UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS UNIDADE ACADÊMICA DE GRADUAÇÃO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

GUILHERME PEREIRA DADALT

DISPOSITIVO PARA ANÁLISE DE DEFLEXÃO EM VIGAS

São Leopoldo 2022 GUILHERME PEREIRA DADALT

DISPOSITIVO PARA ANÁLISE DE DEFLEXÃO EM VIGAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, pelo Curso de Engenheira Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS.

Orientador: Prof. Me. Engenharia Mecânica Nederson da Silva Koehler

São Leopoldo 2022

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova abordagem para compreensão e o estudo da flexão em vigas e do comportamento da linha elástica. Para isso, é elaborado o projeto, a construção e o emprego de um dispositivo compacto para ensaio de deflexão de vigas destinado ao uso em sala de aula ou em laboratório de metrologia. O dispositivo construído é consistente e confiável, permitindo a análise de diversas configurações de ensaio. Nele, é possível aplicar, sobre o corpo de prova, uma carga concentrada ou distribuída, além de permitir a fixação por apoios ou engaste. Para validar a eficiência do dispositivo são propostos diversos problemas de flexão para verificação das deflexões por meio dos ensaios. Os resultados são comparados aos valores obtidos de forma analítica e pelo emprego de elementos finitos.

Palavras-chave: flexão; linha elástica; ensaio de flexão.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama Tensão vs. Deformação Aço de Baixo Carbono	12
Figura 2 - Vista de duas secções separadas por distância dx	12
Figura 3 – Viga deformada sob ação de um par de momentos Mz	14
Figura 4 – Viga deformada sob par de momentos Mz positivo	15
Figura 5 – Exemplo de carga uniforme distribuída	17
Figura 6 – Segmento de Viga Reta Submetido a Flexão Pura	18
Figura 7 – Distribuição da tensão de Cisalhamento em vigas	19
Figura 8 – Viga Apoiada e Engastada	21
Figura 9 – Viga com abrupta variação de geometria	22
Figura 10 – Fator Geométrico de Concentração de Tensão K	22
Figura 11 – Relógio Comparador	24
Figura 12 – As Fases do Projeto	26
Figura 13 – Gestão de Projeto – Modelo Canvas	26
Figura 14 – Elementos Finitos Comuns	28
Figura 15 – Análise Estrutural	29
Figura 16 – Fluxograma da metodologia adotada	30
Figura 17 – Estudo 1 – Ensaio A	34
Figura 18 – Estudo 1 – Ensaio B	34
Figura 19 – Estudo 2 – Ensaio A	35
Figura 20 – Estudo 2 – Ensaio B	35
Figura 21– Deslocamento Estudo 1, Ensaio A, Simulação Femap	38
Figura 22 – Deslocamento Estudo 1, Ensaio B, Simulação <i>Femap</i>	39
Figura 23 – Deslocamento Estudo 2, Ensaio A, Simulação <i>Femap.</i>	41
Figura 24 – Deslocamento Estudo 2, Ensaio B, Simulação Femap	42
Figura 25 – Canvas do Projeto do Dispositivo	43
Figura 26 – Projeto Definitivo	45
Figura 27 – Construção do Carro Guia	46
Figura 28 – Capacidade de Carga e Momento Estático	47
Figura 29 – Projeto Padrão Série Miniatura OBR-C-M / OBR-C-LM	48
Figura 30 – Dimensões série miniatura OBR-C-M / OBR-C-LM	48
Figura 31 – Vista Isométrica Apoio Simples	49
Figura 32 – Análise por Elementos Finitos – Apoio Engastado	50

Figura 33 – Apoio Engastado – Componentes	51
Figura 34 – Análise da Estrutura por Elementos Finitos	53
Figura 35 – Processo de Fabricação por Eletroerosão	55
Figura 36 – Processo de Fabricação por Fresamento	56
Figura 37 – Componentes durante o processo de produção	56
Figura 38 – Montagem Final do Dispositivo	57
Figura 39 – Estudo 1, Ensaio A e B	58
Figura 40 – Montagem dos Ensaios A e B do Estudo 1	60
Figura 41 – Estudo 2, Ensaio A e B	60
Figura 42 - Montagem dos Ensaios A e B do Estudo 2	62

LISTA DE TABELAS

Tabela A – Deflexões Estudo 1, Ensaio A	38
Tabela B – Deflexões Estudo 1, Ensaio B	39
Tabela C – Deflexões Estudo 2, Ensaio A	40
Tabela D – Deflexões Estudo 2, Ensaio B	41
Tabela E – Resultado Estudo 1, Ensaio A	58
Tabela F – Resultado Estudo 1, Ensaio B	59
Tabela G – Resultado Estudo 2, Ensaio A	61
Tabela H – Resultado Estudo 2, Ensaio B	61

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 TEMA	9
1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA	9
1.3 PROBLEMA	9
1.4 OBJETIVOS	9
1.4.1 Objetivo geral	9
1.4.2 Objetivos Específicos	10
1.5 JUSTIFICATIVA	10
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	11
2.1 FLEXÃO	11
2.1.1 Esforço Cortante em Flexão	17
2.1.2 Vigas	18
2.1.3 Deflexão em Vigas Hiperestáticas	20
2.1.4 Concentradores de Tensão.	21
2.2 METROLOGIA	22
2.3 PROJETO DE ENGENHARIA	24
2.3.1 Ferramentas de Projeto	25
2.3.2 Análise por Elementos Finitos	27
3 METODOLOGIA	30
3.1 ANÁLISE DE REQUISITOS	30
3.2 CÁLCULO E SIMULAÇÃO	30
3.3 PROJETO	31
3.4 FABRICAÇÃO E ENSAIO	31
3.5 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS	32
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	33
4.1 ANