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).	38
Figura 4.7	Diagrama de bifurcação para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).	38
Figura 4.8	Seção de Poincaré para frequência de ressonância $f = 53Hz$ e corrente de excitação $I_0 = 2.7A$ para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).	38
Figura 5.1	Na esquerda a representação do modelo de (PETOSIC et al., 2008) e dos experimentos de (REISS et al., 2008). Na direita uma caixa acústica usual.	39
Figura 6.1	Na esquerda segue a figura com os retratos de fase dos atratores do alto-falante instalado na caixa acústica. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$, o eixo x representa o deslocamento do cone em m e o eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . Na direita o diagrama de bifurcação obtido a partir da figura da esquerda. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 e o eixo x representa o deslocamento do cone em m . A corrente de excitação utilizada foi de $6A$.	43
Figura 6.2	Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de $0,5A$. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .	45
Figura 6.3	Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de $1A$. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .	45
Figura 6.4	Diagrama de bifurcação para uma corrente excitação de $2A$. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .	46
Figura 6.5	Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de $3A$. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .	46

Figura 6.6 Diagrama de bifurcação para uma corrente excitação de 4A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 47

Figura 6.7 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 5A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 47

Figura 6.8 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 6A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 48

Figura 6.9 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 7A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 48

Figura 6.10 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 8A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 49

Figura 6.11 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 9A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 49

Figura 6.12 Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 10A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 50

Figura 6.13 Diagrama de bifurcação para o volume de 0,001 m^3 . O eixo I_0 representa a corrente de excitação em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 51

Figura 6.14 Diagrama de bifurcação para o alto-falante ao ar livre. O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 51

Figura 6.15 Diagrama de bifurcação para o volume de caixa acústica de 0,01 m^3 . O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m 52

Figura 6.16 Nas figuras da esquerda têm-se os retratos de fase para diferentes valores de volume. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita têm-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes volumes. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para uma corrente de excitação constante de 10A. 54

Figura 6.17 Nas figuras da esquerda tem-se os retrados de fase para diferentes valores de corrente de excitação. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita tem-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes correntes de excitação. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para um volume constante de $0,07 m^3$. Neste caso o sistema apresenta um desempenho dinâmico não satisfatório. 56

Figura 6.18 Nas figuras da esquerda têm-se os retratos de fase para diferentes valores de corrente de excitação. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita têm-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes correntes de excitação. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para um volume constante de $0,01 m^3$ 57

Figura 7.1 Diagrama de bifurcação para o alto-falante ao ar livre (volume infinito). O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada no sistema em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m . A frequência utilizada foi de $60 Hz$ 60

Figura 7.2 Diagrama de bifurcação para o volume de $0,01 m^3$. O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada no sistema em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m . A frequência utilizada foi de $60 Hz$ 60

1 INTRODUÇÃO

O ouvido humano pode perceber uma gama muito grande de intensidades sonoras, isto é, pode ouvir desde oscilações com muito pouca variação de pressão do ar até oscilações de pressão muito fortes. A diferença entre a pressão sonora mais fraca que podemos perceber (o limiar da audição 10dB em 1KHz) e a pressão mais forte que podemos suportar (o limiar da dor 120dB em 1KHz) é de mais de um milhão de vezes. O ouvido não reage de forma linear a essas variações de nível sonoro. Por exemplo, para termos a sensação de que esse nível dobrou é necessário aumentar a potência sonora em dez vezes (BALLOU, 2008).

Além disso, o ouvido humano é capaz de detectar frequências dentro de uma faixa que vai de cerca de 20 Hz a 20000 Hz e é altamente seletivo, podendo distinguir cerca de 1500 frequências individuais. A resposta do sistema auditivo também é bastante rápida, requerendo apenas poucos ciclos da onda para reconhecer sua frequência (RATTON, 2007). É por causa dessa precisão no aparelho auditivo humano que os equipamentos de áudio profissionais devem ser de alta qualidade, para que possam reproduzir os sons com fidelidade compatível à capacidade do sistema auditivo.

Em um equipamento de áudio de alta fidelidade, os alto-falantes são os itens mais críticos. De fato, os alto-falantes são os elementos que possuem maior variação em qualquer sistema de som, e são responsáveis pelas diferenças auditivas quando o mesmo som é tocado em sistemas diferentes. A capacidade de um alto-falante reproduzir um sinal sem adicionar distorções é significativamente menor do que qualquer outro equipamento de áudio. Por exemplo, a distorção harmônica em um alto-falante típico pode ser de 100 até 1000 vezes maior que a de um amplificador (KLIPSCH, 1976). Os fabricantes consideram linear uma resposta em frequências de um alto-falante quando esse possui uma variação entre ± 3 dB (3 dB equivale ao dobro de intensidade). No caso de um amplificador esta faixa é bem mais estreita, sendo permitido apenas variações menores que 0,1 dB.

Existem vários tipos de alto-falantes, como os twitters, ribbon e os de movimentação da bobina móvel. Este ultimo será o objeto de estudo nesse trabalho. Em um alto-falante de bobina móvel típico, o som é produzido a partir do movimento de uma membrana (cone), gerando oscilações de pressão. Esta membrana é posta em movimento a partir de uma fonte sonora conectada ao alto-falante. A membrana não é rígida, e possui diversas deformações elásticas. Estas deformações podem ser observadas também em outros componentes do alto-falante, como a aranha e a suspensão. Estas deformações associadas ao movimento do sistema do alto-falante como um todo, possuem não-linearidades que por sua vez geram diversas distorções no som.

As não-linearidades associadas aos alto-falantes foram recentemente estudadas por (REISS et al., 2008) e (PETOSIC et al., 2008). Nos trabalhos os autores sugerem fortemente

a presença de caos em alto-falantes devido a não-linearidades em seu sistema. Nesses trabalhos, os autores estudaram o alto-falante no vácuo e ao ar livre e não levaram em consideração as diferenças de pressão geradas quando os alto-falantes são utilizados em caixas acústicas, que representa a maioria de suas aplicações.

O objetivo principal deste trabalho é estender aqueles estudos, levando em consideração as caixas acústicas, e verificar qual a influência que um volume finito em uma caixa acústica pode causar na dinâmica do alto-falante. A metodologia a ser empregada neste trabalho é a mesma sugerida por (PETOSIC et al., 2008). Esta metodologia é amplamente utilizada na literatura para análise de sistemas dinâmicos. Resultados sugerem uma forte influência do volume da caixa acústica no comportamento dinâmico do alto-falante.

Como será visto neste trabalho, o volume da caixa acústica tem um importante papel na fidelidade do alto-falante. De um modo geral, quanto menor a caixa acústica, maior a fidelidade. Mas também será apresentado que não basta escolher o menor volume de caixa acústica possível, e que esta escolha deve ser tomada com bastante cuidado. De fato, a metodologia utilizada neste trabalho indica volumes de caixa acústica que melhoram o desempenho do alto-falante em termos de fidelidade. A metodologia de escolha do volume da caixa acústica a ser apresentada neste trabalho pode ser levada a qualquer alto-falante contribuindo para melhores projetos de caixas acústicas seladas.

No capítulo 2 será apresentado brevemente o funcionamento de um alto-falante e os seus modelos matemáticos conhecidos na literatura. No capítulo 3 será apresentado um breve estudo sobre sistemas dinâmicos. No capítulo 4 é apresentada a literatura existente que foca no estudo dinâmico de alto-falantes. No capítulo 5 é apresentada a formulação do modelo da caixa acústica e a metodologia empregada. No capítulo 6 serão apresentados os resultados deste estudo. E finalmente no capítulo 7 serão apresentadas as conclusões deste trabalho e apontados trabalhos futuros.

2 O ALTO-FALANTE ELETRODINÂMICO

Neste capítulo será apresentada uma breve explicação sobre o som. Serão descritas também as partes de um alto-falante bem como o seu funcionamento. Por fim, serão apresentados os dois modelos mais utilizados na literatura para a representação de alto-falantes.

2.1 O SOM

A produção do som se dá pela vibração de corpos em algum meio elástico como, por exemplo, o ar. Quando um corpo se movimenta em uma direção, ele empurra uma camada de ar, comprimindo-a e aumentando sua densidade. Neste movimento, a pressão na camada empurrada é maior que nos seus arredores. As moléculas desta camada tendem a empurrar as moléculas das camadas vizinhas, que vão transmitindo esta compressão às camadas adjacentes e subseqüentes. Quando o corpo se movimenta na direção oposta, descomprime aquela camada de ar, causando a diminuição da densidade, formando uma zona rarefeita ou de depressão de densidade. A diferença de pressão entre uma zona comprimida e uma zona rarefeita pode ser expressa em libras por polegada quadrada ou em dinas por centímetro quadrado (bária). A sucessão de zonas comprimidas e rarefeitas forma o que chamamos de perturbação de pressão, se propagando como um movimento ondulatório. O som é definido por qualquer perturbação de pressão do ar que seja capaz de sensibilizar o ouvido humano. Geralmente, tais perturbações encontram-se na faixa de frequência que vai dos 20 Hz aos 20000 Hz.

Dada a breve explicação qualitativa do conceito de som, pode-se modelar tal fenômeno físico de uma forma matemática como um fenômeno ondulatório. A obtenção da equação da onda se dá pela combinação da segunda lei de Newton para o movimento, da lei dos gases e da lei de conservação das massas. Depois de algumas manobras algébricas, essa combinação resulta na seguinte equação da onda em sua forma unidimensional, para uma distância em relação a fonte sonora suficientemente grande (BERANEK, 1996):

$$\frac{d^2p}{dx^2} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2p}{dt^2}. \quad (2.1)$$

Em (2.1), p é a pressão sonora, x é a distância com relação à fonte sonora, c é a velocidade de propagação do som no meio e t o tempo.

A equação de propagação do som é linear. Portanto, assume-se que depois de deixar a fonte sonora, não ocorrem distorções relevantes. Ao contrário, sabe-se que tais distorções ocorrem no sistema produtor de som e, em particular, nos alto-falantes. De fato, os movimentos intrínsecos ao funcionamento dos alto-falantes são não-lineares e,

segundo estudos recentes, caóticos. Tais comportamentos não lineares distorcem o som original.

2.2 FUNCIONAMENTO DO ALTO-FALANTE ELETRODINÂMICO

Os alto-falantes são parte fundamental de qualquer sistema de sonorização. Sua aplicação é dada, na maioria das vezes, dentro de caixas acústicas. Estas caixas acústicas são alimentadas, normalmente, através de um par de fios, por um amplificador que transmite a informação sonora através de uma corrente alternada. Dentro da caixa acústica, o sinal elétrico é dividido em duas ou mais faixas de freqüências pelo divisor de freqüência. Por exemplo, numa caixa com três vias (um falante de graves, um de médios e um de agudos), o divisor distribui as freqüências mais baixas para o falante de graves, as mais altas para o falante de agudos (tweeter) e as freqüências intermediárias para o falante de médios. Os amplificadores, por sua vez, recebem a informação sonora de uma fonte como um CD player, por exemplo (figura 2.1).

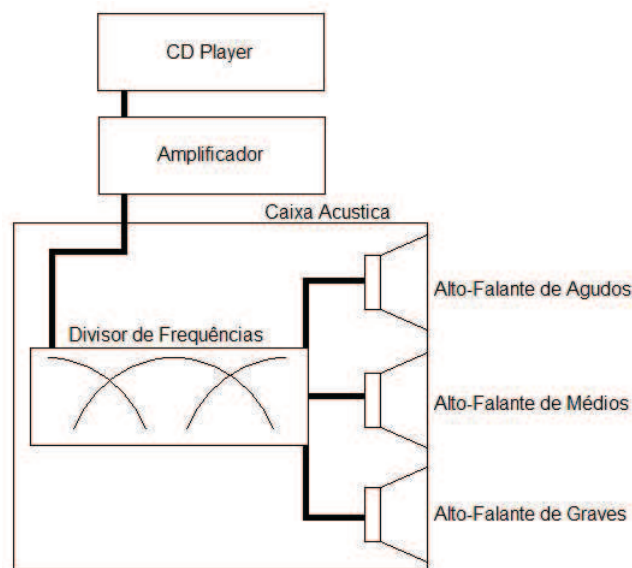


Figura 2.1: Diagrama de um sistema de som básico.

De uma maneira geral, quanto menores forem as freqüências às quais o alto-falante está destinado, maior o seu diâmetro. Mas, independentemente disto, o alto-falante é um equipamento eletro-mecânico-magnético, que transforma energia elétrica em energia acústica. Neste trabalho, está sendo considerado o amplificador como ideal e que o divisor de freqüências não influencia no sistema do alto-falante, sendo desprezado para fins de modelagem e simulação. Aqui será apresentado apenas o estudo em alto-falantes de freqüências graves. Na figura 2.2 pode-se identificar mais facilmente as partes do alto falante.

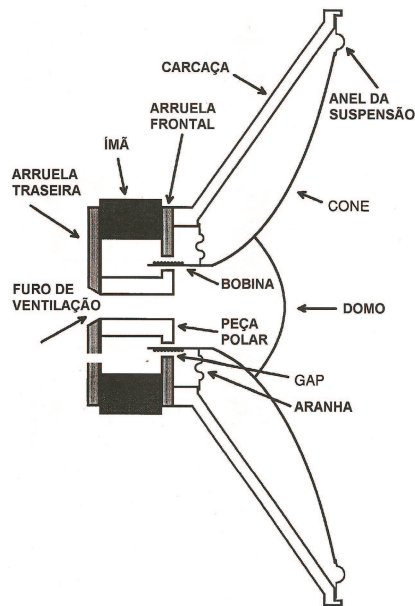


Figura 2.2: Diagrama de um alto-falante (DICKASON, 1991).

Três sistemas distintos, mas interligados entre si, operam em uníssono em um alto-falante eletrodinâmico: o sistema motor, o diafragma e a suspensão (DICKASON, 1991).

O Sistema Motor - é composto de cinco partes. A arruela frontal e a peça polar, formando o entreferro, o ímã, a bobina e a arruela traseira. No entreferro, onde é fechado o circuito magnético, é gerado um campo magnético quando uma corrente alternada (informação sonora) é aplicada na bobina móvel. Quando a corrente estiver no semi-ciclo positivo, o cone se desloca em uma direção. Quando a corrente estiver no semi-ciclo negativo, o cone se desloca na direção oposta. Para que isto ocorra com maestria, a bobina deve movimentar-se simetricamente nas duas direções. Esta simetria depende do campo magnético, devendo ser o mais uniforme possível para evitar distorções no movimento do diafragma.

O Diafragma - é composto normalmente por um cone e um domo protetor. O domo tem a função de proteger o espaço entre a bobina e o entreferro, para que ali não seja depositado nenhum tipo de sujeira. Cones de alto-falantes são comumente explicados através da analogia com um pistão, infinitamente rígido, comprimindo o ar. Porém, na prática, cones não são infinitamente rígidos. Dependendo de sua forma e do material do qual foram construídos, diversas deformações podem ocorrer. Estas deformações variam com a frequência, e influenciam diretamente na resposta em frequência dos alto-falantes.

A Suspensão - é composta pelo anel da suspensão e a aranha. Tecnicamente, estes elementos são representados sempre pela facilidade ao movimento, denominado compliância (inverso da rigidez). No caso da maioria dos alto-falantes, a aranha contribui com cerca de 80% da compliância total, e o anel com os restantes 20% (DICKASON,

1991). O anel externo pode ser feito de borracha, espuma ou tecido tratado. Isto ajuda a manter o cone centrado e garante seu movimento em torno de sua posição de repouso. Adicionalmente, ele é responsável por amortecer os modos de vibração na borda externa do cone. E isto faz com que influencie diretamente na resposta do alto-falante. A aranha é normalmente confeccionada de tecido reforçado e corrugado. Seu papel é manter a bobina centrada na peça polar e também ajuda a colocar o cone de volta a posição de repouso. Ela também é responsável por fornecer a maior parte da força restauradora (deslocamento/complância) ao alto-falante.

Agora que as partes principais dos alto-falantes foram apresentadas, pode-se entender o seu funcionamento, que se baseia, em sua grande maioria, no movimento de um diafragma (ou cone). Quando aplicamos uma corrente alternada com informação sonora na bobina, que está imersa dentro de um ímã de polaridade permanente, um outro campo magnético é então gerado e a bobina começa a movimentar-se axialmente em relação ao ímã. Com o movimento da bobina, todo o conjunto móvel (bobina, aranha, suspensão e cone) do alto falante coloca-se em movimento. Com isso, a corrente variável faz com que o cone vibre nas mesmas frequências sonoras da fonte, comprimindo e rarefazendo o ar à sua frente, isto é, emitindo som. A intensidade sonora está diretamente ligada à quantidade de ar movimentada, que varia dependendo do diâmetro do alto-falante e da potência aplicada pelo amplificador.

Para a maximização da fidelidade, as características de um alto-falante devem ser as mais lineares possíveis. Entretanto, na prática, isto se apresenta como um enorme desafio. A presença de características não-lineares no funcionamento de um alto-falante causa distorções por aparecimento de modos de vibração inadequados interagindo com as frequências sonoras, deturpando-as. Entre as possíveis causas de não-linearidades estão a falta de rigidez do cone e da suspensão como um todo.

2.3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA ALTO-FALANTES

Serão apresentados aqui dois modelos amplamente utilizados para a representação, modelagem e funcionamento de alto-falantes. O primeiro deles faz uma analogia das partes elétrica-mecânica-acústica do alto-falante com circuitos elétricos equivalentes, e será apresentado apenas para fins de ilustração, pois não será o adotado no presente trabalho. O modelo a ser utilizado neste trabalho é o segundo, que faz analogia ao sistema massa-mola. Será utilizado o modelo análogo ao sistema massa-mola pois este trabalho está sendo focado no estudo da dinâmica mecânica do alto-falante.

Na primeira modelagem, das partes elétrica-mecânica-acústica do alto-falante, é necessário transformar as partes mecânica e acústica em circuitos equivalentes. Para isto, na figura 2.3 são apresentadas as equivalências entre elementos elétricos, acústicos e mecânicos (OLSON, 1943).

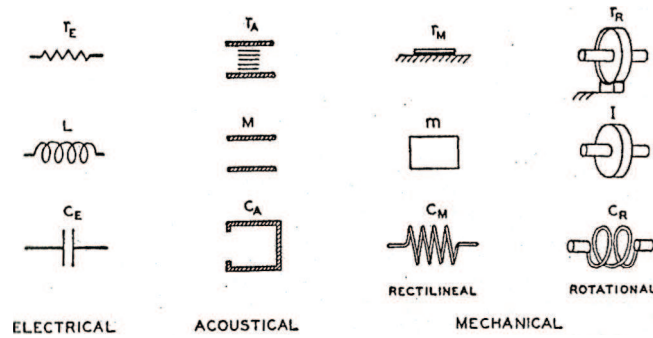


Figura 2.3: Representação de equivalência entre os elementos elétricos, acústicos e mecânicos, onde r_E =resistência elétrica, r_A =resistência acústica, r_M =resistência mecânica retilínea, r_R =resistência mecânica rotacional, L =indutância, M =inertância, m =massa, I =momento de inércia, C_E =capacitância elétrica, C_A =capacitância acústica, C_M =compliância, C_R =compliância rotacional.

Na figura 2.3, por exemplo, uma resistência acústica r_A equivale a uma resistência elétrica r_E . Assim, a partir da figura 2.3, é possível chegar ao circuito elétrico equivalente de um alto-falante, representado na figura 2.4:

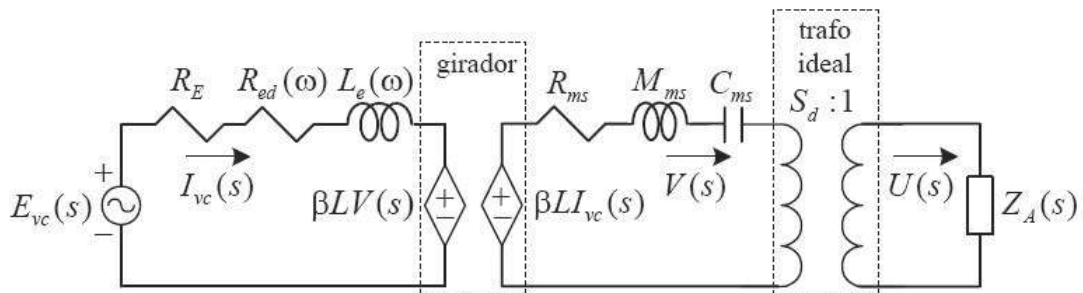


Figura 2.4: Modelo equivalente de um alto-falante eletrodinâmico. Mais à esquerda, a representação da parte elétrica, no centro os componentes equivalentes da parte mecânica e finalmente à direita a parte acústica do modelo (SILVA, 1996).

Este modelo visa o estudo do alto-falante do ponto de vista elétrico, ou elétrico-equivalente. Aplicando-se a lei das malhas (JOHNSON et al., 1990) no circuito elétrico equivalente da figura 2.4, extraímos as seguintes equações diferenciais escritas na representação de Laplace:

$$E_{vc}(s) = [R_E + R_{ed}(\omega) + sL_e(\omega)]I_{vc}(s) + \beta lV(s), \quad (2.2)$$

$$\beta lI_{vc} = V(s)\left(R_{ms} + sM_{ms} + \frac{1}{sC_{ms}} + S_d^2 Z_A(s)\right), \quad (2.3)$$

onde:

- $E_{vc}(s)$ - representa a tensão aplicada na bobina do alto falante;
- R_E - a parcela constante em relação à frequência da resistência da bobina do alto-falante;
- $R_{ed}(\omega)$ - a parcela da resistência da bobina variável com a frequência;
- $L_e(\omega)$ - a indutância da bobina do alto-falante, que é variável com a frequência;
- $I_{vc}(s)$ - a corrente que circula na bobina devido a $E_{vc}(s)$;
- βl - o produto entre a densidade de fluxo magnético pelo comprimento da bobina dentro do campo magnético;
- R_{ms} - a resistência mecânica do alto-falante;
- M_{ms} - a massa móvel do alto-falante;
- C_{ms} - a compliância do alto-falante;
- $V(s)$ - a velocidade de deslocamento do cone do alto-falante;
- S_d - a área efetiva do cone;
- $Z_A(s)$ - a impedância acústica do meio;
- $U(s)$ - a corrente que circula na impedância acústica.

Neste modelo, $E_{vc}(s)$, R_E , $R_{ed}(\omega)$, $L_e(\omega)$ e $\beta l V(s)$ representam a parte elétrica do alto falante, os itens R_{ms} , M_{ms} , C_{ms} e $\beta l I_{vc}(s)$ representam a parte mecânica e $Z_A(s)$ representa a parte acústica do alto-falante. O acoplamento entre a parte elétrica e a parte mecânica é feita através de um girador, que pode ser definido como um quadripolo onde a tensão em um par de terminais é diretamente proporcional à corrente no outro par de terminais. O acoplamento entre as partes mecânica e acústica é feita através de um transformador ideal com uma relação de espiras $S_d : 1$ (SILVA, 1996).

Frequentemente, adota-se uma analogia com o sistema massa-mola forçado amortecido como modelo simplificado para um alto-falante (GARCIA, 2005). Com ele, se estuda a dinâmica do funcionamento mecânico do alto-falante em oposição ao primeiro modelo, que se presta mais para o estudo eletrodinâmico do mesmo. O sistema massa mola com amortecimento ideal consiste de uma mola com constante $k[\frac{N}{m}]$, presa de um lado a uma parede fixa e, do outro, a uma massa $M[Kg]$. Paralelo à mola, preso na mesma parede e na mesma massa $M[Kg]$, existe um amortecedor com constante de amortecimento $c[\frac{Ns}{m}]$. Este sistema está esquematizado na figura 2.5, onde se percebe uma força externa ao sistema, representada por $F[N]$.

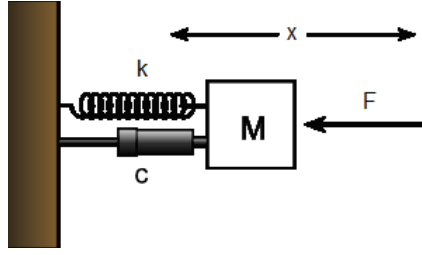


Figura 2.5: Representação de um sistema massa-mola forçado e com amortecimento.

O sistema de massa-mola forçado e com amortecimento pode ser descrito pelas equações de força do sistema massa-mola livre e do amortecimento, frequentemente assumida como proporcional à velocidade da massa. Tais equações são, respectivamente, as seguintes:

$$F_s = -kx; \quad (2.4)$$

$$F_d = -cv = -c \frac{dx}{dt}. \quad (2.5)$$

Nas equações acima, $x[m]$ representa o deslocamento da massa com relação ao seu ponto de equilíbrio, $F_s[N]$ é a força exercida sobre a massa pela mola, $v[\frac{m}{s}]$ a velocidade de movimento da massa e $F_d[N]$ a força de amortecimento exercida sobre a massa pelo amortecedor.

De acordo com a segunda lei de Newton, temos:

$$F_m = Ma = M \frac{d^2x}{dt^2}. \quad (2.6)$$

A aceleração da massa $M[Kg]$ é representada por $a[\frac{m}{s^2}]$. Combinando as equações (2.4), (2.5) e (2.6) para a forma da equação de movimento da massa, teremos uma equação diferencial de segunda ordem (2.8), resultante do somatório de forças, para o deslocamento $x[m]$ da massa em função de um tempo $t[s]$ e com uma força externa F .

$$F_m = F_s + F_d + F; \quad (2.7)$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F. \quad (2.8)$$

Pode-se definir a frequência de ressonância $\omega_0[\frac{rad}{s}]$ de um sistema como sendo a

frequência em que tende a oscilar na sua máxima amplitude. No sistema massa-mola, esta frequência é dada pelo movimento do sistema quando as forças externa e de amortecimento são nulas. Daí resulta que tal frequência é dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (2.9)$$

Este modelo pode ser utilizado também para descrever a dinâmica de um pêndulo harmônico forçado e amortecido. Neste sistema, uma massa é pendurada por um fio em um ponto fixo. Neste sistema, a posição de equilíbrio se dá quando o fio se encontra na vertical. Uma vez deslocada desta posição, a gravidade age de forma restauradora, provocando um movimento oscilatório análogo ao sistema massa-mola livre de forças externas. Além da gravidade, pode-se considerar efeitos de amortecimentos e forças externas, de modo análogo ao sistema massa-mola amortecido e forçado. No caso do pêndulo, na equação (2.8), x representa o deslocamento da massa com relação à posição de equilíbrio e k a ação da gravidade.

A partir da equação (2.8) pode-se fazer uma analogia com o sistema do alto-falante, onde estamos interessados no deslocamento do diafragma em relação à sua posição de equilíbrio (ausência de corrente alternada), dado por $x[m]$. Esta analogia pode ser vista em (GARCIA, 2005). Assim, podemos utilizar a equação diferencial de segunda ordem (2.10) dependente do tempo, dada por (PATRONIS e DAVIS, 2006):

$$M_{eff} \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x)x = \beta l I_0 \cos(\omega t), \quad (2.10)$$

onde:

- $x[m]$ - deslocamento do diafragma em relação à posição de equilíbrio;
- $M_{eff}[Kg]$ - massa móvel;
- $R_m[\frac{Kg}{s}]$ - amortecimento do sistema, dado pelas perdas mecânicas;
- $k_{eff}[\frac{N}{m}]$ - rigidez dada pelo anel da suspensão e pela aranha;
- $\beta[T]$ - campo magnético, tomado como homogêneo nestes estudos;
- $l[m]$ - tamanho do fio da bobina;
- $I_0[A]$ - corrente alternada de excitação com a informação sonora;
- $f[Hz]$ - frequência da corrente de excitação I_0 ;
- $\omega = 2\pi f$.

Neste modelo, pode-se observar que existe uma fonte de excitação, dada por $\beta I_0 \cos(\omega t)$, resultado da corrente alternada aplicada no alto-falante multiplicada pelo campo gerado a partir do imã permanente. A rigidez dada pelo anel da suspensão e pela aranha, aqui representada por $k_{eff}(x)$, compõe um importante item neste modelo. Por exemplo, se aproximarmos o anel da suspensão e a aranha por duas molas, $k_{eff}(x)$ surge como um parâmetro representando estas duas molas. Se além disso levarmos em consideração a elasticidade do cone, além da aranha e do anel da suspensão, $k_{eff}(x)$ passa a representar o conjunto desses osciladores, o que aumenta ainda mais a complexidade do modelo.

Estudos recentes ((PETOSIC et al., 2008), (DJUREK et al., 2007a) e (DJUREK et al., 2007b)) mostram a existência de não-linearidades em $k_{eff}(x)$, decorrentes do fato de que o cone, a aranha e o anel da suspensão podem sofrer uma quantidade considerável de relevantes deformações elásticas. Como será mostrado adiante, as não-linearidades intrínsecas a $k_{eff}(x)$ sugerem a existência de uma dinâmica caótica em sistemas de alto-falantes (PETOSIC et al., 2008), sendo uma importante fonte de distorções no som original.

3 SISTEMAS DINÂMICOS

O presente capítulo visa a elucidar a teoria sobre sistemas dinâmicos, bem como apresentar e discutir as ferramentas que foram utilizadas para a produção dos resultados deste trabalho. Pêndulos forçados e amortecidos, como o alto-falante e o sistema massa-mola forçado e amortecido, são representados por equações diferenciais e são passíveis de possuírem dinâmicas complexas. Por isso pertencem a área de estudos dos sistemas dinâmicos. Tipicamente sistemas dinâmicos com dinâmicas complexas são analisados com o uso de ferramentas como os diagramas de bifurcações e os mapas de Poincaré para discretização destes sistemas. Como veremos no capítulo 4, estudos recentes utilizam tais ferramentas para o estudo da dinâmica de alto-falantes. Para a redação deste capítulo foram utilizadas as referências (OTT, 1993), (FIEDLER-FERRARA e PRADO, 1994), (ALLIGOOD et al., 1996) e (ABARBANEL et al., 1998).

3.1 INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos são sistemas que variam no tempo. Portanto a principal característica é a presença da variável tempo nas equações matemáticas que os representam. Um exemplo destes sistemas são as equações da mecânica, como a da posição instantânea de um objeto em movimento em função do tempo. Na natureza encontram-se vários outros exemplos de sistemas dinâmicos. O movimento dos corpos, a temperatura local da atmosfera, o fluxo de um rio e o crescimento de um ser vivo são alguns destes exemplos.

Os sistemas dinâmicos podem ser divididos em determinísticos e estocásticos. Os sistemas determinísticos são aqueles regidos por equações determinísticas enquanto que os estocásticos só podem ser estudados por suas propriedades probabilísticas. Os sistemas dinâmicos podem ser ainda divididos em discretos e contínuos. Estes dois últimos serão apresentados nas seções 3.2 e 3.3, respectivamente.

3.2 SISTEMAS DISCRETOS

Sistemas dinâmicos discretos são sistemas onde a variável temporal assume valores de forma discreta. Por exemplo, quando se tem um mapeamento definido em um conjunto $A \subset \mathbb{R}^m$, isto é, uma função vetorial, $f : A \rightarrow A$, a simulação consiste em considerar as iterações de f a partir de uma condição inicial $x_0 \in A$. Assim, obtém-se a órbita associada a esta condição inicial $(x_0, x_1, \dots, x_n, \dots)$, onde:

$$x_n = f(x_{n-1}) = f^n(x_0), n = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

Tomando-se como exemplo a função, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = 2x - 1$. Se $x_0 < 1$, teremos $\lim_{n \rightarrow -\infty} f^n(x_0) = -\infty$. Caso $x_0 > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} f^n(x_0) = +\infty$. Quando $x_0 = 1$, sempre teremos $f^n(x_0) = 1$. Para este caso, podemos afirmar que $x_0 = 1$ é um ponto fixo, isto é, $f(x) = x$. Mais ainda, este ponto fixo é repulsor, pois para qualquer valor inicial, tão próximo quanto se queira de x_0 , a função $f(x)$ sempre irá tender para infinito. A dinâmica de sistemas lineares, do tipo $f(x) = ax + b, \forall a, b \in \mathbb{R}, a \notin 0; 1$, é bastante simples. Estes sistemas possuem um ponto atrator quando $|a| < 1$, ou repulsor quando $|a| > 1$, em $x = \frac{b}{1-a}$. Contudo, sistemas físicos reais na sua grande maioria não são lineares e podem apresentar dinâmicas simples ou altamente complexas.

Um dos mais importantes exemplos matemáticos de dinâmica não linear unidimensional é a família das funções quadráticas, definidas como, $F_\mu : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; F_\mu(x) = \mu x(1 - x)$, para $\mu > 1$. Esta família, também conhecida como família logística, é abordada na maioria de livros que tratam de dinâmica não linear de sistemas discretos. Como será visto brevemente a seguir, neste tipo de função podemos observar muitos dos regimes presentes em sistemas dinâmicos em geral, incluindo a dinâmica dos alto-falantes, variando-se apenas o parâmetro μ .

Resolvendo a equação $F_\mu(x) = x$, obtemos, como pontos fixos da função $F_\mu, x_{p1} = 0$ e $x_{p2} = \frac{(\mu-1)}{\mu}$. Fazendo uma análise, se $\mu > 1$, o ponto fixo x_{p2} permanecerá no intervalo $[0; 1]$ e o ponto fixo $x_{p1} = 0$ será repulsor se $\mu > 1$. O ponto fixo x_{p2} será repulsor se $\mu > 3$ e atrator se $1 < \mu < 3$.

No caso em que $1 < \mu < 3$, e tomando como ponto inicial $x_0 \in (0; 1)$, a função $F_\mu(x)$ tenderá a x_{p2} . Se $x_0 \notin [0, 1]$, a função $F_\mu(x)$ tenderá a $-\infty$.

Para $3 < \mu < 4$ o ponto x_{p2} deixa de possuir apenas um valor e começa a oscilar, ou seja, surgem novos pontos periódicos estáveis. Estes novos pontos periódicos estáveis aumentam quando μ varia em direção a 4. Quando o sistema atinge este estágio de complexidade, a função exibe sensibilidade das condições iniciais para alguns valores de μ , enquanto que para outros o mapa mostra comportamento periódico. Quando $\mu > 4$, o regime torna-se definitivamente complexo (caótico).

Fazendo um estudo na região em que $\mu > 4$, com condições iniciais fora do intervalo $[0; 1]$, F_μ irá divergir para $-\infty$, ou seja, $\lim_{n \rightarrow \infty} F_\mu^n(x_0) = -\infty$. Caso as condições iniciais estejam dentro do intervalo $[0, 1]$, existirão infinitos subintervalos $I_k \subset [0, 1]$ cujos pontos, se tomados como condições iniciais, farão com que a função F_μ também tenha um comportamento divergente. Se retirarmos do intervalo $[0, 1]$ todos os subintervalos de I_k , teremos um conjunto Λ ($\Lambda = [0, 1] - I_k$), que será invariante em relação à dinâmica. Isto quer dizer que, tomando-se qualquer condição inicial $x_0 \in \Lambda$, a órbita associada a este ponto também estará contida em Λ . Λ é um conjunto de pontos repulsores. É possível provar que este conjunto possui uma infinidade de pontos periódicos, onde F_μ exibe sensibilidade às condições iniciais, e que existe ao menos uma órbita que visita cada região escolhida de Λ , por menor que ela seja (DEVANEY, 1989).

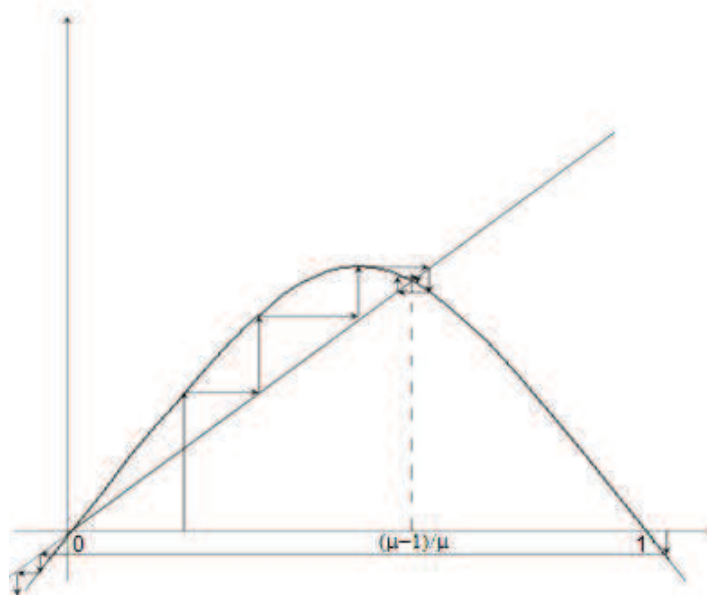


Figura 3.1: Gráfico do mapa logístico com $1 < \mu < 3$.

Até então, tratou-se apenas de sistemas unidimensionais, ou seja, com apenas uma variável. Contudo, pode-se tratar sistemas com mais dimensões. Um exemplo conhecido de dinâmica bidimensional é o sistema de Henon. O sistema de Henon é formado por duas equações acopladas (3.2) e (3.3), e duas variáveis x e y , onde a e b são parâmetros:

$$x_{n+1} = 1 - ax_n^2 + by_n, \quad (3.2)$$

$$y_{n+1} = x_n. \quad (3.3)$$

A diferença deste sistema para o mapa logístico é que agora os momentos são representados por um par ordenado (x, y) e a órbita associada à condição inicial (x_0, y_0) é uma sequência de pares ordenados $((x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n), \dots)$.

O sistema de Henon pode ter a sua dinâmica representada em um plano Oxy (espaço de fase), onde cada ponto (x_n, y_n) é associado ao seu sucessor (x_{n+1}, y_{n+1}) , seguindo as equações (3.2) e (3.3). Tem-se assim a representação do mapa de Henon. Variando os valores de a e b , tem-se variações nos regimes e, para alguns desses valores, o sistema apresentará um comportamento complexo.

Porém, qualquer ponto inicial (x_0, y_0) , dentro de certa região do espaço de fase, resulta em uma órbita que tende sempre a um mesmo conjunto invariante de pontos, atrator do sistema (figura 3.2). Esta figura, como veremos no próximo capítulo, é análoga a figura 4.8, encontrada por (PETOSIC et al., 2008) em seu trabalho teórico de modelagem dinâmica de alto-falantes.

Este conjunto atrator de pontos do sistema tem o mesmo papel que o conjunto (repulsor) Λ no caso do mapa logístico, no sentido de que ambos regem a dinâmica do sistema em suas proximidades. O sistema de Henon exibe sensibilidade às condições iniciais dentro de sua bacia de atração.

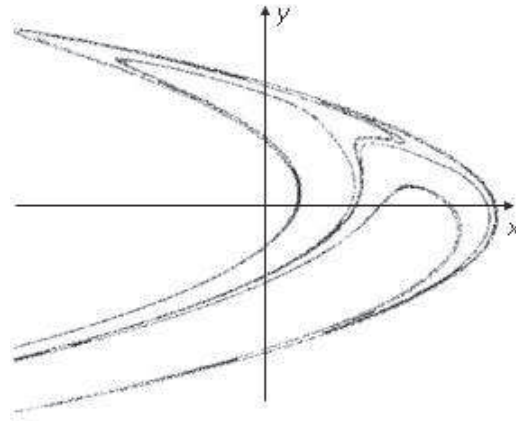


Figura 3.2: Bacia de atração para o sistema de Henon para $a=1,0$ e $b=0,6$.

3.3 SISTEMAS CONTÍNUOS

Define-se um sistema dinâmico como contínuo quando a variável tempo é contínua. Um exemplo de sistema contínuo bidimensional e não linear é o modelo de um pêndulo harmônico forçado amortecido. Este sistema é análogo ao sistema massa mola forçado e amortecido representado na figura 2.5. Como visto no capítulo 2, este tipo de sistema representa bem a dinâmica de alto-falantes.

No modelo do pêndulo harmônico amortecido a massa começará a oscilar sob ação da gravidade assim que for aplicada uma força externa periódica no tempo. Tem-se também a força de fricção (ou dissipação) com o meio (ar), proporcional à velocidade angular de oscilação.

Para que o pêndulo inicie o seu movimento oscilatório, é necessário aplicar uma força inicial na massa. Se não houver mais nenhuma força periódica aplicada ao sistema, o movimento do pêndulo tenderá a amplitudes cada vez menores, tendendo a zero. Isso se deve ao fato de, sob ação da gravidade, existir uma dissipação devido à fricção com o ar. Neste caso, para que o pêndulo continue em movimento, é necessário adicionar energia ao sistema, ou seja, deverá ser aplicada no sistema uma força periódica.

Aplicando uma força inicial na massa e considerando o atrito e forças periódicas aplicadas ao sistema como nulas, o pêndulo terá um movimento livre de modo repetitivo (periódico), como o pêndulo de um relógio.

Para os casos em que existem forças de atrito e periódicas aplicadas à massa, podem existir comportamentos periódicos e caóticos. Na figura 3.3 pode-se ver um mapa de fase x versus y de um sistema periódico, onde x é o deslocamento da massa com relação a

posição em que o fio preso a ela encontra-se na posição vertical, e y é a velocidade de deslocamento da massa.

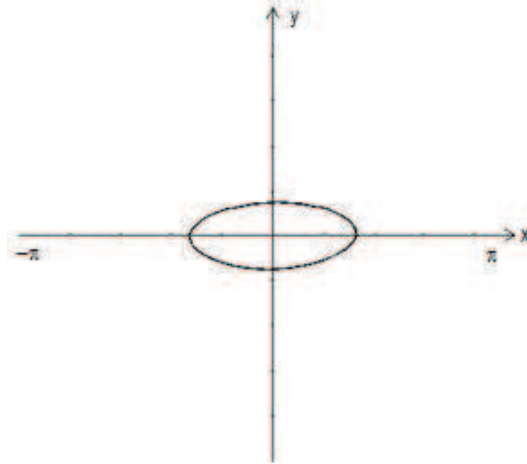


Figura 3.3: Uma órbita periódica no espaço de fase de um pêndulo harmônico forçado e amortecido. O eixo x é o deslocamento da massa com relação a posição em que o fio preso a ela encontra-se na posição vertical e o eixo y representa a velocidade de deslocamento da massa.

Para alguns valores de parâmetros o sistema que modela o movimento do pêndulo harmônico forçado amortecido pode apresentar comportamentos caóticos. Como exemplo, pode-se analisar o mapa de fase na figura 3.4.

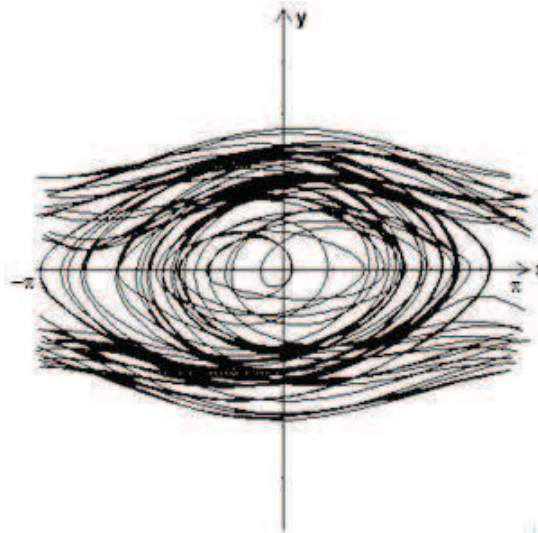


Figura 3.4: Órbita caótica no espaço de fase de um pêndulo harmônico forçado e amortecido. O eixo x é o deslocamento da massa com relação a posição em que o fio preso a ela encontra-se na posição vertical e o eixo y representa a velocidade de deslocamento da massa.

Na figura 3.4 pode-se observar um comportamento bem diferente da figura 3.3. Esta diferença de comportamento se deu pela simples modificação dos parâmetros.

Comparando as figuras 3.3 e 3.4, pode-se notar que na figura 3.3 a dinâmica do pêndulo é periódica, porém na figura 3.4 é extremamente difícil observar esta periodicidade. Baseado apenas nas figuras de mapa de fase, não pode-se concluir se a dinâmica do pêndulo é realmente complexa (caótica) ou periódica com um período bastante grande. Mas, se esperarmos tempo suficiente, toda a região interna da figura 3.4 se mostrará preenchida, e isto indica fortemente a existência de regimes caóticos no sistema.

3.4 MAPAS DE POINCARÉ E DIAGRAMAS DE BIFURCAÇÕES

Tipicamente sistemas contínuos são complexos de serem analisados diretamente. Assim, uma solução frequente no estudo de sistemas dinâmicos é a utilização dos mapas de Poincaré para a discretização de sistemas contínuos. Esta ferramenta, como veremos no capítulo 6, será utilizada neste trabalho para o estudo da dinâmica de alto-falantes.

Um mapa de Poincaré é sempre associado a um sistema de m equações diferenciais $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m; \frac{dx}{dt} = f(x)$. Trata-se de um mapeamento determinado pela intersecção das órbitas do sistema com um conjunto aberto Σ de um espaço vetorial de co-dimensão 1 do espaço de fase \mathbb{R}^m . Este mapeamento é definido da seguinte maneira: $\pi : \Sigma \rightarrow \Sigma; x_{(n+1)} = \pi(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, n$, onde $x_0 \in \Sigma$ e $\pi(x_n)$ é definido como a próxima intersecção (única) da órbita que passa por x_n com a seção Σ , como ilustrado na figura 3.5. É importante observar que Σ deve ser tomada pequena o suficiente para que $\frac{dx_n}{dt}$ e $\frac{dx_{(n+1)}}{dt}$ formem um ângulo menor que 90 graus.

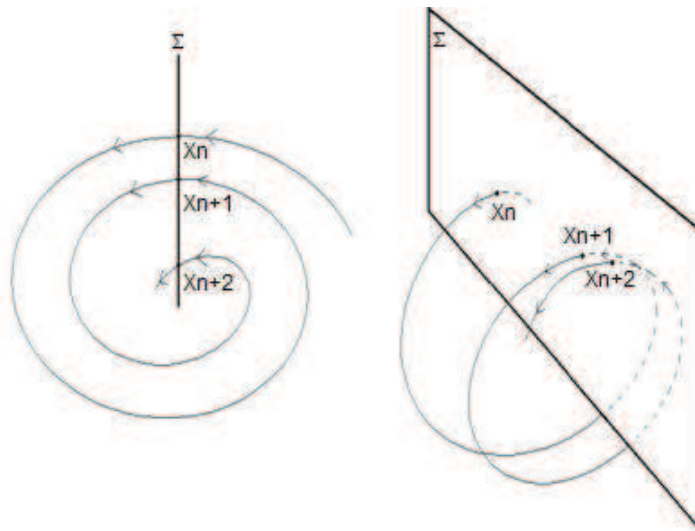


Figura 3.5: Exemplos de aplicações de Poincaré para um sistema bidimensional (esquerda) e para um sistema tridimensional (direita).

Utilizando mapas de Poincaré, o estudo de sistemas contínuos se torna frequentemente simplificado. Mapas de Poincaré reduzem um sistema contínuo a um sistema discreto com uma dimensão a menos, tornando-o mais simples. Por exemplo,

uma seção de Poincaré bidimensional transversal ao caminho das órbitas produz um mapa bidimensional. Com isto, uma órbita periódica do sistema corresponde a um ponto fixo da respectiva aplicação de Poincaré. É possível provar que todas as propriedades não triviais dos caminhos das órbitas são mantidas pelo seu mapa de Poincaré.

Considerando sistemas não-autônomos $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$, considera-se também a seção de Poincaré no espaço de fase estendido $(x, t) \in \mathbb{R}^{m+1}$. Neste caso as seções são m -dimensionais e a direção transversal é definida por t . A variável temporal possui natureza irreversível, portanto as órbitas no espaço estendido não retornam à seção. Por isso, nestes casos, diferentemente dos sistemas autônomos $\frac{dx}{dt} = f(x)$ é considerada uma sequência de seções $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n, \dots \subset \mathbb{R}^m$, todas perpendiculares à direção de t . Dado $x_0 \in \Sigma_0$, definimos $x_{n+1} = \pi(x_n), n = 0, 1, 2, \dots$, como sendo a projeção da interseção da órbita definida por $(x(t_n), t_n) \in \mathbb{R}^{m+1}$ com Σ_{n+1} projetada, segundo t , sobre Σ_0 . O espaçamento entre as seções Σ_n é, em geral, uniforme e está relacionada com a maneira em que t aparece explicitamente no sistema. Por exemplo, quando f é periódica em t com período T , as seções são tomadas em intervalos de $t_{n+1} - t_n = T$ (PARKER S.T.; CHUA, 1987).

Para representar o mapa de fase bidimensional, não se considera o eixo tempo, representando todos os pontos de uma órbita em um mesmo plano. No caso de um mapa de fase tridimensional, onde é representado o tempo, este deve ser perpendicular ao plano Oxy . Por consequência, as seções de Poincaré de mapas de fase tridimensionais serão bidimensionais. O sistema do pêndulo harmônico forçado amortecido, por possuir a dependência explícita na variável tempo, é um exemplo de sistema não autônomo. Na figura 3.6, são exibidas as aplicações de Poincaré para um mapa de fase deste sistema. No lado esquerdo da figura 3.6, temos uma seta indicando um ponto o qual representa uma órbita periódica. No lado direito da figura 3.6, temos uma seção de Poincaré para um sistema em regime caótico.

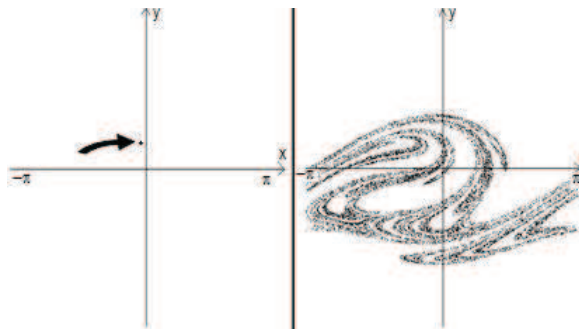


Figura 3.6: Mapas de Poincaré do sistema do pêndulo harmônico forçado amortecido. Na esquerda uma órbita periódica, na direita um regime caótico.

