

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS  
UNIDADE ACADÊMICA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
NÍVEL MESTRADO PROFISSIONAL

CASSIO BINKOWSKI

**SÍNTESE DAS TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS NÃO  
LINEARES: ESTRUTURAS DE MODELO DE HAMMERSTEIN-  
WIENER E NARMAX**

São Leopoldo  
2016



Cassio Binkowski

**Síntese das Técnicas de Identificação de Sistemas Não Lineares:  
Estruturas de Modelo de Hammerstein-Wiener e NARMAX**

Trabalho de dissertação apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Iván Goytia Mejía

Co-orientador: Prof. Dr. Márcio Rosa da Silva

São Leopoldo

2016

B612s

Binkowski, Cassio

Síntese das técnicas de identificação de sistemas não lineares :  
estruturas de modelo de Hammerstein-Wiener e NARMAX / por  
Cassio Binkowski. – 2016.

143 f.: il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) — Universidade do Vale do Rio dos  
Sinos, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, São  
Leopoldo, RS, 2016.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Iván Goytia Mejía.

Co-orientador: Prof. Dr. Márcio Rosa da Silva.

1. Identificação de sistemas. 2. Sistemas não lineares. 3. Modelos não  
lineares. 4. NARMAX. 5. Hammerstein-Wiener. 6. Multilevel  
pseudo-random sequence (MLPRS). I. Título.

CDU: 519.71





Cassio Binkowski

Síntese das Técnicas de Identificação de Sistemas Não Lineares:  
Estruturas de Modelo de Hammerstein-Wiener e NARMAX

Dissertação apresentada à Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Unisinos, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovado em 14 de setembro de 2016

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. César David Paredes Crovato - Unisinos

---

Prof. Dr. Francisco Javier Triveño Vargas - EMBRAER

Prof. Dr. Rodrigo Ivan Goytia Mejia

Visto e permitida a impressão  
São Leopoldo,

Prof. Dr. Eduardo Luis Rhod  
Coordenador PPG em Engenharia Elétrica





*“First I shall do some experiments before I proceed farther, because my intention is to cite experience first and then with reasoning show why such experiment is bound to operate in such a way. And this is the true rule by which those who speculate about the effects of nature must proceed”.*

Leonardo da Vinci, 1513.



## RESUMO

A identificação de sistemas está longe de ser uma tarefa nova. Sendo inicialmente proposta na metade do século XX, foi extensamente desenvolvida para sistemas lineares, devido às exigências da época relacionadas à complexidade dos sistemas e também do poder computacional, atingindo excelentes resultados. No entanto, com o aumento da complexidade dos sistemas e das exigências de controle, os modelos lineares não mais conseguiam representar os sistemas em toda a faixa de operação exigida, sendo assim requerendo uma aplicação dos modelos não-lineares. Visto que todos os sistemas presentes na natureza possuem certo grau de não linearidade, é correto afirmar que um modelo não-linear é capaz de representar as dinâmicas dos sistemas de forma mais abrangente que um modelo linear. A identificação de sistemas não lineares foi então estudada e diversos modelos foram propostos, atingindo ótimos resultados. Nesse trabalho foi realizado um estudo de dois modelos não-lineares, NARMAX e Hammerstein-Wiener, aplicando esses modelos a dois processos simulados. Foram então derivados dois algoritmos para realizar a estimação dos parâmetros dos modelos NARMAX e Hammerstein-Wiener, utilizando um estimador ortogonal, e também um algoritmo para geração de sinais de entrada multinível. Os modelos foram então estimados para os sistemas simulados, e comparados utilizando os critérios AIC, FPE, Lipschitz e de correlação cruzada de alta ordem. Os melhores resultados foram obtidos com os modelos Hammerstein-Wiener-OLS e NARMAX-OLS, ao contrário do modelo NARMAX-RLS. No entanto, devido a resultados bastante divergentes entre os modelos, pode-se concluir que essa área ainda carece de desenvolvimento de técnicas precisas para comparação e avaliação de modelos, bem como quanto à quantificação do nível de não-linearidade do sistema em questão.

Palavras-Chave: identificação de sistemas, sistemas não lineares, modelos não lineares, NARMAX, Hammerstein-Wiener, MLPRS.



## ABSTRACT

The task of system identification is far from being a new one. It was initially proposed in the mid of the 20<sup>th</sup> century, and had then been extensively developed for linear systems, due to the demands of that time concerning computational power, systems complexity and control requirements. It has achieved excellent results in this approach. However, due to the rise of systems complexity and control requirements, linear models were no longer able to meet the desired accuracy and larger operating range, and therefore the usage nonlinear models were pursued. As all systems in nature are nonlinear to some extent, it is correct to state that nonlinear models can represent a whole lot more of systems' dynamics than linear models. Nonlinear models were then studied, and several techniques were presented, being able to achieve very good results. In this work, two of the available nonlinear models were studied, namely NARMAX and Hammerstein-Wiener, applying these models in two simulated systems. Two algorithms were then derived to estimate parameters for NARMAX and Hammerstein-Wiener models using an orthogonal estimator, and also an algorithm for generating multi-level input signals. The models were then estimated to the simulated systems, and compared using the AIC, FPE, Lipschitz and high-order cross-correlation criteria. The best results were obtained for the Hammerstein-Wiener-OLS and NARMAX-OLS models, as opposed to the NARMAX-RLS model. However, due to divergent observed results between models, it can be concluded that precise methods for model comparison and validation still needs to be developed, as well as a method for nonlinearity quantification for the system in hand.

Keywords: system identification, nonlinear systems, nonlinear models, NARMAX, Hammerstein-Wiener, MLPRS.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Aplicação dos modelos não-lineares: a) Predição; b) Simulação; c) Otimização; d) Análise; e) Controle e f) Detecção de falhas. ....	31
Figura 2 - Fluxograma de atividades a serem realizadas.....	36
Figura 3 - Modelos não-lineares.....	48
Figura 4 - Procedimento de estimação de modelos NARMAX.....	51
Figura 5 - Fluxograma das operações internas do modelo NARMAX.....	52
Figura 6 - Modelo Hammerstein-Wiener .....	54
Figura 7 - Modelo Wiener-Hammerstein .....	57
Figura 8 - Tarefas na identificação de sistemas não lineares.....	59
Figura 9 - Gerador PRBS de 4 estágios, e 15 dígitos .....	61
Figura 10 - Exemplo de sinal MLPRS de 7 níveis .....	63
Figura 11 - Diagrama do Gerador de sinais MLPRS .....	64
Figura 12 - Diagrama para seleção do modelo .....	69
Figura 13 - Exemplo de gráfico do índice de Lipschitz .....	72
Figura 14 - Esquema de um tanque CSTR para neutralização de pH .....	92
Figura 15 - Teste de Aditividade para a planta de neutralização de pH.....	93
Figura 16 - Teste de homogeneidade para a planta de neutralização de pH.....	94
Figura 17 - Sinal multinível gerado para a planta de neutralização de pH.....	96
Figura 18 - Espectro de frequências do sinal de entrada MLPRS para o sistema de neutralização de pH .....	96
Figura 19 - Quocientes de Lipschitz para modelos NARMAX-RLS .....	98
Figura 20 - Entrada de pulso e saída da planta.....	99
Figura 21 - Saída do modelo 1 frente a entrada de pulso .....	100
Figura 22 - Saída do modelo 2 frente a entrada de pulso .....	100
Figura 23 - Saída do modelo 2 .....	103





Figura 24 - Saída do modelo 3 .....	103
Figura 25 - Saída do modelo 4 .....	106
Figura 26 - Saída do modelo 1 .....	108
Figura 27 - Saída do modelo 2 .....	108
Figura 28 - Saída do modelo 3 .....	109
Figura 29 - Esquema equivalente de um transformador de dois enrolamentos .....	111
Figura 30 - Curva BH do transformador .....	112
Figura 31 - Curva de histerese identificada pelo modelo .....	115
Figura 32 - Comparação da curva BH com sinais sobrepostos.....	116
Figura 33 - Comparação da curva BH com teste de homogeneidade.....	116
Figura 34 - Sinal de entrada MLPRS e saída do modelo do transformador .....	118
Figura 35 - Espectro de frequência do sinal MLPRS.....	119
Figura 36 - Quocientes de Lipschitz dos modelos estimados.....	120
Figura 37 - Onda senoidal de 60 Hz, com amplitude de 240 V .....	122
Figura 41 - Quocientes de Lipschitz dos modelos estimados.....	126
Figura 42 - Saída Estimada do Modelo 3 .....	128
Figura 43 - Quocientes de Lipschitz para Hammerstein-Wiener .....	130
Figura 44 - Saída estimada do modelo 1 .....	131
Figura 47 - Saída do modelo ARMAX .....	134
Figura 48 - Saída do modelo Hammerstein-Wiener .....	135
Figura 49 - Saída do modelo NARX .....	135



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Caracterização dos pontos de equilíbrio através de autovalores .....	41
Tabela 2 - Coeficientes nos modelos não lineares.....	48
Tabela 3 - Classificação de Não Linearidades .....	68
Tabela 5 – Resumo do Estado da Arte nos modelos Hammerstein-Wiener .....	88
Tabela 6 – Comparação dos melhores modelos NARMAX-RLS segundo os critérios de avaliação .....	97
Tabela 7 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-RLS .....	97
Tabela 8 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-RLS.....	98
Tabela 9 – Comparação entre os modelos NARMAX-RLS testados com entrada de pulso.....	99
Tabela 10 - Comparação dos modelos NARMAX-OLS .....	101
Tabela 11 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-OLS .....	102
Tabela 12 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-OLS.....	102
Tabela 13 - Comparação da adequabilidade dos modelos NARMAX-OLS frente a uma entrada nova .....	102
Tabela 14 - Comparação dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS .....	104
Tabela 15 - Indicadores de modelo dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS.....	104
Tabela 16 - Indicadores de erro dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS.....	105
Tabela 17 - Adequabilidade dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS .....	105
Tabela 18 – Comparação entre os modelos estimados pelo MATLAB .....	107
Tabela 19 - Resultados dos modelos frente a entrada de pulso .....	107
Tabela 20 - Comparação dos melhores modelos NARMAX-RLS .....	119
Tabela 21 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-RLS .....	119
Tabela 22 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-RLS.....	120
Tabela 23 - Resultados dos modelos simulados com onda senoidal.....	121



Tabela 25 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-OLS .....	125
Tabela 26 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-OLS.....	125
Tabela 28 - 10 regressores mais significantes do Modelo 1 .....	127
Tabela 29 – 12 regressores mais significantes do Modelo 2.....	127
Tabela 31 - Indicadores de modelo dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS.....	129
Tabela 32 - Indicadores de erro dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS .....	129
Tabela 33 - Comparação da simulação dos modelos Hammerstein-Wiener.....	131
Tabela 35 - Resultados de simulação dos modelos com entrada senoidal.....	134
Tabela 36 - Parâmetros e regressores do modelo 2 NARMAX-RLS - Modelo de neutralização de pH .....	147
Tabela 37 - Parâmetros e regressores do modelo 1 NARMAX-OLS - Modelo de neutralização de pH .....	147
Tabela 38 - Parâmetros do modelo 4 Hammerstein-Wiener-OLS - Modelo de neutralização de pH .....	148
Tabela 39 - Parâmetros do modelo 3 NARMAX-OLS - Modelo do transformador de potência.....	149



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>25</b>
<b>1.1 ALCANCE</b> .....	<b>29</b>
<b>1.2 OBJETIVOS</b> .....	<b>29</b>
<b>1.3 JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>29</b>
<b>1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO</b> .....	<b>33</b>
<b>1.5 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS</b> .....	<b>34</b>
1.5.1 Software MATLAB/Simulink®.....	34
1.5.2 Ambiente computacional .....	35
1.5.3 Topologia do Estudo de Casos .....	35
1.5.4 Casos a serem estudados.....	35
<b>2 Fundamentação teórica</b> .....	<b>37</b>
<b>2.1 SISTEMAS NÃO-LINEARES</b> .....	<b>37</b>
2.1.1 Testes de não-linearidade.....	39
2.1.2 Linearização para análise qualitativa de sistemas .....	40
2.1.3 Não-linearidades estáticas (sem memória) .....	42
2.1.4 Não-linearidades dinâmicas (com memória) .....	42
<b>2.2 MODELOS DE PROCESSOS</b> .....	<b>42</b>
<b>2.2.1 Modelos Lineares</b> .....	<b>43</b>
2.1.1.1. Modelos Paramétricos .....	43
2.1.1.2. Modelos Não-Paramétricos .....	44
<b>2.2.2 Modelos não-lineares</b> .....	<b>47</b>
2.1.2.1 Modelos NARMAX .....	49
2.1.2.2 Modelos Hammerstein .....	53
2.1.2.3 Modelos Wiener .....	54
2.1.2.4 Modelos Hammerstein-Wiener.....	54
2.1.2.5 Modelos Wiener-Hammerstein .....	57
<b>2.3 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS</b> .....	<b>57</b>
<b>2.3.1 Entradas do Modelo</b> .....	<b>59</b>
2.3.1.1 Sequência Pseudo-Randômica Binária.....	60
2.3.1.2 Sequência Pseudo-Randômica Multinível.....	62
2.3.1.3 <i>Parâmetros para o projeto do sinal de entrada</i> .....	65
2.3.1.4 <i>Metodologia para gerar um sinal MLPRS</i> .....	66

<b>2.3.2 Seleção do Modelo</b> .....	67
<b>2.3.3 Ordem do Modelo</b> .....	69
2.3.3.1 Índice de Lipschitz.....	70
<b>2.3.4 Estrutura do Modelo</b> .....	73
2.3.4.1 Taxa de Redução de Erro .....	74
<b>2.3.5 Estimação de Parâmetros</b> .....	75
2.3.5.1 Algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivos .....	75
2.3.5.2 Algoritmo de Mínimos Quadrados Ortogonais .....	76
2.3.5.2.1 <i>Algoritmo Recursivo Rápido</i> .....	77
<b>2.3.6 Validação de Modelos</b> .....	78
2.3.6.1 Análise de Resíduos .....	78
2.3.6.2 Somatório do Erro Quadrático.....	78
2.3.6.3 Coeficiente de Correlação Múltipla.....	78
2.3.6.4 Predição do Erro Final.....	79
2.3.6.5 Critério de Informação de Akaike .....	79
2.3.6.6 Média de Erros Quadráticos Normalizados.....	80
<b>3 Revisão bibliográfica</b> .....	<b>82</b>
<b>3.1 Modelo NARMAX/NCARMA</b> .....	<b>82</b>
<b>3.2 Modelo Hammerstein-Wiener</b> .....	<b>86</b>
<b>4 Estudos de caso</b> .....	<b>91</b>
<b>4.1 Sistema de neutralização de pH</b> .....	<b>91</b>
4.1.1 Testes de Não-linearidade .....	92
4.1.2 Projeto do Sinal de Entrada .....	94
4.1.3 Modelos NARMAX – Algoritmo Mínimos Quadrados Recursivos (RLS) ...	97
4.1.4 Modelos NARMAX – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS).....	101
4.1.5 Modelos Hammerstein-Wiener – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS).....	104
4.1.6 Modelos estimados pelo MATLAB®.....	106
<b>4.2 Transformador de potência</b> .....	<b>109</b>
4.2.1 Testes de Não-Linearidade.....	114
4.2.2 Projeto do Sinal de Entrada .....	115
4.2.3 Modelos NARMAX – Algoritmo Mínimos Quadrados Recursivos (RLS) .	117
4.2.4 Modelos NARMAX – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS).....	124



4.2.5 Modelos Hammerstein-Wiener – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS).....	128
4.2.6 Modelos Estimados pelo MATLAB® .....	133
<b>5 Análise dos resultados .....</b>	<b>136</b>
<b>6 Conclusão e considerações finais.....</b>	<b>137</b>
<b>Referências .....</b>	<b>139</b>
<b>Apêndice A – Seleção de modelos estimados nos casos de estudo .....</b>	<b>147</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Modelos são capazes de abstrair e descrever sistemas ou processos em um formato organizado e coerente para que possa ser mais facilmente compreendido ao público ao qual se destina ou para que possa ser processado de forma mais eficiente por alguma ferramenta. Modelos possibilitaram o estudo e evolução da ciência e tecnologia, como, por exemplo, o modelo do átomo e do DNA, e a criação e teste de diversas teorias, como o modelo físico-matemático da teoria das cordas desenvolvido na tentativa de unificar as teorias da física moderna, relatividade geral e física quântica. Devido à sua importância prática, modelos estão presentes no dia-a-dia de todas as pessoas no formato de modelos mentais. Por exemplo, o ato de dirigir um carro só é possível devido ao fato de que alguém tenha criado um modelo mental desse ato, estruturando passos de execução e organizando conhecimento sobre o sistema em questão.

No entanto, os modelos podem ter outra forma de representação, como modelos gráficos e físico-matemáticos. Os modelos gráficos representam algum sistema com informações que podem ser projetadas em um plano cartesiano, mostrando a relação entre variáveis e/ou com o tempo, por exemplo, uma medição de tensão em um circuito ao longo do tempo. Já os modelos físico-matemáticos (RODRIGUES, 1996) buscam representar sistemas em formato de equações algébricas, possibilitando o conhecimento do sistema em qualquer ponto do tempo (predição), em resposta à qualquer mudança dos seus estados.

Os modelos físico-matemáticos podem ter uma ampla gama de classificações, sendo alguns modelos estáticos ou dinâmicos, lineares ou não-lineares, mono ou multivariáveis, paramétricos ou não-paramétricos, variantes e invariantes no tempo, contínuos, amostrados ou discretos, e também modelos determinísticos e estocásticos.

Modelos de parâmetros concentrados são descritos por equações diferenciais ordinárias; modelos de parâmetros distribuídos são descritos por equações diferenciais parciais; lineares são descritos por equações diferenciais lineares; não-lineares descritos por equações diferenciais não-lineares; e variantes no tempo, descritos por equações cujos coeficientes variam no tempo.

Os modelos se mostram especialmente importantes na área de engenharia, quando por meio da representação física de sistemas através de modelos matemáticos, pode se obter um maior conhecimento do seu funcionamento interno, das interações entre suas variáveis, e através da sua simulação podem-se obter eventuais melhorias nestes sistemas (RODRIGUES, 1996). Os modelos são de fundamental importância na área da engenharia de controle, onde com base no modelo do processo é possível projetar o controlador sujeito a especificações, sintonizar os parâmetros de controladores, desenvolver observadores, avaliar o desempenho do processo e realizar otimizações.

No entanto, a modelagem fenomenológica de processos e equipamentos é uma tarefa que requer conhecimento específico do sistema sendo modelado. E devido a alta complexidade dos sistemas presentes hoje em dia, projetar um modelo matemático que represente fielmente todas as interações entre as variáveis em um sistema é uma tarefa árdua e difícil. Os modelos ainda podem ser imprecisos e acabar por não representar bem a sua contraparte física, devido à equívocos do modelador de sistemas sobre quais partes da dinâmica podem ser omitidas, e quais partes devem ser modeladas.

Visando evitar esse tipo de problema, foi desenvolvida uma técnica que visa identificar modelos matemáticos de através do conjunto de valores de entradas no sistema  $u(t)$ , e de suas saídas  $y(t)$ . Essa técnica é chamada de Identificação de Sistemas (BOX; JENKINS, 1976; SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989). Apesar de haver um grande número de pesquisas publicadas nessa área nos últimos anos, a identificação de sistemas não é uma área nova, com os primeiros trabalhos sendo publicados na metade do século 20.

Fatores da época como poder computacional, complexidade dos sistemas e as necessidades de controle de sistemas, dirigiram o foco dos estudos para os sistemas lineares (DOEBELIN, 1980). Os modelos lineares resultantes exibiam um ótimo compromisso entre a simplicidade do modelo e uma representação precisa do sistema. Devido aos grandes estudos realizados e a relativa simplicidade dos sistemas lineares, a identificação desses sistemas hoje é quase que uma atividade de rotina.

Apesar da representação dos sistemas por meio de modelos lineares ter conseguido manter sua simplicidade, estes são altamente restritivos no que se trata da representação das dinâmicas dos sistemas. Na natureza, todos os sistemas exibem comportamentos com determinado grau de não linearidade, e muitos possuem diversos pontos de operação, sendo assim, sua representação por meio de um modelo linear obtido via linearização em torno de um ponto de operação restringe a validade do modelo ao redor deste ponto.

Com o avanço da quantidade de plantas industriais, e o aumento da complexidade dos seus sistemas e equipamentos, aumentou-se também a necessidade de modelos e controladores que pudessem se adaptar mais eficientemente às dinâmicas dos processos. Ao longo dos anos, junto com a melhoria de *hardware* e *software*, e também do avanço na teoria de sistemas não-lineares, novas técnicas e métodos de identificação de sistemas não-lineares foram publicados, e hoje também estão sendo distribuídos em pacotes computacionais, prontos para uso. Apesar dos avanços, o processo de identificação ainda requer uma considerável intervenção humana para selecionar dados, estruturas e testar os modelos; no entanto, a tarefa é bem menos intensiva do que a modelagem física do sistema.

A possibilidade de identificação de modelos não-lineares, e sua utilização direta em controladores, representa um grande avanço em comparação a utilização apenas de modelos lineares. Os modelos não-lineares de hoje também são capazes de firmar um compromisso de simplicidade do modelo e da representação de quase toda a faixa de operação de um sistema, em comparação com uma faixa restrita dos modelos lineares. No entanto, apesar dos avanços em modelos não-lineares, não há uma solução universal para identificar todos os tipos de sistemas, pois estes diferem entre si a respeito das não-linearidades apresentadas, e sutis peculiaridades podem levar a resultados de identificação completamente diferentes. Também ainda há questões a serem trabalhadas no que concerne a estimação do modelo, robustez e também no aprofundamento de estudos relacionados com os preditores não-lineares (FAVIER; DUBOIS, 1990; MCCANNON et al., 1982).

A identificação de ambos sistemas lineares e não-lineares é definida com base na informação “*a priori*” do sistema, e é dividida nas três categorias abaixo:

- Identificação tipo caixa-branca (“*white box*”): neste caso, é quando se sabe todas as informações do sistema físico e se pode modelar as equações que regem esse sistema;
- Identificação tipo caixa-cinza (“*grey box*”): neste caso, é quando se tem apenas algumas ou bem poucas informações sobre o sistema físico, resultando apenas em algumas equações matemáticas. Essas equações são carregadas no algoritmo de identificação, auxiliando na descoberta do sistema completo;
- Identificação tipo caixa-preta (“*black box*”): neste caso, não se conhece nenhuma informação do sistema a identificar, portanto apenas as entradas e saídas são conhecidas, e o algoritmo de identificação vai relacionar esses sinais para obter o modelo que melhor se adapte ao sistema real.

Os métodos de identificação de sistemas podem ser divididos em três categorias (LJUNG, 1999):

- Métodos paramétricos: utilizam estruturas matemáticas parametrizadas para descrever os sistemas. Os parâmetros são estimados por algoritmos a partir dos dados medidos;
- Métodos não-paramétricos: os sistemas são identificados através de funções de correlação a partir dos dados disponíveis;
- Métodos por frequência: utilizam a transformada de Fourier para caracterizar o sistema desejado (HOUGEN, 1972).

Como regra geral na identificação de sistemas, os seguintes passos são executados até que o modelo final seja obtido e utilizado:

- Coleta de dados: são aplicadas as entradas específicas que excitam adequadamente o sistema a ser identificado, e as saídas são coletadas;
- Seleção da estrutura do modelo: de acordo com as não-linearidades do sistema, a estrutura mais adequada é selecionada, e as ordens são estipuladas;

- Estimação do modelo: o algoritmo de estimação dos parâmetros/modelo é executado com o objetivo minimizar ou maximizar algum critério, tornando-se um algoritmo de otimização;
- Validação do modelo: a estrutura com os parâmetros já calculados é então testada contra dados de validação a fim de determinar a precisão do modelo.

## 1.1 ALCANCE

O alcance deste trabalho se limita ao estudo das estratégias de identificação de modelos não-lineares paramétricos de caixa-preta.

## 1.2 OBJETIVOS

Com base na motivação e o contexto apresentado, este trabalho tem definido os seguintes objetivos principais definidos:

1. Estudar as técnicas de identificação de sistemas não lineares nas abordagens NARMAX e de Hammerstein-Wiener;
2. Realizar um estudo comparativo explorando as vantagens e limitações de cada técnica frente a diversos cenários;
3. Implementar as estratégias de identificação em estudo, realizar a identificação de sistemas de testes em nível de simulação computacional, e avaliar o desempenho das técnicas na presença de limitações encontradas na prática (ruídos, incertezas de modelagem, variações paramétricas, etc.);
4. Propor a extensão ou novas soluções às limitações das técnicas estudadas.

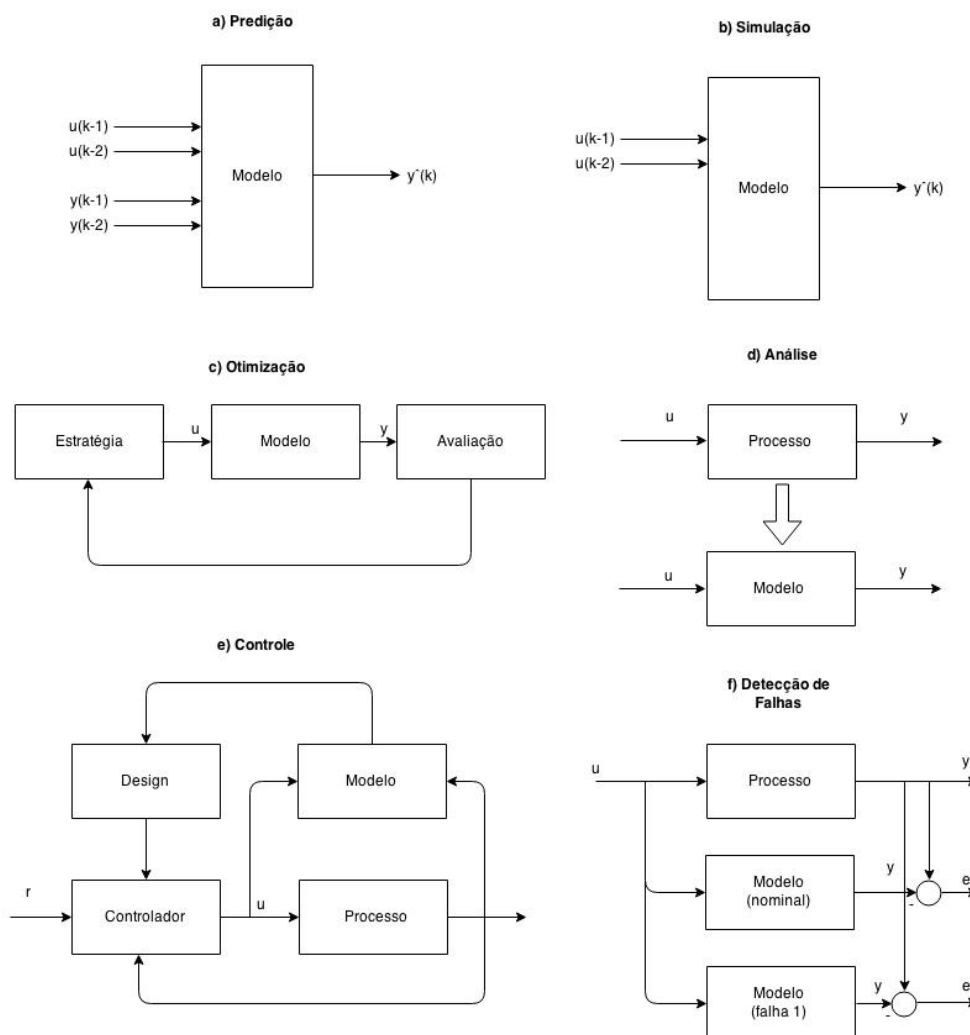
## 1.3 JUSTIFICATIVA

Sistemas lineares em tempo contínuo ou discreto são caracterizados por satisfazer as propriedades de homogeneidade e aditividade ambas relacionadas com o princípio de superposição. Sistemas lineares apresentam ainda uma invariabilidade temporal, ou seja, a resposta do sistema não depende do momento no qual este é excitado, fazendo com que o sistema seja mais previsível.

Estes fatos permitem que a modelagem e a identificação deste tipo de sistemas sejam simples. No entanto, dada a característica não-linear de praticamente todos os sistemas encontrados na natureza, os modelos lineares não conseguem representar de forma fiel todas as características dinâmicas dos sistemas, limitando-se somente a uma representação restrita as proximidades de um ponto de operação escolhido ao obter o modelo linear.

Os modelos não-lineares possuem uma ampla gama de aplicabilidade, sendo utilizados para tarefas de predição, simulação, otimização, análise, controle e detecção de falhas, como ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Aplicação dos modelos não-lineares: a) Predição; b) Simulação; c) Otimização; d) Análise; e) Controle e f) Detecção de falhas.



Fonte: Elaborado pelo autor, adaptado de Nelles (2001).

1. Predição (Figura 1 - a): os modelos utilizados para predição contam com as entradas de controle desejadas, e a saída sempre um ou mais passos a frente do tempo desejado. Como entrada no modelo, não só são proporcionadas as entradas de controle, mas também as saídas futuras de predições já realizadas, pois as saídas futuras dependem das saídas passadas;
2. Simulação (Figura 1 – b): em contraste, mas ainda similar com o modelo de predição, as simulações não têm como entrada as saídas futuras, e requer componentes de *feedback*, tornando a identificação ainda mais complexa, pois precisa-se cuidar da estabilidade do modelo. Os modelos de simulação são frequentemente usados como sensores por *software*, onde um sensor real não



tem a robustez necessária à operação, ou ainda seria muito grande, pesado ou caro;

3. Otimização (Figura 1 – c): a tarefa de otimização envolve a busca de um ponto de operação ótimo ou de um perfil de entradas ótimas ao sistema em questão. Nesse cenário, são utilizados modelos de predição ou simulação que substituem os sistemas reais. A vantagem de se utilizar essa abordagem é que o processo de otimização pode durar muito tempo e também utilizar entradas que não devem ser aplicadas ao sistema real durante a operação normal;
4. Análise (Figura 1 – d): pode-se obter conhecimentos mais detalhados do sistema através da aplicação de entradas variadas sobre o modelo e a verificação das respectivas saídas.
5. Controle (Figura 1 – e): há estruturas avançadas em que o projeto do controlador é feito utilizando detalhes do modelo do sistema. A cada amostragem, novas informações sobre o modelo são inseridos no controlador, que calcula o melhor sinal para atingir a referência desejada. Apesar de apenas a performance do controlador ser medida nesse caso, a performance do modelo influencia bastante no resultado.
6. Detecção de falhas (Figura 1 - f): é identificado o modelo do sistema em estado nominal, e então é feita a identificação para cada uma das falhas a serem monitoradas. A saída do sistema real é então comparada com a saída dos modelos, e então alguma falha pode ser detectada. Os modelos de detecção têm que ser extremamente confiáveis em baixas frequências, pois as altas frequências são geralmente perturbações passageiras, que poderiam emitir um falso alarme.

Devido à uma falta de consenso na própria área de sistemas não lineares, a modelagem e identificação desses sistemas também é carente de regras e padronização de modelos ou estruturas, sendo cada caso analisado separadamente. O que não se aplica a identificação de sistemas lineares, pois essa possui regras bem definidas quanto a utilização de modelos e seleção de estruturas para os mesmos.

Em razão dessa falta de regras e padronização, não se tem um “guia” sobre que tipo de estrutura e ordem de sistema utilizar em cada situação e sistema não linear, sendo essa tarefa realizada com base em diferentes tentativas para definir qual modelo/estrutura se encaixa na situação em questão.

Apresentada a importância do tema a ser estudado, neste trabalho serão estudadas e exploradas as vantagens e desvantagens de duas técnicas de identificação não linear utilizando-se dados de processos simulados. As técnicas escolhidas são NARMAX e Hammerstein-Wiener por ter abordagens diferentes e ser bastante utilizadas pela comunidade técnico-científica em diversos trabalhos, proporcionando um bom caso de comparação.

Enquanto a técnica NARMAX tem uma abordagem polinomial, Hammerstein-Wiener é uma técnica de identificação por blocos. A vantagem dos modelos NARMAX é sua aplicabilidade à uma ampla gama de sistemas, porém a ordem do modelo pode crescer consideravelmente, tornando o modelo complexo; e a técnica Hammerstein-Wiener é relativamente simples, porém a não-linearidade do modelo é estática, sendo embutida nos blocos pré-definidos.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta um estudo em relação as estratégias de identificação com aplicação a processos não-lineares que possam ser representados pelos modelos de Hammerstein-Wiener e NARMAX.

Para uma melhor compreensão do trabalho, este será dividido em cinco capítulos, estruturados na seguinte ordem:

Capítulo 1 – Introdução: apresenta a definição do problema, a motivação para realizar este trabalho e os objetivos a serem alcançados.

Capítulo 2 – Fundamentação teórica: apresenta uma síntese da fundamentação teórica da modelagem de processos lineares e não-lineares e das estratégias de identificação de sistemas não-lineares

Capítulo 3 – Revisão bibliográfica: apresenta uma revisão bibliográfica da evolução do estado da arte em relação as técnicas de identificação de sistemas não-lineares baseadas nos modelos de Hammerstein-Wiener e NARMAX.

Capítulo 4 – Estudos de caso: apresenta um estudo de casos aplicado à identificação de modelos não-lineares de processos industriais. São apresentados os modelos, exploradas as vantagens e limitações das técnicas de identificação frente a diversos cenários.

Capítulo 5 – Análise dos resultados: uma síntese comparativa dos resultados apresentados no capítulo anterior.

Capítulo 6 – Conclusão e considerações finais: apresenta as conclusões principais do projeto e as sugestões para trabalhos futuros.

## 1.5 MÉTODOS E PROCEDIMENTOS

Para viabilizar os objetivos propostos nesse trabalho, foi desenvolvido um método para realizar os testes e simulações de forma organizada e metódica.

O método é apresentado na seção 1.5.3 e os casos a serem estudados são apresentados na seção 1.5.4.

### 1.5.1 Software MATLAB/Simulink®

Os algoritmos, métodos, testes e simulações propostos nesse trabalho serão implementados e realizados na ferramenta MATLAB®, desenvolvida e distribuída pela empresa Mathworks.

O Simulink® é uma plataforma integrada ao software MATLAB®, utilizado para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos, sendo estes lineares ou não lineares. O software efetua amostragens destes sistemas em tempo contínuo, discreto ou uma combinação de ambos. O ambiente de programação é atribuído por diagrama de blocos e possui uma biblioteca de blocos personalizáveis e solucionadores para a modelagem e simulação.

O software MATLAB® possui uma ferramenta para identificação de sistemas chamada *System Identification Toolbox*. Essa ferramenta disponibiliza funções e blocos no Simulink® para projetos de identificação de modelos. Entre os modelos disponibilizados estão modelos não-lineares Hammerstein-Wiener e NARX, e modelo linear ARMAX. A identificação das não-linearidades nos modelos pode ser realizada com redes neurais baseadas em *wavelets*, com funções sigmoide, árvore-partição ou

com função linear em trechos. Ainda são disponibilizados métodos para validação dos modelos, como funções de correlação, FPE, AIC e NMSE, mencionados na seção 2.3.6.

#### 1.5.2 Ambiente computacional

Todos os testes serão realizados com um computador Apple MacBook Pro, com um processador Intel Core i7 2,5 GHz e 16 GB de memória RAM.

#### 1.5.3 Topologia do Estudo de Casos

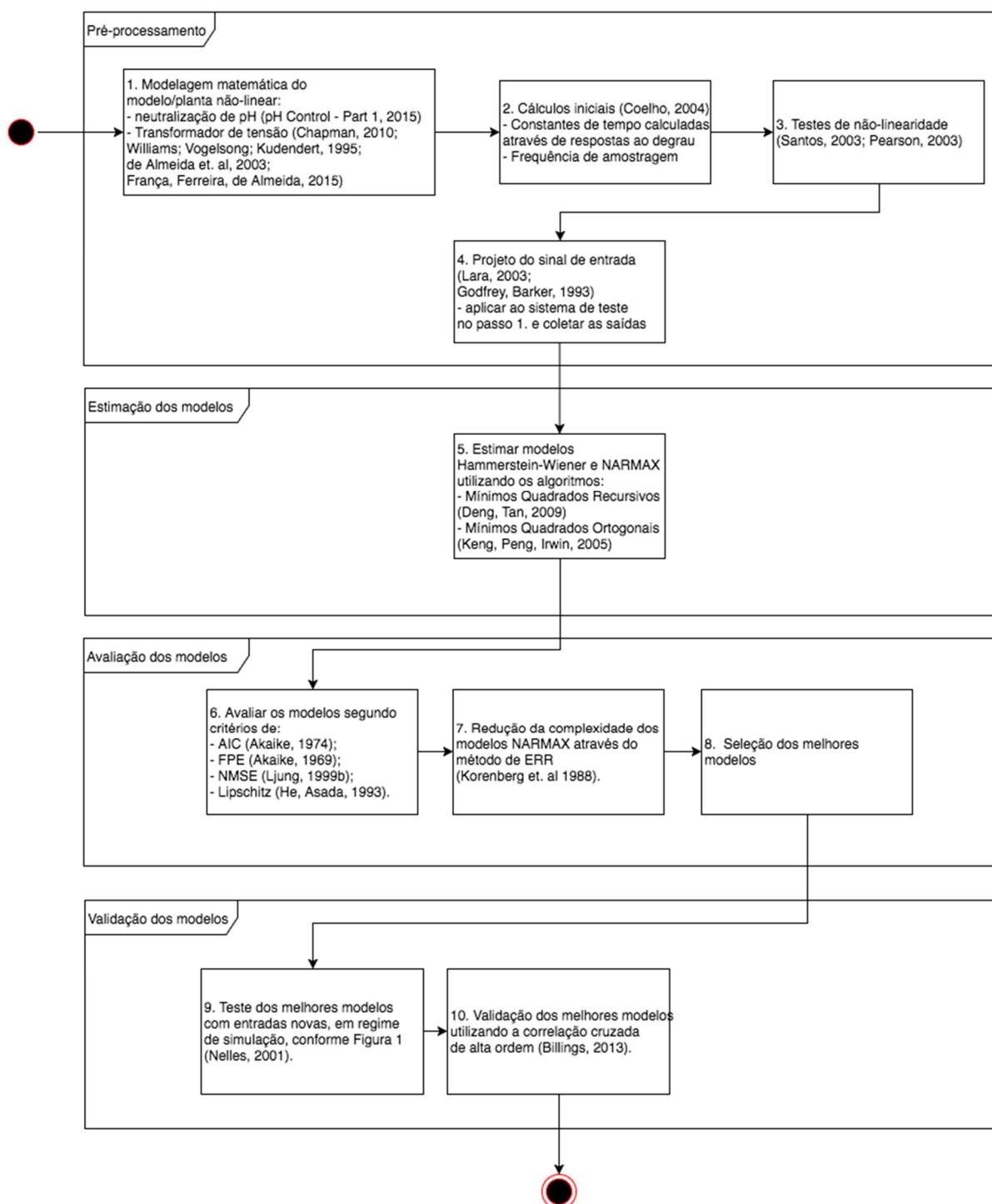
Seguindo os estudos abordados na revisão bibliográfica, os modelos serão simulados e identificados no software de simulação MATLAB/Simulink®, e as atividades a serem realizadas podem ser observadas na .

#### 1.5.4 Casos a serem estudados

Os seguintes processos serão modelados e identificados conforme os passos mencionados na seção 4.3:

- Sistema para o controle de pH;
- Transformador de tensão.

Figura 2 - Fluxograma de atividades a serem realizadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos contemplados no desenvolvimento deste trabalho. Inicialmente é apresentada uma síntese sobre sistemas não-lineares, suas dinâmicas e diferenças dos sistemas lineares, seguida de uma síntese da modelagem de processos dinâmicos lineares e não-lineares, e são apresentadas as características fundamentais de cada modelo. Em seguida é apresentada uma síntese da identificação de sistemas não-lineares, é apresentada a metodologia geral de identificação de modelos, descritas as considerações para a seleção do modelo e sua estrutura, os métodos para estimação de parâmetros e as técnicas de validação de modelos.

### 2.1 SISTEMAS NÃO-LINEARES

Todos os fenômenos da natureza são por definição não-lineares. A mecânica dos fluidos, elasticidade, relatividade, combustão, biomecânica e muitos outros fenômenos são governados por equações diferenciais não-lineares.

Sistemas não-lineares são vastamente mais difíceis de se analisar do que sistemas lineares, pois a existência de uma solução única para sistemas não-lineares não é garantida, as aproximações matemáticas não são sempre precisas e a sobreposição linear não está presente (OLVER, 2015).

Sistemas lineares são infinitamente mais simples, pois obedecem às seguintes propriedades:

- Homogeneidade:  $f(\alpha x) = \alpha f(x), \forall \alpha \in \mathfrak{R}$
- Superposição:  $f(x + y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathfrak{R}^n$

e podem ser representados pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

onde  $x$  representa os estados do sistema,  $u$  representa as entradas, e  $A$  e  $B$  representam as matrizes de entrada e saída, respectivamente, com  $A$  sendo geralmente chamada de matriz Jacobiana.

A solução da equação (1) é dada pela equação (2), que é linear na condição inicial  $x_0$  e na função de controle  $u(\cdot)$ .

$$x(t) = \exp^{At} x_0 + \int_0^t \exp^{A(t+\tau)} B u(\tau) d\tau \quad (2)$$

Quando são estudados os sistemas não-lineares, é encontrada uma situação mais difícil: o princípio da sobreposição não mais se aplica, portanto uma análise do comportamento do sistema em um ponto de operação não pode ser generalizada para outros pontos, gerando uma necessidade de ferramentas matemáticas avançadas (GALLESTEY; AL-HOKAYEM, 2016).

No entanto, um procedimento comum para análise de sistemas não-lineares é a análise separada do seu comportamento em pontos isolados (pontos de equilíbrio), onde o sistema não-linear é então linearizado no ponto escolhido, podendo-se então utilizar as ferramentas lineares para análise. No entanto, a linearização introduz limitações no sistema resultante, tornando-o válido apenas para a região à qual foi linearizado, e tornando-o também incapaz de reproduzir dinâmicas que só aparecem na presença de não-linearidades, portanto, um sistema não-linear é infinitamente mais rico que um sistema linear.

Algumas dinâmicas mais comuns presentes em sistemas não-lineares são apresentadas a seguir:

1. **Tempo de escape finito:** sistemas lineares podem ter um estado instável que tende ao infinito, quando  $t \rightarrow \infty$ . Já sistemas não-lineares podem ter um estado instável que chega ao infinito em tempo finito;
2. **Múltiplos pontos de equilíbrio isolados:** sistemas lineares podem ter somente um ponto de equilíbrio que atrai ou repele o estado do sistema independentemente das condições iniciais. Os sistemas não-lineares podem ter múltiplos pontos de equilíbrio, muitos deles dependentes das condições iniciais;
3. **Ciclos limite:** sistemas lineares tem oscilações estáveis se tiverem um par de autovalores no eixo imaginário. A amplitude depende das condições iniciais. Enquanto que nos sistemas não-lineares, a amplitude e frequência independem das condições iniciais;

4. **Caos:** sistemas não-lineares podem ter um comportamento em estado estacionário mais complicado, que não é um equilíbrio ou oscilação periódica. Ao invés, possuem características de comportamento aleatório apesar da natureza determinística do sistema;
5. **Múltiplos modos de comportamento:** sistemas não-lineares podem apresentar diferentes comportamentos dependendo dos parâmetros externos, e podem pular para diferentes comportamentos de forma autônoma, o que não ocorre nos sistemas lineares, visto que seu comportamento é dado pelos autovalores da matriz A (matriz Jacobiana) (GALLESTEY; AL-HOKAYEM, 2016).

Juntamente com os fenômenos listados acima, os sistemas não-lineares podem apresentar um ou mais de um tipo de não-linearidade. Alguns tipos de não-linearidades são apresentados nas seções 2.1.3 e 2.1.4.

#### 2.1.1 Testes de não-linearidade

Vistas as diferenças entre os sistemas lineares e não-lineares, e tendo em vista a natureza desse trabalho em trabalhar com identificação caixa preta, se faz necessário um método para averiguar a (não) linearidade do sistema para validar a adequabilidade de modelos não-lineares.

Sabendo-se das propriedades e fenômenos dos sistemas não-lineares apresentadas anteriormente, os testes de não-linearidade mais básicos visam testar os princípios básicos de homogeneidade e superposição.

Para o teste de homogeneidade é gerado um sinal de entrada  $x$ , esse sinal é então multiplicado por uma constante  $\alpha$  e o resultado é introduzido no sistema, resultando em  $y_1$ . Ao mesmo tempo é introduzido no sistema o sinal  $x$  original, resultando na saída  $y_2$ . O teste consiste em verificar a compatibilidade das saídas  $y_1 = \alpha y_2$ .

Para o teste de aditividade, são gerados dois sinais  $x_1$  e  $x_2$ . São introduzidos no sistema os sinais somados ( $x_1 + x_2$ ), e também individualmente. O teste consiste em verificar se a saída do sistema com as entradas somadas é igual às saídas do sistema com os sinais individuais.



Ademais, outros dois testes complementares são propostos por Pearson (2003) para testar a não-linearidade de sistemas e verificar sua intensidade:

1. **Teste de simetria e dependência de amplitude:** consiste em basicamente testar o princípio da homogeneidade do sistema em diferentes amplitudes, bem como com sinais do tipo escada, verificando a estabilidade do sistema (sistemas lineares podem ter saída infinita para uma entrada infinita, no entanto, sistemas não-lineares podem ter uma saída infinita para uma entrada finita);
2. **Resposta a entradas periódicas:** entradas periódicas podem não ser muito comuns em sistemas na prática, mas podem revelar bastante informações sobre a presença e a natureza da não-linearidade no sistema, especialmente entradas senoidais. É comum que sistemas lineares modifiquem a amplitude e/ou fase de uma entrada senoidal, mas esse tipo de sistemas não pode modificar o período da saída em relação a entrada, ou converter para uma outra função periódica de mesmo período. No entanto, a resposta dos sistemas não-lineares a entradas senoidais pode conter geração de harmônicas e sub-harmônicas, bem como saídas não-periódicas.

Apesar da grande quantidade de trabalhos realizados na área de identificação de sistemas não-lineares, poucos têm se dedicado ao estudo, caracterização e quantificação das não-linearidades, bem como a escolha de estruturas de identificação não-linear para diferentes tipos de não-linearidade.

### 2.1.2 Linearização para análise qualitativa de sistemas

Conforme visto anteriormente, o procedimento mais comum para análise qualitativa de sistemas não-lineares é o da linearização em um ponto de equilíbrio. Existem uma variedade de métodos para linearização, no entanto, o método mais rápido é o da linearização através da matriz Jacobiana (matriz de estados  $A$ ).

Para tanto, primeiramente se define o sistema a ser examinado em suas equações diferenciais parciais, para cada estado do sistema:

$$x' = f(x, y) \approx \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y \quad (3)$$

$$y' = g(x, y) \approx \frac{\partial g}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g}{\partial y} \Delta y \quad (4)$$

então se compõe a matriz Jacobiana a partir das equações diferenciais parciais:

$$A = \begin{pmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{pmatrix} \quad (5)$$

Tendo-se as definições das equações (3), (4) e (5), pode-se então seguir os passos a seguir para linearizar e analisar qualitativamente o sistema sendo estudado:

1. Encontrar todos os pontos de equilíbrio do sistema (soluções constantes) através das equações diferenciais do sistema, igualando-as a zero:  
 $f(x, y) = 0$ , e  $g(x, y) = 0$ ;
2. Para cada solução encontrada, monta-se então os pares dos pontos de equilíbrio  $(x_0, y_0)$ , e se avalia a matriz A para cada um dos pares;
3. Calcula-se então os autovalores da matriz A, avaliada para cada ponto de equilíbrio, e partir dos autovalores se classifica e os pontos de equilíbrio de acordo com seu tipo e estabilidade, conforme a Tabela 1;
4. Caso o ponto de equilíbrio sendo avaliado seja estável, projeta-se então as trajetórias no ponto de equilíbrio, e de sua vizinhança, no plano de fase XY, que inclui os vetores das trajetórias;
5. São unidos os planos de fase XY de todos os pontos estáveis em uma única projeção para fácil análise do sistema (MATTUCK, 2011).

Tabela 1 – Caracterização dos pontos de equilíbrio através de autovalores

Autovalores da matriz Jacobiana	Comportamento do ponto de equilíbrio	Estabilidade
Ambos reais e positivos	Origem/nodo instável	Instável
Ambos reais e negativos	Pia/nosso estável	Assintoticamente estável

<b>Autovalores da matriz Jacobiana</b>	<b>Comportamento do ponto de equilíbrio</b>	<b>Estabilidade</b>
Reais e de sinais opostos	Ponto de sela	Instável
Ambos números complexos com parte real positiva	Origem espiral	Instável
Ambos número complexos com parte real negativa	Pia espiral	Assintoticamente estável

Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Lebl (2014).

### 2.1.3 Não-linearidades estáticas (sem memória)

Não-linearidades estáticas não dependem de valores prévios de saída, portanto são calculadas com os dados presente no mesmo instante. Podem se dar nos seguintes tipos:

- **Relé:** é apresentada quando o modo de modelagem sofre uma mudança;
- **Saturação:** modelagem de variáveis com limites estritos, como em atuadores;
- **Zona morta:** aparece ligada à sensibilidade de sensores e atuadores (GALLESTEY; AL-HOKAYEM, 2016).

### 2.1.4 Não-linearidades dinâmicas (com memória)

Diferentemente das não-linearidades estáticas, as que possuem características dinâmicas (com memória) podem levar em consideração todas ou apenas parte das saídas passadas. O caso mais comum de não-linearidade dinâmica é o caso da histerese, onde a trajetória de subida é diferente da trajetória de descida. A histerese está presente em transformadores de potência, termostatos, e também em atuadores com falha, como, por exemplo, em válvulas (GALLESTEY; AL-HOKAYEM, 2016).

## 2.2 MODELOS DE PROCESSOS

A representação de processos em modelos matemáticos está condicionada ao quanto o modelo pode representar as dinâmicas do sistema de forma eficiente, sem comprometer a simplicidade do modelo e processamento computacional. Os modelos

se tornam extremamente úteis quando a experimentação em processos reais não é possível, seja pela falta de segurança ou até mesmo falta de recursos financeiros para equipamentos de teste (COELHO; COELHO, 2004).

A modelagem dos sistemas pode ser feita de forma fenomenológica, que é a modelagem do sistema a partir das suas características físicas, ou através da identificação de sistemas, que consiste na modelagem matemática através da análise dos sinais de entrada e saída do sistema. Devido ao aumento da complexidade dos sistemas, e das próprias necessidades de controle, a modelagem física do sistema por completo se torna uma tarefa intensiva e propensa a erros. No entanto, com o avanço dos recursos computacionais, a identificação de sistemas se tornou a principal maneira de modelagem matemática de sistemas (COELHO; COELHO, 2004).

### 2.2.1 Modelos Lineares

Os modelos lineares contínuos e discretos de sistemas dinâmicos são, e foram por muito tempo, os mais utilizados e pesquisados por manterem uma representação simples dos sistemas, sem comprometer a qualidade do modelo e sem requerer uma grande quantidade de poder computacional. No entanto, esses modelos não são capazes de representar adequadamente sistemas com um alto grau de não-linearidade, e sua representação se limita à uma estreita faixa próxima do ponto de operação onde o sistema foi linearizado.

#### 2.1.1.1. Modelos Paramétricos

São modelos que apresentam parâmetros relacionados a coeficientes polinomiais de uma equação a diferenças discretas (RODRIGUES, 1996).

- **CARMA:** Os modelos CARMA (*Controlled Auto-Regressive Moving Average*) é representado pela seguinte equação:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})\xi(k) \quad (6)$$

Onde  $u(k)$  é o sinal de controle,  $y(k)$  é a saída do sistema,  $\xi(k)$  pode representar incertezas de modelagem, ruídos ou erros de medição, e  $d$  representa o atraso de transporte discreto.

- **CARIMA:** O modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*) é representado pela seguinte equação:

$$A(z^{-1})\Delta y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k) + C(z^{-1})\xi(k) \quad (7)$$

Que se difere do modelo CARMA apenas na parte integradora  $\Delta$ , onde  $\Delta = (1 - q^{-1})$ , de maneira que  $\Delta y(k) = y(k) - y(k - 1)$ .

- Algumas variações dos modelos CARMA e CARIMA que podem ser encontradas, são as seguintes:
  - Modelo CAR:  $A(z^{-1})y(k) = q^{-d}B(z^{-1})u(k) + \xi(k)$
  - Modelo ARMA:  $A(z^{-1})y(k) = C(z^{-1})\xi(k)$
  - E Modelo MA:  $y(k) = C(z^{-1})\xi(k)$

#### 2.1.1.2. Modelos Não-Paramétricos

Representam a dinâmica de processos através da resposta impulsiva ou de degrau. Se diferenciam dos modelos paramétricos por conseguir representar dinâmicas rápidas, que os modelos paramétricos não conseguiriam representar. A desvantagem é que esses modelos requerem um elevado número de parâmetros para conseguir representar os processos de forma adequada (LJUNG; GLAD, 1994).

- **Resposta ao impulso:** Representam o sistema com um número infinito de coeficientes que correspondem à resposta impulsiva do sistema. A saída do sistema é representada pela equação:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(k - i) \quad (8)$$

onde  $y$  é a saída do modelo,

$h_i$  representa o coeficiente do modelo no instante  $i$

e  $u$  representa as entradas do modelo.

Nos sistemas estáveis, os coeficientes tendem a zero quando  $i \rightarrow \infty$ .

Como os coeficientes tendem a zero depois de um certo período de tempo, há a possibilidade de selecionar apenas os coeficientes de maior significância,

podendo ser negligenciado os coeficientes restantes. Com isso é permitido a implementação de um modelo FIR (*Finite Impulse Response*) para representação dos sistemas.

- **Modelo FIR convencional:** É o modelo de resposta ao impulso, com um número de coeficientes grande o suficiente para que  $h_i \cong 0$  para  $i > N$ , e a equação é dada por:

$$y(k) = \sum_{i=1}^N h_i u(k-i) \quad (9)$$

onde  $y$  é a saída do modelo,

$h_i$  representa o coeficiente do modelo no instante  $i$ ,

$N$  é o número de amostras,

e  $u$  representa as entradas do modelo.

- **Modelo FIR incremental:** É baseado nas equações de resposta ao impulso e de FIR convencional, onde subtraindo as duas equações, obtemos:

$$y(k) - y(k-1) = \sum_{i=1}^N h_i u(k-i) - \sum_{i=1}^N h_i u(k-1-i) \quad (10)$$

Que pode ser reescrita como (CLARKE; ZHANG, 1987):

$$y(k) = y(k-1) + \sum_{i=1}^N h_i \Delta u(k-i) \quad (11)$$

onde  $y$  é a saída do modelo,

$h_i$  representa o coeficiente do modelo no instante  $i$ ,

$N$  é o número de amostras,

e  $u$  representa as entradas do modelo.

- **Modelo FIR dinâmico:** Esse modelo se baseia no fato de que a maioria das dinâmicas de baixa frequência dos processos podem ser aproximadas por modelos de primeira ordem (AUSLANDER; TAKAHASHI; TOMIKUZA, 1978).

A equação é dada por:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{N-1} h_i u(k-i) + \frac{h_N}{1-pz^{-1}} u(k-N) \quad (12)$$

onde  $y$  é a saída do modelo,

$h_i$  representa o coeficiente do modelo no instante  $i$ ,

$N$  é o número de amostras,

$h_N$  e  $p$  são parâmetros do modelo,

e  $u$  representa as entradas do modelo.

Que pode ser reescrita como função de transferência:

$$G(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 - p z^{-1}} \quad (13)$$

onde  $b_i = h_i - p h_{i-1}$ , para  $i = 1, \dots, P$  e  $p$  é determinado de maneira que o ganho do modelo seja igual ao ganho estático do processo  $g_s$ . Sendo assim:

$$p = 1 - \frac{h_n}{g_s - \sum_{i=1}^{N-1} h_i} \quad (14)$$

E o modelo é garantido que seja estável e sobre amortecido caso:

$$g_s < \sum_{i=1}^N h_i \quad (15)$$

- **Resposta ao degrau:** É a representação do processo com um número infinito de termos correspondendo a resposta ao degrau do sistema (*ISR – Infinite Step Response*), representado pela seguinte equação:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\infty} (g_i - g_{i-1}) u(k-i) \quad (16)$$

onde  $y$  é a saída do modelo,

$g$  representa o coeficiente do modelo,

e  $u$  representa as entradas do modelo.

Para sistemas estáveis, os coeficientes da resposta ao degrau tendem à um valor constante  $g_s$  quando  $i \rightarrow \infty$ .

- **Modelo FSR (*Finite Step Response*):** O modelo FSR é semelhante ao modelo de resposta ao degrau no que se refere ao modo de excitação do sistema. A diferença está que o modelo FSR seleciona um número finito de coeficientes para que a representação do sistema esteja precisa o suficiente. A equação o modelo FSR pode escrita como:

$$y(t) = G(z^{-1})\Delta u(t - 1) \quad (17)$$

onde  $G(z^{-1})$  são os coeficientes da resposta do sistema ao degrau,

$y$  é a saída do modelo,

e  $u$  são as entradas do modelo.

A diferença entre os modelos FIR e FSR é que enquanto os coeficientes de FIR tendem a 0 em tempo infinito, os coeficientes do FSR tendem à um valor de ganho estático do sistema.

### 2.2.2 Modelos não-lineares

Os modelos lineares de identificação se tornaram muito populares devido à sua simplicidade de representação e exigência computacional. No entanto, são limitados a operar nas suas regiões de linearização, que podem ser faixas bem estreitas, dependendo do nível de não-linearidade do sistema.

Devido a essa limitação, quando há necessidade de um modelo que represente um número maior de dinâmicas no processo, ou quando há a necessidade de mais de uma faixa de operação no modelo, os modelos não-lineares são aplicados. Apesar de mais complexos, os modelos não-lineares conseguem manter uma certa relação de simplicidade e capacidade de representação do sistema (MANER et al., 1994).

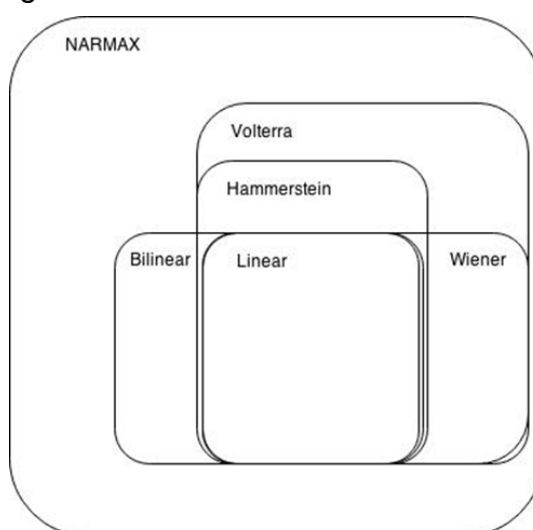
O modelo não linear NCARMA (*Nonlinear Controlled Auto-Regressive Moving Average*), ou NARMAX (*Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Variables*), é o modelo de identificação mais completo, possuindo vários coeficientes e regressores de todos os tipos, sendo assim indicado para representar os processos com dinâmicas mais complexas. No entanto, o modelo NARMAX também é o mais



complexo de todos e o número de coeficientes pode chegar a um número bem alto (SANTOS, 2007).

De modo geral, todos os outros modelos não lineares são derivados da estrutura NARMAX, sendo simplificados de alguma forma para alguma aplicação específica. Na Figura 3 é apresentado um diagrama de Venn que mostra a relação entre os modelos não-lineares, e a Tabela 2 mostra a relação dos coeficientes presentes em cada particularização do modelo NARMAX.

Figura 3 - Modelos não-lineares



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Santos (2007).

Tabela 2 - Coeficientes nos modelos não lineares

Coeficientes	Linear	Hammerstein	Bilinear	Volterra	NARMAX
$h_u$	x	x	x	x	x
$h_y$	-	x	x	x	x
$h_{uu}$	-	x	-	x	x
$h_{yu}$	-	-	x	-	x
$h_{yy}$	-	-	-	-	x

Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Santos (2007).

### 2.1.2.1 Modelos NARMAX

NARMAX é, de fato, um acrônimo para *Nonlinear Auto-Regressive Moving Average with Exogenous Inputs* (Não-linear Autoregressivo de Médias Móveis com Entradas Externas).

Esse modelo foi inicialmente proposto em por Billings e Leontaritis (1981) e então desenvolvido posteriormente por publicações subsequentes (BILLINGS; LEONTARITIS, 1982; BILLINGS; VOON, 1983a; LEONTARITIS; BILLINGS, 1985a, 1985b).

Sistemas lineares podem ser representados em uma forma racional:

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{B}{A} \quad (18)$$

ou então em uma expansão polinomial:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_u} b_j u(k-d-j+1) \quad (19)$$

onde  $b_j$  e  $a_i$  são os parâmetros do sistema,  $n_a$  e  $n_u$  são as ordens da saída e da entrada, e  $d$  é o atraso de transporte.

De forma similar, em um modelo não linear pode ser representado por uma equação a diferenças, utilizando conceitos de realização multiestructural de Nerode, do campo de geometria diferencial (RAHROOH; SHEPARD, 2009):

$$y(t) = F^l[y(t-1), \dots, y(t-n_y); u(t-d), \dots, u(t-d-n_u+1); e(t-1), \dots, e(t-n_e)] \quad (20)$$

onde:

$F^l[.]$  é uma função não linear

$l$  é a ordem da função

$y$  representa as saídas anteriores

$u$  representa as entradas do sistema

$e$  representa os resíduos

$n_y$ ,  $n_u$  e  $n_e$  representam as ordens das saídas, entradas e resíduos, respectivamente.

Expandindo a equação (20) como um polinômio, e definindo:

$$\phi = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ \dots \\ y(k-n_y) \\ u(k-d) \\ \dots \\ u(k-d-n_u+1) \\ e(k-1) \\ \dots \\ e(k-n_y) \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde  $\phi$  é chamado de vetor de regressores, a equação (20) pode então ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = & \sum_{i_1=1}^p \theta_{i_1} \phi_{i_1}(k) \\ & + \sum_{i_1=1}^p \sum_{i_2=i_1}^p \theta_{i_1 i_2} \phi_{i_1}(k) \phi_{i_2}(k) + \dots \\ & + \sum_{i_1=1}^p \dots \sum_{i_l=i_{l-1}}^p \theta_{i_1 \dots i_l} \phi_{i_1}(k) \dots \phi_{i_l}(k) \end{aligned} \quad (22)$$

onde  $\hat{y}(t)$  é a saída estimada do modelo

$\phi$  é o vetor de regressores

$l$  é a ordem do modelo/função não-linear

$p$  é o número de regressores em  $\phi$

e o número total de termos no polinômio expandido na equação (22) pode ser calculado de forma combinatória por:

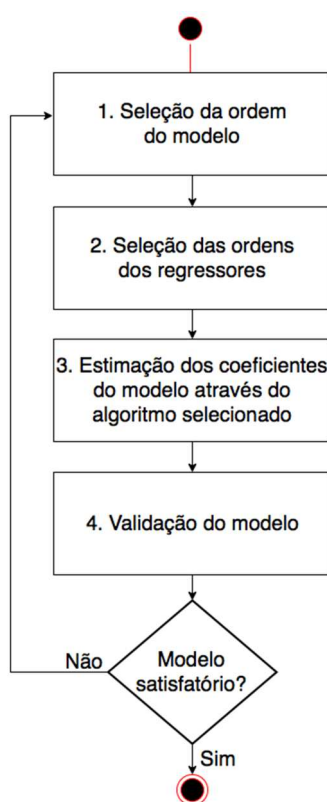
$$n = \frac{(p+l)!}{p! l!} - 1 \quad (23)$$

O modelo NARMAX é considerado o mais completo, e mais aplicável para não-linearidades dinâmicas, pois todos os parâmetros e regressores são considerados nesse modelo.

A parte autoregressiva se dá pelos regressores de  $y$ , a parte de médias móveis é relacionada com os regressores dos resíduos  $e$ , e as entradas externas são dadas pelos termos de  $u$  (BILLINGS, 2013).

Tomando como premissa que as entradas e saídas do sistema já foram coletadas, é possível estimar um modelo NARMAX com o procedimento simplificado apresentado na Figura 4, e as operações internas do modelo podem ser vistas na Figura 5.

Figura 4 - Procedimento de estimação de modelos NARMAX



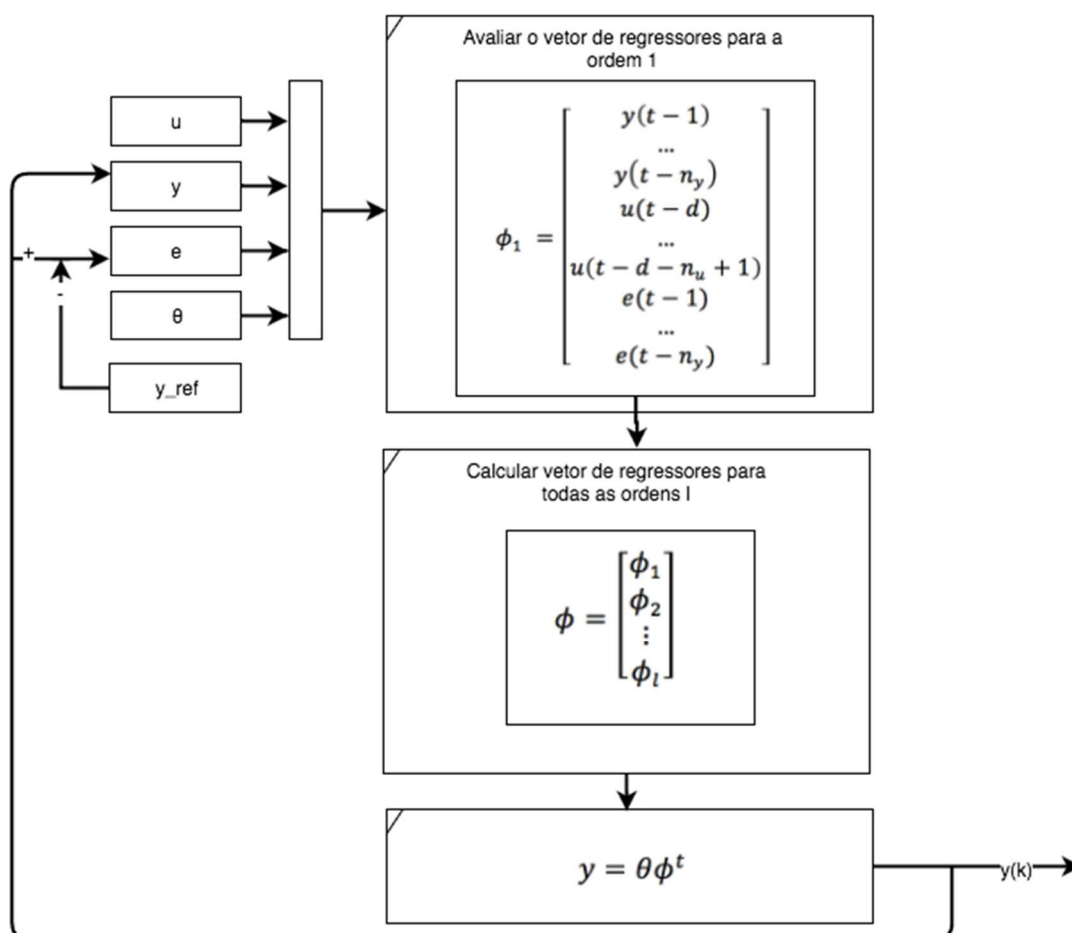
Fonte: Elaborada pelo autor.

Da Figura 4, os passos 1-3 são os mais pertinentes para a área de pesquisa do modelo NARMAX, visto que o passo 4 é generalizado para toda a área de identificação de sistemas e serve a todos os tipos de modelos, exceto na sub tarefa de refinamento do modelo, que pode ser feito para modelos NARMAX através do método da Taxa de Redução de Erro (*Error Reduction Ratio - ERR*).

Os passos 1 e 2 são altamente tratados na literatura como sendo um problema não resolvido, e envolve um tanto ciência, como arte, e a experiência do engenheiro.

A escolha desses parâmetros se dá de forma de tentativa e erro, bem como utilizando os conhecimentos já obtidos sobre o sistema em questão (BILLINGS, 2013).

Figura 5 - Fluxograma das operações internas do modelo NARMAX



Fonte: Elaborada pelo autor.

No passo 3 é onde se encontra uma investigação minuciosa e metódica na literatura, onde diversos métodos para estimação de parâmetros foram desenvolvidos e aplicados, dentre eles:

1. Mínimos quadrados recursivos (BHATTACHARJEE; SENGUPTA; SUTRADHAR, 2010; DENG; TAN, 2009; TAN; DENG, 2014; TOGUN; BAYSEC; KARA, 2012)
2. Mínimos quadrados ortogonais (BILLINGS, 2013; BILLINGS; CHEN; KORENBERG, 1989; BILLINGS; KORENBERG; CHEN, 1988; CHIRAS;

EVANS; REES, 2001; GUO et al., 2015; KANG; PENG; IRWIN, 2005; KORENBERG et al., 1988)

3. Redes neurais (ACUNA; RAMIREZ; CURILEM, 2012; DAMOUR et al., 2010; GE; ZHANG; LEE, 2004; KARTHIK; RAJALAKSHMI, 2012; LIND; LJUNG, 2005; NELLES, 2001; RAHIM; TAIB; YUSOF, 2003; TOGUN; BAYSEC; KARA, 2012)
4. Redes neurais baseadas em *wavelets* (BILLINGS; WEI, 2006; WENJUN ZHANG; ZHENGJIANG LIU; WEI LI, 2012)
5. Máxima verossimilhança (*Maximum likelihood*) (SHENTON, 2007)
6. Método do exame de partículas (*Particle swarm optimization*) (MOHAMAD et al., 2013; YASSIN et al., 2010a, 2010b, 2010c)

Neste trabalho serão implementadas, discutidas e comparadas as técnicas de mínimos quadrados recursivos e mínimos quadrados ortogonais, que são os métodos mais populares para estimação de parâmetros, tanto na área de identificação de sistemas quanto fora dela.

#### 2.1.2.2 Modelos Hammerstein

O modelo de Hammerstein é composto por 2 elementos: um modelo não-linear seguido de um modelo dinâmico linear. O que significa que a não-linearidade no modelo de Hammerstein é estática.

O bloco de não linearidade pode ser representado de 3 formas:

- **Representação por Polinômio:** É utilizado principalmente quando não se tem informações da não-linearidade, sendo essa aproximada por uma expansão polinomial finita da seguinte forma:

$$x(k) = \gamma_1 u(k) + \gamma_2 u^2(k) + \dots + \gamma_m u^m(k) \quad (24)$$

onde  $x(k)$  é a pseudo-saída não mensurável do bloco não-linear,  $\gamma_i$  representam os coeficientes do polinômio, e  $m$  representa a ordem de não-linearidade.

A expressão do modelo de Hammerstein nesse formato é dada da seguinte maneira:

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})x(k) + \varepsilon(k) \quad (25)$$

representando a relação linear entre a saída  $y(t)$  e a pseudo-saída do bloco não-linear  $x(t)$ , somado das incertezas de modelagem  $\varepsilon$ .

- **Representação pela equação de não linearidade:** Quando a não linearidade do sistema é conhecida, essa pode ser inserida diretamente no bloco não-linear do modelo via equação matemática. Algumas não-linearidades são mais conhecidas e recorrentes como, por exemplo, as seguintes: Saturação; Relé; Zona-morta e Histerese.
- **Representação por modelos semi-paramétricos:** Essa classe de representação são para as não-linearidades não conhecidas que serão modeladas utilizando redes neurais artificiais ou lógica difusa (UNBEHAUEN, 1996).

### 2.1.2.3 Modelos Wiener

Ao contrário da representação de Hammerstein, o modelo de Wiener apresenta um elemento dinâmico linear seguido por um elemento não-linear estático.

A expressão que representa a saída do modelo de Wiener é dada por:

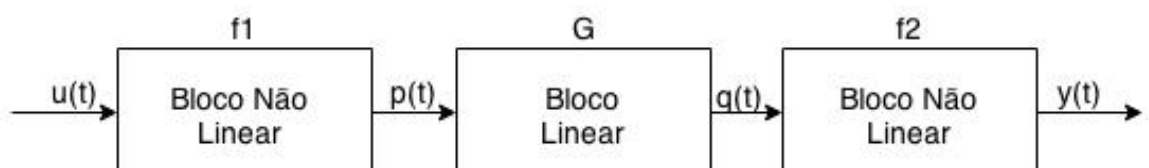
$$y(k) = \gamma_1 w(k) + \gamma_2 w^2(k) + \dots + \gamma_m w^m(k) \quad (26)$$

Onde a pseudo-saída  $w(k)$  é a saída do bloco linear.

### 2.1.2.4 Modelos Hammerstein-Wiener

O modelo Hammerstein-Wiener é uma combinação dos dois últimos modelos apresentados. O modelo é representado por 1 bloco dinâmico linear  $G$ , situado entre 2 blocos estáticos não lineares  $f_1$  e  $f_2$ , vide Figura 6.

Figura 6 - Modelo Hammerstein-Wiener



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Lauwers (2011).

A combinação desses dois modelos foi inicialmente estudada por Bai (1998), onde o método de identificação para essa combinação de modelos foi inicialmente derivada, e o modelo seguiu sendo desenvolvido por outros trabalhos (BAI, 2002; BAUER; NINNESS, 2002; CRAMA; SHOUKENS, 2004; VÖRÖS, 2004; ZHU, 2002).

Por exemplo, a primeira não linearidade poderia ser a de um atuador da planta, seguida pelo seu comportamento linear não variante no tempo, e por fim alguma característica não linear da planta (LAUWERS, 2011).

Um modelo Hammerstein-Wiener pode ser representado matematicamente pela equação (27), inicialmente derivada por Bai (1998).

$$y(k) = \sum_{i=1}^p a_i \left\{ \sum_{l=1}^q d_l g_l [y(k-i)] \right\} + \sum_{j=1}^n b_j \left\{ \sum_{t=1}^m c_t f_t [u(k-j)] \right\} + \eta(k) \quad (27)$$

onde  $y, u, \eta$  são as entradas, saídas e perturbações do sistema, respectivamente,

os parâmetros  $a$  e  $b$  são os parâmetros do bloco linear, e os parâmetros  $c$  e  $d$  são os parâmetros do bloco não-linear de entrada e saída, respetivamente,

$g_l$  e  $f_t$  são funções não-lineares contínuas e devem ser conhecidas pelo projetista.

Nesse trabalho foram escolhidas as combinações lineares de funções não-lineares de base para representar as funções  $g_l$  e  $f_t$ , de formato similar às equações (24) e (26). As funções de base foram propostas por Kondor (2004) para regressão polinomial, e são dadas por:

$$f(x) = \theta_0 + \sum_{l=1}^L \theta_l x^l \quad (28)$$

onde  $\theta$  são os parâmetros a serem estimados

e  $x$  são os valores de entrada.

Adaptando a equação (28) para esse trabalho, foram obtidas as equações (29) e (30).

$$g_l = d_0 + \sum_{l=1}^q d_l y(k-i)^l \quad (29)$$



$$f_t = c_0 + \sum_{t=1}^m c_t u(k-t)^t \quad (30)$$

Para realizar a identificação dos parâmetros, a equação (27) pode ser definida de forma vetorial, onde os parâmetros são definidos pela equação (31) e os valores do sistema são definidos pela equação (32).

$$\theta = [b_1 c_1, \dots, b_m c_m, \dots, a_p d_1, \dots, a_p d_q] \quad (31)$$

$$\phi(k) = [f_1(u(k-1)), \dots, f_m(u(k-1)), \dots, f_1(u(k-n)), \dots, g_1(y(k-p)), \dots, g_q(y(k-p))] \quad (32)$$

A equação (28) pode ser então reescrita por:

$$y(k) = \phi(k)\theta + \eta(k) \quad (33)$$

Observa-se da equação (31) uma clara deficiência dessa abordagem proposta por Bai (1998), onde os parâmetros estimados são resultados dos produtos dos parâmetros do bloco de entrada com os parâmetros do numerador do bloco linear, e dos produtos do bloco de saída com os parâmetros do denominador do bloco linear.

Bai (1998) ainda propõe um método para realizar o desacoplamento dos parâmetros utilizando o método de decomposição em valores singulares (SVD – *singular value decomposition*). No entanto, foram realizados testes com o método SVD em sistemas Hammerstein-Wiener hipotéticos, sem que os parâmetros reais fossem recuperados com precisão.

Portanto, esse trabalho se limita a estimação dos parâmetros  $\theta$  dados pela equação (31), onde o algoritmo de estimação utilizado é o de Mínimos Quadrados Ortogonais, que será apresentado na seção 2.2.5.2.1.

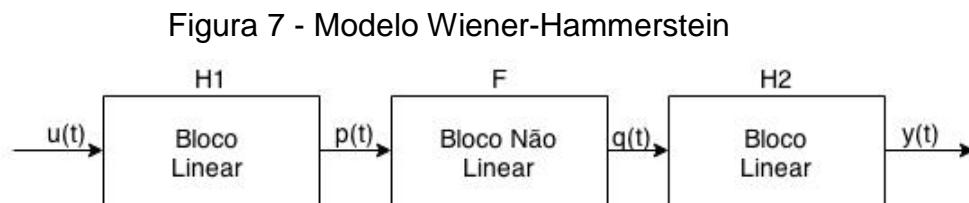
Os algoritmos de estimação de parâmetros dos modelos Hammerstein-Wiener encontrados na literatura são:

- Mínimos Quadrados Recursivos (BAI, 1998);
- Mínimos Quadrados Hierárquicos (WANG; DING, 2012; ZHU, 2002);
- Mínimos Quadrados utilizando variáveis internas (VÖRÖS, 2004);

- Mínimos Quadrados com algoritmo Iterativo (SCHOUKENS; BAI; ROLAIN, 2012);
- Algoritmo de Máxima Verossimilhança (*Maximum Likelihood Algorithm*) (WILLS et al., 2013).

### 2.1.2.5 Modelos Wiener-Hammerstein

Ao contrário do modelo Hammerstein-Wiener, descrito na seção 2.1.1.6, o modelo Wiener-Hammerstein possui dois blocos lineares dinâmicos ( $H_1$  e  $H_2$ ) na entrada e na saída do modelo, e um bloco estático não linear  $F$  no meio. A topologia desse modelo é apresentada na Figura 7.



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Billings e Fakhouri (1978).

Billings e Fakhouri (1978, 1982) são acreditados por terem introduzido e derivado o primeiro modelo geral de identificação Wiener-Hammerstein, apesar de autores em anos anteriores terem sintetizado a estrutura que deu origem a esse modelo, bem como analisado e sintetizado a teoria dos modelos de blocos em cascata e de modelos não lineares com retroalimentação (BILLINGS; FAKHOURI, 1982).

## 2.3 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

A identificação de sistemas é a técnica que busca estimar parâmetros de um modelo genérico, para que esse represente o sistema real mais fielmente quanto possível. A técnica não exige conhecimento das características físico-matemáticas do sistema, mas exige conhecimento das limitações do sinal de entrada, dos pontos de operação e das constantes de tempo do sistema.

A técnica de identificação pode ser dividida em várias etapas, entre elas a seleção do modelo, da estrutura, estimação de parâmetros, e validação do modelo. Essas etapas serão detalhadas a seguir.

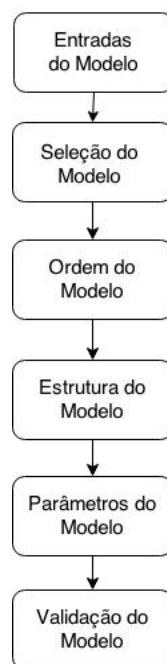
Como a identificação de sistemas se baseia nos sinais de entrada e saída, é fácil perceber que o sinal de entrada deve possuir características que possam excitar o sistema a ser identificado em toda a faixa de operação desejada, caso contrário, algumas dinâmicas do processo não poderão ser representadas pelo modelo, e este estará impreciso. Sinais de ruído branco são desejáveis como sinal de entrada pois possuem uma potência espectral distribuída em uma ampla faixa de frequências.

Enquanto que nos sistemas lineares o conteúdo de frequências no sinal de entrada é a característica mais importante, nos sistemas não-lineares, não só é requerida uma quantidade de frequências abrangente, mas também uma quantidade de amplitudes compreensiva pois, somente assim, o sistema poderá ser excitado em uma ampla faixa de operação e revelar suas não-linearidades.

Para sistemas lineares, sequências pseudo-aleatórias binárias (PRBS - *Pseudo-Random Binary Sequence*) são comumente aplicadas como entrada. Já para sistemas não-lineares, é consenso a utilização de sequências pseudo-aleatórias multinível (MLPRS – *Multilevel Pseudo-Random Sequence*), combinando uma série de frequências e também amplitudes (BILLINGS, 2013; BILLINGS; AGUIRRE, 1995; UNBEHAUEN, 2015).

Na Figura 8 é apresentado um fluxograma das atividades necessárias para identificação de sistemas não lineares.

Figura 8 - Tarefas na identificação de sistemas não lineares



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Nelles (2001)

### 2.3.1 Entradas do Modelo

O estudo do projeto de sinais de entrada não é novo, e estudos datam desde os primórdios da própria área de identificação de sistemas, como pode ser confirmado na literatura (BILLINGS, 1980; BILLINGS; VOON, 1983c; SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

Os sinais de entrada devem, de forma geral, possuir certas características para garantir sua adequabilidade em excitar o sistema em questão, e garantir que o máximo de informações estejam contidas no sinal de saída (BILLINGS; VOON, 1983c). Um critério de avaliação é o da persistência de excitação do sinal. Um sinal é chamado de persistentemente excitante (na literatura, *persistently exciting*), se seu espectro de potência é uniforme para todas as frequências necessárias para capturar as dinâmicas do sistema em questão (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989). Conforme relatado por Ljung (LJUNG, 1999), um sinal é dito com persistência de excitação de ordem  $m$ , se esse possui  $m$  frequências distintas com potências diferentes de zero.

Já para os sistemas não-lineares, essa definição também engloba as diferentes amplitudes do sinal, para capturar as dinâmicas do sistema não-linear em seus diferentes pontos de operação.

De fato, para sistemas não-lineares, o mais importante são as diferentes amplitudes no sinal, visto que esses transferem energia através de diferentes frequências. Por exemplo, um sistema caótico pode ser identificado com sucesso utilizando somente uma onda senoidal (AGUIRRE; BILLINGS, 1995).

Certos tipos de sistemas são sensíveis ao sinal de entrada, sendo afetados diretamente pela média e variância do sinal, suas saídas são específicas para esse tipo de entrada, e o modelo estimado desse sistema só será válido para os mesmos tipos de entrada (BILLINGS; VOON, 1983c).

Os sinais de entrada são divididos em sinais binários (PRBS) e multinível (MLPRS).

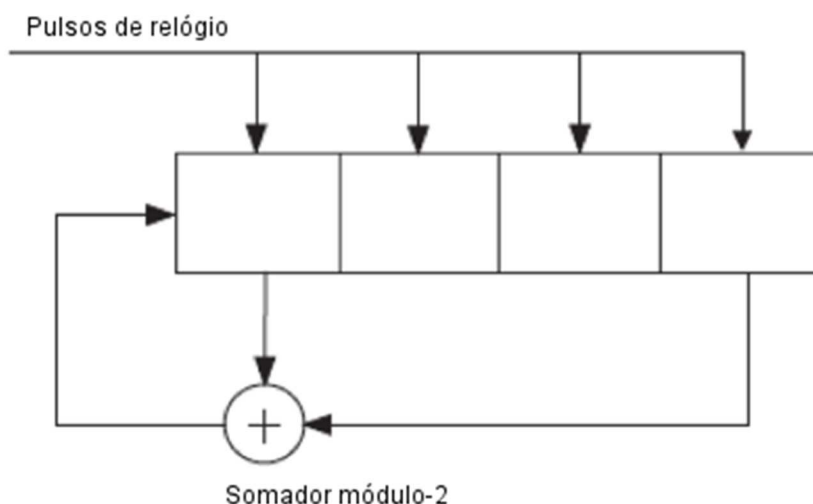
#### 2.3.1.1 Sequência Pseudo-Randômica Binária

Os sinais de sequência pseudo-randômica binária (PRBS - *Pseudo-Random Binary Sequence*) são binários e o comprimento máximo de sua série temporal é dado por  $N_s = 2^{nr} - 1$ , onde  $N_s = 3, 7, 15, 31, 63, 127, \text{etc}$ , e representa o número de estágios ou registradores de atraso.

A geração de um PRBS é dada através de pulsos de relógio que são passados pelos registradores de atraso, onde o primeiro e o último registradores são somados em módulo-2, e o resultado da soma é realimentado no primeiro registrador.

O pulso do relógio também é chamado do tempo de comutação, e é representado por  $T_{sw}$ , ou o tempo mínimo entre mudanças no sinal (LJUNG, 1999).

Figura 9 - Gerador PRBS de 4 estágios, e 15 dígitos



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Ljung (1999).

Na Figura 9 é apresentado o esquema de um gerador PRBS, com 4 registradores de atraso que gera uma sequência máxima de 15 dígitos.

Para sistemas lineares, onde o conteúdo de frequências é mais importante, o sinal mais utilizado na indústria é o PRBS (*Pseudo Random Binary Sequence*), derivado por Eykhoff (1974), pois foi o primeiro tipo de sinal com propriedades similares a do ruído branco (excitando uniformemente uma ampla faixa de frequências) a ser realizável por atuadores na indústria, dado que outros tipos de sinais, como ruído branco binário e gaussiano (LJUNG, 1999), tinham uma frequência de mudança muito grande para serem suportados por atuadores da época. O sinal PRBS é composto por apenas duas amplitudes: +1 e -1.

Como para sistemas não-lineares, o conteúdo de amplitudes é ainda mais importante que o de frequências, devido à sua característica profundamente mais complexa, o sinal PRBS se torna pouco útil, pois nada se saberá do sistema além dos dois pontos de operação providenciados pelo PRBS. De fato, pode-se exemplificar uma situação em que um sistema não linear caracterizado pela equação  $y = u^2$  seja excitado com um sinal PRBS. A saída desse sistema, dado um sinal de entrada do tipo PRBS será constante em +1 e nada se saberá de outros pontos de operação.

Reforçando a incapacidade do sinal PRBS de revelar dinâmicas importantes em sistemas não-lineares, pode ser encontrado na literatura um estudo comparativo de identificação de modelos utilizando um sinal PRBS e um sinal gaussiano randômico

como sinais de entrada. Os modelos identificados a partir do sinal gaussiano randômico obtiveram resultados superiores ao modelos identificados com sinal PRBS (SHARIFF; FAZALUL RAHIMAN; TAJJUDIN, 2013).

### 2.3.1.2 Sequência Pseudo-Randômica Multinível

Tendo em vista a incapacidade do sinal PRBS em excitar os diferentes níveis de operação, sinais parecidos com o PRBS, com a adição de diferentes amplitudes, foram propostos na literatura. Esses podem ser identificados como APRBS (*Amplitude Modulated Pseudo Random Binary Sequence*), onde a cada amostra uma nova amplitude é adicionada (DEFLORIAN; ZAGLAUER, 2011; NELLES, 2001; NELLES; ISERMANN, 1995), ou ainda a adição de um atraso de primeira ordem para possibilitar que o sinal cubra um maior espectro de amplitudes (BILLINGS, 2013); ou ainda sinais de sequência pseudo-randômica multinível (MLPRS - *Multi Level Pseudo Random Sequence*), que faz uso da teoria dos campos finitos para geração de sequências únicas de multinível (BARKER et al., 2006; GODFREY; BARKER, 1993).

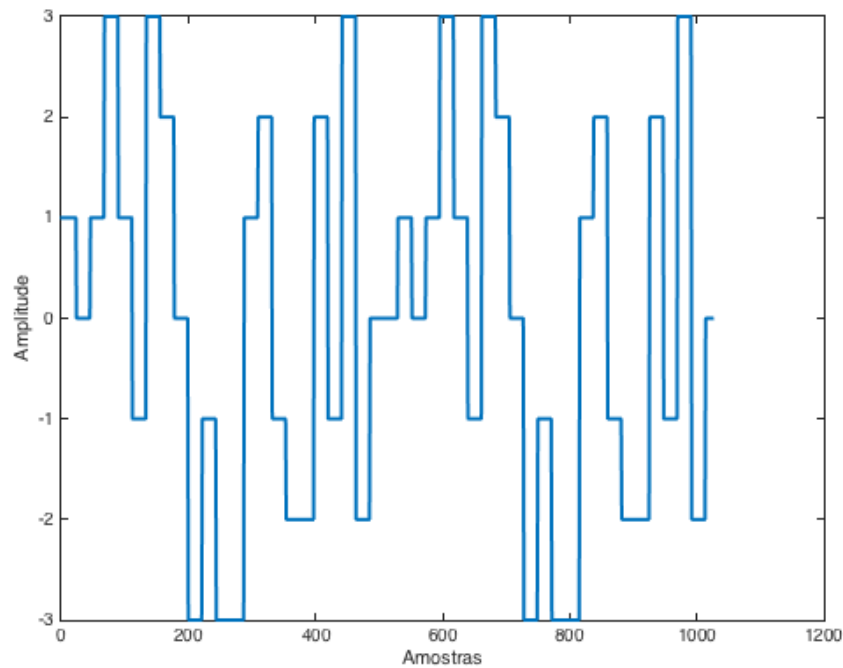
Um exemplo de sinal MLPRS de 7 níveis pode ser observado na Figura 10.

Para geração de sinais MLPRS, será utilizada a abordagem proposta por Barker (1993), que foi reportada e utilizada com sucesso em diversos trabalhos (BRAUN et al., 1999; LARA; MILANI, 2003; SHARIFF; RAHIMAN, 2014).

A teoria da geração de sinais multinível se fundamenta na teoria dos campos finitos, mais especificamente os Campos de Galois, detalhados por Zierler (1959). Os sinais são gerados por sequências de tamanho máximo, ou sequências- $m$ , usando recorrências lineares.

São chamadas de sequências- $m$ , pois possuem subsequências que se diferem entre si, mas se combinam para formar uma única sequência com o maior tamanho possível (GODFREY; BARKER, 1993).

Figura 10 - Exemplo de sinal MLPRS de 7 níveis



Fonte: Elaborada pelo autor.

Um campo é uma sequência finita de elementos que satisfazem a teoria dos campos finitos. O número de elementos pode ser um primo ou uma potência de um primo.

O campo finito mais simples é o campo primo  $GF(p)$ , de  $p$  elementos  $a_0, a_1, \dots, a_{p-1}$ , cujos elementos devem ser inteiros módulo- $p$  para que satisfaçam os requisitos de um campo primo:

$$a_i = i, i = 0, 1, \dots, p - 1, p \text{ primo}$$

O campo primo  $GF(p)$  realiza operações de álgebra de campos mediante a aritmética módulo- $p$  de soma e multiplicação:

$$a_i + a_j = i + j \text{ módulo } - p$$

$$a_i a_j = ij \text{ módulo } - p$$

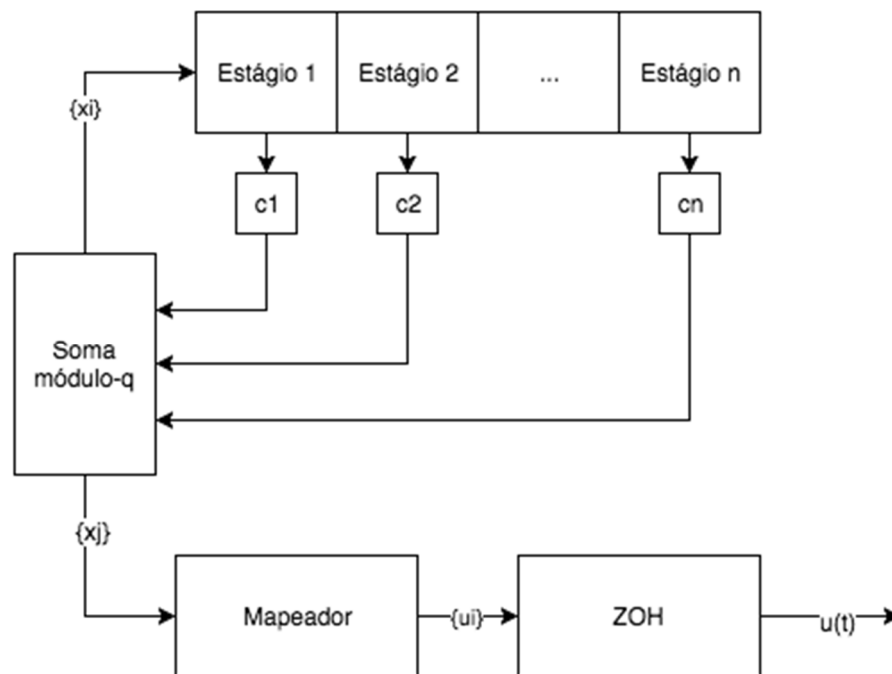
As extensões dos campos primos  $GF(p)$  se dão pela potência do primo,  $q = p^l$  ( $l$ =positivo inteiro), originando o campo  $GF(q)$ , onde os elementos  $b_0, b_1, \dots, b_{q-1}$ , são polinômios de grau  $l - 1$  no campo primo  $GF(p)$  e com coeficientes que fazem parte de  $GF(p)$ , considerando todas as combinações possíveis.



Por simplicidade, adota-se sempre a extensão  $l = 1$  para geração de sinal multinível, também denominada GF(q), possibilitando a utilização de soma e adição módulo-q utilizando registros de deslocamento, conforme Figura 11.

As extensões com  $l = 1$  devem ser geradas através de tabelas predefinidas por Barker (1993).

Figura 11 - Diagrama do Gerador de sinais MLPRS



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptado de Godfrey e Barker (1993)

Uma sequência- $m$  é gerada a partir da seguinte relação de recorrência:

$$x_i = - \sum_{r=1}^{nr} a_r x_{i-r}, \forall i \quad (34)$$

Os registros de deslocamento  $nr$  resultam em uma equação característica de um polinômio primitivo módulo- $q^l$ . Um polinômio primitivo é aquele que não pode ser fatorado em outros 2 polinômios irredutíveis de graus inferiores, e não é fator de  $1 + x^r$ , para qualquer  $r < q^{nr} - 1$ , onde  $nr$  é o grau do polinômio. Esse polinômio primitivo  $f(D)$  de grau  $n$ , em GF(q), cujos coeficientes  $a_r$  tomam valores inteiros entre 0 e  $q-1$ , é:

$$f(D)x_i = \sum_{r=0}^{nr} a_r D^r x_i, \quad a_0 = 1, a_{nr} \neq n_r \quad (35)$$

em que D corresponde ao atraso/estágio de deslocamento.

A sequência pseudoaleatória  $\{u_i\}$  é finalmente gerada ao mapear a saída  $\{x_i\}$  para números reais apropriados, com número de níveis  $m < q$ , e harmônicos a serem suprimidos. Um segurador de ordem zero (representado pelo bloco ZOH na Figura 11 é aplicado a saída para completar o diagrama, e dar origem ao sinal multinível MLPRS  $u(t)$  em função do tempo, de acordo com:

$$u(t) = u_i, \quad iT_{sw} \leq (i+1)T_{sw}, \quad (36)$$

onde  $T_{sw}$  é o tempo de comutação do segurador de ordem zero.

O pulso do relógio determina quando as saídas serão geradas e os registradores alimentados com a saída do registrador anterior.

Os registradores devem ser inicializados com elementos dentro do Campo de Galois, caso contrário produzirão uma sequência nula.

A análise espectral do sinal, junto com a supressão de conteúdo harmônico, embora disponível, está sendo propositalmente omitida nesse trabalho por motivos de simplicidade.

### 2.3.1.3 Parâmetros para o projeto do sinal de entrada

- Número de níveis  $m$ : é determinado pelo grau de não linearidade do sistema. O número de níveis deve ser pelo menos 1 nível superior ao da não linearidade, conforme dado por Barker e Zhuang (1997a). O número de elementos  $q$  do Campo de Galois não corresponde diretamente ao número de níveis, visto que esses dependem do mapeamento escolhido, conforme relatado por Barker e Zhuang (1997b);
- Tempo de comutação ( $T_{sw}$ ): tempo mínimo entre as mudanças de nível do sinal, é escolhido para acomodar as necessidades de frequência de excitação, e é dado por:

$$T_{sw} \leq \frac{2,78\tau_{dom}^c}{\alpha_s} \quad (37)$$

onde  $\tau_{dom}^c$  é a constante de tempo dominante mais curta, e  $\alpha_s$  corresponde ao conteúdo de alta frequência do sinal, e é dado em proporção da velocidade de resposta do sistema em malha fechada quando comparado com a malha aberta. Um valor de  $\alpha_s = 2$ , por exemplo, corresponde à um sistema em que a velocidade de resposta em malha fechada é duas vezes mais rápida que em malha aberta. Valores típicos de  $\alpha_s$  são 2 ou 3 (LARA; MILANI, 2003);

- Período mínimo do sinal:

$$N = q^{nr} - 1 \geq \frac{2\pi\beta_s\tau_{dom}^l}{T_{sw}} \quad (38)$$

onde  $nr$  é a variável a ser escolhida e representa o número de estágios de deslocamento no gerador de sinais e  $q$  representa o número de elementos do campo de Galois,  $\beta_s$  é o fator relacionado com o tempo de acomodação do processo, e indica o conteúdo de baixa frequência que estará presente no sinal (valores de 3, 4 e 5 correspondem a 95%, 98% e 99% do tempo de acomodação, respectivamente); e  $\tau_{dom}^l$  é a constante de tempo dominante mais longa do sistema (LARA; MILANI, 2003).

#### 2.3.1.4 Metodologia para gerar um sinal MLPRS

Um método que pode ser derivado da teoria de geração de sinais multinível, para gerar esses sinais para um sistema de modo experimental, pode ser definido da seguinte forma (LARA; MILANI, 2003):

- Estimar as constantes de tempo  $\tau_{dom}^l$  e  $\tau_{dom}^c$ ;
- Determinar  $\beta_s$  e  $\alpha_s$ ;
- Calcular o tempo de comutação do sinal  $T_{sw}$ , que deve ser múltiplo do tempo de amostragem de sinal;
- Determinar o número de níveis e o comprimento mínimo do sinal;
- Escolher o polinômio de GF e o mapeamento desejado.

### 2.3.2 Seleção do Modelo

A seleção do modelo é a tarefa que busca conciliar a capacidade de representação do modelo, sua simplicidade, e suas exigências computacionais. Na prática, é quase sempre selecionado o modelo mais simples que atende aos requisitos operacionais (PEARSON, 2003).

No entanto, dependendo da aplicação desejada, vários fatores influenciam a escolha de um determinado modelo como, por exemplo: aplicação em identificação *online* ou *offline*, restrições de tempo de treinamento, restrição em número de entradas/saídas ou de utilização de memória do modelo (NELLES, 2001).

Para realizar uma boa seleção do modelo, é necessário saber algumas características do sistema em questão, e essas características são obtidas através de testes com os sinais de entrada e saída. Para os sistemas não-lineares, é primeiramente detectada quais não-linearidades estão presentes, para então selecionar o modelo.

Alguns testes realizados para detecção de não-linearidade são:

- **Teste de Dependência de Amplitude:** são aplicadas entradas em degrau e rampas para verificar a dependência da saída com relação à amplitude do sinal;
- **Teste de Simetria:** é a aplicação de entradas simétricas no sistema, e a verificação da correspondência de simetria na saída;
- **Teste de Periodicidade:** são aplicadas entradas senoidais e verificadas as saídas para sinais de mesma frequência.

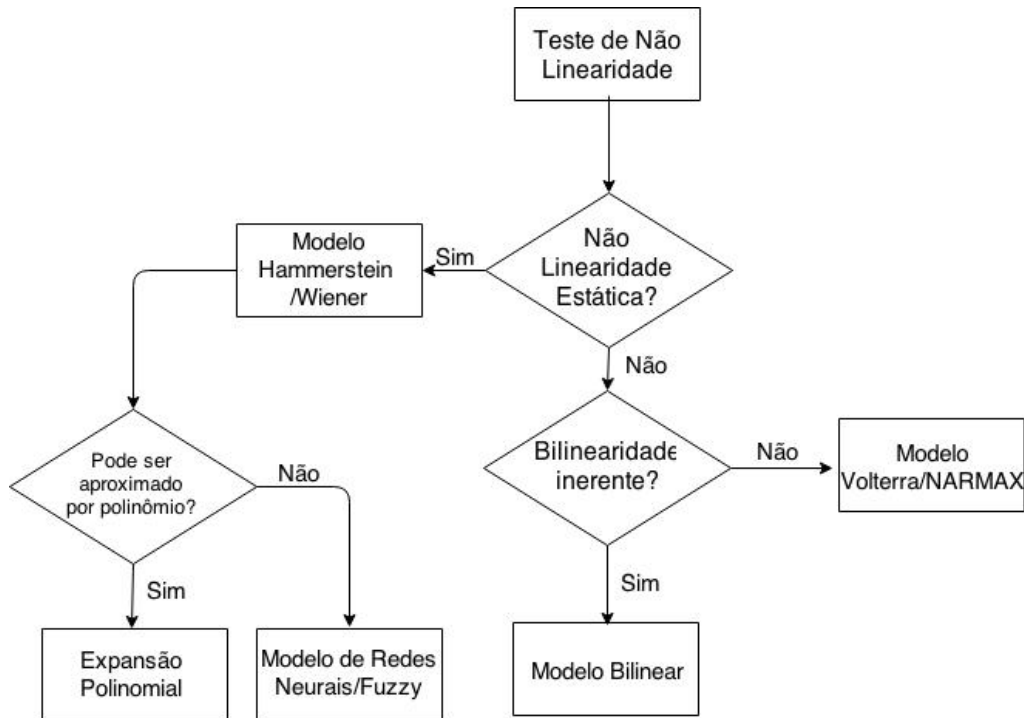
Após os testes, a não linearidade é quantificada conforme a Tabela 3, para auxiliar na escolha de um modelo adequado, vide Figura 12. No entanto, nenhum método para determinação de bilinearidade ou de expansão polinomial foi proposto por Santos (2007).

Tabela 3 - Classificação de Não Linearidades

Tipo de Não Linearidade	Comportamento	Descrição
Fracas	Resposta assimétrica	A saída do sistema viola o Princípio da Superposição dos Efeitos.
	Geração de Harmônicas	Uma entrada senoidal produz saída não senoidal, da mesma frequência.
	Multiplicidade de Entrada	Uma saída corresponde à mais de uma entrada.
Média	Estabilidade Dependente da Entrada	A estabilidade do sistema depende da amplitude do sinal de entrada.
Alta	Multiplicidade de Saída	Uma entrada leva à mais de uma saída.
	Geração de Sub-Harmônicas	Uma entrada senoidal, produz uma saída não senoidal de frequência menor que a entrada.
	Comportamento Caótico	A saída do sistema é bastante irregular para entradas simples.

Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Santos (2003)

Figura 12 - Diagrama para seleção do modelo



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de Santos (2003)

### 2.3.3 Ordem do Modelo

A seleção da ordem do modelo é realizada através de uma combinação do conhecimento prévio do sistema e de um processo de tentativa e erro. Dependendo do grau de não linearidade do sistema, as dinâmicas a serem representadas são muito complexas, exigindo que o modelo possua uma alta ordem para representar essas dinâmicas. No entanto, com o aumento da capacidade computacional disponível para a área de identificação de sistemas, é comum que os projetistas selecionem o modelo mais complexo, representando o máximo de dinâmicas possíveis. No entanto, esse é um erro comum presente nessa etapa. Conforme apontado por Billings (2013), modelos com altas ordens (superparametrizados) podem inserir dinâmicas espúrias em certos pontos de operação, devido a parâmetros mal estimados.

Portanto, o operador deve selecionar uma ordem que firma um bom compromisso entre a simplicidade relativa do modelo e o erro aceitável no projeto. O erro do modelo pode se dar por problemas na própria identificação do sistema ou

estimação dos parâmetros, como pela perda de precisão ao se escolher uma ordem mais baixa (NELLES, 2001).

Índices relacionados com a informação são normalmente utilizados para auxiliar a seleção da ordem do modelo, neste trabalho se utilizará o índice de Lipschitz que é descrito na sequência.

### 2.3.3.1 Índice de Lipschitz

O índice de Lipschitz foi proposto inicialmente por He e Asada (1993) como um método para aproximar a ordem de um sistema não-linear através da variação desse indicador a cada modelo estimado.

Esse método é independente de qualquer técnica de estimação de modelos não-lineares. Se baseia somente nas entradas e saídas dos modelos e sistemas, e tem como premissa que esses sejam formados por funções contínuas.

O trabalho de He e Asada (1993) utiliza a representação genérica de funções não-lineares:

$$y(t) = F^l[y(t-1), \dots, y(t-ny); u(t-d+1), \dots, u(t-d-nu+1); e(t-1), \dots, e(t-ne)] \quad (39)$$

onde  $F$  é uma função linear contínua e a ser estimada pelo método escolhido;

e  $l, ny, nu$  e  $ne$  sendo as ordens do modelo;

A partir da equação (39), é definido o vetor de entradas  $\phi = [y(k-1), \dots, y(k-ny); u(k-d+1), \dots, u(k-d-nu+1); e(k-1), \dots, e(k-ne)]$ .

Os métodos citados por He e Asada (1993) primeiro estimam diversos modelos considerando diversas combinações de ordens para então determinar a melhor escolha de modelo. Determinar as ordens ótimas antes da estimação de  $F$  reduz o esforço computacional, e é esse o problema que He e Asada (1993) buscaram resolver.

Assumindo que  $F$  seja uma função contínua e que, a partir dos dados de entrada e saída, possam então serem formados os pares  $(\phi_i, y_i)$ , respectivamente, para  $i = 1, 2, \dots, N$ , os quocientes de Lipschitz podem ser definidos como:

$$q_{ij} = \frac{|y_i - y_j|}{|\phi_i - \phi_j|}, (i \neq j) \quad (40)$$

que é a razão entre duas quantidades, e o numerador e denominador representam a distância entre as partes nos seus respectivos espaços.

Se a função  $F$  for contínua, então sabe-se da teoria de Lipschitz que o quociente  $q_{ij}$  é delimitado por:

$$0 \leq q_{ij} \leq L \quad (41)$$

onde  $L$  é o valor limite.

No entanto, a equação de  $q_{ij}$  trata o caso da avaliação de um espaço unidimensional. Para o caso de múltiplas variáveis, a seguinte equação é aplicada:

$$q_{ij}^{(n)} = \frac{|y_i - y_j|}{\sqrt{((\phi_1(i) - \phi_1(j))^2 + \dots + (\phi_n(i) - \phi_n(j))^2)}} \quad (42)$$

onde  $n$  representa o número de variáveis incluídas na avaliação.

Caso todas as variáveis do sistema estejam incluídas, o valor de  $q_{ij}^{(n)}$  será menor que  $M\sqrt{n}$ , onde  $M$  representa o valor máximo possivelmente assumido pela derivada parcial da função  $F$  em respeito às entradas.

Para o caso em que uma variável de entrada esteja faltando no modelo, o valor de  $q_{ij}^{(n)}$  pode não ter limite ou ser muito alto, e no caso em que variáveis redundantes sejam incluídas no sistema, o valor de  $q_{ij}^{(n)}$  reduzirá apenas em pequena proporção de  $q_{ij}^{(n-1)}$ .

Calculados os quocientes, estes são então ordenados decrescentemente e os  $p$  maiores são selecionados. Onde  $p$  é uma variável de projeto, e por sugestão de He e Asada (1993) é entre  $0,01 \sim 0,02N_s$ , onde  $N_s$  é o número de amostras.

O índice de Lipschitz é então calculado para os quocientes selecionados:

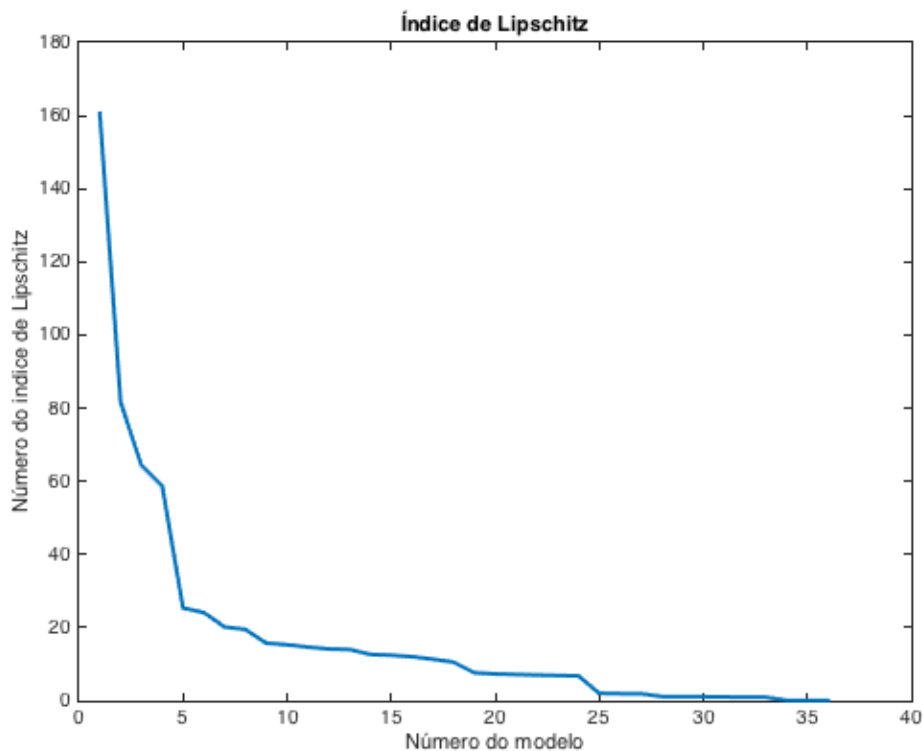
$$q^{(n)} = \left( \prod_{k=1}^p \sqrt{n} q^{(n)}(k) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (43)$$



onde  $q^{(n)}$  é o índice de Lipschitz calculado para  $n$  variáveis de entrada,  $p$  é o número de quocientes selecionados, e  $q^{(n)}(k)$  é o  $k$  maior quociente.

O gráfico de  $q$  é então projetado e é escolhido o modelo no ponto de quebra da linha. Uma projeção de exemplo pode ser vista na Figura 13.

Figura 13 - Exemplo de gráfico do índice de Lipschitz



Fonte: Elaborada pelo autor.

O ponto de quebra é escolhido para satisfazer o princípio da parcimônia no modelo, visto que a complexidade do modelo aumenta em uma taxa maior do que a melhoria proporcionada pela complexidade. Por exemplo, na Figura 13, o modelo a ser escolhido é o número 5, que está situado no ponto de quebra da projeção (NELLES, 2001).

Um aspecto negativo desse método é que as variáveis de entrada devem ser ordenadas no vetor  $\phi$  da seguinte forma:

$$\phi = [y(k-1), u(k-d-1), e(k-1), y(k-2), \dots] \quad (44)$$

para todos os atrasos de todas as ordens selecionadas, para tentar garantir que um número consistente de ordem do modelo e de atrasos seja selecionado pelo algoritmo. Ainda assim, não garante que o ponto de quebra não será na metade de uma sequência de atrasos ou de ordem.

Um outro ponto negativo do método é o custo computacional caso o número de variáveis de entrada seja muito grande, o que pode ser facilmente atingido. Por exemplo, para um sistema com atrasos de regressores combinados de  $ny + nu + ne = 15$ , e um modelo não-linear de ordem 3, o número total de termos no modelo é dado pela equação (23), e resulta em 815 termos, que corresponde ao número de vezes que o algoritmo de cálculo de quocientes de Lipschitz será executado.

Em comparação, se o algoritmo de estimação fosse executado para cada combinação de parâmetros, com  $l = 1, \dots, nl$  e  $ny = nu = ne = 1, \dots, na$ , onde  $l$  é a ordem do modelo,  $nl$  é a ordem máxima do modelo, e  $na$  é a ordem máxima de atrasos, e  $ny = nu = ne$  são as ordens de atrasos dos regressores, o algoritmo de estimação de parâmetros, juntamente com o algoritmo de Lipschitz, seria executado 45 vezes.

Essa última abordagem é semelhante as abordagens utilizadas em Acuna, Ramirez e Curilem (2012), Supeni et al. (2009) e Yassin et al. (2010b).

### 2.3.4 Estrutura do Modelo

A estrutura do modelo é a tarefa de seleção de quais dados passados de entradas e saídas (memória) serão utilizados no modelo, de acordo com a ordem especificada na seção anterior. Os elementos de entradas e saídas passadas são também chamados de “regressores”.

Para modelos NARMAX, é possível utilizar a taxa de redução de erro (ERR - *Error Reduction Ratio*) para a redução da estrutura para apenas os parâmetros de maior significância para o modelo.

No entanto, para os modelos Hammerstein/Wiener, não há um critério que possibilite a seleção dos termos mais importantes para o modelo.

### 2.3.4.1 Taxa de Redução de Erro

A taxa de redução de erro (ERR – *Error Reduction Ratio*) foi proposto por Korenberg (1988) juntamente com um método ortogonal de estimação de parâmetros de um modelo NARMAX.

O modelo via mínimos quadrados ordinários assume que toda a variância está associada a variável dependente e o resíduo é medido em direção paralela à variável independente, já nos mínimos quadrados ortogonais o resíduo se mede em direção ortogonal à linha de regressão, e estes podem ser então estimados independentemente um do outro.

Em Korenberg (1988), o cálculo de ERR é um subproduto da estimação dos parâmetros.

ERR nada mais é que um indicador de proporção em que um parâmetro  $r$  reduz a soma dos erros quadráticos (*sum of squared errors* – SSE) da estimação.

Sabendo que o SSE máximo é quando exatamente 0 regressores são introduzidos no modelo, tornando a estimação de  $y$ ,  $\hat{y} = 0$ . Então,  $SSE_{max} = \sum e^2(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - 0 = y^2(t)$ .

Então, a proporção em qual o regressor  $r$  reduz o SSE do modelo, é a média da soma do quadrado dos valores estimados para  $r$  ao longo dos pontos amostrados:

$$ERR(r) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N g_r^2 w_r^2(k), \quad (45)$$

onde  $g_r^2$  é o valor estimado do parâmetro, e  $w_r^2(k)$  é o valor do regressor na amostra  $k$ .

e o valor percentual é dado pela equação (46).

$$ERR_{\%}(r) = \frac{\sum_{k=1}^N g_r^2 w_r^2(k)}{\sum_{k=1}^N y^2(k)} \times 100 \quad (46)$$

Em muitos processos de estimação, um valor DC é adicionado ao modelo para representar constantes do processo. O processo de cálculo de ERR também foi proposto com uma variação para descontar o valor DC do cálculo da proporção.

Os parâmetros do modelo também possuem valores proporcionais à ordem do modelo em que foram inseridos. Essa anomalia nos valores de ERR dos parâmetros, junto com uma seleção da estrutura eficiente antes mesmo da estimação final dos parâmetros, ainda estava sob investigação (BILLINGS; KORENBERG; CHEN, 1988). No entanto, nenhuma referência posterior à esse trabalho foi encontrada na literatura.

ERR foi utilizado em diversas aplicações (BALIKHIN et al., 2011; MARTINS; NEPOMUCENO; BARROSO, 2013).

### 2.3.5 Estimação de Parâmetros

Dentre as tarefas na identificação de sistemas, a estimação dos parâmetros do modelo é a que está em um estágio mais avançado de desenvolvimento, estando disponível em software no formato de “*toolbox*”, se tornando de fácil utilização, e sendo todo o processo praticamente automatizado, ou requerendo pouca interação do usuário (NELLES, 2001).

Os algoritmos de estimação de parâmetros a serem testados nesse trabalho são os seguintes:

- Algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivos;
- Algoritmo de Mínimos Quadrados Ortogonais.

#### 2.3.5.1 Algoritmo de Mínimos Quadrados Recursivos

O algoritmo de mínimos quadrados recursivos (RLS – *recursive least squares*) pode ser utilizado para estimar os parâmetros  $\hat{\theta}$  da equação (47) da seguinte forma (DENG; TAN, 2009):

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)[y(k) - \phi^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \quad (47)$$

$$K(k) = P(k-1)\phi(k)[\phi^T(k)P(k-1)\phi(k) + 1]^{-1} \quad (48)$$

$$P(k) = [I - K(k)\phi^T(k)]P(k-1)[I - K(k)\phi^T(k)]^T + K(k)K^T(k) \quad (49)$$

Os valores iniciais são definidos por:

$$P(0) = a^2I$$

$$\hat{\theta}(0) = \sigma$$

onde  $a$  é um número real suficientemente grande, e  $\sigma$  é um vetor de números reais suficientemente pequeno.

Nas simulações realizadas neste trabalho, foram utilizados os seguintes valores  $a = 10^3$  e  $\sigma = 0,1$ .

### 2.3.5.2 Algoritmo de Mínimos Quadrados Ortogonais

Acontece que em algumas situações, as colunas da matriz  $P$  estão altamente correlacionadas entre si, o que ocasiona uma propagação de erros e insuficiência na precisão dos cálculos, o que então afeta o algoritmo de mínimos quadrados, visto na seção anterior, inviabilizando a estimação (BILLINGS; KORENBERG; CHEN, 1988).

A teoria do modelo NARMAX foi originalmente proposta em 1985, seguidamente pelo estimador de parâmetros ortogonal (KORENBERG, 1985; LEONTARITIS; BILLINGS, 1985b).

Além do benefício de poder descorrelacionar a matriz  $P$ , o algoritmo ortogonal possibilita que os parâmetros sejam estimados também de forma descorrelacionada, possibilitando que seja verificado individualmente a contribuição de cada parâmetro para a saída do modelo estimado e, portanto, sejam identificados quais parâmetros e regressores são os mais significantes, o que possibilita a obtenção de um modelo mais simplificado, reduzindo então a complexidade computacional.

O cálculo da significância dos parâmetros foi proposto por Billings, Korenberg e Chen (1988), e é chamado de *Error Reduction Ratio* (ERR), onde cada parâmetro é ordenado pela quantidade de erro de estimação reduzido no modelo. O detalhamento desse método será expandido em outra seção.

O método de ortogonalização é baseado na decomposição da matriz  $P$  nas matrizes  $Q$  e  $R$ :

$$P = QR \quad (50)$$

onde  $Q \in \mathfrak{R}^{N \times n_\theta}$  é uma matriz ortonormal ( $Q^T Q = I$ ) e a matriz  $R \in \mathfrak{R}^{n_\theta \times n_\theta}$  é uma matriz triangular superior. O método ortogonal proposto por Korenberg (1985) faz uso

da transformação Householder para decomposição da matriz  $P$ . Detalhes desse algoritmo podem ser encontrados em Korenberg (1985).

Nesse trabalho será implementado o algoritmo proposto por Li, Peng e Irwin (2005), que será detalhado na próxima seção.

### 2.3.5.2.1 Algoritmo Recursivo Rápido

O algoritmo recursivo rápido (FRA – *Fast Recursive Algorithm*) foi derivado por Li, Peng e Irwin (2005) para resolver o problema dos mínimos quadrados ortogonais. O diferencial desse algoritmo entre os outros algoritmos propostos anteriormente é em não necessitar a decomposição ou inversão de matrizes para descorrelacionar as colunas da matriz  $P$ , o que torna esse algoritmo computacionalmente mais eficaz e numericamente mais estável que os concorrentes.

O algoritmo primeiramente define variáveis auxiliares  $a$ , para posteriormente calcular os parâmetros  $\hat{\theta}$ :

$$a_{k,i} = \phi_k^T \phi_i - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{a_{j,k} a_{j,i}}{a_{j,j}} \quad (51)$$

onde  $k = 1, \dots, n$ ,  $i = k, \dots, n$ , e  $a_{1,i} \triangleq \phi_1^T \phi_i$

E também:

$$a_{k,y} = \phi_k^T y - \sum_{j=1}^{k-1} \frac{a_{j,k} a_{j,y}}{a_{j,j}} \quad (52)$$

para todo  $k = 1, \dots, n$  e:

$$a_{1,y} \triangleq (\phi_1^T)^T y = \phi_1^T y \quad (53)$$

Finalmente o cálculo dos parâmetros  $\hat{\theta}$  é dado por:

$$\hat{\theta}_j = \frac{(a_{j,y} - \sum_{i=j+1}^k \hat{\theta}_i a_{j,i})}{a_{j,j}} \quad (54)$$

onde  $j = k, k-1, \dots, 1$  sendo  $k$  o número de parâmetros no vetor  $\hat{\theta}$  a serem estimados.

### 2.3.6 Validação de Modelos

O objetivo dessa tarefa é basicamente validar os modelos obtidos. Nas tarefas anteriores, os modelos foram obtidos e testados com um conjunto de dados do sistema real ou simulado. Nessa tarefa, os modelos devem ser testados com um conjunto de dados completamente diferente, para que seja avaliada a capacidade do modelo em representar o sistema original.

#### 2.3.6.1 Análise de Resíduos

Se baseia no erro de estimação do modelo quando comparado com a saída original. O resíduo desejável é um sinal do tipo ruído branco. Sabendo que o resíduo é causado por um comportamento não modelado, se esse é um ruído branco, significa que nenhuma informação útil está sendo perdida. A verificação dessa característica é através da função de autocorrelação (LJUNG, 1999).

#### 2.3.6.2 Somatório do Erro Quadrático

O somatório do erro quadrático (SSE – *Sum of Squared Error*) é a soma dos quadrados do erro de estimação, dada pela equação (55).

$$SSE = \sum_{t=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (55)$$

onde  $y$  é a saída do modelo da planta

e  $\hat{y}$  é a saída do modelo identificado.

#### 2.3.6.3 Coeficiente de Correlação Múltipla

É representado pela equação (56). Quando  $R^2$  se aproxima de 1, o modelo é altamente compatível com o sistema original, podendo ser utilizado em aplicações práticas (COELHO; COELHO, 2004).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{t=1}^N [y(k) - \bar{y}]^2} \quad (56)$$

onde  $N$  é o número de amostras

$y$  é a saída do modelo da planta

$\hat{y}$  é a saída do modelo identificado

e  $\bar{y}$  é a média dos valores de saída do modelo da planta.

#### 2.3.6.4 Predição do Erro Final

O método de predição do erro final (*FPE – Final Prediction Error*) foi inicialmente proposto por Akaike, Clements e Hendry (1969), e mostra como modificar a função de perda para obter uma estimativa para validação e comparação de modelos, utilizando somente dados de estimação.

O critério de  $FPE(y)$  dá uma estimativa da qualidade do modelo simulando sua aplicação em um conjunto de dados diferente dos dados de estimação. Esse critério é utilizado para comparar modelos já estimados.

De acordo com Akaike, Clements e Hendry (1969), o modelo com a melhor qualidade terá o menor valor de FPE.

O cálculo do critério é dado por:

$$FPE = \frac{1 + \left(\frac{p}{N}\right)}{1 - \left(\frac{p}{N}\right)} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e^2(k, \hat{\theta}_n) \quad (57)$$

onde  $e$  é o erro de estimação;

$N$  é o número de amostras utilizadas na estimação;

e  $p$  é o número de parâmetros no modelo.

O critério de FPE é similar ao Critério de Informação de Akaike, apresentado na seção 2.2.6.5, com um fator diferente de penalização, onde quanto maior o número de parâmetros, maior é o critério resultante.

#### 2.3.6.5 Critério de Informação de Akaike

O Critério de Informação de Akaike (*AIC – Akaike Information Criterion*), proposto por Akaike (1974), faz uma tentativa de selecionar um bom modelo através



de inferência utilizando a entropia relativa, ou a informação de Kullback-Leibler (K-L), como a base para selecionar a ordem do modelo.

O critério AIC é dado por:

$$AIC = N \log\left(\frac{SSE}{N}\right) + 2p \quad (58)$$

onde SSE representa a soma dos erros quadráticos, dada pela equação (55)

N é o número de amostras utilizadas na estimação

e p é o número de parâmetros ou a ordem do modelo.

O primeiro termo do cálculo de AIC reduz conforme o erro de estimação é reduzido. No entanto, o segundo termo penaliza o critério conforme a complexidade do modelo aumenta.

Como o critério de AIC é relativo, foi desenvolvido para ser utilizado como parâmetro de comparação entre diversos modelos estimados, onde o modelo que apresenta o menor AIC corresponderá ao modelo com a menor perda de informações e, portanto, o modelo de melhor qualidade.

Segundo Akaike (1974), esse critério foi desenvolvido para comparação de modelos estimados pelo algoritmo de mínimos quadrados.

#### 2.3.6.6 Média de Erros Quadráticos Normalizados

Seguindo o proposto por Ljung (LJUNG, 1999), será utilizado nesse trabalho o cálculo de média de erros quadráticos normalizados (NMSE – *Normalized Mean Squared Error*) para avaliar quão bem o modelo estimado segue a referência, comumente referenciada na literatura como “*fitness criteria*”:

$$NMSE = 1 - \left\| \frac{y - \hat{y}}{y - \bar{y}} \right\|^2 \quad (59)$$

y representa a saída original da planta;

$\hat{y}$  representa a saída estimada do modelo

e  $\bar{y}$  é a média dos valores da saída.

Os valores de NMSE variam entre  $-\infty$ , que corresponde a uma péssima estimação, e 1, que é uma estimação perfeita. Quando o valor é 0, o modelo é similar a uma linha reta se comparada com a referência da desejada.

Os critérios apresentados nessa seção levam em conta a adequação do modelo quando comparado com seu sistema original, e também critérios que penalizam modelos complexos. Para aplicações práticas, sempre o modelo mais simples possível deve ser empregado, para evitar um aumento desnecessário do custo computacional (LJUNG, 1999; LJUNG; GLAD, 1994). Com o aumento do poder de processamento disponível, é comum observar que modelos complexos são priorizados em comparação com modelos simples. No entanto, esse é um equívoco que não deve ser cometido, pois dependendo do sistema identificado, modelos complexos não necessariamente representam o sistema fielmente, e podem adicionar dinâmicas espúrias devido a superparametrização (BILLINGS, 2013).

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica da evolução do estado da arte em relação as técnicas de identificação de sistemas não-lineares baseadas nos modelos de NARMAX e Hammerstein-Wiener.

#### 3.1 Modelo NARMAX/NCARMA

O modelo geral de identificação NARMAX/NCARMA (seção 2.1.1.3) foi primeiramente derivado por Billings e Leontaritis (1981), que propuseram uma nova classe de modelos de identificação que poderiam representar uma ampla gama de sistemas não lineares devido a capacidade de descrição da sua estrutura, e ainda poderia evitar o alto número de parâmetros associados com as séries de Volterra. O expansão polinomial do modelo NARMAX pode ser observada na equação (22). Como apontam Chen e Billings (1989), talvez a maior vantagem de se utilizar um modelo NARMAX polinomial em vez do modelo racional, é que o modelo polinomial é linear com relação aos parâmetros.

Após ser proposto, o modelo NARMAX foi ainda trabalhado por Billings e Leontaritis (1982) e por Billings e Voon (1983b), sendo explorado o tema da estimação dos parâmetros desse modelo, onde são propostos uma versão estendida do método de mínimos quadrados e um algoritmo de estimação dos parâmetros. Foi verificado que o método dos mínimos quadrados proposto só produz boas estimativas quando a perturbação está dentro de uma faixa identificável, caso contrário o modelo não se relaciona com a realidade. Para a validação do modelo foi utilizado o método de relação cruzada (“*cross-correlation*”) dos resíduos, proposto por Billings e Voon (1983a).

Leontaritis e Billings (1985a, 1985b) trabalharam ainda em cima do seu próprio modelo, derivando-o para sistemas determinístico e estocásticos, e também realizando comparações com outros métodos de identificação não-linear, como as séries de Volterra e sistemas de Hammerstein.

Para a seleção da estrutura do polinômio, Fonseca et al. (1993) estudou a utilização de algoritmos genéticos para a detecção de termos da estrutura de um modelo não-linear. Um algoritmo genético se baseia na combinação das diversas

possibilidades de parâmetros possíveis, que vão se ramificando e se combinando entre si, as chamadas “gerações”. O algoritmo roda por  $n$  gerações e, ao terminar, a geração que produzir o melhor resultado é selecionada. Também trabalharam na identificação da estrutura Kadtko et al. (1993), utilizando o método “*zeroing-and-refitting*”, em que os termos do modelo estimados com valores relativamente baixos são eliminados, e o modelo é reestimado. Em contrapartida, Thouverez e Jezequel (1996) exploraram a seleção da estrutura do modelo NARMAX através da análise modal.

Para a seleção de ordem do modelo NARMAX, Aguirre (1994) estudou a utilização de critérios de informação. Dentre os vários critérios estudados, os autores citam o critério de Akaike (1974) como sendo o mais utilizado para essa finalidade. No entanto, para utilizar essa classe de métodos, os termos do modelo devem estar ordenados seguindo uma certa hierarquia. O método ERR (“*Error Reduction Ratio*”), citado na seção 2.2.4.1 já realiza esse ordenamento.

Aguirre et al. (1998) fizeram a utilização de um critério de agrupamentos de termos do modelo NARMAX, a finalidade desse critério é de eliminar termos redundantes ou com pouca significância, reduzindo a complexidade do modelo. Ainda é analisada a utilização de conhecimento “a priori” a respeito dos sistemas modelados. Em alguns testes apenas a identificação caixa preta do modelo NARMAX não representou fielmente o sistema, produzindo resultados satisfatórios apenas quando algum conhecimento prévio do sistema era introduzido no modelo.

Uma abordagem similar é introduzida por Pottmann e Pearson (1998), onde o modelo NARMAX é realizado como se fosse uma estrutura em bloco e de modelagem de caixa cinza, onde algum conhecimento do sistema é possuído. O modelo é testado em um tanque CSTR, obtendo bons resultados. Também, Chiras et al. (2001) aplicaram o modelo NARMAX para a identificação de uma turbina de gás, onde o sistema foi inicialmente testado com entradas em degrau de diversas amplitudes, a fim de detectar a ordem de não linearidade previamente, e utilizar essa informação na estimativa inicial do modelo, garantindo um modelo mais fiel ao sistema.

O modelo NARMAX tem sido utilizado para modelagem de sistemas industriais, como por exemplo um motor a diesel (ZITO; LANDAU, 2005), um motor DC (RAHIM;

TAIB; YUSOF, 2003), e também para modelar a histerese de um atuador piezoelétrico (DENG; TAN, 2009).

Também há relatos de identificação de sistemas da natureza utilizando o modelo NARMAX, como a previsão de fluxo de um rio na África (AMISIGO et al., 2008) e também do fluxo de elétrons energizados em órbita geoestacionária (BALIKHIN et al., 2011), ambos utilizando algoritmos ERR para seleção da estrutura e o critério de Akaike para determinação da ordem do modelo.

Sistemas biológicos também foram modelados utilizando modelos NARMAX, a exemplo da modelagem da rigidez de articulações (GUARIN; KEARNEY, 2012), que é variante no tempo, e um novo algoritmo de identificação de modelos NARMAX foi derivado com base nos mínimos quadrados ortogonais. Os resultados obtidos foram satisfatórios, mesmo na presença de perturbação.

E também há aplicações na previsão de dinâmicas sociais, como, por exemplo, a previsão de demanda de saque de dinheiro em um caixa eletrônico (ACUNA; RAMIREZ; CURILEM, 2012), onde é proposta uma arquitetura de identificação utilizando redes neurais. O modelo foi testado para previsão em um horizonte de 30 e 100 dias, produzindo melhores resultados para o horizonte de 30 dias.

A tabulação dos trabalhos apresentados anteriormente é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 - Resumo do Estado da Arte no modelos NARMAX

<b>Autores</b>	<b>Área</b>	<b>Proposta</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Resultados</b>
Billings e Leontaritis (1982)	Estimação de Parâmetros	Mínimos Quadrados Estendidos	Sistema não especificado.	Só produz bons resultados quanto a perturbação está dentro de uma faixa determinada.
Fonseca et al (1993)	Seleção da Estrutura	Algoritmo Genético	Sistema não especificado.	Baixos erros em MSE. GA apresenta boa alternativa para sistemas com altos DOF. Apresenta resultados superiores, porém algoritmo é lento, pois executa mínimos quadrados.
Thouverez e Jezequel (1996)	Seleção da Estrutura	Análise Modal. Divide o sistema em vários modos, e identifica um modelo NARMAX para cada um dos modos, em vez de um único modelo NARMAX para o sistema inteiro. Isso possibilita uma dramática redução de parâmetros a serem estimados.	Sistema não especificado.	Foi aplicado para sistemas uni e multidimensionais, não apresentando erros com mais de 2%.
Aguirre et al. (1998)	Seleção da Estrutura	Critério de agrupamento de termos, para reduzir a complexidade	Forno elétrico industrial	Produziu resultados satisfatórios quando conhecimento prévio do sistema era introduzido no modelo.
Zito e Landau (2005)	Seleção da Estrutura	ERR modificado utilizando AIC	Modelo de Motor a Diesel	Bons resultados. Erros entre 5%-15%.
Rahim, Taib e Yusof (2003)	Seleção da Estrutura	Redes neurais	Modelo de Motor DC	Bons resultados. Confiança de 95% na seleção do modelo.
Deng e Tan (2009)	Seleção da Estrutura	AIC modificado	Modelo de Histerese em atuadores piezoelétricos	Bons resultados. Erro absoluto de estimação perto de 0.
Guarin e Kearney (2012)	Estimação dos Parâmetros	Parâmetros variantes no tempo. Estimador utilizando Mínimos Quadrados Ortogonais.	Identificação de rigidez de juntas que variam no tempo	Precisão de 98%.

<b>Autores</b>	<b>Área</b>	<b>Proposta</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Resultados</b>
Balikhin et al. (2011)	Seleção da Estrutura	ERR	Modelo de fluxo de elétrons na órbita terrestre	Ajudou a identificar que é a densidade, e não a velocidade, dos ventos solares que altera o fluxo de elétrons na órbita da Terra.

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.2 Modelo Hammerstein-Wiener

O modelo Hammerstein-Wiener pertence a classe dos modelos de identificação por blocos, que consiste na configuração de um bloco linear situado entre 2 blocos não lineares, conforme pode-se observar na Figura 6. O modelo de Hammerstein-Wiener foi brevemente descrito na seção 2.1.1.6, e é basicamente uma união dos modelos Hammerstein (NARENDRA; GALLMAN, 1966) e Wiener (WIENER, 1942).

Bai (1998) foi quem inicialmente estudou a estrutura Hammerstein-Wiener para ser utilizada em identificação de sistemas, propondo o primeiro algoritmo de identificação. O modelo já havia sido utilizado para modelar sistemas físicos (ZHANG; BAI, 1996), mas não havia estudos relacionados ao tema de identificação. Apesar de haverem outros estudos bem consolidados para as estruturas de Hammerstein, Wiener, e de Wiener-Hammerstein, nenhuma se aplica a estrutura Hammerstein-Wiener, devido a presença de 2 blocos não lineares. O algoritmo proposto por Bai (1998), é composto de 2 estágios: 1) o cálculo dos mínimos quadrados; 2) a decomposição singular de valores, através de matrizes de pesos. O algoritmo converge para os parâmetros originais do sistema de forma satisfatória.

Zhu (2002) propõe um algoritmo de identificação de modelos Hammerstein-Wiener de forma paramétrica. Até então, essa abordagem não havia sido realizada na literatura de controle (ZHU, 2002). Após serem aplicados testes de não linearidade em laço fechado, os blocos não lineares são parametrizados utilizando “*cubic splines*”, e o bloco linear é parametrizado utilizando um modelo de Box-Jenkins. Os resultados obtidos pelo modelo foram quase perfeitos com relação ao sistema original.

Vörös (2004) propôs um novo método de estimação de parâmetros, onde cada bloco do modelo é estimado separadamente. Como não se tem acesso direto nas

saídas dos 2 primeiros blocos do modelo, eles são tratados como variáveis internas e são estimadas pelo algoritmo, que faz uso dos mínimos quadrados para estimações repetidas dos parâmetros do modelo e também das variáveis internas. Não há prova de convergência do método, no entanto os resultados obtidos mostram bons resultados de identificação.

Crama e Shoukens (2004) divergem da abordagem tradicional dos métodos de identificação apresentados até agora, propondo um novo algoritmo baseado no domínio da frequência. Apesar de o método não precisar de superparametrização e possibilitar uma filtragem perfeita, o algoritmo só funciona com entradas periódicas e conhecidas, e também não foi testado sob a presença de perturbações.

Wang e Ding (2008) apresentam um algoritmo de gradiente estocástico para estimação dos parâmetros do modelo Hammerstein-Wiener. No entanto, o resultado obtido pelo algoritmo é o produto dos parâmetros originais do sistema, com os parâmetros estimados, necessitando assim que os parâmetros sejam separados. Para essa finalidade, os autores utilizaram os métodos de médias e de decomposição singular de valores. Os resultados obtidos foram satisfatórios, no entanto, um alto número de dados é necessário para a estimação dos parâmetros.

Wang e Ding (2012) ainda trabalharam no problema de identificação, apresentando um algoritmo hierárquico de mínimos quadrados para estimação dos parâmetros. São utilizados dois modelos auxiliares, para que seja possível acessar as variáveis internas do modelo, tornando assim bilinear a identificação dos parâmetros. O algoritmo hierárquico funciona através da decomposição do sistema em vários subsistemas, identificando os parâmetros dos subsistemas recursivamente. O algoritmo proposto é computacionalmente eficiente e tem uma rápida convergência aos parâmetros originais do sistema.

