



JOGO TORRE DE HANÓI: RELATO DE VIVÊNCIA PEDAGÓGICA NA ESCOLA PARCEIRA PIBID

*** Leonardo Cristiano Gieseler¹
Tânia Baier²**

Introdução

O jogo como atividade lúdica permite apresentar a matemática de uma forma divertida e interessante ao aluno. Além de proporcionar o interesse pelo estudo da matemática, a utilização de jogos lúdicos em sala de aula realiza a interação entre os alunos, desenvolvendo suas habilidades sociais.

Na parte inicial do resumo está apresentado o tema com seu embasamento teórico e em seguida é relatado de que forma o tema foi aplicado pedagogicamente em sala de aula pelos bolsistas do subprojeto PIBID/Matemática/FURB na escola parceira PIBID Almirante Tamandaré, localizada no município de Blumenau (SC). Os procedimentos metodológicos foram os seguintes: o tema foi apresentado na forma de seminário durante a disciplina História da Matemática do curso Licenciatura em Matemática (FURB); em seguida, com a professora supervisora do subprojeto Matemática/PIBID, foram selecionados os tópicos possíveis de serem abordados com crianças do 7º ano; foi elaborado o plano de aula e realizada a atividade com 20 estudantes da escola parceira PIBID Almirante Tamandaré. A atividade foi realizada visando atender aos objetivos do subprojeto PIBID/Matemática/FURB: realizar a articulação entre teoria e prática, levar atividades diferenciadas e inovadoras para a sala de aula, integrar a matemática com outras disciplinas como: história, geografia e ensino religioso, e apresentar a matemática de uma forma lúdica tornando-a uma disciplina mais atrativa para os alunos do ensino fundamental.

¹ Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Blumenau (FURB) – Bolsista de Iniciação à Docência CAPES/PIBID – lgieseler@furb.br

² Doutora em Educação Matemática (UNESP) – professora do Departamento de Matemática da Universidade de Blumenau (FURB) – taniabaier@gmail.com



Jogo Torre de Hanói

Segundo O'Connor e Robertson (1996), o jogo *Torre de Hanói* foi criado pelo matemático francês François Édouard Anatole Lucas e surgiu em 1883, tendo como autor Claus, um anagrama de Lucas.

Pereira (2003) relata que Lucas foi inspirado por uma lenda sobre um templo de Brahma onde havia uma bandeja de metal com três agulhas de diamante contendo 64 discos de ouro de tamanhos diferentes. Inicialmente todos os discos estavam colocados em uma das agulhas, em ordem decrescente, ou seja, o maior na base e o menor no alto. Incansavelmente, os sacerdotes transfeririam os discos, um de cada vez, de agulha para agulha e nunca um disco maior poderia ser colocado sobre um menor. No momento em que o menor dos discos for colocado de tal modo que se forme novamente a torre numa agulha diferente da inicial, o templo seria transformado em pó e o mundo chegaria ao fim.

Objetivo da atividade didática

A organização da oficina foi fundamentada no material didático publicado por Choate, Devaney e Foster (1999) que aborda diversos temas contemporâneos, tais como iteração e *fractais*. O jogo *Torre de Hanói* foi escolhido pelos autores visando o entendimento de iteração numérica, um conceito fundamental no estudo de *fractais* porque esses objetos matemáticos são gerados por processos iterativos.

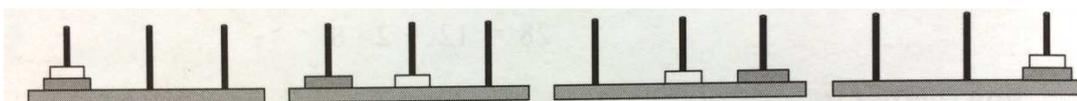
Para jogar a *Torre de Hanói* devemos transportar a torre de uma haste para a outra, com o menor número possível de movimentos obedecendo as seguintes regras:

1. Movimentar um disco de cada vez.
2. Um disco maior não pode ficar sobreposto a um disco menor.

Choate, Devaney e Foster (1999) explicam detalhadamente como o movimento dos discos é um processo iterativo que gera uma sequência numérica. Se for usado apenas um disco inserido em uma haste, com um movimento ele é colocado em outra haste. A figura 1 mostra uma solução possível para o caso de serem colocados dois discos em uma haste.



Figura 1 – Movimentos da *Torre de Hanói* com dois discos

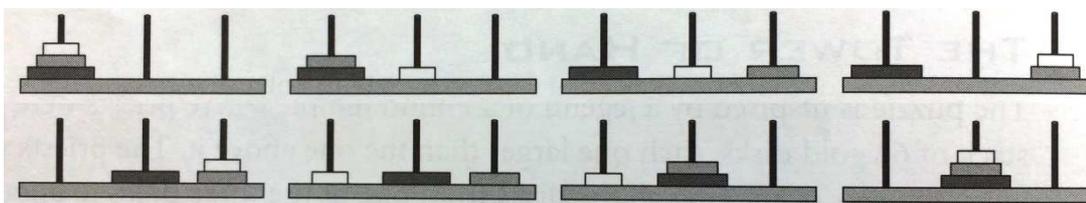


Fonte: Choate, Devaney e Foster (1999, p. 98)

Com dois discos são realizados três movimentos: inicialmente é movido o disco 1, em seguida o disco 2 é colocado em uma haste vazia e finalmente o disco 1 é colocado sobre o disco 2. Essa solução pode ser descrita pela sequência numérica 121.