A figura 3.6 é análoga a figura 4.8 que representa o mapa de Poincaré apresentado por (PETOSIC et al., 2008) em sua modelagem de alto-falantes. Seções de

Poincaré são normalmente utilizadas em modelos que exibem comportamento periódico, quase-periódico ou caótico. Constituem-se assim, como uma ferramenta importante na investigação de aplicações de sistemas dinâmicos contínuos. Esta ferramenta será utilizada para a produção dos resultados deste trabalho.

Outra ferramenta bastante utilizada no estudo de sistemas dinâmicos é o diagrama de bifurcações. Este diagrama consiste em analisar o comportamento das órbitas a cada iteração nos parâmetros do sistema. O mapa logístico $F_\mu(x) = \mu x(1 - x)$ atinge instabilidades com a variação do parâmetro μ , surgindo novas órbitas no sistema. Estas instabilidades podem ser representadas através de um diagrama de bifurcação, como apresentado na figura 3.7.

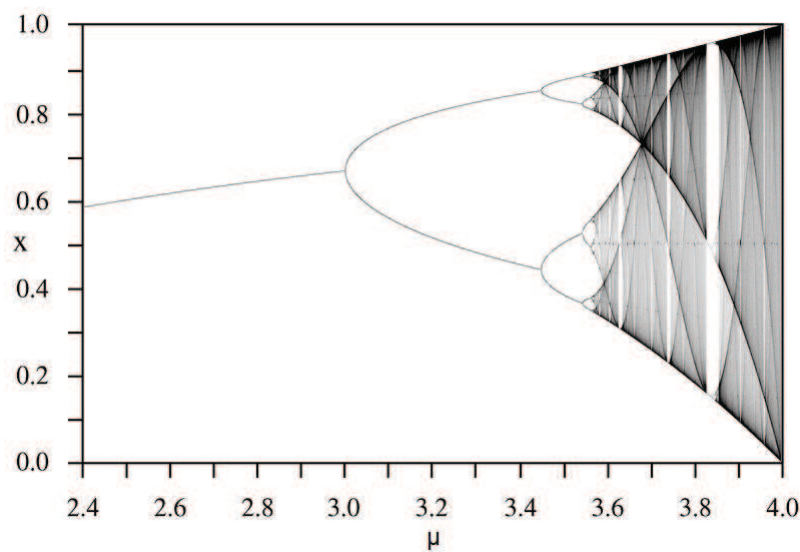


Figura 3.7: Diagrama de bifurcação para o mapa logístico.

O diagrama de bifurcação pode ser obtido a partir da análise dos pontos fixos e periódicos x_{pi} com a variação dos parâmetros do sistema. No caso do mapa logístico, consiste em analisar o surgimento de tais pontos para diferentes valores do parâmetro μ . Na figura 3.7 podemos ver que com $\mu > 3$, o mapa logístico passa a ter um comportamento multiperiódico. A partir de $\mu > 3,5$, vê-se então uma alternância de regimes caóticos e coerentes (não caóticos), até $\mu = 4$. Um comportamento deste tipo no estudo de um sistema qualquer sugere fortemente comportamentos caóticos do mesmo. A figura 3.7 é análoga a figura 4.3, que foi obtida a partir da medição de um alto-falante ao ar livre e foi apresentado em (DJUREK et al., 2007b). Como veremos no próximo capítulo comportamentos de bifurcações foram observados em medidas experimentais feitas em alto-falantes ao ar livre e no vácuo indicando fortemente comportamentos caóticos.

3.5 SISTEMAS DINÂMICOS CAÓTICOS

Até agora neste trabalho, a palavra caos tem sido usada sem uma definição precisa. Não existe uma única definição para dinâmica caótica. Entretanto, uma definição matemática para sistemas dinâmicos caóticos discretos amplamente aceita é dada por Robert L. Devaney, em seu livro *Chaotic Dynamical Systems* (DEVANEY, 1989). Segundo Devaney, um mapa $f : V \rightarrow V$ é dito caótico se atender às seguintes condições:

1. Se f possuir sensibilidade às condições iniciais;
2. Se f possuir transitividade topológica;
3. O conjunto dos pontos periódicos de f for denso em V .

A sensibilidade às condições iniciais implicará em imprevisibilidade, ou seja, para dois pontos quaisquer, após um tempo suficientemente grande, a distância entre eles não será a mesma que a inicial. O fato de f possuir transitividade topológica significa dizer que, iterando-se um número suficiente de vezes, todos os estados possíveis para o sistema serão aproximadamente atingidos. Ou seja, para um tempo suficientemente grande, a órbita vai acabar passando, tão perto quanto se queira, de qualquer ponto na região onde a função está definida. Devido a isto, não podemos decompor um sistema caótico em subsistemas invariantes e/ou independentes. E a condição, dizer que o conjunto de pontos periódicos de f é denso em V , significa dizer que para o conjunto dos pontos periódicos contidos no conjunto total de pontos disponíveis, qualquer ponto no conjunto dos disponíveis e com uma vizinhança tão pequena quanto se queira, irá existir um ponto periódico nesta vizinhança. Esta condição juntamente com a transitividade topológica implica em uma regularidade implícita no sistema, o que acarreta em um comportamento de "eterno retorno" a todos os estados possíveis. Tal fenômeno é denominado recorrência. Estas três condições resultam nas características citadas nos exemplos das seções 3.2, 3.3 e 3.4.

De uma maneira geral, um sistema discreto $f : A \rightarrow A$ é caótico se existe um subconjunto $V \subset A$ cuja restrição $f : V \rightarrow V$ de f a V é caótico; e dizemos que um sistema dinâmico contínuo é caótico se houver uma aplicação de Poincaré caótica a ele associada. No caso da função logística $F_\mu(x) = \mu x(1 - x)$, quando $\mu > 4$, definida no conjunto $\Lambda \subset [0; 1]$, constitui um sistema discreto unidimensional em regime caótico pois é possível provar que, nessas condições, a função atende às três condições de Devaney.

Sistemas caóticos podem apresentar muito do seu comportamento qualitativo através da topologia do conjunto regente (atrator ou repulsor) de suas órbitas. Para isso existem diversas técnicas, como a aplicação da geometria fractal. Outra ferramenta utilizada é a avaliação qualitativa da sensibilidade das condições iniciais através do cálculo dos expoentes de Lyapunov. Para estudar a dinâmica dos alto-falantes de forma

qualitativa, serão utilizados o mapa de Poincaré e o diagrama de bifurcação. Tais ferramentas, como veremos no capítulo a seguir, são amplamente utilizados para o estudo da dinâmica de alto-falantes.

4 DINÂMICA CAÓTICA EM ALTO-FALANTES

Neste capítulo serão apresentados os trabalhos publicados na área de sistemas dinâmicos e que utilizam os alto-falantes como alvo de estudo. O estudo de dinâmicas caóticas em alto-falantes é um assunto recente, dadas a quantidade e datas dos artigos publicados. Isso mostra como este assunto ainda é pouco explorado. A seguir serão analisados brevemente alguns destes artigos.

A evidência da existência de possíveis regimes caóticos em alto-falantes foi observada pela primeira vez por (WEI et al., 1986), onde foi notado o aparecimento de diversos subharmônicos no sistema utilizando-se diversas frequências e tensões de excitação. Em (TONG et al., 1991) foi identificado caos através da medição de expoentes de Lyapunov e dimensões fractais. Entretanto, os resultados não podem ser considerados válidos, pois o autor não coloca como foram manipulados os dados, não permitindo a repetibilidade dos experimentos. Outros dois artigos tratam do anti-controle e da sincronização do caos (GEe LEU, 2004a) e (GEe LEU, 2004b) em sistemas de alto-falantes, mas estes não estão no foco deste trabalho, pois tratam de sistemas de alto-falantes e não do alto-falante individualmente.

Neste trabalho o interesse é na existência de regimes caóticos no funcionamento de alto-falantes. Nesta direção os artigos mais contundentes são: (DJUREK et al., 2007a), (DJUREK et al., 2007b), (REISS et al., 2008) e (PETOSIC et al., 2008).

Em (DJUREK et al., 2007a) existe a tentativa de comprovação da existência de caos em alto-falantes de graves através de experimentos práticos. Naquele trabalho, são apresentados os resultados de experimentos com relação à variação da corrente alternada em torno da frequência de ressonância de um alto-falante de graves. O que se observa primeiramente é um comportamento de deformação na curva de impedância e fase do alto-falante, na região próxima à frequência de ressonância (figura 4.1).

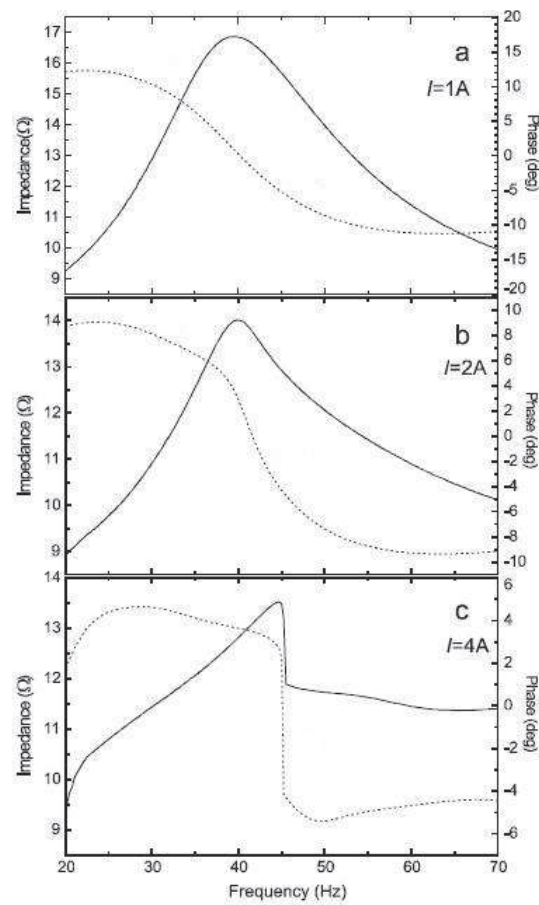


Figura 4.1: Curvas de ressonância para diferentes correntes (I valendo 1, 2 e 4A) medidas no ar. A linha contínua representa a curva da impedância e a linha tracejada representa a curva de fase do alto-falante. A frequência de ressonância é o ponto onde a impedância possui maior valor (DJUREK et al., 2007a).

O autor estuda com mais detalhe a região que possui este comportamento atípico de deformação. É colocado um sinal no alto-falante onde a frequência varia entre 45 Hz e 55 Hz , que é próximo da frequência de ressonância. Neste sinal a corrente alternada é incrementada gradualmente e a resposta em frequência do alto-falante é medida.

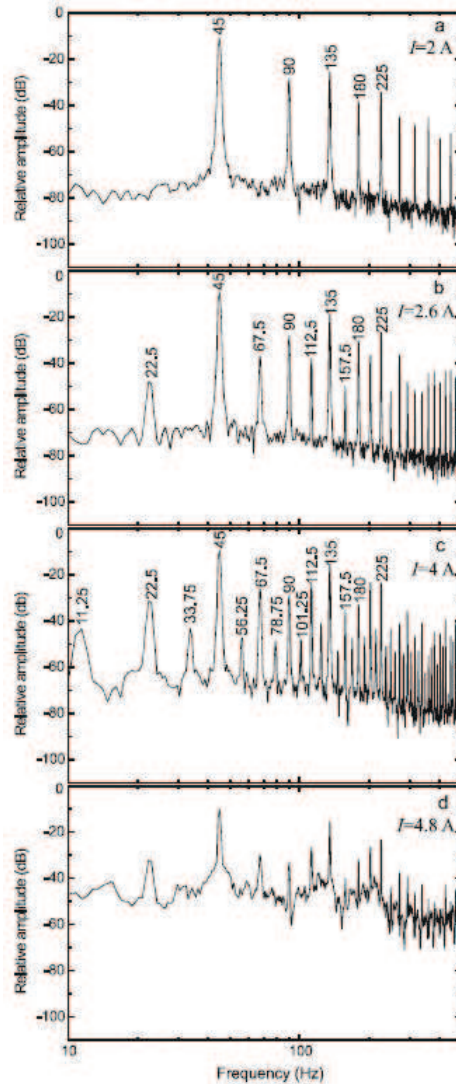


Figura 4.2: Espectro de frequências para diferentes correntes (I) medidas no ar (DJUREK et al., 2007a).

Nota-se na figura 4.2 que, com o aumento da corrente, novas harmônicas surgem na resposta em frequência do alto-falante. Surgem inclusive frequências abaixo da frequência de ressonância com valor de $f/2$ (figura 4.2b). Estas frequências harmônicas vão surgindo gradativamente, até que provocam um aumento aproximadamente uniforme em todo o espectro considerado (figura 4.2d). Segundo (DJUREK et al., 2007b), a figura 4.2d é um indicativo forte da existência de caos em alto-falantes. O autor afirma ainda que o alto-falante é extremamente não linear, devido basicamente à falta de rigidez intrínseca do cone, do anel da suspensão e da aranha.

No trabalho (DJUREK et al., 2007b), é apresentada a possibilidade da existência de caos em alto-falantes principalmente devido à falta de rigidez do cone. Primeiramente o autor apresenta o diagrama de bifurcação obtido através de experimento (figura 4.3), onde é apresentado o diagrama do deslocamento do cone em função da corrente alternada. Este experimento foi feito no ar e o incremento da corrente foi de $20 \frac{mA}{s}$. Este tipo de

diagrama (figura 4.3) indica a existência de caos.

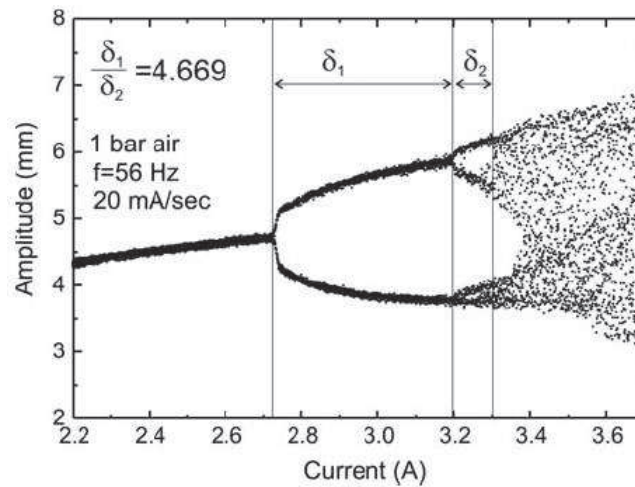


Figura 4.3: Diagrama de bifurcação de um alto-falante medido no ar (DJUREK et al., 2007b).

Quando a corrente é igual a $2,72A$ o alto-falante começa a vibrar em duas amplitudes diferentes e variantes na escala de tempo. Este fenômeno de bifurcação aparece novamente em $3,2A$ com a aparição de quatro amplitudes variantes no tempo. O processo termina em um número virtual de infinitas amplitudes variantes no tempo.

Após o resultado prático apresentado na figura 4.3 o autor inicia uma discussão sobre a rigidez do cone. Primeiramente ele faz uma crítica à maneira de como a rigidez de cones é medida. Esta medida é feita sempre de maneira estática. Com esta medida é possível construir uma curva de rigidez em função do deslocamento x do cone, sendo que esta curva apresenta uma forma quadrática do tipo $k_{eff}(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$, onde $\alpha = 480Nm^{-1}$, $\beta = 31Nm^{-2}$ e $\gamma = 7,5Nm^{-3}$ para o alto-falante dos experimentos em (DJUREK et al., 2007b). Substituindo k_{eff} na equação (2.10) surge um termo cúbico, que segundo o autor, faz com que este tipo de função não provoque caos em sistemas dinâmicos. Com isso, o autor segue em busca de não-linearidades na rigidez do cone que sejam dinâmicas ao longo do tempo, ou seja, que não tenham a mesma forma das apresentadas nas medições estáticas. Como conclusão o autor sugere que a rigidez do cone pode apresentar uma forma estocástica.

No trabalho (REISS et al., 2008) o autor analisa dados coletados experimentalmente de um alto-falante e utiliza diversas técnicas de teoria do caos e análises de séries temporais para mostrar que realmente os alto-falantes apresentam caos. Tempos de atraso, dimensão fractal e expoentes de Lyapunov foram determinados a partir dos dados experimentais. Na figura 4.4 pode-se observar duas seções de Poincaré obtidas a partir dos dados experimentais. Estas figuras sugerem comportamentos caóticos. Segundo o autor, a dinâmica caótica em alto-falantes se dá em pequena dimensão e este comportamento se mostra adequado para implementação de técnicas de controle.

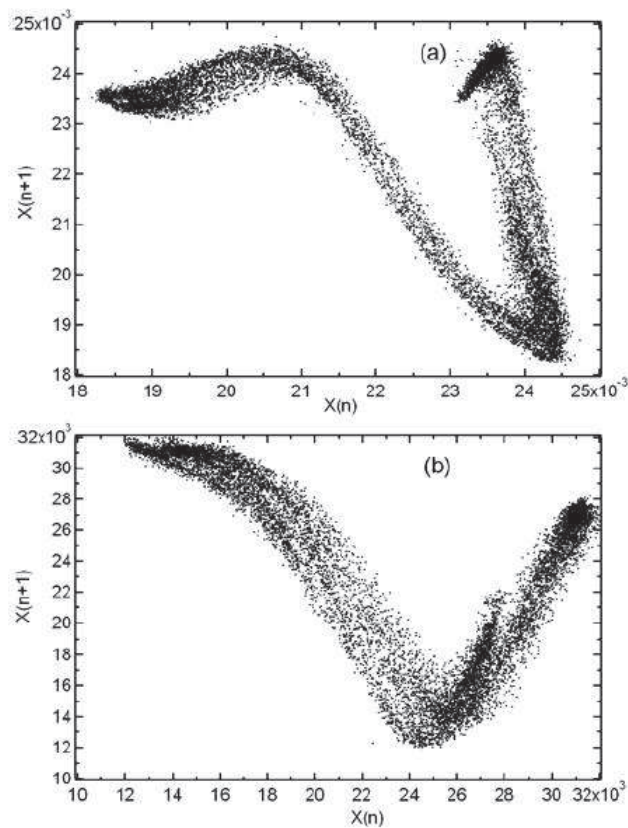


Figura 4.4: Duas seções de Poincaré para o alto-falante. Na parte (a) a seção foi feita nos valores máximos do sistema e na parte (b) a seção foi feita nos valores mínimos do sistema (REISS et al., 2008).

Em (REISS et al., 2008), várias estimativas para a dimensão fractal foram testadas. Apesar de se obter um bom resultado qualitativo, resultados quantitativos para a dimensão fractal não foram satisfatórios por uma série de questões. Isto pode ser explicado em parte pela pequena quantidade de pontos medidos, que também se mostraram bastante ruidosos, o que faz com que os cálculos para dimensão fractal se tornem ineficazes.

Por outro lado, a estimativa do expoente de Lyapunov se mostrou plenamente satisfatória, mostrando resultados consistentes nos diferentes métodos utilizados para estimação. Estes resultados apresentaram a evidência de um expoente de Lyapunov positivo, indicando fortemente o caos.

Finalmente foram estimados os autovalores e os autovetores associados com as órbitas periódicas não estáveis. Assim, com a aplicação de diversas técnicas, o autor sugere fortemente a existência de dinâmica caótica em alto-falantes.

Até este momento foram analisados apenas trabalhos que apresentam resultados de experimentos práticos na existência de caos em alto-falantes. No trabalho (PETOSIC et al., 2008) são apresentadas as primeiras tentativas de modelagem dos regimes caóticos encontrados na literatura. Neste artigo o autor utiliza o modelo do alto-falante análogo ao do pêndulo harmônico forçado e amortecido (2.10). Neste modelo o parâmetro k_{eff}

representa as não-linearidades do cone, da aranha e do anel da suspensão. Porém, a modelagem destas não linearidades se mostra bastante complexa, pois o cone, a aranha e o anel da suspensão podem sofrer uma quantidade considerável de pequenas deformações. O autor então sugere uma não-linearidade mais simples para representar k_{eff} , apresentada na figura 4.5.

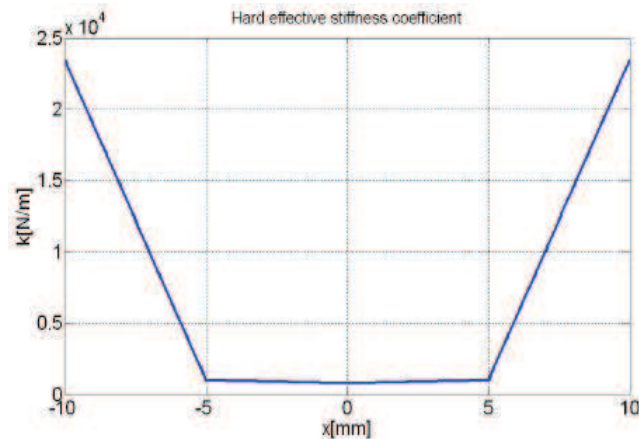


Figura 4.5: Não-linearidade assumida para k_{eff} proposto em (PETOSIC et al., 2008).

Dada a sugestão de não-linearidade proposta na figura 4.5, o autor segue em busca do comportamento caótico neste modelo, utilizando como base os resultados práticos obtidos em (REISS et al., 2008). Importante observar na figura 4.5 que k_{eff} é constante para valores de deslocamento de $-5 < x < 5$ milímetros, ou seja, a não linearidade começa a se manifestar para grandes deslocamentos do cone. Nas figuras 4.6 e 4.7 o autor apresenta o gráfico de velocidade e deslocamento em relação à corrente, e o diagrama de bifurcação, respectivamente. Ambos foram obtidos a partir do modelo da equação (2.10) e da não-linearidade da figura 4.5 para k_{eff} . Os parâmetros utilizados na equação são $M_{eff} = 16g$, $R_m = 0,41 \frac{kg}{s}$ e $\beta l = 5,5Tm$. A frequência da fonte de excitação foi de $43Hz$ e a variação na corrente I_0 foi de 2 a 3A. No diagrama de bifurcação (figura 4.7) não é claro o momento em que os pontos periódicos perdem estabilidade para o aparecimento de novas órbitas. Porém, o que se vê na figura 4.7 é que para valores de corrente 2,55, 2,6 e 2,65, sugere fortemente bifurcações análogas àquelas vistas para o mapa logístico (figura 3.7). Neste caso, o que se vê para os demais valores de corrente mostrados naquela figura, sugeririam a presença de caos. Além disso, a figura 4.8 também sugere fortemente o comportamento caótico. De fato, a figura 4.8 possui muitas semelhanças com a figura 3.6. Todo esse comportamento dinâmico do modelo está em concordância com os resultados experimentais dos quais resultou a figura 4.3.

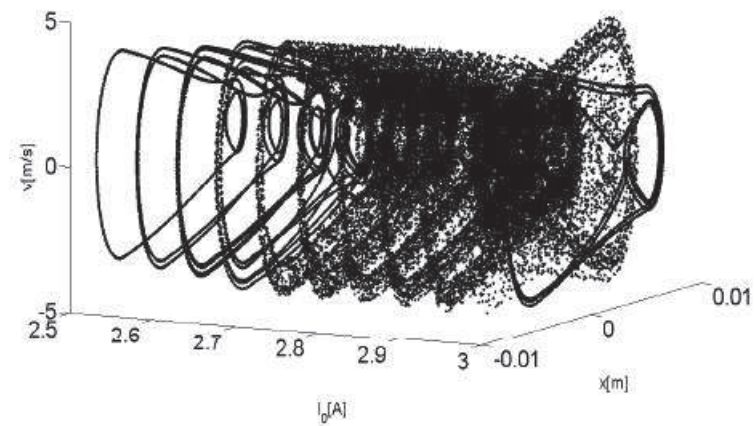


Figura 4.6: Gráfico da velocidade ($v[m/s]$) e deslocamento ($x[m]$) em relação a corrente ($I_0[A]$) para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).

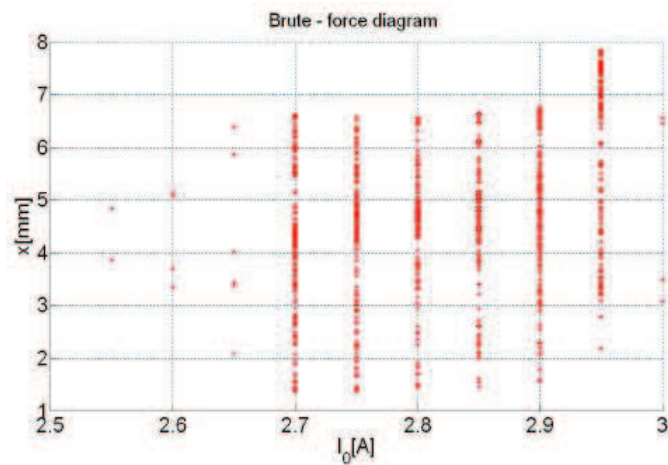


Figura 4.7: Diagrama de bifurcação para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).

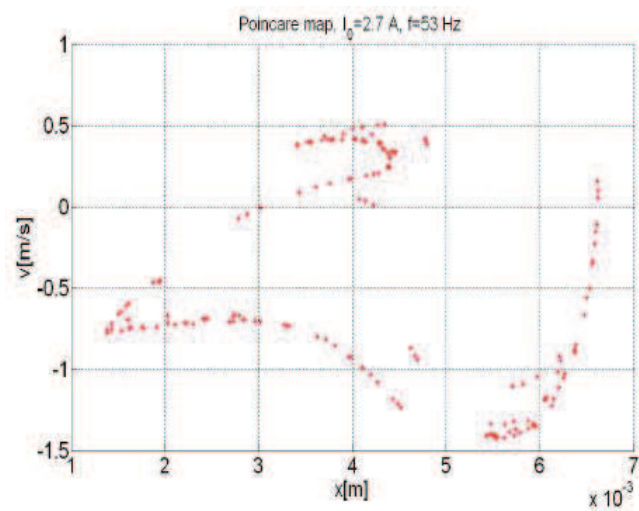


Figura 4.8: Seção de Poincaré para frequência de ressonância $f = 53Hz$ e corrente de excitação $I_0 = 2.7A$ para o modelo proposto em (PETOSIC et al., 2008).

5 FORMULAÇÃO DO MODELO

No presente capítulo será apresentada a modelagem proposta pelo autor neste trabalho para o termo da caixa acústica, que é como a maioria dos alto-falantes são utilizados. A partir da modelagem utilizada por (PETOSIC et al., 2008) para o alto-falante, será adicionado o termo relativo à caixa acústica selada. Será apresentada também a metodologia a ser empregada para o desenvolvimento e geração dos resultados do trabalho.

No trabalho (PETOSIC et al., 2008) é exibida uma tentativa de modelagem do sistema dinâmico de um alto-falante de graves, através do modelo do pêndulo harmônico amortecido (2.10). Nessa modelagem, bem como os resultados experimentais apresentados em (REISS et al., 2008), é assumido que o alto-falante encontra-se dentro de uma caixa selada sem qualquer abertura onde pode-se controlar a pressão interna, chegando até o vácuo quando necessário. Porém, não é desta maneira que os alto-falantes são utilizados na maioria das suas aplicações, e sim em caixas acústicas (figura 5.1).



Figura 5.1: Na esquerda a representação do modelo de (PETOSIC et al., 2008) e dos experimentos de (REISS et al., 2008). Na direita uma caixa acústica usual.

Quando leva-se em consideração a maneira na qual escuta-se os alto-falantes, ou seja, em caixas acústicas, deve-se levar em consideração as forças restauradoras ao movimento do cone que surgem neste ambiente. Estas forças não foram consideradas nos trabalhos de (PETOSIC et al., 2008) e (REISS et al., 2008).

Com o movimento do cone do alto-falante, surge uma variação de pressão dentro da caixa acústica. Esta pressão aumenta com o movimento do cone para dentro da caixa, e isto faz com que surja uma força restauradora agindo no cone de forma a forçá-lo a sua posição de equilíbrio. O mesmo acontece quando o cone se movimenta para fora da caixa, diminuindo a pressão interna da caixa, fazendo surgir uma força agindo no sentido de trazer o cone novamente à sua posição de equilíbrio.

Assim, pode-se adicionar um termo F à equação (2.10), como sendo essa força restauradora devido àquelas variações de pressão no interior das caixas acústicas. Ou

seja, a equação (2.10) é modificada da seguinte forma:

$$M_{eff} \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x)x + F = \beta l I_0 \cos(\omega t). \quad (5.1)$$

A força F pode ser descrita como a diferença (δP) entre a pressão interna da caixa acústica e a pressão atmosférica P_0 multiplicada pela área do cone do alto-falante (A). Então:

$$F = \Delta P A, \quad (5.2)$$

onde a área A do cone do alto-falante é dada na equação (5.3), onde D é o diâmetro do cone:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2. \quad (5.3)$$

A pressão interna P da caixa acústica pode ser descrita pela lei dos gases ideais (5.4), onde $V[m^3]$ é o volume interior da caixa, n o número de moles do gás, R é uma constante dada por $8,314 \left[\frac{J}{(molK)}\right]$ e $T[K]$ a temperatura do gás.

$$PV = nRT. \quad (5.4)$$

Na presente modelagem, o processo físico foi considerado isotérmico. Assim, a pressão interna da caixa acústica P será dependente apenas da variação do volume interno da caixa acústica dado por V .

O volume interno V da caixa acústica pode ser descrito da seguinte maneira:

$$V = V_0 + Ax, \quad (5.5)$$

onde V_0 representa o volume inicial da caixa acústica, A a área do cone e x o deslocamento do cone em relação a sua posição de equilíbrio.

Assim, a partir da equação (5.2) podemos deduzir a força restauradora F , como

$$F = (P - P_0)A. \quad (5.6)$$

Substituindo P a partir da equação (5.4), temos:

$$F = \left(\frac{nRT}{V} - P_0\right)A. \quad (5.7)$$

Considerando o processo como isotérmico, temos:

$$P_0V_0 = nRT. \quad (5.8)$$

Então,

$$F = \left(\frac{P_0V_0}{V} - P_0\right)A. \quad (5.9)$$

Substituindo V a partir da equação (5.5), temos:

$$F = \left(\frac{P_0V_0 - P_0V_0 - P_0Ax}{V_0 + Ax}\right)A. \quad (5.10)$$

Seja,

$$F = \frac{-P_0A^2x}{V_0 + Ax}. \quad (5.11)$$

Substituindo A a partir da equação (5.3), finalmente podemos escrever a força restauradora F como sendo:

$$F = -\frac{\pi^2\left(\frac{D}{2}\right)^4P_0x}{V_0 + \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2x}. \quad (5.12)$$

Substituindo F na equação (5.1), tem-se o modelo adotado neste trabalho.

$$M_{eff} \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + k_{eff}(x)x - \frac{\pi^2\left(\frac{D}{2}\right)^4P_0x}{V_0 + \pi\left(\frac{D}{2}\right)^2x} = \beta I I_0 \text{Cos}(\omega t). \quad (5.13)$$

Para fins de simulação, a equação (5.13) foi desmembrada nas quatro equações diferenciais de primeira ordem abaixo, onde \dot{u} e \dot{v} representam um seno e um cosseno, respectivamente.

$$\dot{x} = y, \quad (5.14)$$

$$\dot{y} = \frac{\beta l I_0 \dot{v}}{M_{eff}} - \frac{R_m y}{M_{eff}} - \frac{k_{eff}(x)x}{M_{eff}} - \frac{\pi^2 (\frac{D}{2})^4 P_0 x}{V_0 + \pi (\frac{D}{2})^2 x M_{eff}}, \quad (5.15)$$

$$\dot{u} = u + \omega \dot{v} - u(u^2 + v^2), \quad (5.16)$$

$$\dot{v} = -\omega u + v - v(u^2 + v^2). \quad (5.17)$$

Assim, neste trabalho, está sendo proposto o estudo da dinâmica em alto-falantes levando em consideração as forças restauradoras presentes quando da sua aplicação em caixas acústicas seladas. Para este estudo foi utilizado o modelo apresentado na equação (5.13), por ser a mais simples forma de levar em consideração os efeitos da caixa acústica selada. Nesse modelo pode-se observar que quando V_0 for muito grande, ou tender a infinito, o seu comportamento tenderá ao da equação (2.10). Com o termo da caixa acústica, o modelo é modificado, sendo adicionado mais um termo não linear, o que deverá ter consequências importantes nos regimes caóticos encontrados por (REISS et al., 2008).

Para o estudo do modelo (5.13) (ou (5.14) a (5.17)), foi utilizada uma metodologia análoga à sugerida por (PETOSIC et al., 2008). Como apresentado no capítulo 3, esta metodologia é amplamente utilizada na literatura para análise de sistemas dinâmicos. Esta metodologia consiste em analisar os retratos de fases e implementar os diagramas de bifurcação com a variação dos parâmetros relevantes, no caso, a corrente I_0 e o volume V_0 . Para o cálculo destes diagramas foram desenvolvidos e implementados pacotes nos softwares Mathematica e Matlab. Para a validação, estes pacotes foram utilizados no sistema de um pêndulo harmônico forçado e amortecido, sistema este conhecido e amplamente estudado na literatura de sistemas dinâmicos.

Assim, foi observado o comportamento do modelo da equação (5.13) para diferentes valores de V_0 e I_0 , iniciando-se com valores altos e diminuindo-se até valores de volume que sejam factíveis com a instalação dos alto-falantes considerados no interior da caixa acústica.

6 RESULTADOS

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram utilizados os parâmetros do alto-falante utilizado por (PETOSIC et al., 2008), onde os parâmetros são: $M_{eff} = 16g$, $R_m = 0,41 \frac{kg}{s}$, $\beta l = 5,5Tm$, diâmetro de 16 cm e a frequência da fonte de excitação foi de 43 Hz . A não-linearidade $k_{eff}(x)$ utilizada foi a mesma utilizada por (PETOSIC et al., 2008), e está representada na figura 4.5. Adicionalmente, foi considerado este alto-falante instalado em uma caixa acústica, conforme apresentado no capítulo 5. As ferramentas utilizadas para o desenvolvimento foram o diagrama de bifurcações, o retrato de fases (atratores) e os espectros de frequências. Estas ferramentas são amplamente difundidas no estudo de sistemas caóticos e foram apresentadas e discutidas no capítulo 3.

Este capítulo será dividido em duas subseções. A primeira delas irá tratar da influência do volume da caixa acústica na dinâmica do alto-falante e a segunda irá tratar da influência do volume da caixa acústica nos espectros de frequência.

6.1 INFLUÊNCIA DO VOLUME DA CAIXA ACÚSTICA NA DINÂMICA DOS ALTO-FALANTES

Aqui, estamos especialmente interessados no estudo da influência do volume na dinâmica dos alto-falantes. Para isto, iremos usar como ferramenta de apresentação, o diagrama de bifurcações. Para exemplificar o processo para a criação dos diagramas de bifurcações, segue a figura 6.1.

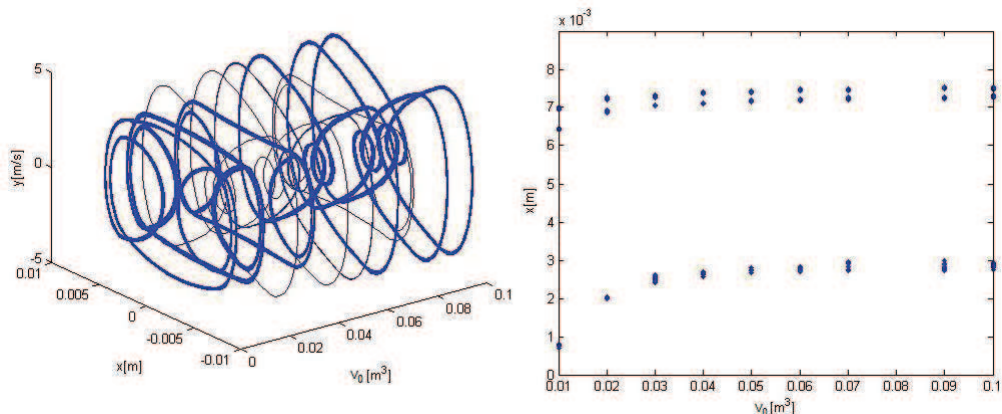


Figura 6.1: Na esquerda segue a figura com os retratos de fase dos atratores do alto-falante instalado na caixa acústica. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$, o eixo x representa o deslocamento do cone em m e o eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . Na direita o diagrama de bifurcação obtido a partir da figura da esquerda. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 e o eixo x representa o deslocamento do cone em m . A corrente de excitação utilizada foi de $6A$.

Na figura da esquerda em 6.1 é feita a seção de Poincaré, discutida no capítulo 3 e exemplificada na figura 3.5, onde os pontos do atrator que interceptam esta seção são plotados na figura da direita. A seção utilizada para gerar os resultados foi de x maior que 0 e a velocidade y entre $-0,1 \frac{m}{s}$ e $0,1 \frac{m}{s}$. Como vimos na seção 3.4, as seções de Poincaré interceptam as órbitas contínuas, e o resultado desta intersecção são os dados que serão utilizados para a construção dos diagramas de bifurcação. Porém, computacionalmente, isto é impossível pelo fato de computadores serem, por natureza discretos. O método adotado para solucionar este problema é ao invés de se utilizar uma seção com $y = 0$ (de espessura 0), adotar-se uma seção com uma espessura diferente de 0, como o caso de $-0,1 < y < 0,1$, e considerando todos os pontos neste intervalo para a construção dos diagramas de bifurcação.

Nos diagramas de bifurcação, sempre que x tiver a possibilidade de assumir mais de um valor (multiperiodicidade de órbitas), significa dizer que distorções estão sendo geradas no som emitido pelo alto-falante. Assim, este tipo de diagrama representa bem como funciona a dinâmica do alto-falante para diferentes parâmetros. De fato, quando uma senóide pura é aplicada em um alto-falante, espera-se que o deslocamento x do cone do alto-falante seja único.

Para este estudo foram construídos 11 diagramas de bifurcação em função do volume da caixa acústica selada. Diferentes diagramas de bifurcação foram construídos para diversos valores de corrente de excitação. As variações de corrente foram desde 0,5A até 10A. Na prática, neste alto-falante, uma corrente de 10A é considerada extremamente alta, porém este estudo foi necessário para analisar os extremos no comportamento do sistema alto-falante e caixa acústica. A variação do volume da caixa acústica foi feito a partir de $0,001 m^3$, que é o volume mínimo da caixa acústica para que o alto-falante em estudo possa ser instalado. O valor do volume da caixa acústica teve então incrementos de $0,001 m^3$. A partir de $0,1 m^3$, os resultados se mantiveram qualitativamente idênticos ao caso do volume de caixa acústica infinito, e por isso não serão explicitados nas figuras deste trabalho.

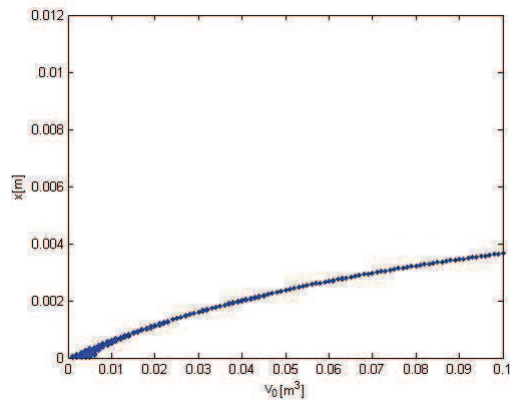


Figura 6.2: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 0,5A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.2 pode-se observar que, para um valor de corrente de excitação considerado baixo ($I_0=0,5A$), não existem indícios de comportamentos caóticos. Nesta figura, é possível observar que para caixas acústicas com volumes menores o cone tende a ter o seu deslocamento limitado em relação à mesma corrente de excitação para volumes maiores.

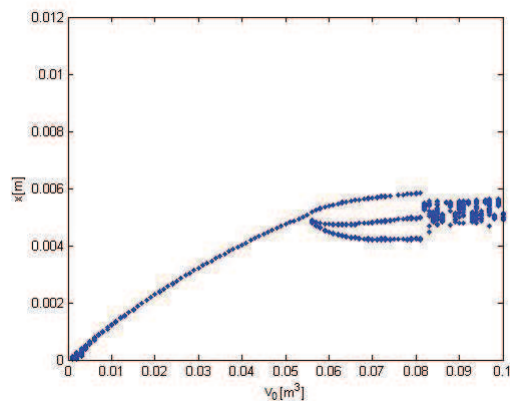


Figura 6.3: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 1A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.3, com $I_0=1A$, pode-se observar que para volumes de caixa acústica menores que $0,05 m^3$, não existem indícios de comportamentos multiperiódicos. Quando o volume da caixa acústica V_0 está entre $0,05 m^3$ e $0,08 m^3$, surgem órbitas periódicas com período igual a três. Quando o volume da caixa acústica atinge um valor maior que $0,08 m^3$, surgem órbitas periódicas com períodos grandes, sugerindo comportamento caótico. Como comentado anteriormente, comportamentos de multiperiodicidade geram distorções no som produzido pelo alto-falante.

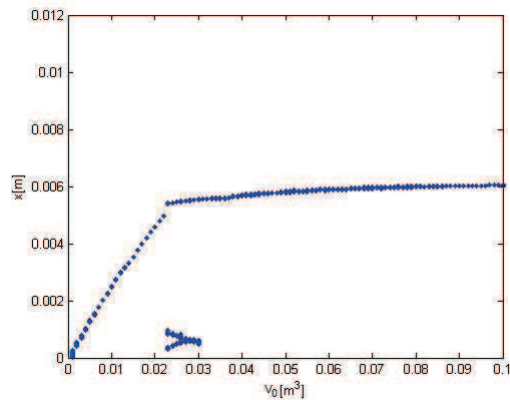


Figura 6.4: Diagrama de bifurcação para uma corrente excitação de 2A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.4, para $I_0=2A$, pode-se observar que, para a maioria dos volumes de caixa acústica simulados, o sistema assume comportamentos coerentes (não caóticos). Uma exceção surge quando o volume da caixa acústica assume valores entre $0,02 m^3$ e $0,03 m^3$, neste intervalo o sistema apresenta comportamentos de multiperiodicidade.

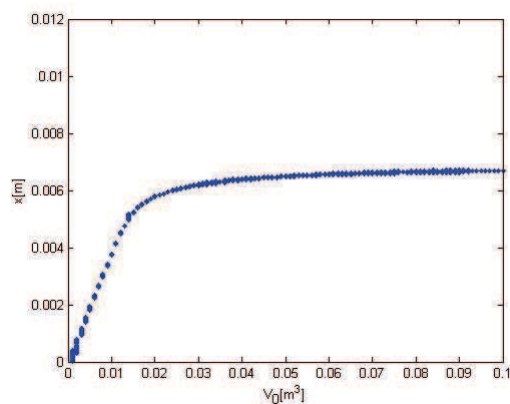


Figura 6.5: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 3A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.5 ($I_0=3A$), o sistema assume um comportamento coerente para todos os volumes da caixa acústica V_0 simulados.

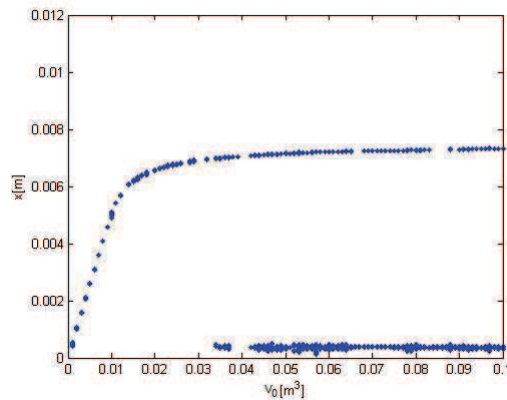


Figura 6.6: Diagrama de bifurcação para uma corrente excitação de 4A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

Na figura 6.6, com $I_0=4A$, o comportamento do sistema se mantém coerente para volumes de caixa acústica menores que $0,032 m^3$. As bifurcações começam a surgir quando o volume da caixa acústica V_0 é maior que $0,03 m^3$, surgindo então órbitas periódicas de período dois. A exemplo das correntes de excitação menores que 4A, para volumes aproximadamente menores que $0,02 m^3$ o alto-falante continua tendo comportamentos coerentes.

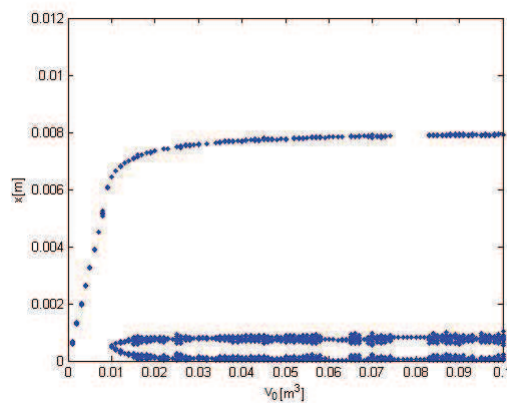


Figura 6.7: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 5A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.7, com $I_0=5A$, surgem comportamentos de multiperiodicidade (período três) para volumes de caixa acústica maiores que $0,01 m^3$. Este comportamento se estende para o restante dos volumes simulados. Como comentado anteriormente, comportamentos de multiperiodicidade geram distorções no som gerado pelo alto-falante, o que deve ser evitado. Comparando-se a figura 6.7 com a figura 6.6, nota-se que no ramo inferior surge uma bifurcação com órbitas periódicas de periodo dois,

quando a corrente de excitação aumenta.

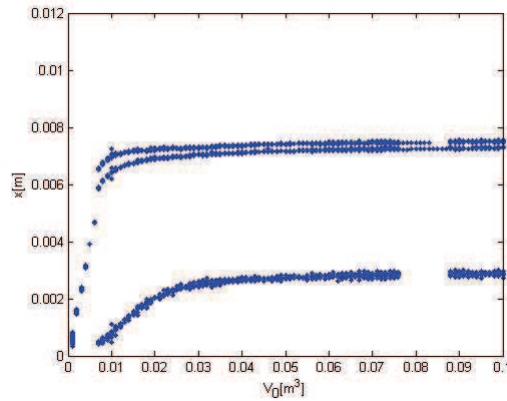


Figura 6.8: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 6A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.8, com $I_0=6A$, existem órbitas periódicas com período um para volumes suficientemente pequenos ($V_0 \leq 0,005 m^3$) de caixas acústicas. Porém, para quase todos os volumes de caixa acústica simulados para esta corrente de excitação, surgem órbitas periódicas de período três. No diagrama da figura 6.9, o comportamento de multiperiodicidade é qualitativamente igual ao da figura 6.8. O diagrama da figura 6.10, é semelhante ao das figuras 6.8 e 6.9, onde o comportamento de multiperiodicidade se mantém para quase todos os volumes de caixa acústica simulados.

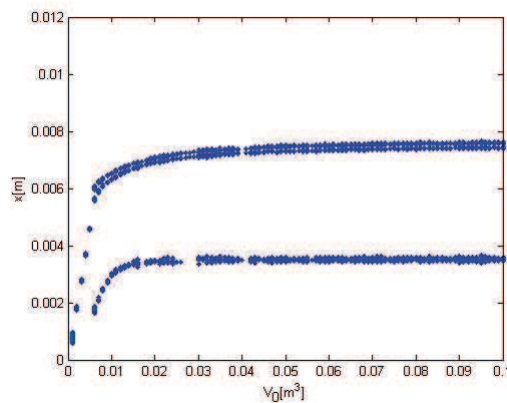


Figura 6.9: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 7A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

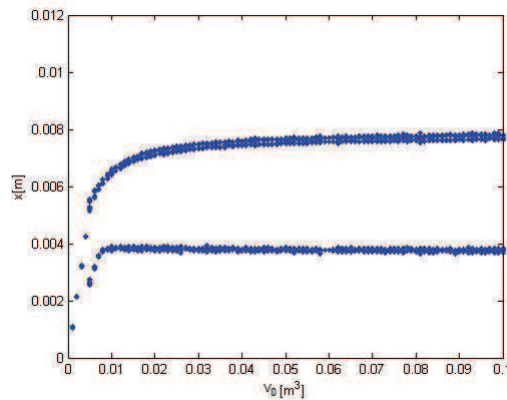


Figura 6.10: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 8A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

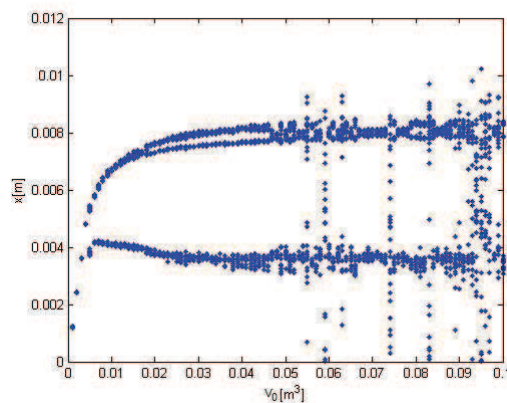


Figura 6.11: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 9A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.11, com $I_0=9A$, o sistema apresenta órbitas periódicas de período único para volumes de caixa acústica menores que $0,005 m^3$. Depois disso, o sistema apresenta órbitas periódicas de período dois até o volume valer aproximadamente $0,018 m^3$, quando o ramo superior se bifurca e o inferior dá sinais de multiperiodicidade. Isto ocorre até o volume da caixa acústica valer aproximadamente $0,045 m^3$. Para o valor de volume da caixa acústica de $0,055 m^3$, começa a surgir uma mistura nos dois ramos. Quando o volume da caixa acústica vale entre $0,055 m^3$ e $0,09 m^3$ acontecem janelas de ordem e indícios de caos, assim como acontece no diagrama de bifurcação do mapa logístico (figura 3.7). Finalmente quando o volume da caixa acústica é maior que $0,09 m^3$, o sistema se transforma, apresentando um comportamento que indica caos.