Da mesma forma que o modelo NARMAX, o modelo Hammerstein-Wiener tem sido aplicado em diversas áreas, como na modelagem de processos industriais: um gerador e destilador de vapor (JAFARI; SALIMIFARD; DEHGHANI, 2012; MOHD YUSOFF et al., 2011), e um processo de pH (KARTHIK; RAJALAKSHMI, 2012); na modelagem de sistemas físicos: identificação de comportamento de transmissores de radiofrequência (GHANNOUCHI; TARINGOU; HAMMI, 2010), identificação da vibração de transformadores para análise em tempo real (LUO; WANG; JIN, 2013), e



também na identificação de velocidade variável de conversores de energia eólica (VIJAYALAXMI; SHANMUGAVADIVOO, 2013); e também em sistemas biológicos, como a identificação de um processo de glicose-insulina em pacientes (BHATTACHARJEE; SENGUPTA; SUTRADHAR, 2010).

Uma tabulação dos trabalhos apresentados nessa seção é apresentada na Tabela 5.

Tabela 5 – Resumo do Estado da Arte nos modelos Hammerstein-Wiener

<b>Autores</b>	<b>Área</b>	<b>Proposta</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Resultados</b>
Bai (1998)	Estimação de Parâmetros	Primeiro algoritmo de identificação utilizando Mínimos Quadrados e Decomposição Singular de Valores.	Trabalho teórico.	Trabalho teórico.
Zhu (2002)	Identificação de Parâmetros	Identificação de modelos de forma paramétrica, utilizando mínimos quadrados modificado.	Sistema de teste não especificado.	Resultado quase perfeito. Erro de 0.04%.
Vörös (2004)	Estimação de Parâmetros	Estimação dos parâmetros de cada bloco separadamente.	Sistema de teste não especificado.	Parâmetros praticamente idênticos ao do modelo original.

<b>Autores</b>	<b>Área</b>	<b>Proposta</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Resultados</b>
Wang e Ding (2008)	Estimação de Parâmetros	Gradiente Estocástico. Estimar a perturbação. O resultado é o produto dos parâmetros originais com os parâmetros estimados do sistema, necessitando uma desacoplagem dos parâmetros. Para decompor os parâmetros, foram utilizados os métodos de Médias e Decomposição Singular de Valores.	Sistema de teste não especificado.	Os resultados foram satisfatórios, no entanto, um alto número de dados é necessário para a estimação dos parâmetros.
Wang e Ding (2012)	Identificação de Parâmetros	Mínimos Quadrados Hierárquicos. Onde o sistema é dividido em vários subsistemas para estimação dos parâmetros, identificando os parâmetros recursivamente. Ainda são utilizados 2 modelos auxiliares para possibilitar o acesso às variáveis internas do sistema.	Sistema de teste não especificado.	O algoritmo proposto é computacionalmente eficiente e tem uma rápida convergência aos parâmetros originais do sistema.
Luo, Wang E Jin (2013)	Identificação das Funções e Estimação de Parâmetros	Cubic Splines para identificação funções de não linearidade. Mínimos Quadrados Lineares para estimar o modelo. Modelo ARX linear.	Modelo de vibração de transformadores.	Erro máximo de ~9% de estimação.

<b>Autores</b>	<b>Área</b>	<b>Proposta</b>	<b>Aplicação</b>	<b>Resultados</b>
Bhattacharjee, Sengupta E Sutradhar (2010)	Cálculo dos Termos de Volterra	Expansão de Volterra nos termos não lineares para apresentar um sistema MISO. Utilizando <i>Adaptive Recursive Least Squares</i> .	Modelo do processo de insulina em pacientes.	As predições foram muito próximas da realidade.
Vijayalaxmi E Shanmugavadivoo (2013)	Identificação de Não Linearidades Estáticas	Identificação dos subsistemas de um gerador eólico para ventos de baixa e média velocidade. Identificação das Não Linearidades Estáticas através de Mínimos Quadrados Lineares.	Modelo de gerador eólico	Comparação de modelos utilizando Final Error Prediction (FPE) e apresentando erros bem baixos.
Karthik E Rajalakshmi (2012)	Identificação	Comparação entre combinações de funções não lineares nos blocos de HW	Controle de pH	Precisão de 93% e superior a NARMAX.
Jafari, Salimifard E Dehghani (2012)	Identificação de Parâmetros	Algoritmo de Gradiente iterativo	Caldeira para geração de vapor	Erros bem baixos utilizando MSE ( <i>Mean Squared Error</i> ).

Fonte: Elaborada pelo autor.

## 4 ESTUDOS DE CASO

### 4.1 Sistema de neutralização de pH

Um sistema de neutralização e controle de pH é de muita importância na indústria pois é aplicado em processos químicos, processos de fermentação e em estações de tratamento de esgoto.

O sistema é geralmente composto por 4 partes (ABDELHADI et al., 2014):

- Uma válvula de entrada de influente (ácido), geralmente de vazão constante;
- Uma válvula de entrada de reagente (base), que é a parte controlável do processo;
- Um reator perfeitamente agitado (CSTR – *continuously stirred tank-reactor*), que realiza a mistura da solução;
- E uma válvula de saída, geralmente com vazão constante.

Uma representação gráfica das partes de um sistema de neutralização de pH pode ser vista na Figura 14.

O modelo não linear do sistema de neutralização está representado pela seguinte equação diferencial derivada de um balanço de massa (“pH Control - Part 1”, 2015), pela universidade de NewCastle, na Austrália. A equação diferencial de balanço de massa é dada por:

$$\frac{dc_o(t)}{dt} = \frac{u(t)}{V}(c_u(t) - c_o(t)) + \frac{q(t)}{V}(c_i(t) - c_o(t)) \quad (60)$$

onde  $c_o(t)$ : excesso de concentração de íons de hidrogênio na corrente do efluente (mol/L)

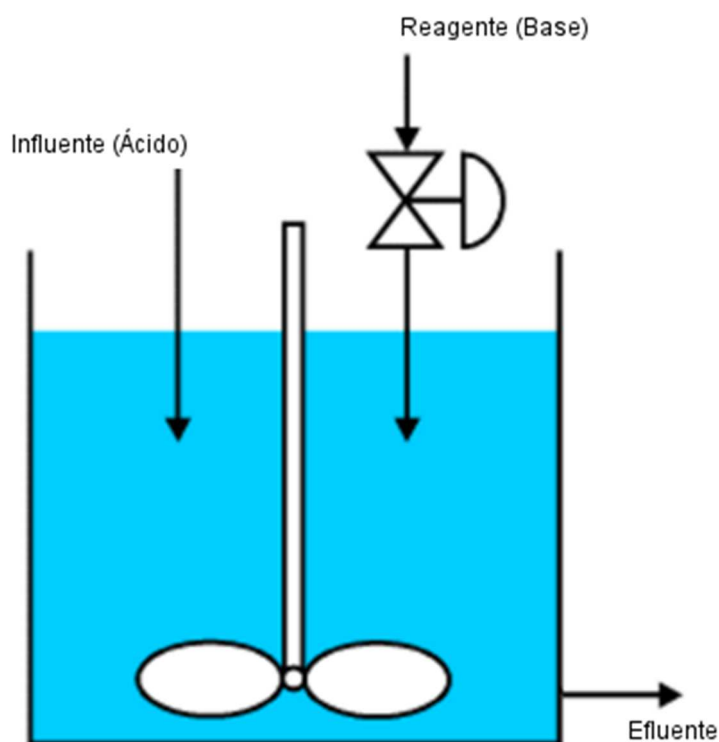
$c_i(t)$ : excesso de concentração de íons de hidrogênio na corrente do influente (mol/L)

$u(t)$ : corrente do reagente (L/s)

$q(t)$ : corrente do influente (L/s)

$V$ : volume do tanque (L)

Figura 14 - Esquema de um tanque CSTR para neutralização de pH



Fonte: Elaborada pelo autor, adaptada de “pH Control – Part 1” (2015)

As concentrações do reagente e influente bem como a vazão e o volume do tanque, foram consideradas constantes e iguais aos seguintes valores:  $10^{-1}$ ,  $10^2$ , 10 e 83,67, respectivamente.

Foi considerada como variável manipulada a corrente do reagente  $u(t)$ . Como as concentrações são concentrações em excesso de íons de hidrogênio, há de ser feita a conversão para pH através da seguinte expressão:

$$pH = -\log[\sqrt{0.25C^2 + 10^{-14}} + 0.5C] \quad (61)$$

onde  $C$  representa o excesso de concentração de íons de hidrogênio na corrente do efluente.

#### 4.1.1 Testes de Não-linearidade

Para certificar que o modelo sendo estudado é não linear, foram aplicados testes para verificar se o modelo respeita o princípio da superposição, que governa a

definição de sistemas lineares. Se um sistema não respeita o princípio da superposição, ele é, por definição, não-linear.

O princípio da superposição dita que, se a saída de um sistema é resultado de entradas combinadas, então essa mesma saída pode ser obtida somando as saídas das entradas individuais, ou seja:

$$f(x_1 + x_2) = y_{1+2} \Rightarrow f(x_1) + f(x_2) = y_{1+2} \quad (62)$$

também conhecido como a propriedade da aditividade. E ainda é complementado pela propriedade da homogeneidade, que dita:

$$f(ax) = af(x) \quad (63)$$

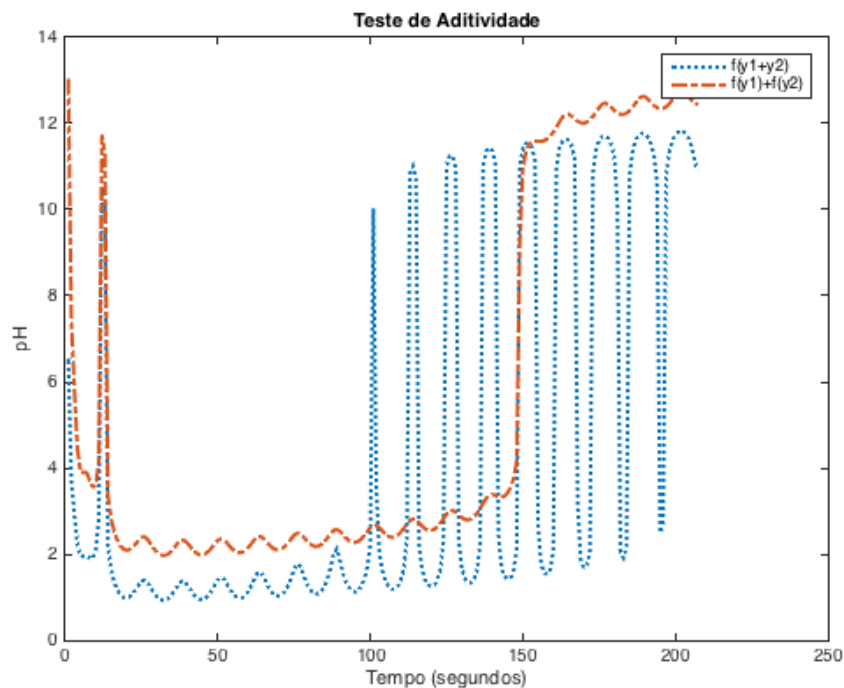
onde  $a$  é qualquer valor escalar.

Para o teste de Aditividade, foram gerados dois sinais de entrada:

- Sinal senoidal de frequência 0,07 Hz e amplitude 1,5, respeitando a limitação da válvula de entrada, denominado  $y_1$ ;
- Sinal do tipo rampa com amplitude final de 1,5, denominado  $y_2$ .

O resultado do teste pode ser observado na Figura 15.

Figura 15 - Teste de Aditividade para a planta de neutralização de pH



Fonte: Elaborada pelo autor.

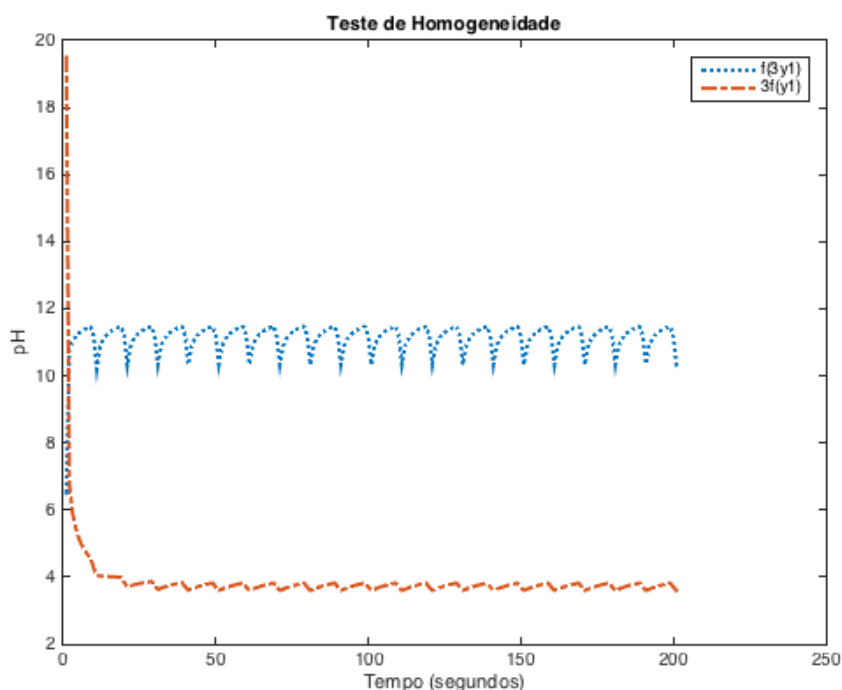
Também foi realizado o teste de homogeneidade, com um sinal do tipo pulso, de período 10 segundos e ciclo de 80%, com amplitude de 0,5, denominado  $y_1$ . O fator de multiplicação foi escolhido arbitrariamente e definido em 3.

O resultado do teste de homogeneidade pode ser visualizado na Figura 16.

Dados os resultados, vistos na Figura 15 e na Figura 16, pode ser observada uma clara violação do princípio da sobreposição, com diferenças gritantes entre os níveis de operação resultantes.

Dessa forma, é seguro afirmar que a planta de neutralização de pH é não-linear.

Figura 16 - Teste de homogeneidade para a planta de neutralização de pH



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.2 Projeto do Sinal de Entrada

O sinal de entrada MLPRS foi projetado segundo a metodologia apresentada na seção 2.3.1.

Para determinar as constantes de tempo do processo, foram aplicados diversos degraus como sinal de entrada, e as constantes de tempo curta e longa do processo foram aproximadas em  $\tau_{dom}^c = 5 \text{ segundos}$  e  $\tau_{dom}^l = 25 \text{ segundos}$ , com uma frequência de amostragem  $f_s = 2 \text{ Hz}$ .

Seguindo a recomendação de Lara (2003), foi definido que  $\alpha_s = 2$  e  $\beta_s = 3$ , representando a velocidade e malha fechada comparada com a malha aberta e o percentual de tempo de acomodação considerado, respectivamente. Onde  $\alpha_s = 2$  considera uma planta duas vezes mais rápida em malha fechada que em malha aberta, e  $\beta_s = 3$  considera 99% do tempo de acomodação de planta.

O tempo de comutação do sinal, calculado com os parâmetros acima, é dado por  $T_{sw} = 5 \text{ segundos}$ .

Foram realizados testes, e o menor número de níveis do sinal de entrada com um bom resultado de estimação foi um campo de Galois de 5 níveis, com o sinal sendo gerado pelo polinômio apresentado na equação (64).

$$1 + x + 2x^2 \quad (64)$$

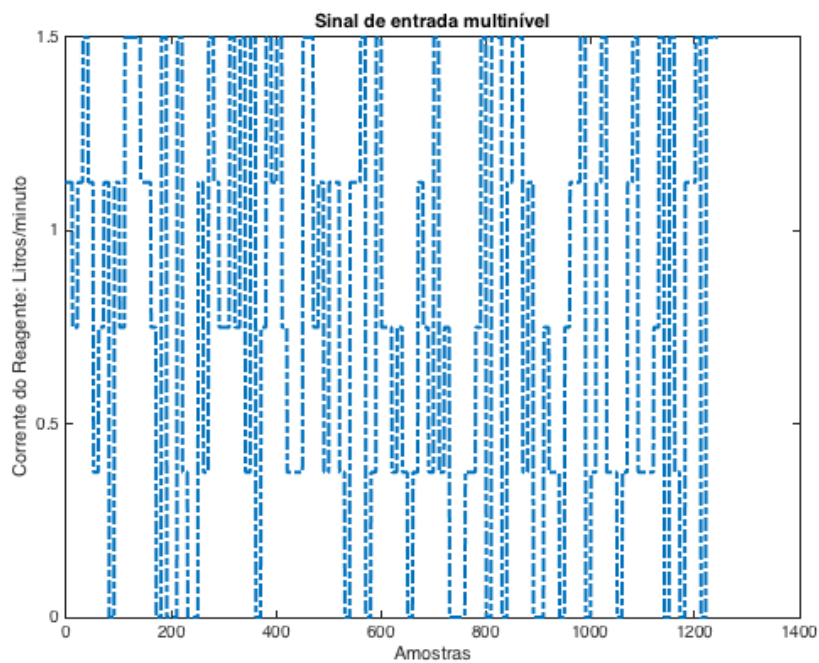
Onde a sequência mínima de troca de níveis calculada é de 67, sendo possível um total de  $N = 5^3 - 1 = 124$  trocas de sinais com o polinômio escolhido. Foi decidido arbitrariamente trabalhar com a sequência máxima disponível pelo polinômio, gerando um sinal com um número de amostras  $N_s = \frac{NT_{sw}}{f_s} = 1240$ .

Como um sinal multinível MLPRS é projetado para ter uma média próxima de zero, é necessário que o sinal tenha números negativos. No entanto, devido a restrições da planta, mais especificamente na válvula de entrada, o sinal de entrada pode variar somente entre 0 e 1,5 Litros/minuto.

Portanto, o sinal MLPRS gerado foi normalizado entre os valores de restrição, e o sinal resultante para a planta de neutralização de pH pode ser observado na Figura 17, e o espectro de frequências do sinal pode ser observado na Figura 18.

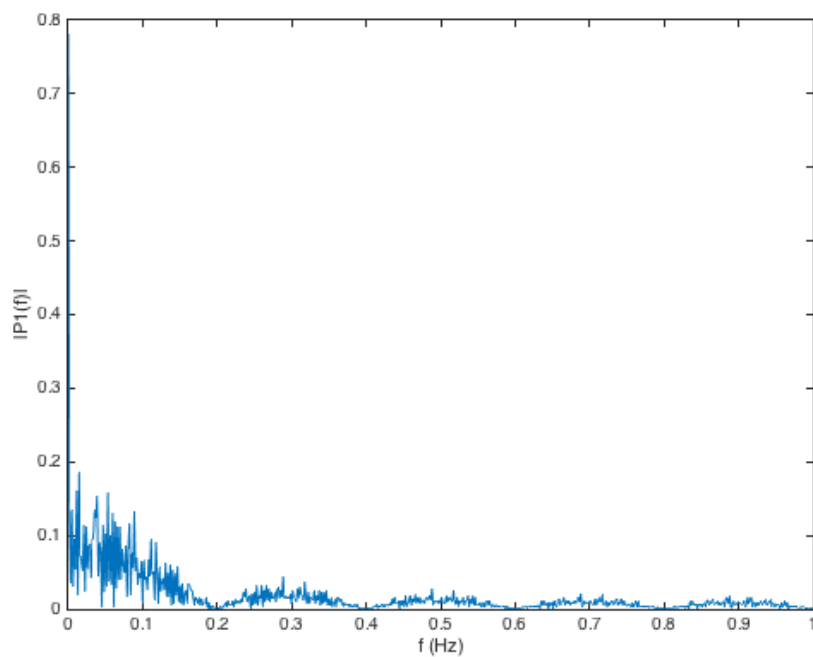


Figura 17 - Sinal multinível gerado para a planta de neutralização de pH



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 18 - Espectro de frequências do sinal de entrada MLPRS para o sistema de neutralização de pH



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.3 Modelos NARMAX – Algoritmo Mínimos Quadrados Recursivos (RLS)

Foram estimados 250 modelos com o algoritmo recursivo, com ordens de  $l = 1 \dots 2$ ,  $ny = nu = ne = 1 \dots 5$ . O tempo médio de estimação de cada modelo foi de 1,73 segundos.

A seguir, na Tabela 6, podem ser observados os melhores modelos estimados pelo estimador NARMAX recursivo. Os modelos 1,2 e 3 foram selecionados com base em diferentes critérios, e cada um desses critérios está grifado em cinza na Tabela 7 e na Tabela 8, com os critérios AIC e Lipschitz indicando a complexidade do modelo, e os critérios FPE e *Fitness* indicando o erro do modelo na estimação dos parâmetros.

O modelo 3, selecionado com base nos quocientes de Lipschitz, corresponde ao modelo 126 da Figura 19.

Tabela 6 – Comparação dos melhores modelos NARMAX-RLS segundo os critérios de avaliação

Modelo	$l$	$ny$	$nu$	$ne$	Número de parâmetros/Regressores
Modelo 1	1	1	2	1	4
Modelo 2	1	1	2	2	5
Modelo 3	2	1	1	1	9

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 7 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-RLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	0,39	8,29
Modelo 2	0,39	8,90
Modelo 3	0,93	4,93

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 8 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-RLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,73	92,26%
Modelo 2	0,74	92,27%
Modelo 3	1,27	88,48%

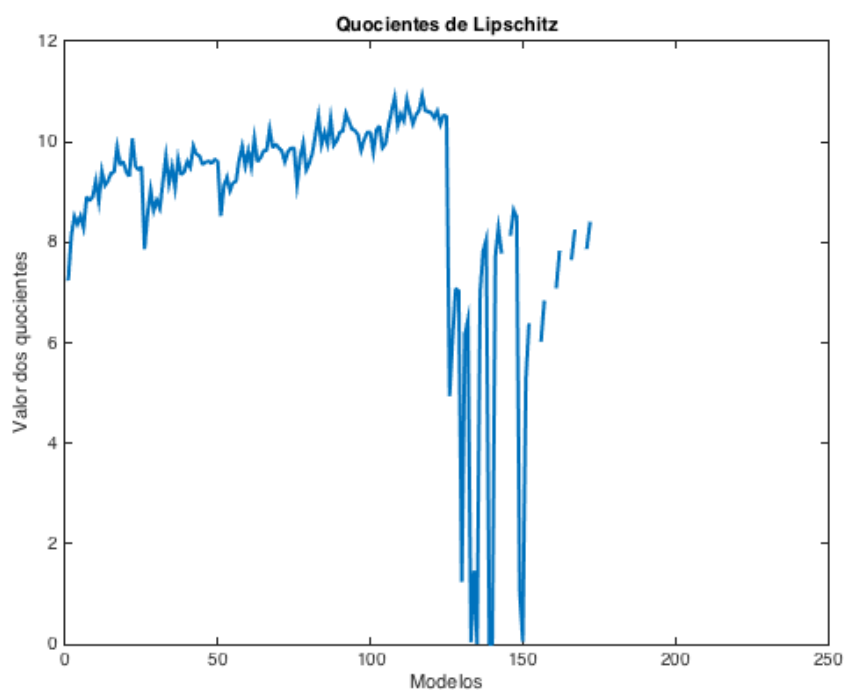
Fonte: Elaborada pelo autor.

Os modelos apresentados na Tabela 6 foram então simulados com uma entrada não vista antes. A entrada aplicada a planta e aos modelos pode ser vista na Figura 20.

O percentual de acerto de cada modelo pode ser visto na Tabela 9.

Foram então analisados apenas os modelos 1 e 2, visto que o modelo 3 falhou em convergir. As saídas dos modelos 1 e 2 podem ser observadas na Figura 21 e na Figura 22, respectivamente.

Figura 19 - Quocientes de Lipschitz para modelos NARMAX-RLS



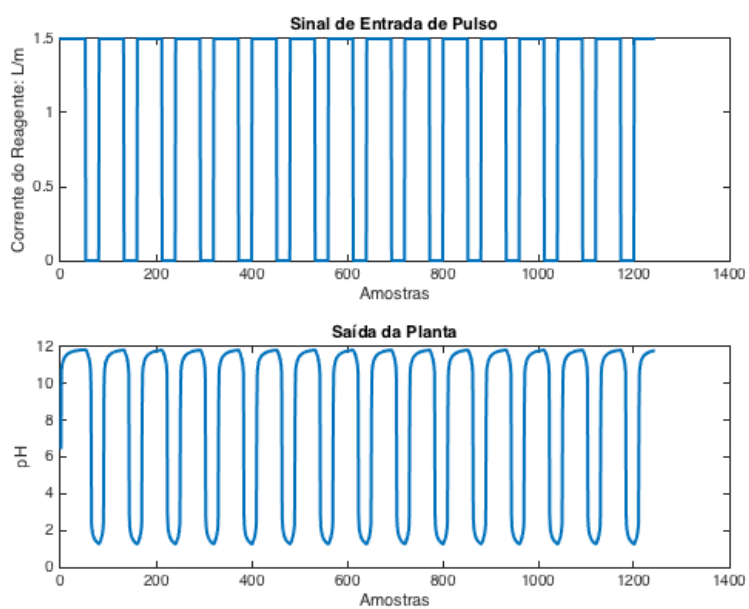
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 9 – Comparação entre os modelos NARMAX-RLS testados com entrada de pulso

Modelo	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	85,67%
Modelo 2	85,81%
Modelo 3	Não convergiu

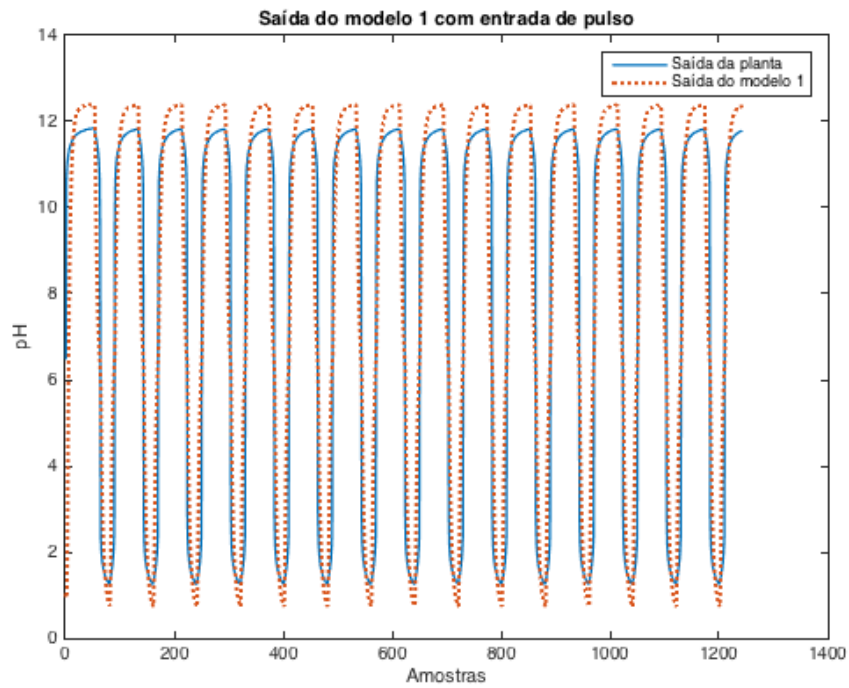
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 - Entrada de pulso e saída da planta



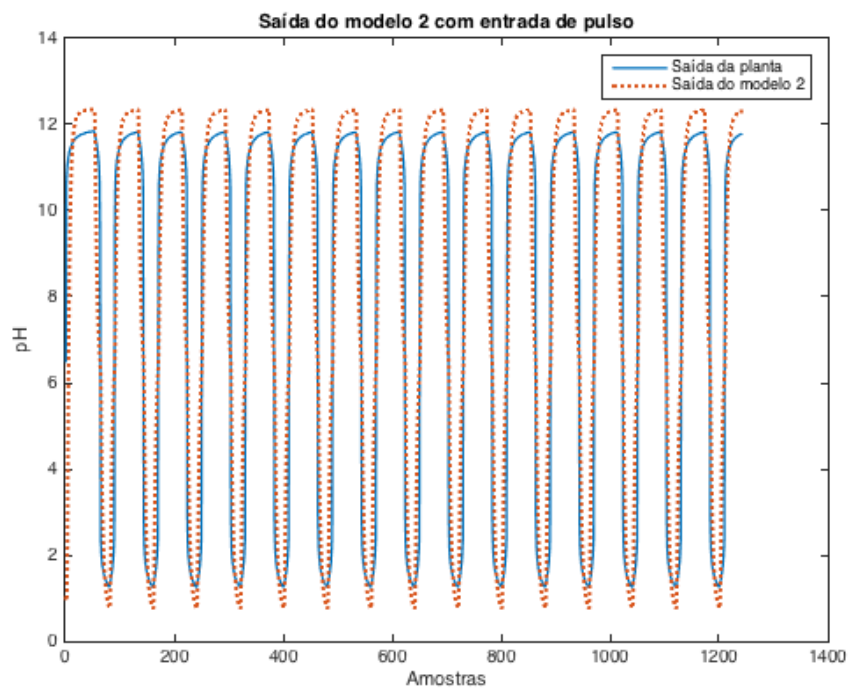
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 21 - Saída do modelo 1 frente a entrada de pulso



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 22 - Saída do modelo 2 frente a entrada de pulso



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.4 Modelos NARMAX – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS)

Foram estimados 250 modelos NARMAX-OLS, com ordens  $l = 1 \dots 2$ , e  $ny = nu = ne = 1 \dots 5$ . O tempo médio de estimação de cada modelo foi de 1,23 segundos.

Os melhores modelos são apresentados na Tabela 10, e foram selecionados com base nos indicadores de modelo AIC e Lipschitz, que podem ser vistos na Tabela 11, e também com base nos indicadores de erro de estimação FPE e *Fitness*, que podem ser vistos na Tabela 12, e são os modelos 1 e 2, originalmente.

Os modelos foram então submetidos a testes com uma entrada não vista antes, conforme a Figura 20.

Após os resultados do teste com entradas novas, que pode ser observado na Tabela 13, foi realizado que os modelos não apresentaram resultados satisfatórios. Portanto, um modelo 3 foi selecionado arbitrariamente do conjunto de modelos estimados, para fins de comparação.

Pode ser observado que o modelo 3, selecionado arbitrariamente, apresenta resultados que desbancam os modelos selecionados por critérios bem estabelecidos na literatura.

As saídas dos modelos 2 e 3 podem ser vistas na Figura 23 e na Figura 24.

Nesse experimento, nenhum dos modelos envolvidos apresenta números elevados de parâmetros, tornando desnecessária a utilização dos valores de ERR para seleção de parâmetros.

Tabela 10 - Comparação dos modelos NARMAX-OLS

Modelo	$l$	$ny$	$nu$	$ne$	Número de parâmetros/Regressores
Modelo 1	2	2	2	2	4
Modelo 2	1	1	2	2	5
Modelo 3 (arbitrário)	1	3	4	1	8

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 11 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-OLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	0,3	7,11
Modelo 2	0,39	8,90
Modelo 3 (arbitrário)	0,85	9,75

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 12 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-OLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,67	94,23%
Modelo 2	0,74	92,27%
Modelo 3 (arbitrário)	1,17	89,63%

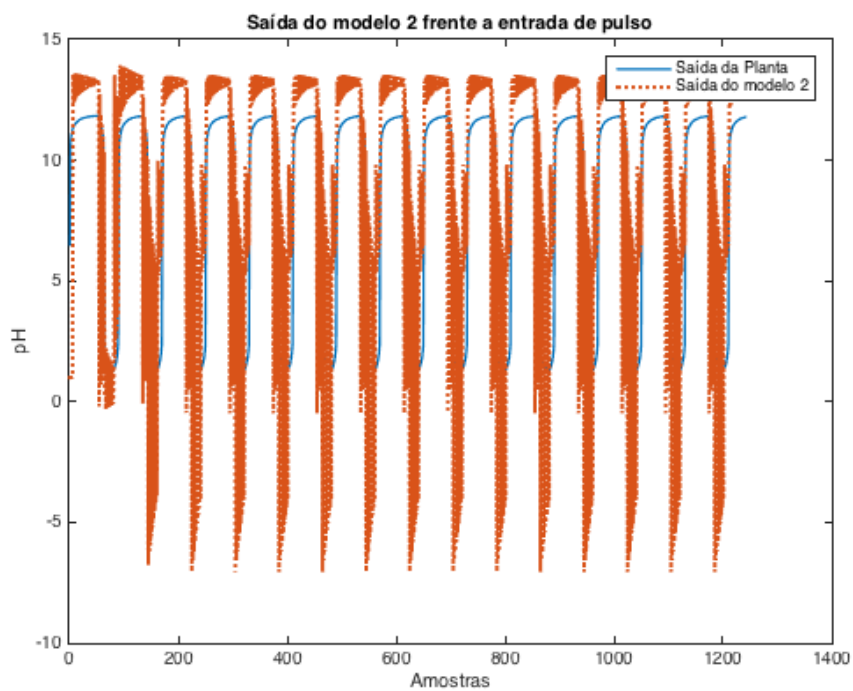
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 13 - Comparação da adequabilidade dos modelos NARMAX-OLS frente a uma entrada nova

Modelo	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	Não convergiu
Modelo 2	0,6%
Modelo 3 (arbitrário)	88,59%

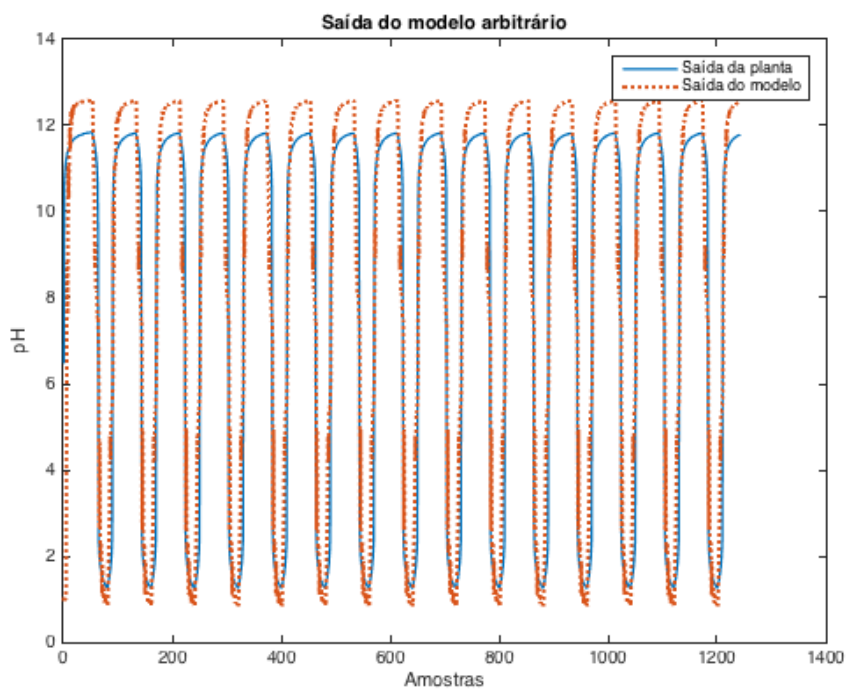
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 23 - Saída do modelo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 24 - Saída do modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor.