A solução para três discos está exibida na figura 2 e pode ser representada pela sequência numérica 121 3 121 significando que primeiro deve ser movido o disco 1, o menor disco, para uma das hastes; em seguida o disco 2 deve ser movido para a única haste vazia; o disco 1 é colocado sobre o disco 2. Continuando, o disco 3 vai para a haste vazia onde o disco 1 estava anteriormente; o disco 1 vai para a haste vazia onde o disco 3 estava anteriormente; o disco 2 é colocado sobre o disco 3 e, finalmente, o disco 1 deve ser encaixado sobre o disco 2.

Figura 2 – Movimentos da *Torre de Hanói* com três discos



Fonte: Choate, Devaney e Foster (1999, p. 98)

As regras de iteração para resolver o jogo com uma quantidade n de discos é: resolver com a quantidade $n-1$ de discos; mover o disco maior; repetir a sequência $n-1$ de discos.

Na tabela 1 estão representadas diferentes quantidades de discos movimentados e as respectivas sequências numéricas.



Tabela 1– Processo iterativo da *Torre de Hanói*

| Quantidade de discos | Sequência formada |
|----------------------|-----------------------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 2 1 |
| 3 | 121 3 121 |
| 4 | 1213121 4 1213121 |
| 5 | 121312141213121 5 121312141213121 |
| n | Sequência (n-1) n Sequência (n-1) |

Fonte: Adaptado de Choate; Devaney; Foster (1999, p. 135)

Relato da vivência pedagógica

O jogo *Torre de Hanói* foi apresentado na disciplina História da Matemática, em seguida aprovado pela supervisora do subprojeto PIBID/Matemática/FURB e estudado pelos bolsistas PIBID. Em reunião de planejamento foi decidido que o tema poderia ser abordado no 7º ano do ensino fundamental.

Na escola de educação básica foi apresentado o tema *Sequências numéricas na Torre de Hanói* com o auxílio de imagens projetadas com o equipamento multimídia distribuído pelo MEC; foi explicada a lenda hindu relacionada com o jogo, o local geográfico e a autoria do jogo.



Figura 3 – Apresentação do jogo



Fonte: Acervo do PIBID/Matemática (2017)

Os alunos foram agrupados em duplas e cada uma recebeu um jogo *Torre de Hanói*. Foram explicadas as regras do jogo e os seis bolsistas PIBID se dividiram para auxiliar cada dupla e esclarecer as eventuais dúvidas. Os estudantes começaram resolvendo o jogo com dois discos e, em seguida, foi solicitado que aumentassem em um disco e eles resolveram o jogo novamente. Procedeu-se desse modo com o objetivo de realizar o jogo com a maior quantidade possível de discos. A atividade teve a duração de uma hora-aula (45 minutos), no primeiro momento foi explicado o contexto teórico e, logo após, foi realizada a atividade lúdica.



Figura 4 – Participação dos Estudantes



Fonte: Acervo do PIBID/Matemática (2017)

Análise e resultados da atividade realizada

Em relação aos estudantes do ensino fundamental, foi possível verificar que resolveram com maior facilidade após a explanação do conteúdo referente a sequências numéricas. Durante a explicação do contexto histórico, geográfico e religioso os estudantes demonstraram interesse pela apresentação de imagens no equipamento multimídia e na ligação de conteúdos relacionados a outros temas dentro da matemática. Além do conhecimento que foi adquirido, houve um ganho em relação ao convívio social entre os alunos, situação que foi percebida com o debate das duplas entre si discutindo as melhores estratégias a serem tomadas para resolver o jogo.

Para os bolsistas PIBID, a aula sobre o tema sequências numéricas abordando o jogo *Torre de Hanói* proporcionou a inserção dos licenciandos no cotidiano escolar e na sala de aula, unindo a teoria aprendida na universidade com a prática na escola parceira



PIBID Almirante Tamandaré. A aula possibilitou aos bolsistas realizarem a prática interdisciplinar unindo mais de uma matéria presente no currículo didático da educação básica dentro do mesmo conteúdo pedagógico.

Podemos afirmar que o tema *Torre de Hanói* aplicado no projeto PIBID foi de grande relevância tanto para os alunos do ensino fundamental, que tiveram a oportunidade de presenciar uma aula inovadora com a inclusão da multidisciplinariedade e da atividade lúdica inserida no contexto escolar, quanto dos alunos bolsistas PIBID, onde a atividade contribuiu com a sua formação como futuros profissionais de ensino através da experiência adquirida em sala de aula.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Jogos Lúdicos. PIBID. Sequência Numérica. Torre de Hanói.



Referências

CHOATE, Jonathan; DEVANEY, Robert L.; FOSTER, Alice. *Iteration: A Tool Kit of Dynamics Activities*. Key Curriculum Press, Emeryville, CA (USA), 1999.

O'CONNOR, John Joseph; ROBERTSON, Edmund Frederick. *François Édouard Anatole Lucas*. Disponível em: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Lucas.html>. Acesso em: 23 de ago. de 2017.

PEREIRA, António; RODRIGUES, Rosália. **O Problema das Torres de Hanoi**: a lenda, algoritmos e generalizações. *Gazeta de Matemática* – nº144, Portugal, Janeiro de 2003. Disponível em: <http://gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=65>. Acesso em: 16 de set. de 2017.