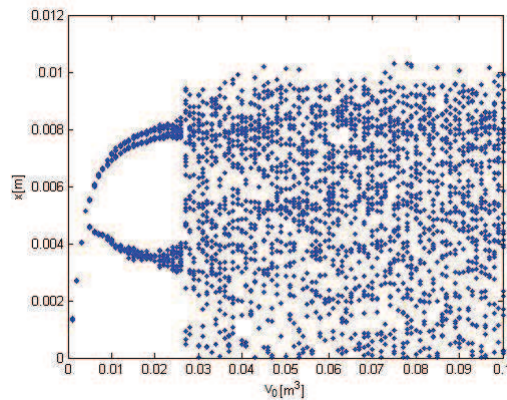


Figura 6.12: Diagrama de bifurcação para uma corrente de excitação de 10A. O eixo V_0 representa o volume da caixa acústica em m^3 . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.12, com $I_0=10A$, para volumes menores que $0,005 m^3$, o sistema apresenta órbitas periódicas de período um. Quando o volume da caixa acústica é maior que $0,005 m^3$ e menor que $0,01 m^3$, surgem órbitas periódicas de periodo dois. Para volumes de caixa acústica entre $0,01 m^3$ e aproximadamente $0,028 m^3$, o ramo superior sofre uma nova bifurcação, enquanto que o ramo inferior dá sinais de multiperiodicidade. Finalmente, a partir de um volume de caixa acústica de aproximadamente $0,028 m^3$, o sistema apresenta um comportamento de multiperiodicidade indicando fortemente caos.

Analisando-se os resultados, podemos observar que o sistema assume comportamentos diferentes para as várias correntes de excitação simuladas e estas diferenças entre as simulações não podem ser trivialmente analisadas. Isto sugere uma difícil concordância entre correntes de excitação aplicadas e volumes de caixa acústica. Mas, de um modo geral, para correntes de excitação baixas, o comportamento do alto-falante considerado deixa de assumir multiperiodicidade para volumes pequenos de caixas acústicas. Este comportamento pode ser observado nas figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5.

Porém, não basta escolher o menor volume possível, pois para volumes muito pequenos, o cone tende a ter o seu deslocamento limitado. Isto pode ser observado para diferentes valores de correntes, como nas figuras 6.2 e 6.12. Para exemplificar este comportamento, pode-se observar a simulação da figura 6.13. Nesta simulação houve a variação da corrente de excitação de 0,5A até 10A para o mínimo valor de volume de caixa acústica possível ($0,001 m^3$). Na figura 6.13, apesar de o alto-falante apresentar um comportamento coerente para todas as correntes simuladas, o cone tem o seu deslocamento extremamente limitado em comparação à figura 6.14, por exemplo, onde o alto-falante está ao ar livre. Limitar o deslocamento do cone do alto-falante causa muita perda de eficiência, que não é um comportamento desejável ao sistema.

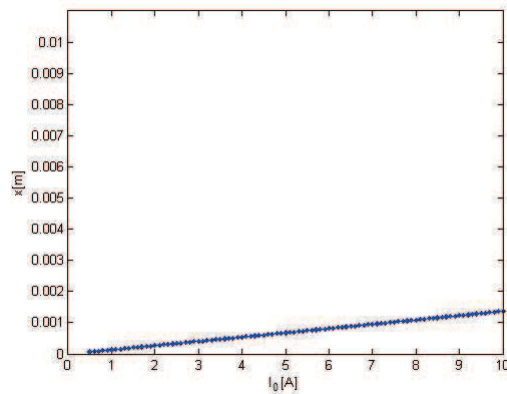


Figura 6.13: Diagrama de bifurcação para o volume de $0,001 \text{ m}^3$. O eixo I_0 representa a corrente de excitação em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

Observando-se novamente as figuras de 6.2 até 6.12, pode-se eleger volumes entre $0,01 \text{ m}^3$ e $0,02 \text{ m}^3$ como os volumes de caixa acústica que apresentam um melhor comportamento dinâmico para as correntes simuladas e que limitam pouco o deslocamento do cone do alto-falante. Assim, pode-se apresentar uma comparação entre duas simulações, onde em uma delas o alto-falante está ao ar livre (caixa acústica com volume infinito)(figura 6.14), e na outra o alto-falante está instalado em uma caixa acústica de volume igual a $0,01 \text{ m}^3$ (figura 6.15).

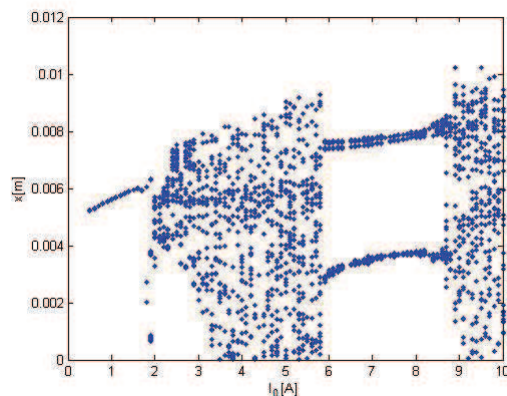


Figura 6.14: Diagrama de bifurcação para o alto-falante ao ar livre. O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

No diagrama da figura 6.14, onde o alto-falante está ao ar livre, o alto-falante apresenta órbitas periódicas de período único para correntes de excitação até $2A$. Quando a corrente de excitação é maior que $2A$ e menor que $6A$, surgem períodos de multiperiodicidade. Estes comportamentos sugerem fortemente caos. Quando a corrente de excitação é maior que $6A$ e menor que $8A$, surge uma janela de ordem onde as órbitas periódicas assumem período três. Quando a corrente de excitação é maior que $8,5A$,

novamente o alto-falante apresenta comportamentos sugerindo fortemente caos.

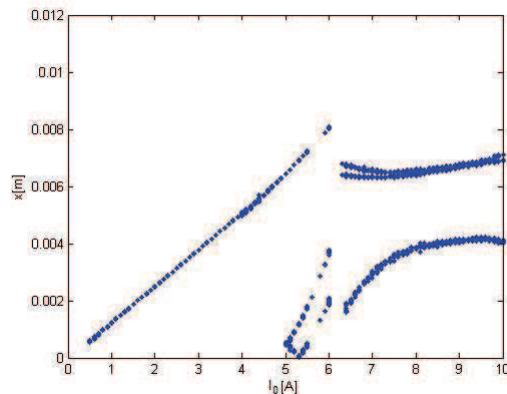


Figura 6.15: Diagrama de bifurcação para o volume de caixa acústica de $0,01 \text{ m}^3$. O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m .

O diagrama da figura 6.15, onde o alto-falante está instalado em uma caixa acústica de $0,01 \text{ m}^3$, pode ser confrontado com a sequência de figuras para diferentes correntes de excitação (de 6.2 até 6.12), onde os pontos da figura 6.15 podem ser encontrados nas figuras 6.2 até 6.12 quando o volume da caixa acústica vale $0,01 \text{ m}^3$. No gráfico da figura 6.15, pode-se analisar que o comportamento do alto-falante é coerente para correntes baixas, e se mostra linear até a corrente de excitação de 5 A . Quando a corrente de excitação é maior que 5 A , surge uma bifurcação, que se estende até o valor de corrente de excitação de 6 A . Comparando-se este mesmo intervalo na figura 6.14, pode-se notar que na figura 6.15 houve a diminuição do comportamento de multiperiodicidade. Na figura 6.15, quando a corrente de excitação é maior que 6 A , surge um comportamento de multiperiodicidade que se estende até 10 A . Este mesmo comportamento existe na figura 6.14 quando a corrente de excitação é maior que 6 A e menor que 9 A . Na figura 6.15 não existem indícios de comportamentos caóticos, como na 6.14. Comparando-se o gráfico da figura 6.15 com o da figura 6.14, é claro o benefício da caixa acústica na dinâmica do alto falante, onde as órbitas do sistema se apresentam mais definidas e coerentes para a maior parte do intervalo de correntes de excitação.

De um modo geral, analisando-se todos os gráficos novamente, e verificando o comportamento dos volumes de caixa acústica para diferentes correntes de excitação, pode-se concluir que para volumes de caixa acústica pequenos, o alto-falante apresenta um bom comportamento na maioria dos casos, cessando as bifurcações, e diminuindo as distorções no som gerado pelo alto-falante. O resultado auditivo se torna ainda melhor se este volume da caixa acústica for escolhido com cuidado, não limitando em demasiado o deslocamento do cone do alto-falante. Ou seja, quanto menos bifurcações forem geradas, menores serão as distorções e maior será a fidelidade do sistema alto-falante mais caixa

acústica.

6.2 INFLUÊNCIA DO VOLUME DA CAIXA ACÚSTICA NA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DOS ALTO-FALANTES

Para um alto-falante ideal, se a frequência da corrente de excitação é constante, teria-se na resposta em frequência apenas a frequência da fonte de entrada, sem nenhuma outra frequência espúria. Porém, em um alto-falante real, é natural que frequências diferentes da injetada pela fonte surjam na resposta em frequência. Nesta seção estamos interessados no papel do volume da caixa acústica selada na resposta em frequência do alto-falante. Este estudo é importante pois mostra como o alto-falante será efetivamente percebido auditivamente. As distorções geradas pelos alto-falantes devem-se aos fatores não-lineares envolvidos na sua composição.

Para este estudo foram simulados os espectros de frequências para diversos volumes de caixa acústica com a corrente de excitação constante, e para diversas correntes de excitação com o volume da caixa acústica constante. Apresentaremos aqui os experimentos de variação de volume para a corrente de excitação de 10A, que é o caso onde surgem diversos comportamentos para diferentes caixas acústicas.

Na figura 6.16, pode-se observar os resultados das respostas em frequência do alto-falante para diferentes volumes da caixa acústica. Para esta simulação a corrente de excitação é constante com valor de 10A e a frequência de excitação desta corrente é $43Hz$.

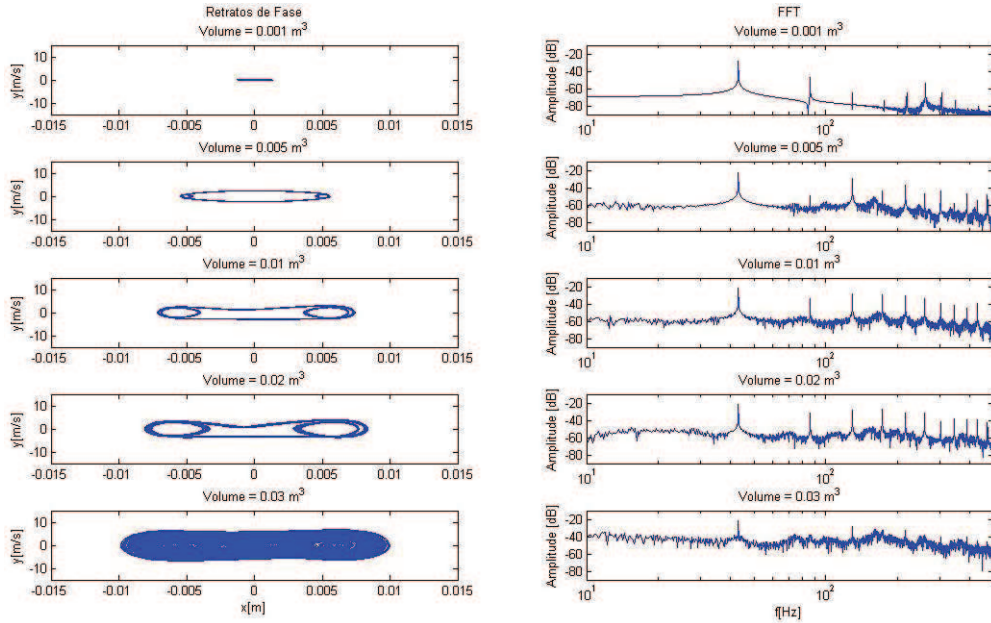


Figura 6.16: Nas figuras da esquerda têm-se os retratos de fase para diferentes valores de volume. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita têm-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes volumes. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para uma corrente de excitação constante de 10A.

Na figura 6.16, pode-se observar claramente a frequência de 43 Hz (frequência de ressonância e da fonte) sobressaindo-se em relação as outras frequências. Além disto, pode-se observar um aumento da amplitude de todas as frequências quando o volume da caixa acústica vale $0,03 m^3$. Este comportamento sugere fortemente caos, como sugerido também para o mesmo volume na figura 6.12. Tais comportamentos caóticos implicam em distorções, e isto pode ser visto mais claramente nesta figura, já que surgem diversas outras frequências diferentes da aplicada pela fonte de excitação.

O comportamento mostrado na figura 6.16 corresponde ao estudo dinâmico mostrado na figura 6.12. De fato, se observarmos o volume da caixa acústica de $0,001 m^3$, na figura 6.12 o sistema apresenta um comportamento linear, e na figura 6.16, poucas outras frequências surgem além da frequência da fonte de excitação. Para o volume da caixa acústica de $0,01 m^3$, na figura 6.12 surgem órbitas periódicas de período dois, e na figura 6.16 novas frequências aparecem. Finalmente quando o valor da caixa acústica atinge um valor de $0,03 m^3$, na figura 6.12 surgem comportamentos de multiperiodicidade sugerindo um comportamento caótico, e na figura 6.16 quase todas as frequências têm o valor de amplitude aumentado. O comportamento de aumento das amplitudes de diversas frequências da figura 6.16, quando o volume vale $0,03 m^3$, é análogo ao apresentado na figura 4.2.

Outro fenômeno que pode ser observado na figura 6.16 é o aparecimento de

frequências harmônicas (de 43 Hz) conforme o volume da caixa acústica vai aumentando. Estas harmônicas surgem conforme os períodos das órbitas vão aumentando.

Passando agora para os experimentos de variação de corrente de excitação, considerou-se os volumes de caixa acústica de $0,01 m^3$, por se tratar de um volume de bom desempenho dinâmico, e $0,07 m^3$, por se tratar de um volume com desempenho dinâmico deficiente, em termos de distorções observadas nos diagramas de bifurcação. Na figura 6.17, onde tem-se um desempenho dinâmico não satisfatório, pode-se observar a resposta em frequência para o volume da caixa acústica constante em $0,07 m^3$. Nela, pode-se observar que para a corrente de 3A as frequências diferentes da frequência da fonte de excitação começam a aumentar suas amplitudes, além do surgimento de harmônicas. Para a corrente de excitação de 7A estas frequências tornam-se mais pronunciadas. Finalmente em 10A a grande maioria das frequências assume grandes amplitudes, como pode ser observado na figura 6.17, dando indícios de comportamento caótico, análogo ao ocorrido na figura 6.16.

Um comportamento interessante que pode ser observado na figura 6.17 é o surgimento de harmônicas para valores de correntes de excitação que não apresentam comportamentos de multiperiodicidade nos diagramas de bifurcação. Isto pode ser observado quando a corrente vale 3A, na figura 6.17 surgem várias harmônicas, enquanto que na figura 6.5, o comportamento é coerente. O surgimento destas harmônicas se deve às não-linearidades das equações que começam a se manifestar, embora estas não-linearidades ainda não sejam suficientes para causarem bifurcações.

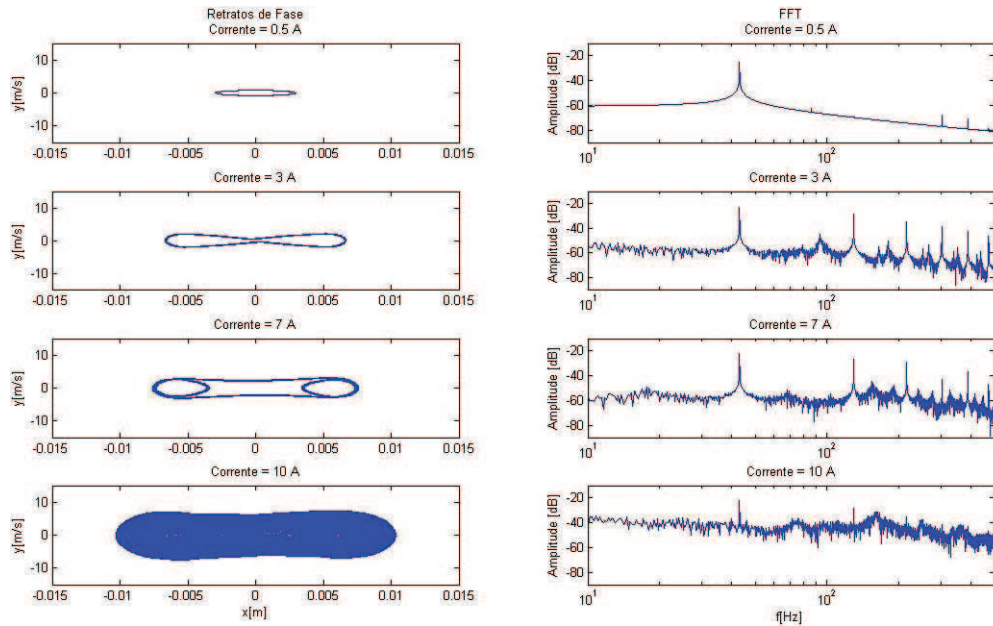


Figura 6.17: Nas figuras da esquerda tem-se os retratos de fase para diferentes valores de corrente de excitação. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita tem-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes correntes de excitação. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para um volume constante de $0,07 m^3$. Neste caso o sistema apresenta um desempenho dinâmico não satisfatório.