#### 4.1.5 Modelos Hammerstein-Wiener – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS)

Devido a simplicidade do modelo Hammerstein-Wiener, e a capacidade computacional disponível, foi possível estimar 650 modelos com ordens  $na = nb = nc = nd = 1 \dots 5$ .

A média de tempo de estimação de cada modelo foi 0,97 segundos.

Na Tabela 14 são apresentados os modelos selecionados com base nos critérios de avaliação previamente estabelecidos, e são os modelos 1, 2 e 3, originalmente. A tabela Tabela 15 mostra os indicadores de modelo AIC e Lipschitz, e a Tabela 16 os indicadores de erro FPE e *Fitness*. Os modelos selecionados foram então submetidos a testes com uma entrada não vista antes, conforme Figura 20, e os resultados são apresentados na Tabela 17.

Um cenário similar ao apresentado na seção 4.1.4 se repete. Os modelos selecionados apresentam resultados insatisfatórios e, portanto, um modelo 4 foi escolhido do conjunto de modelos estimados. O mesmo modelo 4 foi testado e apresenta resultados infinitamente superiores aos modelos selecionados com os critérios selecionados.

A saída do modelo 4 pode ser vista na Figura 25.

Tabela 14 - Comparação dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	$na$	$nb$	$nc$	$nd$	Número de parâmetros/Regressores
Modelo 1	5	4	5	5	45
Modelo 2	5	5	5	5	50
Modelo 3	1	1	1	5	6
Modelo 4 (arbitrário)	1	2	5	1	11

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 15 - Indicadores de modelo dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	-0,5	2,04

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 2	-0,5066	2,14
Modelo 3	0,26	1
Modelo 4 (arbitrário)	0,34	14,89

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 16 - Indicadores de erro dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,3	97,5%
Modelo 2	0,3	97,52%
Modelo 3	0,64	94,26%
Modelo 4 (arbitrário)	0,7	93,78%

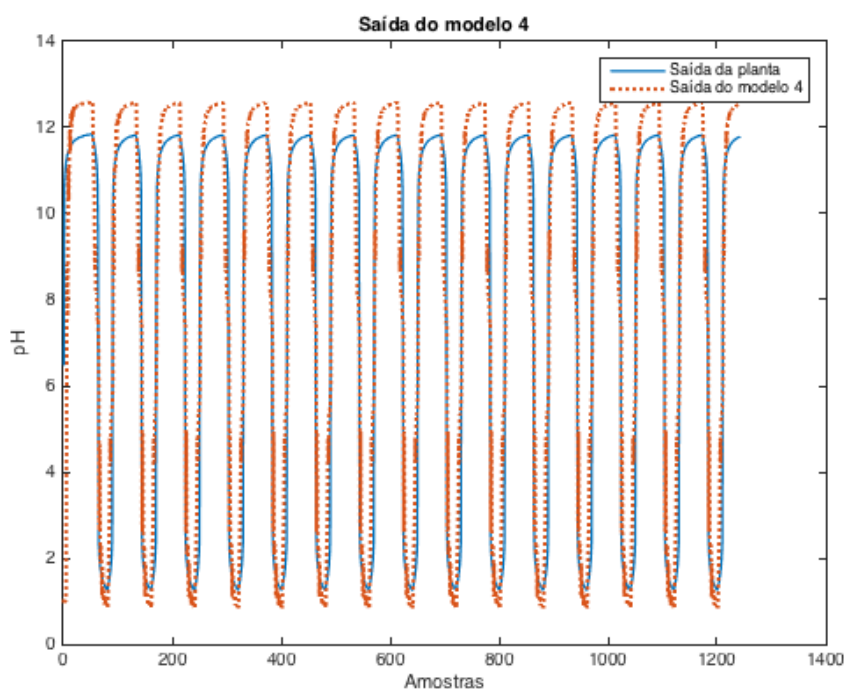
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 17 - Adequabilidade dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	Não convergiu
Modelo 2	Não convergiu
Modelo 3	-307%
Modelo 4	88,59%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 25 - Saída do modelo 4



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.6 Modelos estimados pelo MATLAB®

Foram então estimados modelos utilizando as ferramentas disponibilizadas pelo MATLAB, para fins de comparação.

O comparativo dos modelos com dados de estimação pode ser observado na Tabela 18, e o comparativo frente a novas entradas pode ser visto na Tabela 19.

A entrada nova aos modelos foi escolhida nos mesmos termos das seções anteriores, e pode ser vista na Figura 20.

As saídas dos modelos frente essa entrada podem ser vistas na Figura 26, Figura 27 e Figura 28.

Fica claro que, no geral, os modelos não lineares se saem melhores que o modelo linear, especialmente o modelo Hammerstein-Wiener.

Tabela 18 – Comparação entre os modelos estimados pelo MATLAB

Modelo	Tipo	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	ARMAX	63,57%
Modelo 2	NARX	68,27%
Modelo 3	Hammerstein-Wiener	99,22%

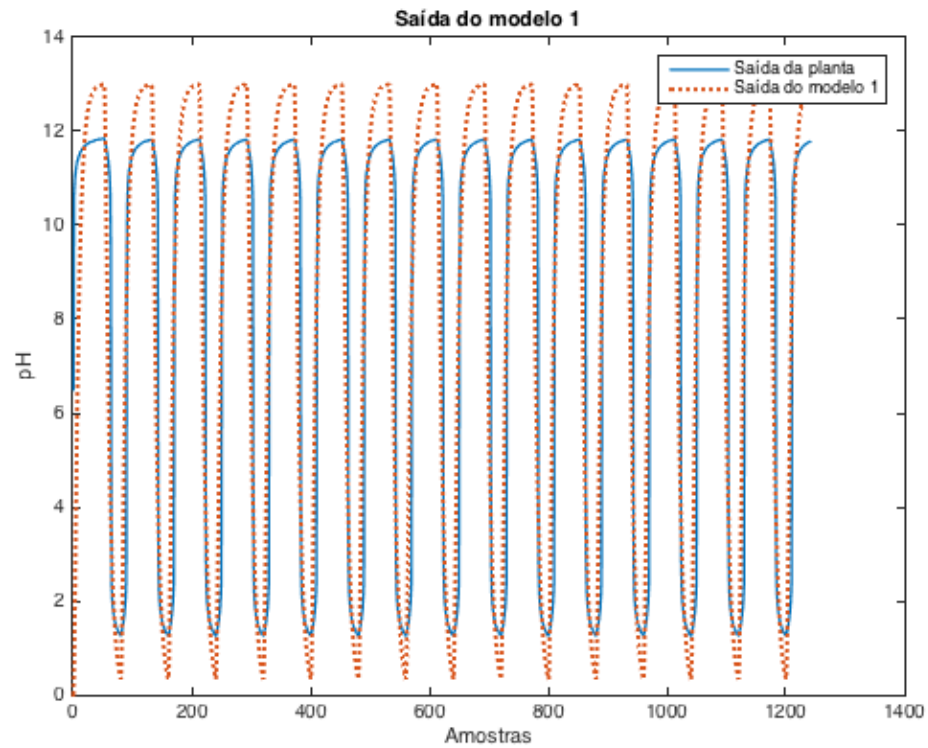
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 19 - Resultados dos modelos frente a entrada de pulso

Modelo	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	78,95%
Modelo 2	78,19%
Modelo 3	98,97%

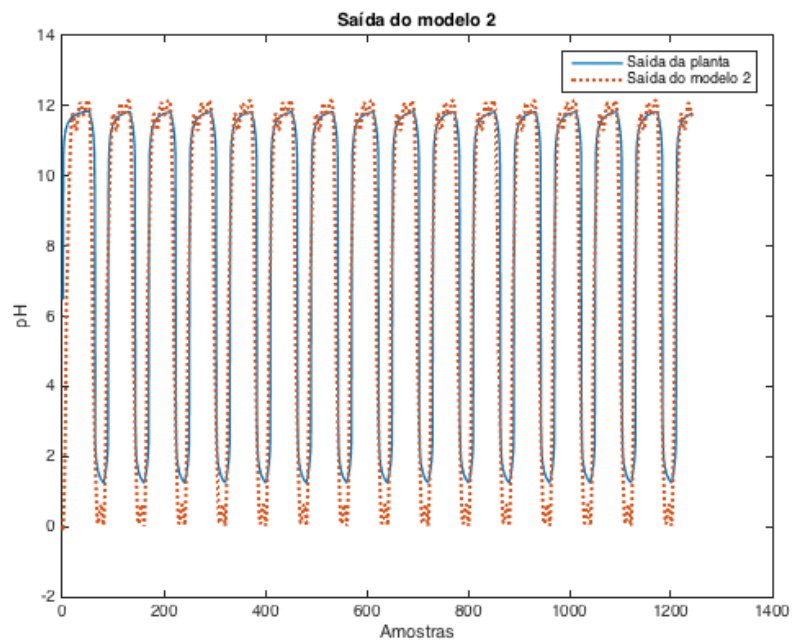
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 26 - Saída do modelo 1



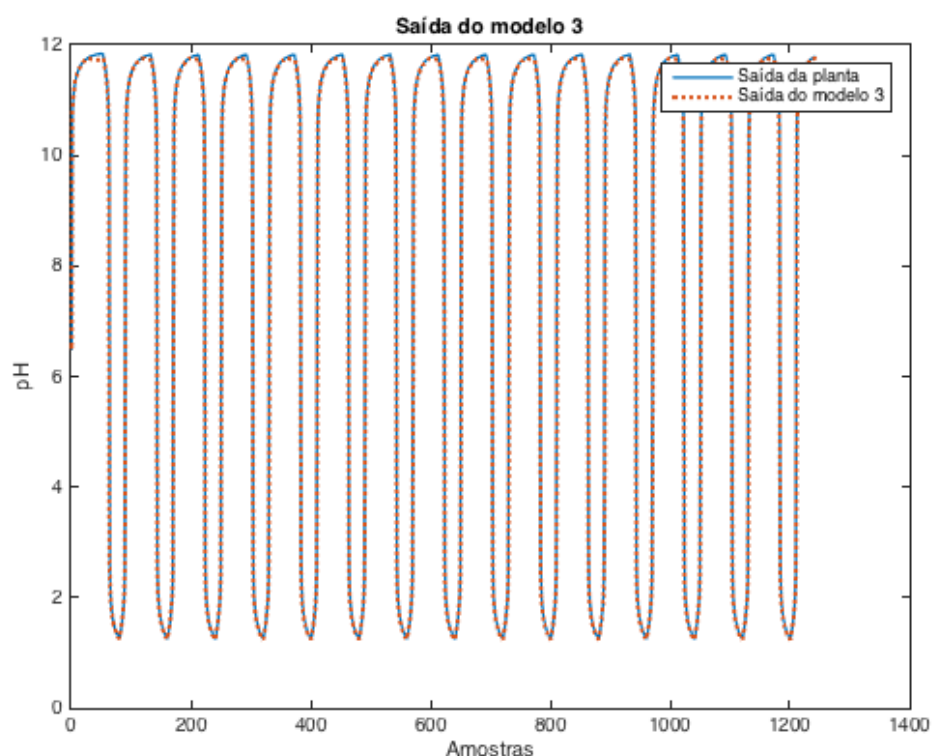
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 27 - Saída do modelo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 28 - Saída do modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2 Transformador de potência

Um transformador de potência é um dispositivo que realiza a transmissão de energia elétrica de um circuito a outro através da indução de tensão por meio da ação de um campo magnético. O transformador é composto de dois ou mais enrolamentos, usualmente não conectados, enroladas ao redor de um material metálico denominado de núcleo. A única conexão entre os enrolamentos é o fluxo magnético presente no núcleo.

O núcleo do transformador pode ser composto por diferentes arranjos de materiais e ligas, sendo feita a laminação em todos esses arranjos. A laminação do material do núcleo é realizada para tentar prevenir a ocorrência de correntes Eddy, que é uma fonte de perda para o transformador.

Em um transformador de dois enrolamentos, um deles é conectado à uma fonte de energia, denominada "primário", e o segundo enrolamento é geralmente conectado à uma carga, que recebe a tensão transformada, denominado "secundário".

Transformadores são de fundamental importância para a vida moderna, pois possibilitam que a energia elétrica seja transmitida em altas tensões e a grandes distâncias, e seja, subsequentemente convertida para baixas tensões para uso doméstico.

Por exemplo, no sistema de energia moderno, a energia elétrica é gerada com tensões entre 12-25kV. Transformadores elevam essa tensão para entre 100-1000kV para transmissão a longas distâncias e com baixas perdas de potência. Outros transformadores são então aplicados para reduzir a tensão para distribuição local, e novamente utilizados para converter a tensão de distribuição para tensão de uso residencial e comercial, entre 110 e 240v.

Um transformador ideal não possui perdas, e as relações entre a corrente e tensão de entrada, e corrente e tensão de saída é dada por duas expressões simples.

A relação entre as tensões é dada por:

$$\frac{V_p(t)}{V_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad (65)$$

onde  $a$  é a razão entre o número de enrolamentos nos enrolamentos,  $a = N_p/N_s$ ,  $V_p(t)$  é a tensão no enrolamento primário,  $V_s(t)$  é a tensão no enrolamento secundário,  $N_p$  é o número de enrolamentos no enrolamento primário e  $N_s$  é o número de enrolamentos no enrolamento secundário.

E a relação entre as correntes é dada por:

$$N_p i_p(t) = N_s i_s(t) \quad (66)$$

sendo:

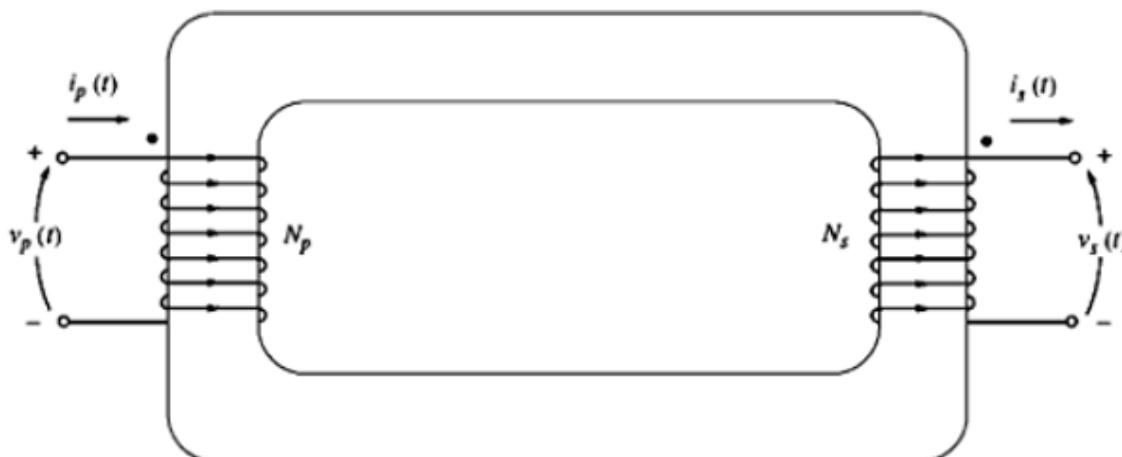
$$\frac{i_p(t)}{i_s(t)} = \frac{1}{a} \quad (67)$$

onde  $i_p(t)$  é a corrente no enrolamento primário e  $i_s(t)$  é corrente no enrolamento secundário

e  $a$  é a razão entre as correntes.

O esquema equivalente de um transformador de dois enrolamentos pode ser observado na Figura 29.

Figura 29 - Esquema equivalente de um transformador de dois enrolamentos



Fonte: Chapman (2010).

A impedância é dada pela razão entre o fasor de tensão através do dispositivo pelo fasor de corrente circulando por ele. A impedância não foi modelada nesse estudo por motivos de simplicidade.

Na prática, transformadores ideais são impossíveis de serem construídos devido a imperfeições dos materiais. No entanto, um transformador bem projetado se aproxima de um transformador ideal.

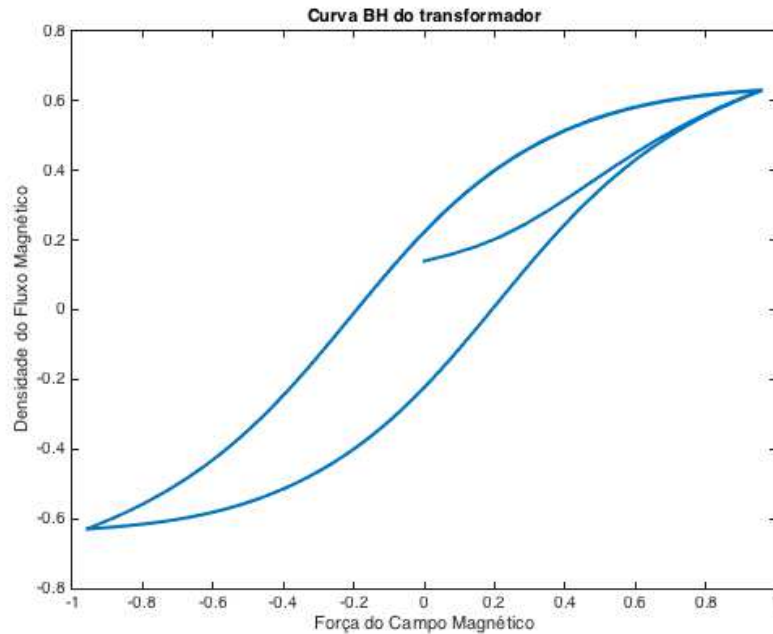
Para exemplificar a operação de um transformador real, assume-se que o enrolamento primário esteja conectada em uma fonte AC, e o secundário esteja em circuito aberto.

No entanto, apesar das perdas do transformador, e da imperfeição dos materiais, não há não-linearidade entre as tensões de entrada e saída. A não-linearidade ocorre no núcleo do transformador, entre a densidade de fluxo magnético ( $B$ ), que atinge um ponto de saturação, e a força do campo magnético ( $H$ ).

Um exemplo de curva BH do transformador pode ser vista na Figura 30, e revela a natureza histerética, altamente não-linear, apresentada entre a densidade do fluxo magnético presente no núcleo ( $B$ ), e a força do campo magnético ( $H$ ) gerado (CHAPMAN, 2010).



Figura 30 - Curva BH do transformador



Fonte: Elaborada pelo autor.

As unidades B e H são derivadas do fluxo magnético  $\phi$  (medido em Weber) e da força magnetomotiva  $\mathfrak{F}$  (medido em Volt), e a relação entre elas é dada por (WILLIAMS; VOGELSONG; KUDENDERT, 1995):

$$H(t) = \frac{\mathfrak{F}(t)}{l} \quad (68)$$

$$\mathfrak{F} = N_p i_p(t) \quad (69)$$

onde  $l$  é o comprimento efetivo do material do núcleo em  $mm$ , e:

$$B(t) = \frac{\phi(t)}{A} \quad (70)$$

$$\phi(t) = \frac{V_m}{\omega N_p} \sin \omega t \quad (71)$$

onde  $A$  é a área da seção transversal do núcleo em  $m^2$  e  $V_m$  é a tensão magnetizadora nominal na entrada.

As forças B e H são relacionadas entre si pela permeabilidade magnética  $\mu$  (medida em Henry por metro) (CLARKE, 2008):

$$B = \mu H \quad (72)$$

No entanto, a permeabilidade do núcleo não é constante, e decresce conforme a força do campo magnético H aumenta. Portanto, quando o núcleo atinge o ponto de saturação magnética, um aumento pequeno em fluxo magnético requer um grande aumento na corrente magnetizadora.

Sabendo então os valores de  $\phi$ , é possível calcular a tensão de saída no enrolamento secundário:

$$V_s = N_s \frac{d\phi}{dt} \quad (73)$$

Devido a dificuldades na modelagem da permeabilidade do material, perdas por histerese, e também de fluxo de dispersão e correntes Eddy, a complexidade de um modelo dinâmico seria muito alta para cobrir nesse trabalho. Portanto, nesse trabalho foi adotado uma modelagem de transformador através de funções trigonométricas, especificamente parametrizada para cada transformador para representar com precisão as características definidas acima.

Esse modelo foi derivado por (DE ALMEIDA et al., 2003; FRANÇA; FERREIRA; DE ALMEIDA, 2015) e tenta descrever a curva de histerese, calculando  $B(H(k))$  para qualquer valor  $H(k)$ , com  $k$  arbitrário.

A função para cálculo de B, a partir de H, é dada por:

$$B(H) = \frac{2B_s}{\pi} \arctan \left( \frac{H_{pr} P \left( \frac{H - H_r}{H_{pr}} \right) + H - \delta H_c}{h_0} \right) \quad (74)$$

onde:

- $P(x)$  é uma função arbitrária monotonicamente decrescente e é escolhida conforme o material do núcleo;
- $H_{pr} = h_0 \tan \left( \frac{\pi B_r}{2B_s} \right) + \delta H_c - H_r$  ;
- $B_s, h_0$  e  $H_c$  são parâmetros do modelo, identificados para cada transformador;
- e  $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$ .

Os valores de  $H_r$  e  $B_r$  representam os pontos de reversão do laço de histerese, e são modificados a cada reversão.

O transformador a ser estudado possui um núcleo de Manganês-Zinco, com 2 enrolamentos e 126 enrolamentos em cada enrolamento. A área da seção transversal do núcleo é de  $4000\text{mm}^2$ , e o comprimento efetivo do núcleo é  $262\text{mm}$ .

Para medir a corrente primária, foi inserida uma resistência de  $120\Omega$  no enrolamento primário.

Os parâmetros para tal transformador foram estimados por (DE ALMEIDA et al., 2003), e tomam os seguintes valores:

$$\begin{aligned} H_c &= 0,2 \\ B_s &= 1 \\ h_0 &= 0,5 \end{aligned}$$

A função de proximidade  $P(x)$  para esse transformador é dada por:

$$P(x) = \tanh(-\zeta x) + 1 \quad (75)$$

onde  $\zeta = 0,8$ .

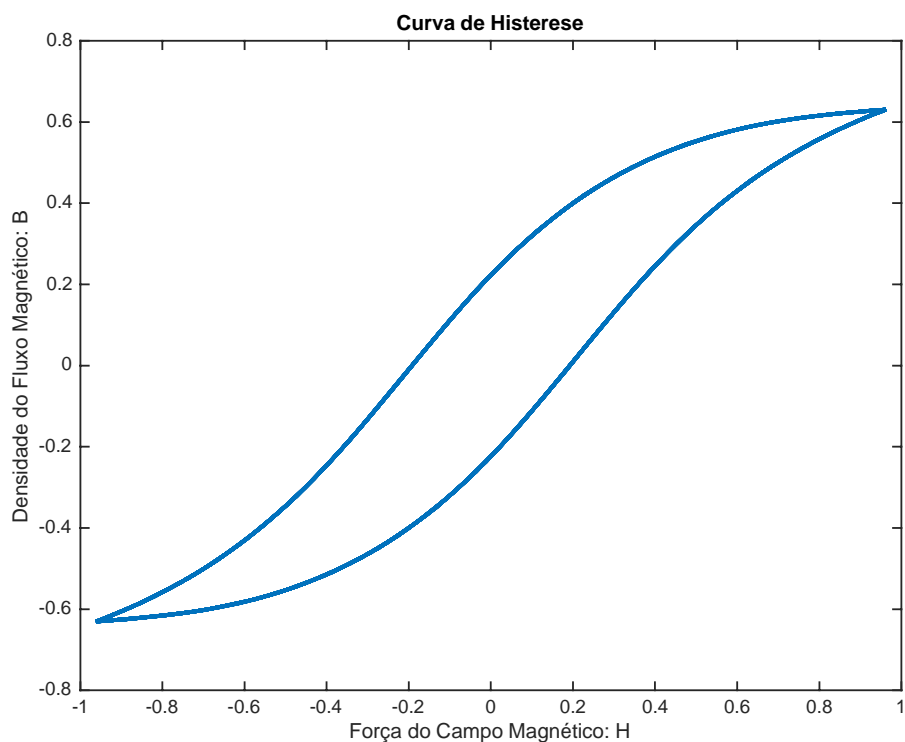
A curva de histerese resultante do modelo acima pode ser observada na Figura 31. Essa curva BH será a não-linearidade abordada nesse estudo de caso. Fica claro, no entanto, que não é uma não-linearidade que tem efeitos na prática, visto que a saída do transformador é linear com a entrada. No entanto, o sinal de entrada para os ensaios realizados nesse trabalho continua sendo a tensão no enrolamento primário, visto que é essa tensão, em conjunto com a resistência no enrolamento primário, os geradores do campo magnético e do fluxo no núcleo.

#### 4.2.1 Testes de Não-Linearidade

Para realizar os testes não-linearidade, foram gerados 2 sinais de entrada:

- Sinal do tipo rampa, com amplitudes de 0 V até 200 V;
- Sinal *chirp* com amplitude de 240 V, entre as frequências de 50 Hz e 60 Hz.

Figura 31 - Curva de histerese identificada pelo modelo



Fonte: Elaborada pelo autor.

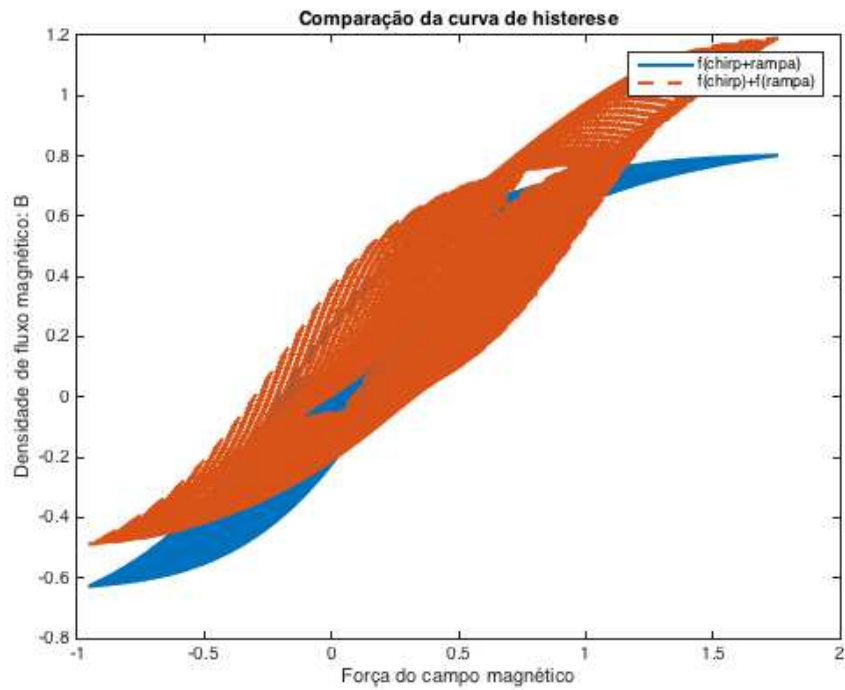
Como pode ser observado nas Figura 32 e na Figura 33, o modelo do transformador apresenta claros desvios dos resultados esperados para os testes de sobreposição. Portanto, o modelo pode ser classificado como não-linear.

#### 4.2.2 Projeto do Sinal de Entrada

O sinal de entrada MLPRS foi projetado segundo a metodologia apresentada na seção 2.3.1.

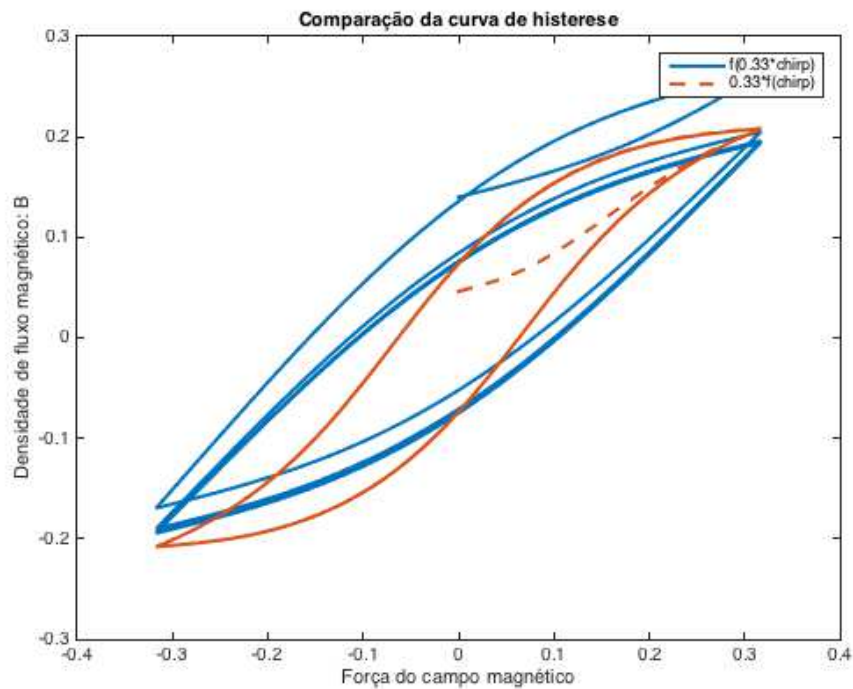
Como visto na seção anterior, o modelo de transformador estudado nesse trabalho é algébrico, e não dinâmico. Portanto, não é possível estimar as constantes de tempo, como em um modelo dinâmico ou em uma planta real.

Figura 32 - Comparação da curva BH com sinais sobrepostos



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 33 - Comparação da curva BH com teste de homogeneidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

A frequência de amostragem dos testes foi definida arbitrariamente em  $5\text{kHz}$ , a constante de tempo dominante mais curta foi definida em uma amostra,  $\tau_{dom}^c = 0,0002$ , e a constante de tempo dominante mais longa em duas amostras,  $\tau_{dom}^l = 0,0004$ .

As variáveis de velocidade em malha fechada e de tempo de acomodação foram definidas em  $\alpha_s = 2$  e  $\beta_s = 3$ , respectivamente.

Não foi encontrado na literatura um método para quantificar o nível de não-linearidade do sistema que correspondesse com os níveis do sinal de entrada  $q$ . Portanto, foram testados sistematicamente sinais com 3, 5 e 7 níveis, e os melhores resultados foram obtidos com  $q = 7$ .

O polinômio gerador do sinal de entrada foi escolhido arbitrariamente na lista definida por Godfrey e Barker (1993), e é dado por:  $1 + x + 3x^2$ .

Os parâmetros calculados pelo método resultaram em um tempo de comutação entre níveis  $T_{sw} = 0,0004$ , e uma troca mínima de níveis de  $N = 27$ , sendo que a sequência máxima possível com o polinômio proposto acima é de  $N = 342$ , o polinômio pode ser usado para esse teste.

O número de amostras resultantes, com  $f_s = 5\text{kHz}$ , é de  $N_s = 685$ .

O sinal MLPRS gerado a partir do projeto descrito acima pode ser visto na Figura 34, juntamente com a saída do modelo do transformador. Cada amostra da saída representa um valor de densidade de fluxo magnético, dada por  $B$ , ou Teslas.

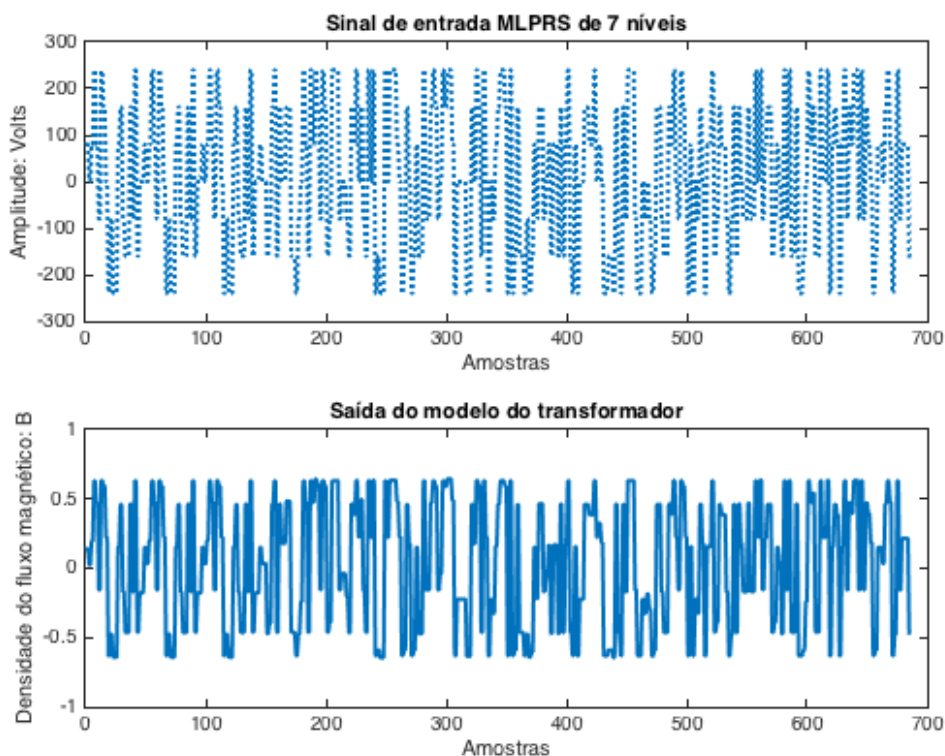
E o espectro de frequências do sinal de entrada pode ser visto na Figura 35. Pode-se observar que o módulo de potência das frequências permanece de certa forma uniforme até 500 Hz, e então começa a decrescer. Levando em consideração que a frequência de operação normal do transformador é de 50-60 Hz, uma excitação uniforme de até 500 Hz corresponde entre 8-10 vezes a frequência de operação, o que é considerado suficiente para identificação.

#### 4.2.3 Modelos NARMAX – Algoritmo Mínimos Quadrados Recursivos (RLS)

Foram estimados 81 modelos, combinando ordens  $l = 1 \dots 3$ ,  $n_y = n_u = n_e = 1 \dots 3$ .

Os critérios de comparação de modelos foram AIC, Lipschitz, FPE, e percentual de adequação do modelo aos dados de treinamento (*fitness*) calculado utilizando NMSE.

Figura 34 - Sinal de entrada MLPRS e saída do modelo do transformador



Fonte: Elaborada pelo autor:

O tempo médio de estimação de cada modelo foi de 5,18 segundos.

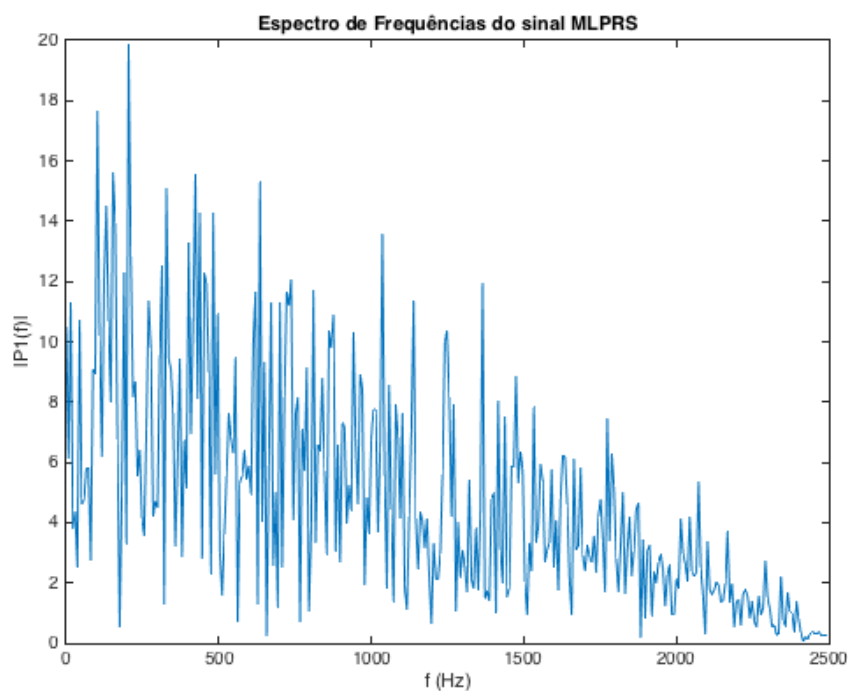
No teste realizado com esse algoritmo, nenhum dos modelos após  $l = 2$  converge para uma boa estimação, resultando em valores astronômicos para as saídas estimadas e para os critérios de comparação.

Os melhores modelos selecionados segundo os critérios acima podem ser observados na Tabela 20, onde o grifo nos campos indica qual o critério utilizado para selecionar o modelo, sendo os critérios de modelo listados na Tabela 21, e os critérios de erro listados na Tabela 22.

A seleção do Modelo 3 foi auxiliada pela Figura 36, que proporciona a visualização dos modelos segundo seus quocientes de Lipschitz. O Modelo 3

corresponde ao modelo 8 da figura, onde representa o modelo mais simples com o menor valor de quociente.

Figura 35 - Espectro de frequência do sinal MLPRS



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 20 - Comparação dos melhores modelos NARMAX-RLS

Modelo	$l$	$ny$	$nu$	$ne$	Número de Parâmetros/Regressores
Modelo 1	1	2	1	3	6
Modelo 2	1	3	3	2	8
Modelo 3	1	1	3	2	6

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 21 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-RLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	-1,52	6,79



Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 2	-0,46	1,14
Modelo 3	-0,48	0,95

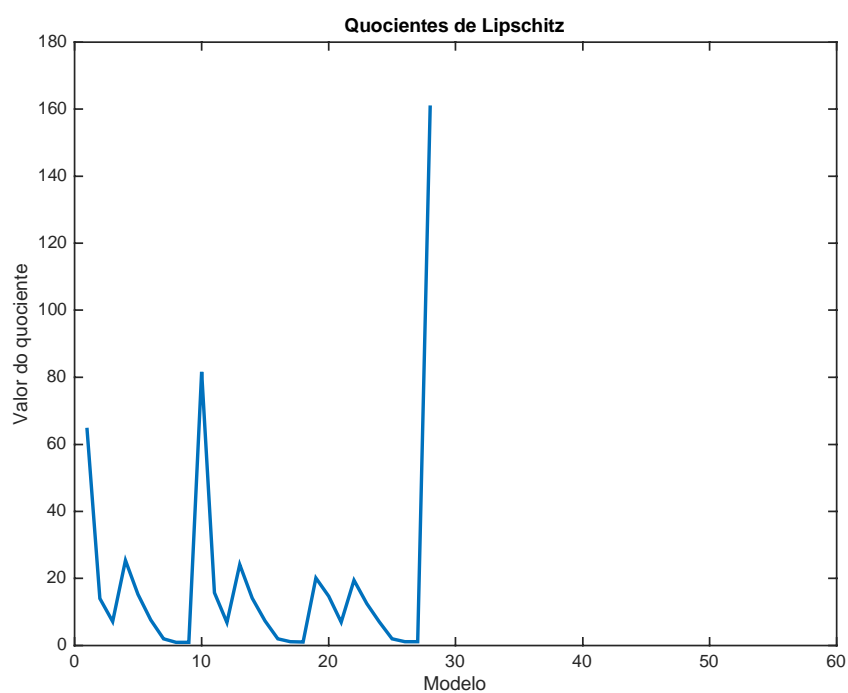
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 22 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-RLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,10	-3,42%
Modelo 2	0,31	2%
Modelo 3	0,30	-0,42%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 36 - Quocientes de Lipschitz dos modelos estimados



Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir, os modelos selecionados anteriormente são testados com uma entrada não vista antes, de formato senoidal com frequência de 60 Hz e amplitude 240 V, que pode ser vista na Figura 37.

Os modelos 1, 2 e 3 foram então simulados com a entrada senoidal da Figura 37, e os resultados são apresentados na Tabela 23.

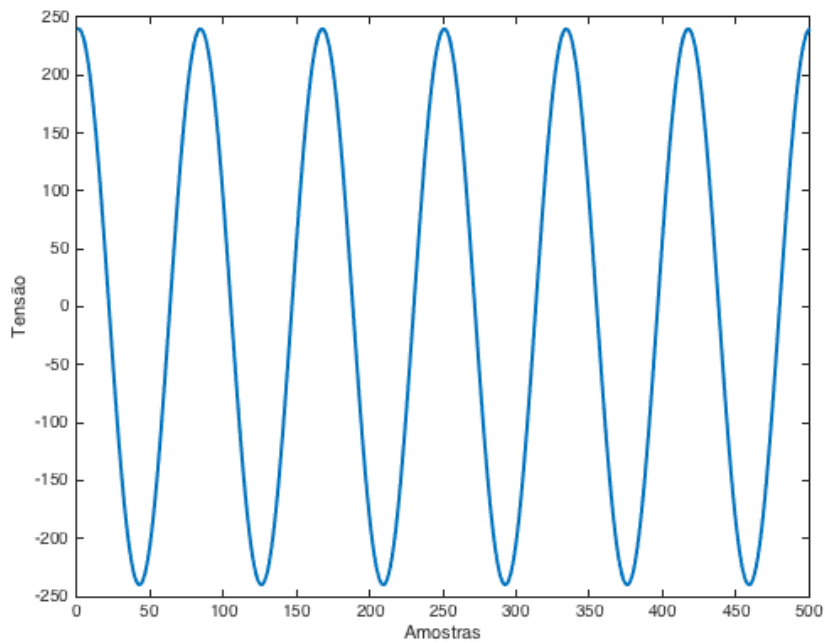
Tabela 23 - Resultados dos modelos simulados com onda senoidal

Modelos	<i>Fitness</i> - NMSE
Modelo 1	51,27%
Modelo 2	2,82%
Modelo 3	-376%

Fonte: Elaborada pelo autor.

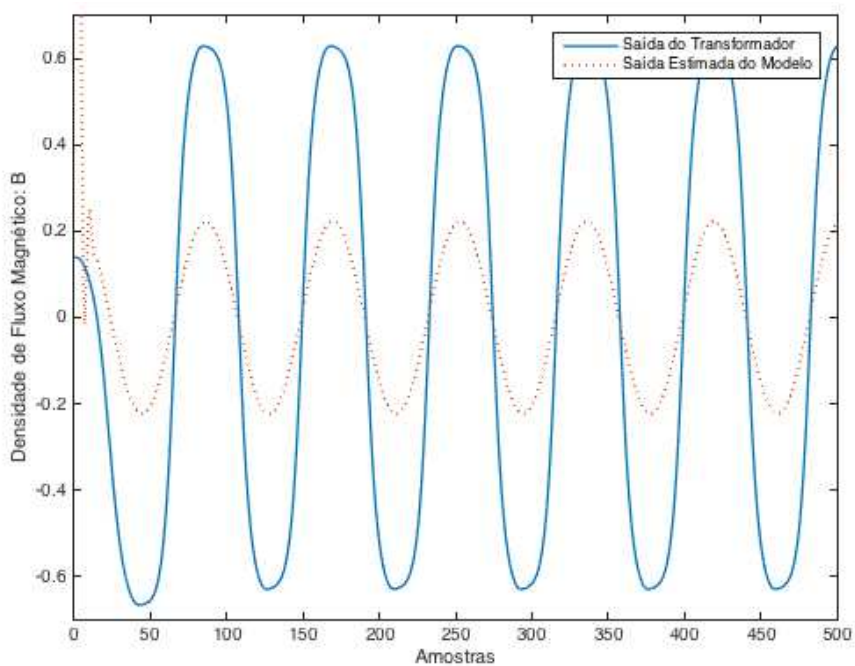
As figuras Figura 38, Figura 39 e Figura 40 apresentam as saídas estimadas dos modelos 1,2 e 3, respectivamente. Ao observar a saída estimada do modelo 3, percebe-se que há uma fase de 180° na saída estimada, explicando o cálculo de NMSE de -376%.

Figura 37 - Onda senoidal de 60 Hz, com amplitude de 240 V



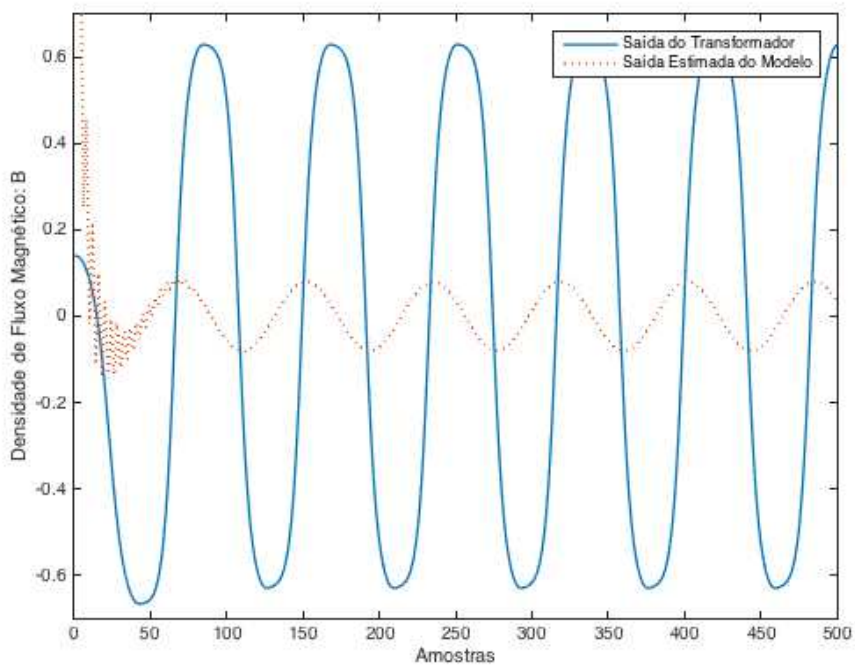
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 38 - Saída do Modelo 1



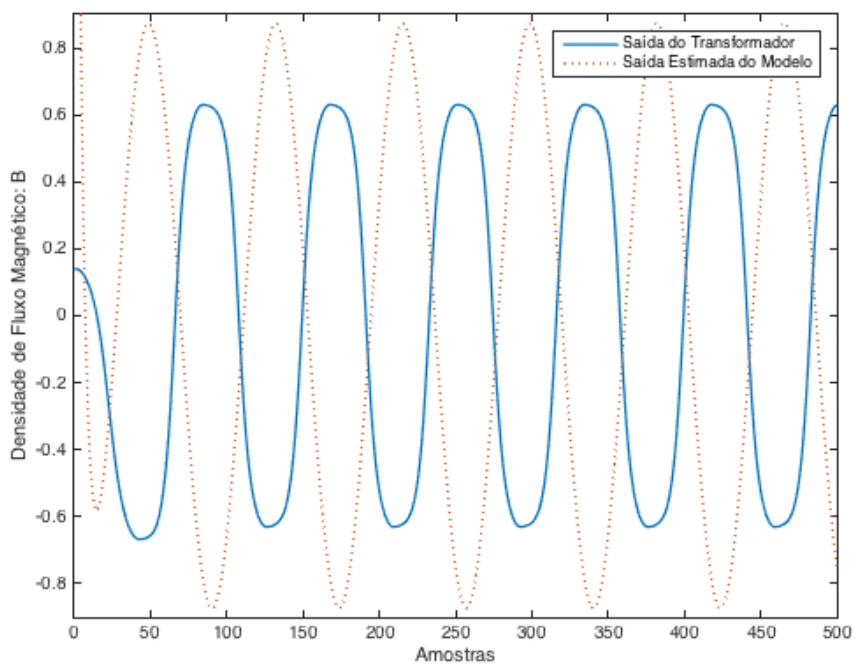
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 39 - Saída do Modelo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 40 - Saída do Modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2.4 Modelos NARMAX – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS)

Foram estimados 81 modelos, combinando ordens  $l = 1 \dots 3$ ,  $ny = nu = ne = 1 \dots 3$ .

Os critérios de comparação de modelos foram AIC, Lipschitz, FPE, e percentual de adequação do modelo aos dados de treinamento (*fitness*) calculado utilizando NMSE.

Ao contrário do algoritmo recursivo, os modelos estimados com o algoritmo ortogonal são mais estáveis em ordens do modelo a partir de 2.

O tempo médio de estimação de cada modelo foi de 2,96 segundos.

A Tabela 24 apresenta as propriedades dos melhores modelos selecionados, e os critérios de comparação são apresentados na Tabela 25 e na Tabela 26. O modelo 3, foi selecionado com base na Figura 41 como o modelo mais simples a apresentar o menor valor de quociente de Lipschitz. O modelo 3 corresponde ao modelo 8 da Figura 41.

Tabela 24 - Comparação dos modelos selecionados segundo os critérios de avaliação

Modelo	$l$	$ny$	$nu$	$ne$	Número de Parâmetros/Regressores
Modelo 1	3	3	1	3	119
Modelo 2	3	3	3	3	219
Modelo 3	1	1	3	1	5

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 25 - Indicadores de modelo dos modelos NARMAX-OLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	-2,21	3,99
Modelo 2	-0,46	1,14
Modelo 3	-2,12	0,23

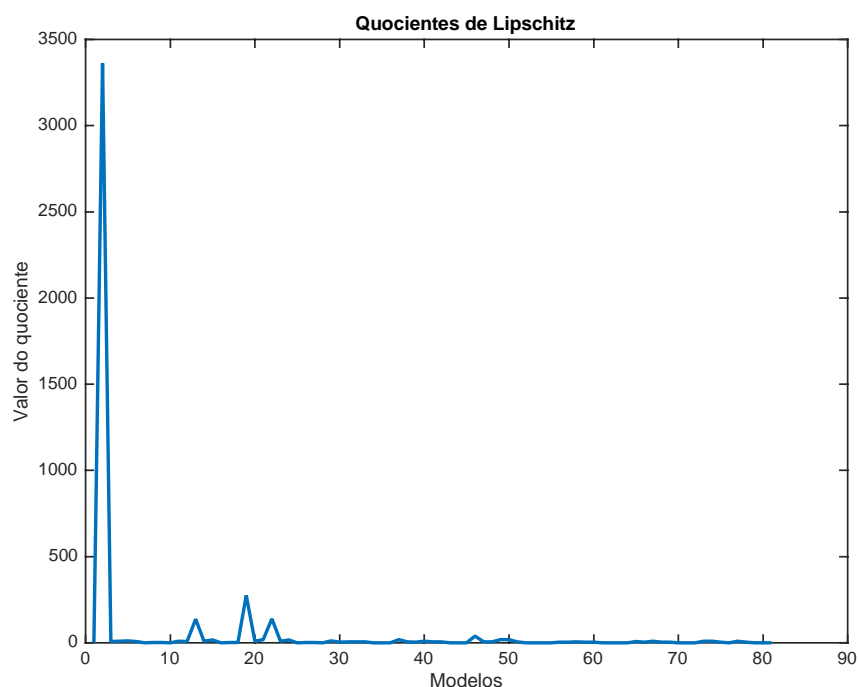
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 26 - Indicadores de erro dos modelos NARMAX-OLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,05	63,43%
Modelo 2	0,31	66,97%
Modelo 3	0,0596	44,05%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 41 - Quocientes de Lipschitz dos modelos estimados



Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir, os modelos são testados com uma entrada senoidal de 60Hz e amplitude de 240V, que nunca foi vista pelo modelo, que pode ser observada na Figura 37.

Tabela 27 - Comparação entre os modelos selecionados

Modelo	<i>Fitness</i> - NMSE
Modelo 1	Não convergiu
Modelo 2	Não convergiu
Modelo 3	84,86%

Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir são mostrados os regressores mais significantes dos modelos 1 e 2, visto que o modelo 3 já possui um número baixo de regressores. O cálculo de significância de cada regressor é dado pelo valor de ERR (*Error Reduction Ratio*) explicado anteriormente.

Os 10 primeiros regressores do modelo 1 representam 88% de significância do conjunto total de regressores, e podem ser visualizados na Tabela 28.

Tabela 28 - 10 regressores mais significantes do Modelo 1

Regressor	Valor de ERR (%)
$y(k - 1)^2 * y(k - 2)$	11,12
$e(k - 1) * y(k - 2) * y(k - 3)$	10,07
$e(k - 1) * y(k - 2)^2$	9,89
$y(k - 2)^3$	9,71
$y(k - 1)^2 * y(k - 3)$	8,63
$e(k - 1) * y(k - 1) * y(k - 3)$	8,42
$e(k - 1) * y(k - 1) * y(k - 2)$	8,28
$u(k - d - 1) * y(k - 1) * y(k - 2)$	7,76
$u(k - d - 1) * y(k - 2)^2$	7,74
$u(k - d - 1) * y(k - 2) * y(k - 3)$	6,55

Fonte: Elaborada pelo autor.

Já os regressores do Modelo 2 podem ser vistos na Tabela 29, onde os 12 regressores apresentados representam 80% de significância do conjunto total.

Tabela 29 – 12 regressores mais significantes do Modelo 2

Regressor	Valor de ERR (%)
$u(k - d - 2)^2$	22,61
$u(k - d - 2) * u(k - d - 3)$	17,20
$u(k - d - 1) * u(k - d - 2)$	17,20
$u(k - d - 1) * u(k - d - 3)$	11,79
$u(k - d - 2)^2 * e(k - 2)$	1,87
$u(k - d - 2) * u(k - d - 3) * e(k - 2)$	1,57
$u(k - d - 1) * u(k - d - 2) * e(k - 2)$	1,54
$u(k - d - 3) * y(k - 1) * y(k - 3)$	1,49
$u(k - d - 2) * y(k - 3)$	1,47
$u(k - d - 1) * y(k - 2)$	1,47
$u(k - d - 3) * y(k - 1) * y(k - 2)$	1,42
$u(k - d - 2)^2 * u(k - d - 3)$	1,25

Fonte: Elaborada pelo autor.

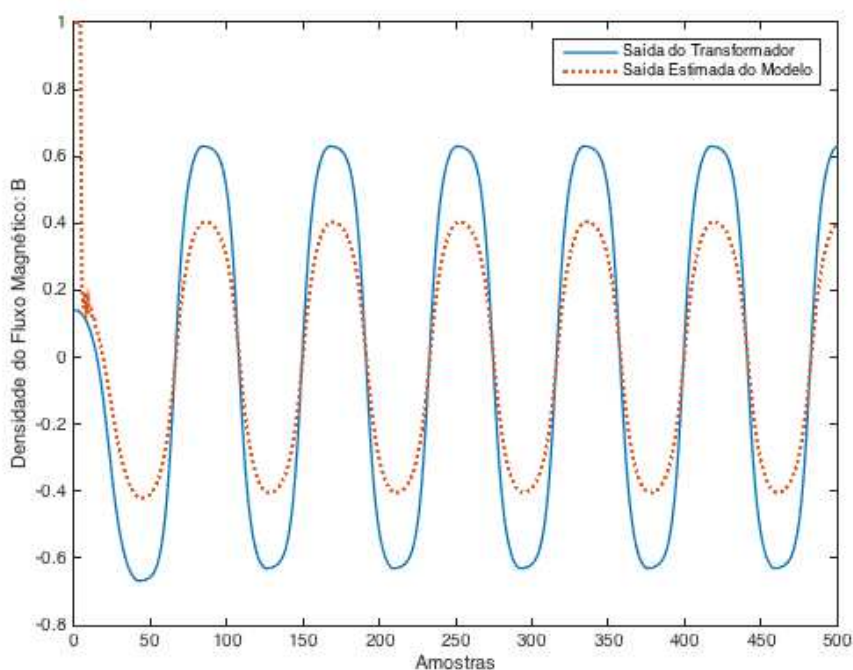


Os modelos 1 e 2 foram testados utilizando apenas os regressores apresentados nas tabelas Tabela 28 e Tabela 29, respectivamente, mas ainda assim falharam em convergir para os valores dos dados de teste.

O único modelo convergente foi o modelo com menor número de parâmetros e de menor ordem de não-linearidade, seguindo na mesma linha que os testes realizados com o algoritmo recursivo da seção anterior.

Pode-se observar na Figura 42 a saída estimada do modelo 3, junto com a saída original do modelo do transformador.

Figura 42 - Saída Estimada do Modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2.5 Modelos Hammerstein-Wiener – Algoritmo Recursivo Rápido Ortogonal (OLS)

Devido a simplicidade computacional para estimar modelos Hammerstein-Wiener, foram estimados 625 modelos para comparação. Os modelos estimados têm ordens  $na = nb = nc = nd = 1 \dots 5$ , e atraso de transporte  $d = 1$ .

O tempo médio de estimação de cada modelo foi de 0,53 segundos.

Tabela 30 - Comparação entre os modelos estimados de Hammerstein-Wiener

Modelo	<i>na</i>	<i>nb</i>	<i>nc</i>	<i>nd</i>	Número de Parâmetros/Regressores
Modelo 1	5	4	1	1	9
Modelo 2	4	1	4	1	8
Modelo 3	1	2	1	1	3

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 31 - Indicadores de modelo dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	AIC	Lipschitz
Modelo 1	-2,14	1,59
Modelo 2	-2,12	7,94
Modelo 3	-2,05	0,2

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 32 - Indicadores de erro dos modelos Hammerstein-Wiener-OLS

Modelo	FPE	<i>Fitness</i> (NMSE)
Modelo 1	0,05	45,9%
Modelo 2	0,05	44,8% <sup>1</sup>
Modelo 3	0,06	29,8%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os melhores modelos podem ser vistos na Tabela 30, e foram escolhidos segundo os critérios de modelo da Tabela 31, e dos critérios de erro da Tabela 32.

<sup>1</sup> Nesse caso, como o Modelo 1 é o melhor em 3 de 4 indicadores, foi selecionado também o segundo melhor modelo no critério de *fitness* para realçar a diferença em relação ao indicador de Lipschitz.

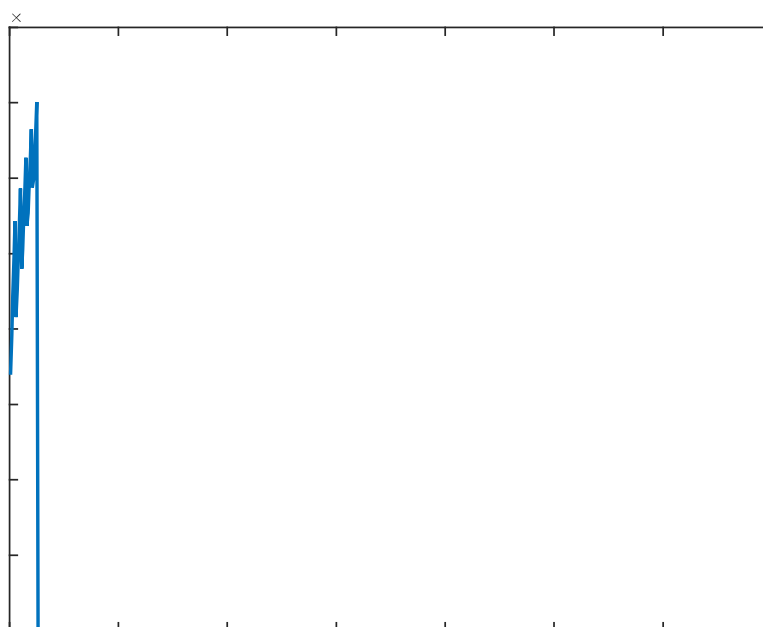
Observa-se que os modelos possuem um baixo número de parâmetros, e mesmo assim conseguem atingir resultados similares aos modelos NARMAX. Também se observa que os modelos 1 e 2 obtêm resultados similares, no entanto possuem uma estrutura diferente.

O modelo 3 foi selecionado com base na Figura 43, sendo o modelo mais simples com o menor valor de quociente de Lipschitz. O modelo 3 corresponde ao modelo 26 da Figura 43.

A seguir, os modelos da Tabela 30 são simulados com uma entrada não vista antes. Será utilizada a mesma entrada utilizada para os modelos NARMAX, e pode ser vista na Figura 20.

A Tabela 33 apresenta os resultados de estimação dos modelos 1, 2 e 3 para a entrada não vista antes. E os resultados de cada modelo são apresentados nas figuras a seguir.

Figura 43 - Quocientes de Lipschitz para Hammerstein-Wiener



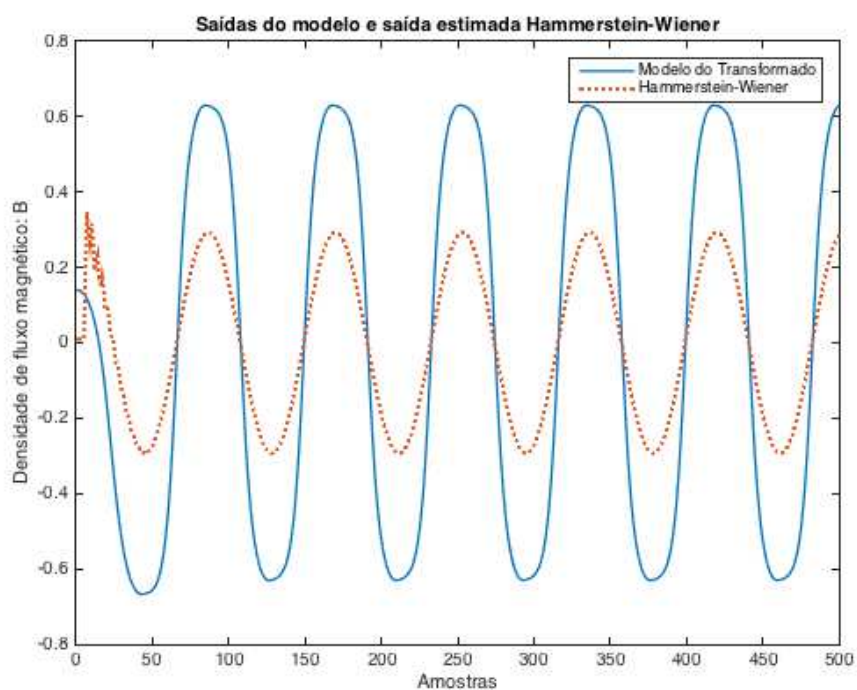
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 33 - Comparação da simulação dos modelos Hammerstein-Wiener

<b>Modelo</b>	<b><i>Fitness - NMSE</i></b>
Modelo 1	63,77%
Modelo 2	38,79%
Modelo 3	-199,8%

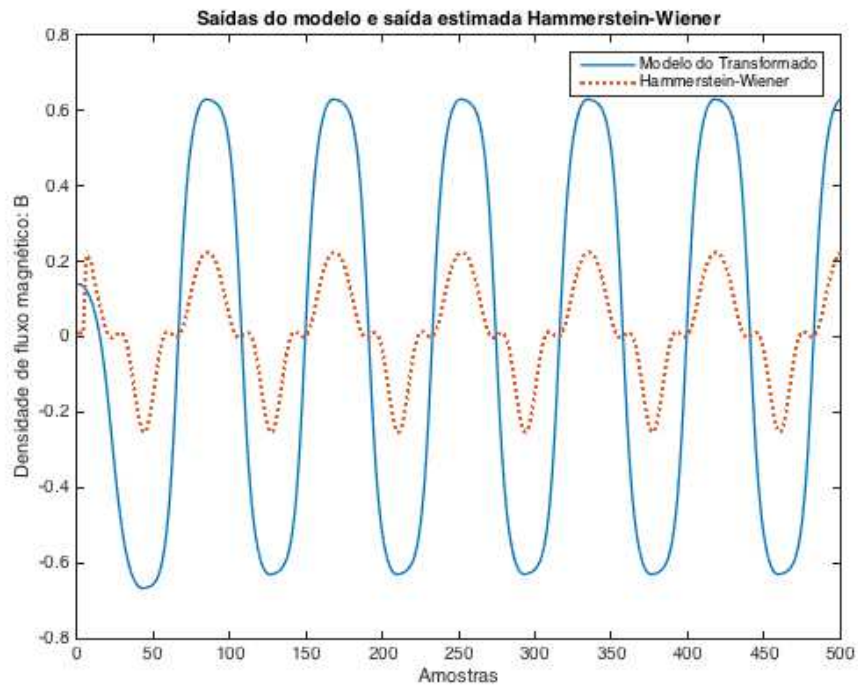
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 44 - Saída estimada do modelo 1



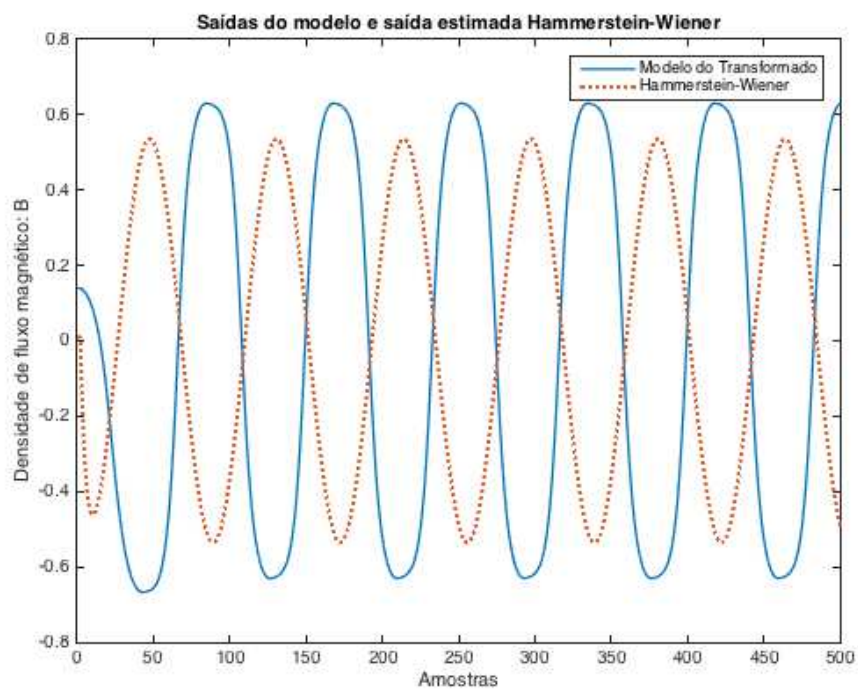
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 45 - Saída estimada do modelo 2



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 46 - Saída estimada do modelo 3



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como pode ser visto na Figura 44, o modelo 1 tem o maior acerto em relação a referência, tendo diferença apenas na amplitude do sinal. A saída do modelo 2, vista na Figura 45, apresenta uma certa não-linearidade perto da origem, ocasionando um desvio significativo da referência. E a saída do modelo 3, vista na Figura 46, apresenta uma fase de 180 graus em relação a referência.

#### 4.2.6 Modelos Estimados pelo MATLAB®

A seguir, são apresentados modelos estimados com a *toolbox* de identificação de sistemas do MATLAB®.

Foi estimado um modelo ARMAX, que é o modelo equivalente ao NARMAX na dimensão linear, um modelo Hammerstein-Wiener e um modelo NARX, que tem a mesma estrutura do modelo NARMAX, apenas sem a parte de médias móveis.

Os parâmetros de entrada para estimação de cada modelo foram mantidos conforme a sugestão padrão do MATLAB.

Os resultados dos modelos frente ao sinal de estimação MLPRS podem ser vistos na Tabela 34, e os resultados dos modelos frente ao sinal senoidal de 240v pode ser visto na Tabela 35.

As saídas dos modelos quando testados com um sinal senoidal, não visto antes, podem ser vistas nas figuras Figura 47, Figura 48 e Figura 49. Pode-se observar também que os modelos Hammerstein-Wiener e NARX apresentam ruídos nas saídas, e o modelo ARMAX é o que mais se aproxima da saída suave, similar a dos modelos propostos por esse trabalho.