Na figura 6.18, pode-se observar a resposta em frequência para o volume da caixa acústica constante em $0,01 m^3$, que é um volume considerado com bom comportamento dinâmico como observado nos diagramas de bifurcação mostrados nas figuras 6.2 a 6.12. Na figura 6.18, pode-se observar que para todas as correntes simuladas, não se tem indícios de caos e as frequências se mostram bem definidas. Ainda na figura 6.18, pode-se observar que a caixa acústica de volume $0,01 m^3$ inibe o aparecimento de harmônicas devido às não-linearidades das equações, diferentemente da figura 6.17, onde estas aparecem mais pronunciadas. Isto pode ser observado mais claramente na corrente de excitação de 3A.

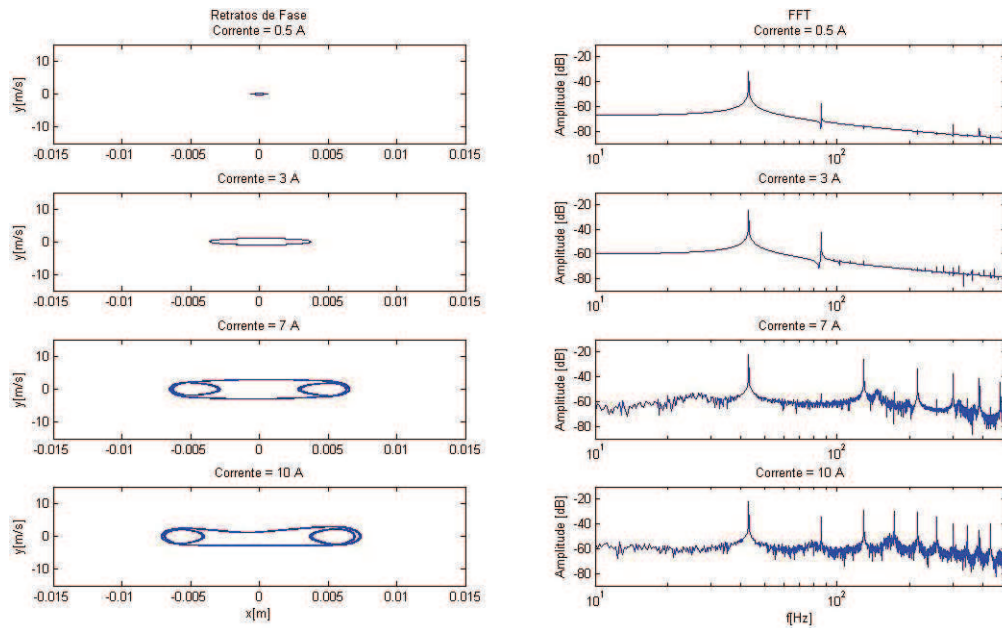


Figura 6.18: Nas figuras da esquerda têm-se os retratos de fase para diferentes valores de corrente de excitação. O eixo y representa a velocidade de deslocamento do cone em $\frac{m}{s}$. O eixo x representa o deslocamento do cone em m . Na direita têm-se as figuras correspondentes aos retratos de fase para diferentes correntes de excitação. O eixo f representa a frequência em Hz . O eixo Amplitude representa a amplitude das frequências em dB . Todas as figuras foram geradas para um volume constante de $0,01 m^3$.

Pode-se agora comparar as figuras 6.17 e 6.18. Para a corrente de excitação de $0,5 A$, a figura 6.17 apresenta um aumento de aproximadamente $10 dB$ em várias frequências antes da frequência de excitação da fonte, e depois da frequência de ressonância. Na figura 6.18, as frequências aparecem mais definidas que na 6.17. Quando a corrente de excitação vale $3A$, as frequências na figura 6.18 aparecem mais atenuadas que na figura 6.17. Quando a corrente de excitação vale $10 A$, na figura 6.17 todas as frequências possuem amplitudes altas, enquanto que na figura 6.18, muitas frequências são atenuadas e as harmônicas se sobressaem. Baseado nas figuras 6.18 e 6.17, pode-se afirmar, de um modo geral, que volumes menores atenuam as frequências espúrias, fazendo com que o som seja reproduzido de forma mais fiel ao sinal de entrada.

Analisando-se os resultados dos diagramas de bifurcações e os resultados espectrais para a resposta em frequências dos alto-falantes, pode-se de um modo geral afirmar que quanto menor o volume da caixa acústica, melhor será a resposta do alto-falante. Porém, a escolha deste volume deve ser tomado com cuidado. Se for considerado o menor valor possível de caixa acústica, ou seja, $0,001 m^3$, não teremos uma boa resposta, pois este volume limita o deslocamento do cone do alto-falante, como pode ser visto na figura 6.13, causando compressões. Na outra extremidade, o volume deve ser menor que $0,02 m^3$, para evitar ao máximo situações de multiperiodicidade. Assim, para os resultados obtidos neste trabalho, um bom volume para caixa acústica deve ser escolhido entre $0,01$

m^3 e $0,02 m^3$. Portanto, para que o resultado na fidelidade de uma caixa acústica selada seja bom, é necessário que a caixa acústica além de pequena, tenha o seu volume escolhido com bastante cuidado. Apesar de aqui estarmos considerando um alto-falante específico, a metodologia aqui apresentada pode ser levada a um alto-falante qualquer, contribuindo assim para um melhor projeto de caixas acústicas seladas.

7 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

As não-linearidades associadas aos alto-falantes foram recentemente estudadas por (DJUREK et al., 2007a), (DJUREK et al., 2007b), (REISS et al., 2008) e (PETOSIC et al., 2008). Nestes trabalhos os alto-falantes foram estudados sob o ponto de vista de sistemas dinâmicos. Estes trabalhos sugerem fortemente a presença de caos em alto-falantes devido a não-linearidades em seu sistema. Nos trabalhos de (DJUREK et al., 2007a), (DJUREK et al., 2007b), (REISS et al., 2008) e (PETOSIC et al., 2008), o alto-falante é estudado ao ar livre ou no vácuo.

Neste trabalho foi proposto o estudo da dinâmica dos alto-falantes levando em consideração um termo adicional representando uma caixa acústica selada e verificou-se o seu comportamento. A metodologia utilizada foi análoga à utilizada por (PETOSIC et al., 2008), utilizando retratos de fase e diagramas de bifurcação, por ser amplamente utilizada para o estudo de sistemas dinâmicos. Foi utilizada a mesma não-linearidade proposta por (PETOSIC et al., 2008).

Os resultados apresentados neste trabalho sugerem uma forte influência da caixa acústica na dinâmica dos alto-falantes. De um modo geral, volumes pequenos fazem com que os comportamentos multiperiódicos e caóticos diminuam. Os resultados são ainda melhores se este pequeno volume é escolhido com cuidado, pois se forem escolhidos volumes de caixa acústica muito pequenos, o deslocamento do cone será limitado prejudicando sua eficiência. A diminuição dos comportamentos sugerindo caos e até mesmo as bifurcações, faz com que frequências espúrias deixem de ser geradas na resposta do sistema, e isto aumenta a fidelidade do sistema alto-falante mais caixa acústica. É importante observar que a metodologia de escolha do volume da caixa acústica apresentada neste trabalho pode ser aplicada a qualquer alto-falante de bobina móvel, contribuindo para melhores projetos de caixas acústicas seladas.

Todos os resultados apresentados neste trabalho foram gerados utilizando-se a frequência de ressonância do alto-falante (43 Hz) como sendo a frequência da fonte de excitação. O estudo foi realizado nesta frequência pois é onde o alto-falante manifesta com mais clareza suas características. Porém, tipicamente, os alto-falantes não são utilizados em suas frequências de ressonância, mas acima delas, sendo as frequências da corrente de excitação limitadas por divisores de frequência. Entretanto, podemos verificar nas simulações das figuras, 7.1 e 7.2, onde o alto-falante é o mesmo utilizado neste trabalho excitado com as correntes em 60 Hz , que os comportamentos observados na frequência de ressonância também podem ser observados em frequências de trabalho do alto-falante. Comparando as figuras, 7.1 e 7.2 fica claro o benefício da presença da caixa acústica selada, reduzindo os comportamentos multiperiódicos e caóticos.

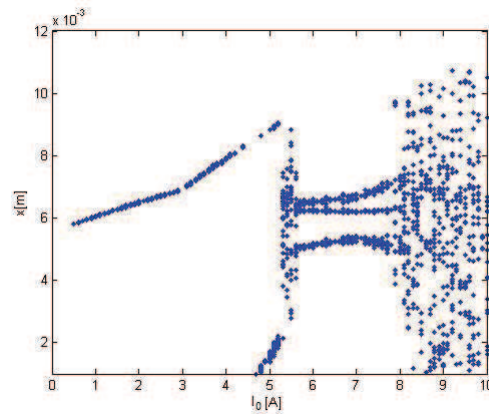


Figura 7.1: Diagrama de bifurcação para o alto-falante ao ar livre (volume infinito). O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada no sistema em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m . A frequência utilizada foi de 60 Hz .

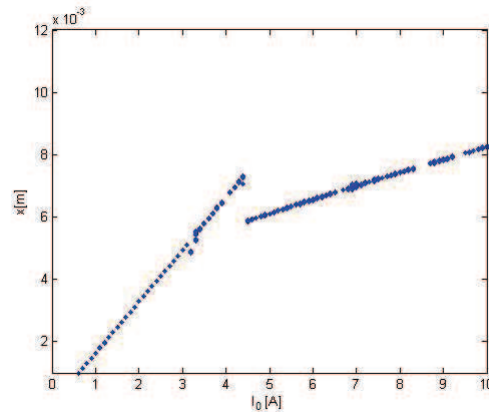


Figura 7.2: Diagrama de bifurcação para o volume de $0,01\text{ m}^3$. O eixo I_0 representa a corrente de excitação aplicada no sistema em A . O eixo x representa o deslocamento do cone em m . A frequência utilizada foi de 60 Hz .

Como possíveis trabalhos futuros podemos listar:

- No artigo (OLSENe THORBORG, 1995) é estudada a variação da massa efetiva dos cones dos alto-falantes quando estes estão em funcionamento. Este efeito poderá ter importantes reflexos nos estudos aqui apresentados;
- Neste trabalho foram consideradas apenas caixas acústicas seladas. Porém existem outros tipos de caixas acústicas, como as dutadas. Estudar o comportamento dinâmico do alto-falante instalado em caixas acústicas dutadas deve ser levado em consideração;
- No artigo de (PETOSIC et al., 2008) é afirmado que na prática $k_{eff}(x)$ é medido em alto-falantes de forma estática. Também é afirmado que esta modelagem não é capaz de apresentar comportamentos caóticos nos alto-falantes. Porém, é importante

analisar melhor esta modelagem de $k_{eff}(x)$ e propor melhorias neste modelo que representem melhor as não-linearidades dos alto-falantes;

- Neste trabalho consideramos a frequência de ressonância estática. Porém, como apresentado na equação (2.9), a frequência de ressonância é dependente de k ($k_{eff}(x)$ no caso do modelo (5.13)) e da massa M . Portanto a frequência de ressonância também é dependente das não-linearidades apresentadas neste trabalho e também pode apresentar variações no funcionamento do sistema. Assim, deve-se estudar a variação da frequência de ressonância em função das não-linearidades na dinâmica do alto-falante;
- Outro estudo interessante é considerar o volume da caixa acústica como sendo variável. Isto seria possível se instalarmos um diafragma ativo em uma caixa acústica, onde o controle deste diafragma seja modelado de tal maneira a controlar os comportamentos complexos nos alto-falantes.
- Estudos considerando a geometria das caixas acústicas também devem ser levados em consideração. Neste trabalho apenas o volume da caixa foi considerado como sendo relevante, e foram desprezadas as possíveis reflexões sonoras que diferentes geometrias de caixa acústica podem causar. Para esta extensão devem ser consideradas também condições de contorno para as equações diferenciais que modelam estes sistemas.
- Outra modelagem de não-linearidade interessante é uma abordagem utilizando-se componentes aleatórias. De fato, o sistema considerado na prática sofre influência do amplificador aqui considerado ideal.
- Para a modelagem do termo que representa a caixa acústica selada, neste trabalho foi considerado o processo como sendo isotérmico. Porém, com circulação de corrente e o movimento da bobina, surge um aquecimento interno na caixa acústica que deve ser levado em consideração em modelagens futuras.
- Em modelagens futuras, pode-se considerar também os materiais utilizados tanto para a construção das partes dos alto-falantes bem como a construção de caixas acústicas. De fato, os materiais absorventes geralmente usados no interior das caixas acústicas modificam as reflexões, tendo impacto na extensão referida acima, levando-se as características geométricas em consideração.

BIBLIOGRAFIA

- ABARBANEL, H. D. I.; FRISON, T.; TSIMRING, L. Obtaining order in a world of chaos. In: *IEEE Signal Processing Magazine*. Piscataway, NJ, USA: , 1998. v. 15.
- ALLIGOOD, K. T.; SAUER, T. D.; YORKE, J. A. *CHAOS An Introduction to Dynamical Systems*. New York, NY, USA: Springer, 1996.
- BALLOU, G. *Handbook for Sound Engineers*. 4. ed. Oxford, UK: Focal Press, 2008.
- BERANEK, L. L. *Acoustics*. Cambridge, USA: Acoustical Society of America, 1996.
- DEVANEY, R. L. *An introduction to chaotic dynamical system*. 2. ed. : Addison Wesley, 1989.
- DICKASON, V. *The Loudspeaker Design Cookbook*. 4. ed. Peterborough, USA: Audio Amateur Press, 1991.
- DJUREK, D.; DJUREK, I.; PETOSIC, A. Chaotic state in an electrodynamic loudspeaker. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vienna, v. 122, n. 7077, p. 1–6, 2007.
- DJUREK, D.; DJUREK, I.; PETOSIC, A. Intrinsic membrane friction and onset of chaos in an electrodynamic loudspeaker. *Journal of the Audio Engineering Society*, New York, v. 123, n. 7255, p. 1–5, 2007.
- FIEDLER-FERRARA, N.; PRADO, C. P. C. *Caos - uma introdução*. : Edgar Blücher LTDA, 1994.
- GARCIA, C. *Modelagem e Simulação*. 2. ed. São Paulo, SP, Brasil: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.
- GE, Z. M.; LEU, W. Y. Anti-control of chaos of two-degrees-of-freedom loudspeaker system and chaos synchronization of different order systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 20, 2004.
- GE, Z. M.; LEU, W. Y. Chaos synchronization and parameter identification for loudspeaker systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 21, 2004.
- JOHNSON, D. E.; HILBURN, J. L.; JOHNSON, J. R. *Fundamentos de análise de circuitos elétricos*. 4. ed. New Jersey, USA: Prentice Hall, 1990.
- KLIPSCH, P. Loudspeaker distortion. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1976.

- OLSEN, E. S.; THORBORG, K. Diaphragm area and mass nonlinearities of cone loudspeakers. *Audio Engineering Society Print*, v. 99, 1995.
- OLSON, H. F. *Dynamical Analogies*. 2. ed. New York, NY, USA: D. Van Nostrand Company, Inc, 1943.
- OTT, E. *Chaos in dynamical systems*. : Cambridge University Press, 1993.
- PARKER S.T.; CHUA, O. L. Chaos: A tutorial for engineers. In: *Proceedings of the IEEE*. 1987. v. 75, n. 8.
- PATRONIS, E.; DAVIS, D. *Sound System Engineering*. 3. ed. : Elsevier, 2006.
- PETOSIC, A.; DJUREK, I.; DJUREK, D. A route to chaotic state on an electrodynamic loudspeaker. *Acoustic 08 Paris*, 2008.
- RATTON, M. *Fundamentos de Áudio*. 2. ed. Curitiba, PR, Brasil: Infomus Music Center Ltda, 2007.
- REISS, J.; DJUREK D.; PETOSIC, A.; DJUREK, D. Confirmation of chaos in a loudspeaker system using time series analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, San Francisco, v. 125, n. 7563, p. 1–17, 2008.
- SILVA, H. S. *Análise e Síntese de Alto-falantes e Caixas Acústicas pelo método de Thiele-Small*. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: H. Sheldon Serviços de Marketing Ltda, 1996.
- TONG, P.; MIAO G.; NI, W.; WEI, R. Lyapunov exponents and general dimensions of strange attractor of electrodynamic cone loudspeaker. *Chinese Phys. Lett.*, v. 8, 1991.
- WEI, R. J.; TAO, T.; NI, W. S. Bifurcation and chaos of direct radiation loudspeakers. *Chinese Phys. Lett.*, v. 3, p. 469–472, 1986.