Tabela 34 - Resultados de estimação dos modelos com entrada MLPRS

Modelo	<i>Fitness</i> (NMSE)
ARMAX	4,11%
Hammerstein-Wiener	30,94%
NARX	-16,84%

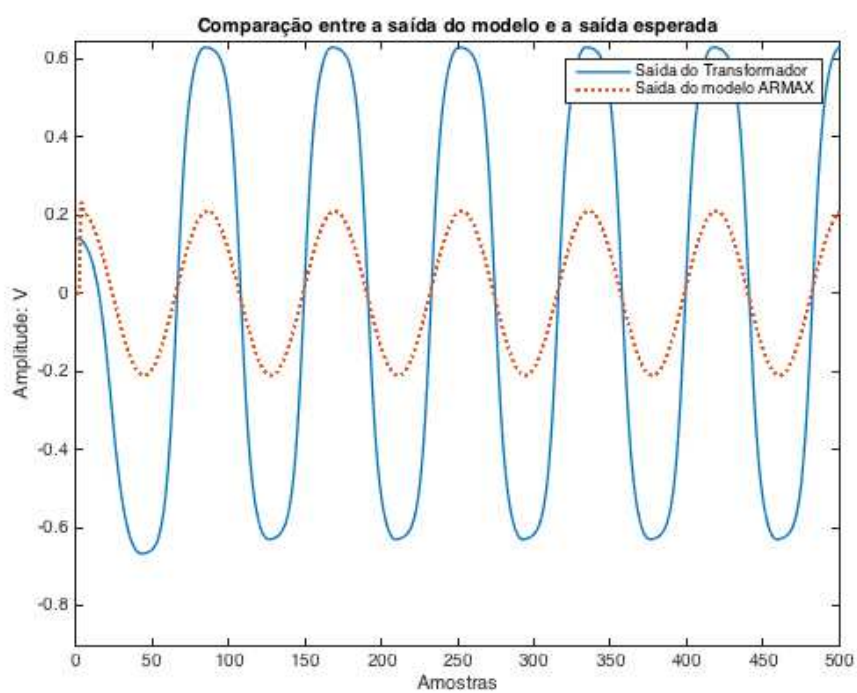
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 35 - Resultados de simulação dos modelos com entrada senoidal

Modelo	<i>Fitness (NMSE)</i>
ARMAX	49,03%
Hammerstein-Wiener	41,57%
NARX	73,76%

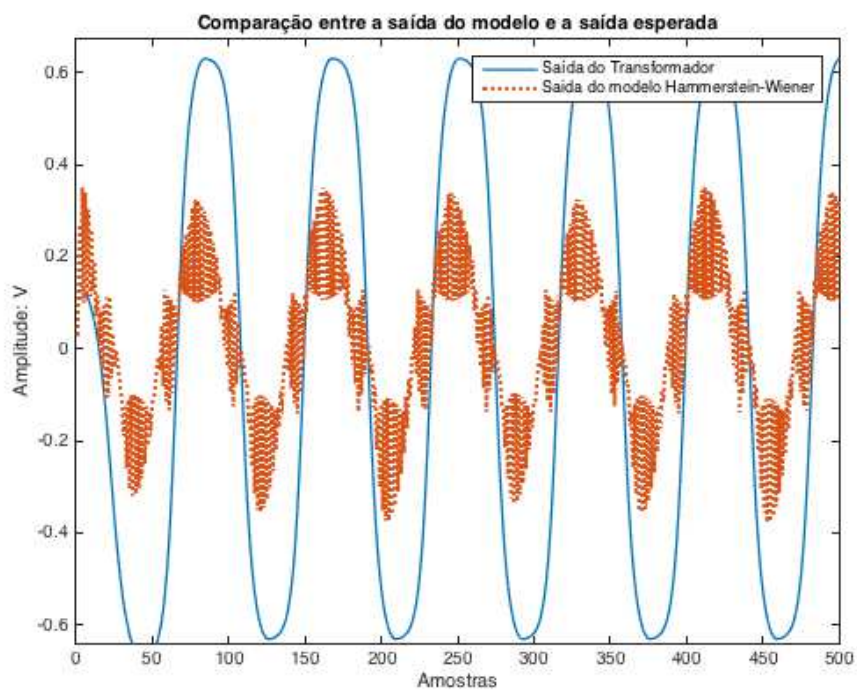
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 47 - Saída do modelo ARMAX



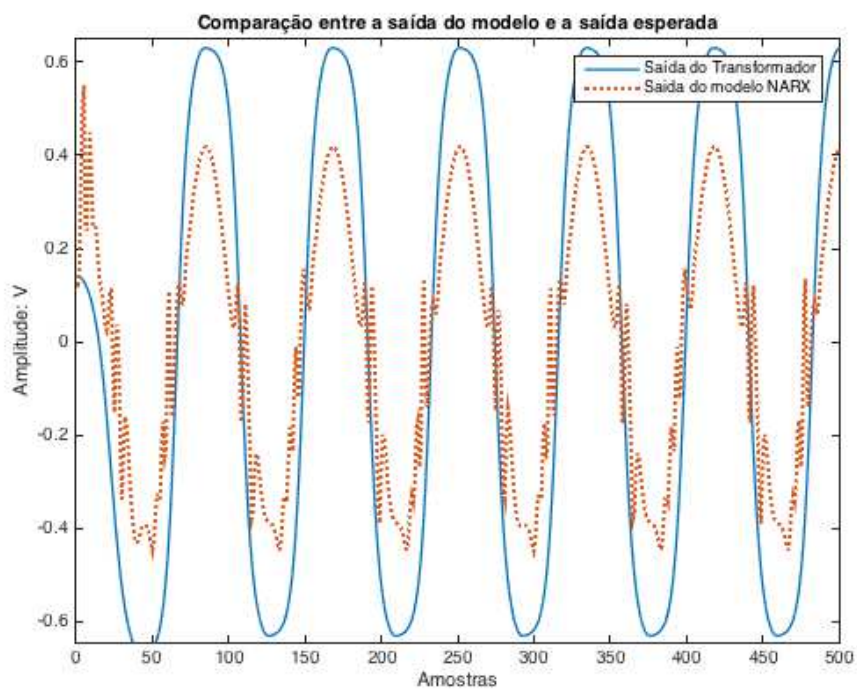
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 48 - Saída do modelo Hammerstein-Wiener



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 49 - Saída do modelo NARX



Fonte: Elaborada pelo autor.



## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ao analisar os dados apresentados no capítulo anterior, pode-se observar que há resultados bastante divergentes entre os tipos de modelos estimados e também entre os modelos dos sistemas físicos.

No entanto, a divergência é notada apenas nos resultados de estimação dos modelos, pois os resultados dos modelos quando simulados com entradas novas é bastante similar para os melhores modelos.

Pode-se notar que os modelos que obtêm os melhores resultados são os de baixa ordem e complexidade, especialmente com baixas ordens nos blocos ou parcelas que tratam as saídas (para modelos Hammerstein-Wiener, os coeficientes  $d$ ) ou os resíduos (para modelos NARMAX, os coeficientes  $n_e$ ). Os modelos com alta ordem e complexidade apresentam ótimos resultados de estimação, no entanto adicionam dinâmicas estranhas ao modelo original quando apresentados à entradas novas, ocasionando uma perda de estabilidade.

Fica claro que os critérios de informação utilizados (AIC, FPE e Lipschitz) não selecionam os melhores modelos em todas as ocasiões, dependendo do modelo físico e do modelo estimado. Portanto, não devem ser utilizados como única ferramenta de seleção, mas podem ser utilizados como um guia, onde o melhor modelo estatístico (de acordo com o critério) não seja o melhor modelo na prática, mas esse último esteja nas redondezas do melhor modelo estatístico.

Nos modelos NARMAX-OLS, pode-se perceber que os critérios AIC e FPE, e fitness selecionam modelos com alta complexidade, com mais de 100 regressores. No entanto, esses modelos não convergem na prática. A técnica ERR foi aplicada para redução da complexidade dos modelos NARMAX-OLS, no entanto, esses modelos ainda falharam em convergir para bons resultados frente à novas entradas.

Nos resultados obtidos, os critérios AIC e FPE tiveram melhor efetividade na seleção de modelos NARMAX-RLS e Hammerstein-Wiener-OLS, enquanto que o critério de Lipschitz apresenta melhores resultados para os modelos NARMAX-OLS.

## 6 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A tarefa de identificação de sistemas foi proposta como uma alternativa à modelagem física do sistema, que exige conhecimento profundo do sistema sendo modelado para que não haja incertezas no modelo que possam comprometer sua qualidade quando comparado com o sistema real. De toda forma, os modelos ainda podem conter erros devido à imperícia do modelador, pois às vezes podem ocorrer erros sobre quais fatores do modelo podem ser negligenciados, e quais devem ser considerados.

A identificação caixa preta de sistemas não lineares busca representar as dinâmicas mais relevantes do sistema, apenas analisando as entradas e saídas, chegando a um modelo matemático aproximado do sistema real. Apesar de ser uma tarefa que ainda requer interação humana no que se refere à escolha do modelo, da ordem e da estrutura da identificação, é uma tarefa bem menos intensa que a modelagem física-matemática e, portanto, menos propensa a erros.

Nesse trabalho, ainda foi estendida a investigação realizada por Emiliano, Vivanco e Menezes (2014), onde os critérios AIC e BIC (*Bayesian Information Criteria*, não utilizado nesse trabalho) foram colocados a prova para identificar a confiabilidade desses critérios para a escolha de bons modelos. Ainda nesse trabalho foram utilizados os critérios AIC, FPE e Lipschitz e, de forma semelhante ao trabalho de Emiliano, Vivanco e Menezes (2014), foi constatado que esses critérios não fornecem um indicador completamente confiável para a escolha de modelos, especialmente quando se tratam de diferentes tipos de modelos e algoritmos de identificação. No entanto, servem como um guia, indicando a região onde os melhores modelos podem ser encontrados.

Foram ainda derivados dois algoritmos para identificação, um para modelos NARMAX e outro para Hammerstein-Wiener, utilizando um algoritmo de estimação de mínimos quadrados ortogonais. Foi visto que os modelos mais complexos apresentam bons resultados de estimação, no entanto falham em convergir para bons resultados frente à novas entradas. A técnica ERR para seleção de regressores não contribuiu para a melhora do modelo.

Pode-se observar que, mesmo com os avanços recentes no campo de identificação não-linear, a escolha de um modelo é completamente dependente do sistema a que está sendo aplicado, pois podem apresentar diferentes intensidades e diferentes tipos de não linearidades. Também foi visto que não há um consenso sobre métodos de seleção da estrutura mais adequada para sistemas não-lineares.

Em trabalhos futuros, podem ser realizadas investigações sobre critérios de informação que priorizem modelos estáveis frente à novas entradas. Podem ainda serem investigadas melhorias na técnica de ERR no que se refere ao cálculo da relevância para cada regressor e também um valor de corte para selecionar apenas os regressores mais importantes. Não obstante, uma técnica que identifique um nível de não-linearidade nos modelos físico-matemáticos que se relacione com o número de níveis no sinal de entrada é altamente desejável, bem como um método para projetar o sinal de entrada considerando um espectro de frequências desejado. Pode-se ainda realizar uma investigação de diferentes funções não-lineares e algoritmos de estimação para serem utilizados na estimação de modelos NARMAX e Hammerstein-Wiener.

## REFERÊNCIAS

- ABDELHADI, A. et al. **Nonlinear System Identification and Control of a pH process using Local Linear Model Networks Strategy**. Proceedings of the 20th International Conference on Automation & Computing. **Anais...**Bedfordshire, UK: 2014
- ACUNA, G.; RAMIREZ, C.; CURILEM, M. **Comparing NARX and NARMAX models using ANN and SVM for cash demand forecasting for ATM**. The 2012 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). **Anais...IEEE**, jun. 2012Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6252476>>. Acesso em: 8 jun. 2015
- AGUIRRE, L. .; BILLINGS, S. A. Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models. **Physica D**, v. 80, p. 26–40, 1995.
- AGUIRRE, L. A. Some remarks on structure selection for nonlinear models. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, v. 4, n. 6, p. 1707–1714, 1994.
- AGUIRRE, L. A.; RODRIGUES, G. G.; JÁCOME, C. R. F. Identificação de Sistemas Não-Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais - Uma revisão e novos resultados. **SBA Controle & Automação**, v. 9, n. 2, p. 90–106, 1998.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- AKAIKE, H.; CLEMENTS, M. P.; HENDRY, D. F. Fitting autoregressive models for prediction. **Annals of the Institute of Statistical Mathematics**, v. 21, p. 243–247, 1969.
- AMISIGO, B. A. et al. Monthly streamflow prediction in the Volta Basin of West Africa: A SISO NARMAX polynomial modelling. **Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C**, v. 33, n. 1–2, p. 141–150, jan. 2008.
- AUSLANDER, D. M.; TAKAHASHI, Y.; TOMIKUZA, M. Direct Digital Process Control: Practice and Algorithms for Microprocessor Application. **Proceedings of the IEEE**, v. 66, n. 2, p. 199–208, 1978.
- BAI, E.-W. An optimal two-stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems. **Automatica**, v. 34, n. 3, p. 333–338, 1998.
- BAI, E. W. A blind approach to the Hammerstein-Wiener model identification. **Journal Automatica (Journal of IFAC)**, v. 38, n. 6, p. 967–979, 2002.
- BALIKHIN, M. A. et al. Using the NARMAX approach to model the evolution of energetic electrons fluxes at geostationary orbit. **Geophysical Research Letters**, v. 38, n. 18, p. n/a-n/a, 28 set. 2011.
- BARKER, H. A. et al. PERTURBATION SIGNAL DESIGN. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 39, n. 1, p. 1121–1126, 2006.
- BARKER, H. A.; ZHUANG, M. **Design of pseudorandom perturbation signals for frequency-domain identification of nonlinear systems**. 11th IFAC Symp. on System Ident. **Anais...**1997a
- BARKER, H. A.; ZHUANG, M. **Galois: A program for generating pseudo-random perturbation signals**. IFAC Symposium on System Identification. **Anais...**1997b
- BAUER, D.; NINNESS, B. Asymptotic properties of least-squares estimates of

Hammerstein-Wiener models. **International Journal of Control**, v. 75, n. 1, p. 34–51, 2002.

BHATTACHARJEE, A.; SENGUPTA, A.; SUTRADHAR, A. **Nonparametric modeling of glucose-insulin process in IDDM patient using Hammerstein-Wiener model**. 2010 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision. **Anais...IEEE**, dez. 2010Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5707385>>. Acesso em: 8 jun. 2015

BILLINGS, S. A. Identification of nonlinear systems - a survey. **IEE Proceedings D - Control Theory and Applications**, v. 127, n. 6, p. 272–285, 1980.

BILLINGS, S. A. **Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains**. [s.l.] John Wiley & Sons, 2013.

BILLINGS, S. A.; AGUIRRE, L. A. Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models. **Physica D**, v. 80, p. 26–40, 1995.

BILLINGS, S. A.; CHEN, S.; KORENBERG, M. J. Identification of MIMO non-linear systems using a forward-regression orthogonal estimation. **International Journal of Control**, v. 49, n. 6, p. 2157–2189, 1989.

BILLINGS, S. A.; FAKHOURI, S. Y. **Identification of Nonlinear Systems Using Correlation Analysis and Pseudorandom Inputs**Department of Control Engineering, University of Sheffield, Mappin Street, Sheffield, , 1 nov. 1978. Disponível em: <[http://eprints.whiterose.ac.uk/75824/1/report\\_78.pdf](http://eprints.whiterose.ac.uk/75824/1/report_78.pdf)>. Acesso em: 7 jun. 2015

BILLINGS, S. A.; FAKHOURI, S. Y. Identification of systems containing linear dynamic and static nonlinear elements. **Automatica**, v. 18, n. 1, p. 15–26, jan. 1982.

BILLINGS, S. A.; KORENBERG, M. J.; CHEN, S. Identification of non-linear output-affine systems using an orthogonal least-squares algorithm. **International Journal of Systems Science**, v. 19, n. 8, p. 1559–1568, 30 jan. 1988.

BILLINGS, S. A.; LEONTARITIS, I. J. **Identification of nonlinear systems using parametric estimation techniques**. Proceedings I.E.E Conference on Control and Its Applications. **Anais...Warwick**: 1981

BILLINGS, S. A.; LEONTARITIS, I. J. **Parameter estimation techniques for nonlinear systems**. IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. **Anais...Washington**: 1982

BILLINGS, S. A.; VOON, W. S. . Structure Detection and Model Validity Tests in the Identification of Nonlinear Systems. **IEE Proceedings Part D**, v. 130, n. 4, p. 193–199, 1983a.

BILLINGS, S. A.; VOON, W. S. . **Least Squares Parameter Estimation for Nonlinear Systems**. Sheffield: [s.n.].

BILLINGS, S. A.; VOON, W. S. F. Structure detection and model validity tests in the identification of nonlinear systems. **IEE Proceedings D Control Theory and Applications**, v. 130, n. 4, p. 193, 1983c.

BILLINGS, S. A.; WEI, H. L. The wavelet-NARMAX representation: A hybrid model structure combining polynomial models with multiresolution wavelet decompositions. **International Journal of Systems Science**, 18 ago. 2006.

- BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. [s.l.] Holden-Day, 1976.
- BRAUN, M. W. et al. **Multi-level pseudo-random signal design and “model-on-demand” estimation applied to nonlinear identification of a RTP wafer reactor**. Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251). **Anais...IEEE**, 1999Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=786090>>. Acesso em: 19 jul. 2015
- CHAPMAN, S. J. **Electric Machinery Fundamentals**. [s.l: s.n.]. v. 58
- CHEN, S.; BILLINGS, S. A. Representations of non-linear systems: the NARMAX model. **International Journal of Control**, v. 49, n. 3, p. 1013–1032, 1989.
- CHIRAS, N.; EVANS, C.; REES, D. Nonlinear gas turbine modeling using NARMAX structures. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 50, n. 4, p. 893–898, 2001.
- CLARKE, D. W.; ZHANG, L. Long-Range Predictive Control Using Weighting-Sequence Models. **IEE Proceedings Part D**, v. 134, n. 3, p. 187–195, 1987.
- CLARKE, R. **Plotting Magnetization Curves**. Surrey: [s.n.].
- COELHO, A. A. R.; COELHO, L. DOS S. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.
- CRAMA, P.; SHOUKENS, J. Hammerstein-Wiener system estimator initialization. **Automatica**, v. 40, n. 9, p. 1543–1550, 2004.
- DAMOUR, C. et al. Nonlinear predictive control based on artificial neural network model for industrial crystallization. **Journal of Food Engineering**, v. 99, n. 2, p. 225–231, jul. 2010.
- DE ALMEIDA, L. A. et al. Um modelo diferencial para histerese magnética: representação algébrica recursiva. **Sba Controle & Automação**, v. 14, n. 1, 2003.
- DEFLORIAN, M.; ZAGLAUER, S. Design of Experiments for nonlinear dynamic system identification. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 44, n. 1, p. 13179–13184, 2011.
- DENG, L.; TAN, Y. Modeling hysteresis in piezoelectric actuators using NARMAX models. **Sensors and Actuators A: Physical**, v. 149, n. 1, p. 106–112, jan. 2009.
- DOEBELIN, E. O. **System Modeling and Response - Theoretical and Experimental Approaches**. [s.l.] John Wiley & Sons, Inc., 1980.
- EMILIANO, P. C.; VIVANCO, M. J. .; MENEZES, F. S. DE. Information criteria: How do they behave in different models? **Computational Statistics and Data Analysis**, v. 69, p. 131–153, 2014.
- EYKHOFF, P. **System Identification - Parameter and State Estimation**. [s.l.] John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- FAVIER, G.; DUBOIS, D. A Review of k-step-ahead Predictors. **Automatica**, v. 26, p. 75–84, 1990.
- FONSECA, C. M. et al. **Non-linear model term selection with genetic algorithms**. Workshop on Natural Algorithms in Signal Processing. **Anais...1993**
- FRANÇA, R. P.; FERREIRA, N. R.; DE ALMEIDA, L. A. **MODELO DE TRANSFORMADOR MONOFÁSICO UTILIZANDO UM MODELO GLOBAL PARA**

**PERDAS POR HISTERESE E POR CORRENTES DE EDDY.** Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria. **Anais...**Caldas Novas, Brasil: 2015

GALLESTEY, E.; AL-HOKAYEM, P. **Introduction to nonlinear systems.** [s.l: s.n.].

GE, S. S.; ZHANG, J.; LEE, T. H. Adaptive MNN control for a class of non-affine NARMAX systems with disturbances. **Systems & Control Letters**, v. 53, n. 1, p. 1–12, set. 2004.

GHANNOUCHI, F. M.; TARINGOU, F.; HAMMI, O. **A dual branch Hammerstein-Wiener architecture for behavior modeling of wideband RF transmitters.** 2010 IEEE MTT-S International Microwave Symposium. **Anais...IEEE**, maio 2010Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5515921>>. Acesso em: 8 jun. 2015

GODFREY, K. R.; BARKER, H. A. Design of multilevel-pseudo-random signals for system identification. In: INT, P. H. (Ed.). **. Perturbation Signals for Systems Identification.** [s.l: s.n.]. p. 321–347.

GUARIN, D. L.; KEARNEY, R. E. A NARMAX method for the identification of time-varying joint stiffness. **Conference proceedings: ... Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Annual Conference**, v. 2012, p. 6518–21, jan. 2012.

GUO, Y. et al. Identification of nonlinear systems with non-persistent excitation using an iterative forward orthogonal least squares regression algorithm. **International Journal of Modelling, Identification and Control**, 2015.

HE, X.; ASADA, H. **A new method for identifying orders from input-output models for nonlinear dynamic systems**American Control Conference, 1993, 1993.

HOUGEN, J. O. **Measurements and control applications for practicing engineers.** Massachusetts, USA.: Cachner Books, 1972.

JAFARI, M.; SALIMIFARD, M.; DEHGHANI, M. **Gradient based iterative identification of multivariable Hammerstein-Wiener models with application to a Steam Generator Boiler.** 20th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2012). **Anais...IEEE**, maio 2012Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6292484>>. Acesso em: 8 jun. 2015

KADTKE, J. B.; BRUSH, J.; HOLZFUSS, J. Global dynamical equations and Lyapunov exponents from noisy chaotic time series. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, v. 3, n. 3, p. 607–616, 1993.

KANG, L.; PENG, J.-X.; IRWIN, G. W. A fast nonlinear model identification method. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 50, n. 8, p. 1211–1216, 1 ago. 2005.

KARTHIK, C.; RAJALAKSHMI, M. **Non linear structure identification of pH process**, 2012.

KONDOR, R. **Regression by linear combination of basis functions.** New York: [s.n.].

KORENBERG, M. et al. Orthogonal parameter estimation algorithm for non-linear stochastic systems. **International Journal of Control**, v. 48, n. 1, p. 193–210, 29 jul.

1988.

KORENBERG, M. J. **Orthogonal identification of nonlinear difference equation models**. Midwest symposium on circuits and systems. **Anais...**Louisville, USA: 1985

LARA, J. M. V.; MILANI, B. E. A. **Identification of neutralization process using multi-level pseudo-random signals**. Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003. **Anais...IEEE**, 2003Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1240431>>. Acesso em: 20 jul. 2015

LAUWERS, L. **Some practical applications of the best linear approximation in nonlinear block-oriented modelling**. [s.l.] Vrije Universiteit Brussel, 2011.

LEBL, J. **Notes on Diffy Qs**. [s.l.] CreateSpace Independent Publishing Platform, 2014.

LEONTARITIS, I. J.; BILLINGS, S. A. Input-output parametric models for non-linear systems Part II: stochastic non-linear systems. **International Journal of Control**, v. 41, n. 2, p. 329–344, 1985a.

LEONTARITIS, I. J.; BILLINGS, S. A. Input-output parametric models for non-linear systems Part I: deterministic non-linear systems. **International Journal of Control**, v. 41, n. 2, p. 303–328, 21 maio 1985b.

LIND, I.; LJUNG, L. Regressor selection with the analysis of variance method. **Automatica**, v. 41, n. 4, p. 693–700, abr. 2005.

LJUNG, L. **System identification - Theory for the user**. New Jersey, USA: Prentice-Hall International, 1999.

LJUNG, L.; GLAD, T. **Modeling of Dynamic Systems**. Englewood Cliffs, NJ, EUA: Prentice-Hall, 1994.

LUO, B.; WANG, F. H.; JIN, Z. J. **A tank vibration model for online monitoring of power transformer**. 2013 IEEE Power & Energy Society General Meeting. **Anais...IEEE**, 2013Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6672590>>. Acesso em: 8 jun. 2015

MANER, B. R. et al. **A Nonlinear Model Predictive Control Scheme Using Second Order Volterra Models**. Proceedings American Control Conference. **Anais...**Baltimore, MD, EUA: 1994

MARTINS, S. A. M.; NEPOMUCENO, E. G.; BARROSO, M. F. S. Improved Structure Detection For Polynomial NARX Models Using a Multiobjective Error Reduction Ratio. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 24, n. 6, p. 764–772, 7 set. 2013.

MATTUCK, A. **Sketching nonlinear systems**. Boston, MA, EUA: [s.n.].

MCCANNON, T. E. et al. On the Design on Non-Linear Discrete Time Predictors. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 28, n. 2, p. 366–371, 1982.

MOHAMAD, M. S. A. et al. **Comparison between PSO and OLS for NARX parameter estimation of a DC motor**. 2013 IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications. **Anais...IEEE**, set. 2013Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6738962>>. Acesso em: 15 maio. 2016



MOHD YUSOFF, Z. et al. **Modeling Of Steam Distillation System Using Hammerstein-Wiener model**. 2011 IEEE 7th International Colloquium on Signal Processing and its Applications. **Anais...IEEE**, mar. 2011Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5759917>>. Acesso em: 8 jun. 2015

NARENDRA, K.; GALLMAN, P. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, p. 546–550, 1966.

NELLES, O. **Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models**. [s.l.] Springer Science & Business Media, 2001.

NELLES, O.; ISERMANN, R. **Identification of nonlinear dynamic systems classical methods versus radial basis function networks**. Proceedings of 1995 American Control Conference - ACC'95. **Anais...American Autom Control Council**, 1995Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=533847>>. Acesso em: 4 jul. 2016

OLVER, P. J. **Nonlinear Systems**. [s.l.: s.n.].

PEARSON, R. K. Selecting Nonlinear Model Structures for Computer Control. **Journal of Process Control**, v. 13, p. 1–26, 2003.

**pH Control - Part 1**. Disponível em: <[http://csd.newcastle.edu.au/simulations/ph\\_sim1.html](http://csd.newcastle.edu.au/simulations/ph_sim1.html)>. Acesso em: 8 jun. 2015.

POTTMANN, M.; PEARSON, R. K. Block-oriented NARMAX models with output multiplicities. **AIChE Journal**, v. 44, n. 1, p. 131–140, jan. 1998.

RAHIM, N. A.; TAIB, M. N.; YUSOF, M. I. **Nonlinear system identification for a DC motor using NARMAX approach**. Asian Conference on Sensors, 2003. AsiaSense 2003. **Anais...IEEE**, 2003Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/articleDetails.jsp?arnumber=1225038>>. Acesso em: 7 jun. 2015

RAHROOH, A.; SHEPARD, S. Identification of nonlinear systems using NARMAX model. **Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications**, v. 71, n. 12, p. e1198–e1202, dez. 2009.

RODRIGUES, G. G. **Identificação de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares Utilizando Modelos Polinomiais NARMAX - Aplicação a sistemas reais**. [s.l.] Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.

SANTOS, J. E. DOS. **Controle Preditivo Não-Linear Para Sistemas de Hammerstein**. [s.l.] Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

SCHOUKENS, M.; BAI, E.-W.; ROLAIN, Y. **Identification of Hammerstein-Wiener Systems**. 16th IFAC Symposium on System Identification. **Anais...Brussels, Belgium**: 2012

SHARIFF, H. M.; FAZALUL RAHIMAN, M. H.; TAJJUDIN, M. Nonlinear system identification: Comparison between PRBS and Random Gaussian perturbation on steam distillation pilot plant. **Proceedings - 2013 IEEE 3rd International Conference on System Engineering and Technology, ICSET 2013**, p. 269–274, 2013.

- SHARIFF, H. M.; RAHIMAN, M. H. F. **Black-box modeling of steam distillation pilot-scale using M-level PRS perturbation**. 2014 IEEE 5th Control and System Graduate Research Colloquium. **Anais...IEEE**, ago. 2014Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6908701>>. Acesso em: 12 jul. 2016
- SHENTON, A. T. **NARMAX I2 gain control: An approximate-inverse approach**. [s.l.] IEEE, 2007.
- SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System Identification**. [s.l.] Prentice Hall, 1989.
- TAN, Y.; DENG, L. Modeling the dynamic sandwich system with hysteresis using NARMAX model. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 97, p. 162–188, 2014.
- THOUVEREZ, F.; JEZEQUEL, L. Identification of NARMAX models on a modal base. **Journal of Sound and Vibration**, v. 189, n. 2, p. 193–213, 1996.
- TOGUN, N.; BAYSEC, S.; KARA, T. Nonlinear modeling and identification of a spark ignition engine torque. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 26, p. 294–304, jan. 2012.
- UNBEHAUEN, H. Some New Trends in Identification and Modeling of Nonlinear Dynamical Systems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 78, p. 279–297, 1996.
- UNBEHAUEN, H. **Identification of Nonlinear Systems**. Disponível em: <<http://www.eolss.net/control-systems-robotics-automation.aspx>>. Acesso em: 29 maio. 2015.
- VIJAYALAXMI, M.; SHANMUGAVADIVOO, N. **Identification of Doubly Fed Induction Generator based Wind Energy Conversion System using piecewise-linear Hammerstein Wiener model**. 2013 7th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO). **Anais...IEEE**, jan. 2013Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6481119>>. Acesso em: 8 jun. 2015
- VÖRÖS, J. An iterative method for Hammerstein-Wiener systems parameter identification. **Journal of Electrical Engineering**, v. 55, n. 11–12, p. 328–331, 2004.
- WANG, D.; DING, F. Extended stochastic gradient identification algorithms for Hammerstein–Wiener ARMAX systems. **Computers and Mathematics with Applications**, v. 56, p. 3157–3165, 2008.
- WANG, D.; DING, F. Hierarchical Least Squares Estimation Algorithm for Hammerstein–Wiener Systems. **IEEE Signal Processing Letters**, v. 19, n. 12, p. 825–828, 1 dez. 2012.
- WENJUN ZHANG, W.; ZHENGJIANG LIU, Z.; WEI LI, W. **NARMAX model based on wavelet network with application in ship control**. 2012 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). **Anais...IEEE**, maio 2012Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6243061>>. Acesso em: 21 jul. 2016
- WIENER, N. **Response of a Non-Linear Device to Noise**. Cambridge, MA: [s.n.]. Disponível em: <<http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord&metadataPrefix=html&identifier=ADA800212>>. Acesso em: 8 jun. 2015.

WILLIAMS, M.; VOGELSONG, R.; KUDENDERT, K. Simulation and Modelling of Nonlinear Magnetics. **ISCAS**, p. 736–739, 1995.

WILLS, A. et al. Identification of Hammerstein–Wiener models. **Automatica**, v. 49, n. 1, p. 70–81, jan. 2013.

YASSIN, I. M. et al. **Comparison between NARX parameter estimation methods with Binary Particle Swarm Optimization-based structure selection method**. IEEE Congress on Evolutionary Computation. **Anais...IEEE**, jul. 2010aDisponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5586471>>. Acesso em: 22 mar. 2015

YASSIN, I. M. et al. **Particle Swarm Optimization for NARX structure selection — Application on DC motor model**. 2010 IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications (ISIEA). **Anais...IEEE**, out. 2010bDisponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5679421>>. Acesso em: 22 mar. 2015

YASSIN, I. M. et al. **Heat exchanger modeling using NARX model with binary PSO-based structure selection method**. 2010 International Conference on Computer Applications and Industrial Electronics. **Anais...IEEE**, dez. 2010cDisponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5735105>>. Acesso em: 22 mar. 2015

ZHANG, Y. K.; BAI, E. W. Simulation of spring discharge form a limestone aquifer in Iowa. **Hydrogeology Journal**, v. 4, p. 41–54, 1996.

ZHU, Y. . Estimation of an N-L-N Hammerstein-Wiener model. **Automatica**, v. 38, n. 9, p. 1607–1614, 2002.

ZIERLER, N. Linear Recurring Sequences. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 7, n. 1, p. 31–48, 1959.

ZITO, G.; LANDAU, I. D. **A methodology for identification of NARMAX models applied to diesel engines**. World Congress. **Anais...4** jul. 2005Disponível em: <<http://www.ifac-papersonline.net/Detailed/27345.html>>. Acesso em: 7 jun. 2015

## APÊNDICE A – SELEÇÃO DE MODELOS ESTIMADOS NOS CASOS DE ESTUDO

Tabela 36 - Parâmetros e regressores do modelo 2 NARMAX-RLS - Modelo de neutralização de pH

Valor de $\theta$	Regressor
0.8863	$y(k - 1)$
0.4571	$u(k - d - 1)$
0.5268	$u(k - d - 2)$
0.1212	$e(k - 1)$
0.0163	$e(k - 2)$

Tabela 37 - Parâmetros e regressores do modelo 1 NARMAX-OLS - Modelo de neutralização de pH

Valor de $\theta$	Regressor
5.02256754089627e-05	$y(k - 1)$
1.29468108800076	$y(k - 2)$
-0.981962436768094	$u(k - d - 1)$
-0.459237211692691	$u(k - d - 2)$
0.660834448289809	$e(k - 1)$
-0.784822781897625	$e(k - 2)$
0.746839511688728	$y(k - 1)^2$
-0.765040810980866	$y(k - 1)*y(k - 2)$
-2.00399972232095	$u(k - d - 1)*y(k - 1)$
-1.84897035018473	$u(k - d - 2)*y(k - 1)$
-0.729990591591972	$e(k - 1)*y(k - 1)$
-0.0283131272220218	$e(k - 2)*y(k - 1)$
0.0313791418432917	$y(k - 2)^2$

1.81122697447047	$u(k - d - 1)*y(k - 2)$
1.34717315717151	$u(k - d - 2)*y(k - 2)$
0.143764448585991	$e(k - 1)*y(k - 2)$
0.236794672937494	$e(k - 2)*y(k - 2)$
0.124640883867773	$u(k - d - 1)^2$
2.64472756184396	$u(k - d - 1)*u(k - d - 2)$
1.95005082202420	$u(k - d - 1)*e(k - 1)$
-0.576758854801844	$u(k - d - 1)*e(k - 2)$
1.21424890096357	$u(k - d - 2)^2$
1.23671819876258	$u(k - d - 2)*e(k - 1)$
-0.122956427873977	$u(k - d - 2)*e(k - 2)$
0.0300552419846842	$e(k - 1)^2$
0.167560349637202	$e(k - 1)*e(k - 2)$
-0.0637919728931249	$e(k - 2)^2$

Tabela 38 - Parâmetros do modelo 4 Hammerstein-Wiener-OLS - Modelo de neutralização de pH

Valor de $\theta^2$
-1.66808723854485e-08
-5.06435857168446
15.4249016241137
-14.3911126601778

<sup>2</sup> Os regressores dos modelos Hammerstein-Wiener não foram armazenados da mesma forma que nos modelos NARMAX, e possuem seus valores calculados em tempo de execução. No entanto, o leitor pode inferir os regressores através da configuração do modelo apresentada no capítulo 4, e também na caracterização do modelo Hammerstein-Wiener na seção 2.1.2.4.

4.30647171769775
410942.741772311
-2283010.80017506
4261619.36731119
-3246947.73896826
865852.650317325
0.905891056568469

Tabela 39 - Parâmetros do modelo 3 NARMAX-OLS - Modelo do transformador de potência

Valor de $\theta$	Regressor
-0.00478402761220704	$y(k - 1)$
0.000207849096801197	$u(k - d - 1)$
0.000758152341137629	$u(k - d - 2)$
-4.72876280751783e-05	$u(k - d - 3)$
0.822078808517233	$e(k - 1)$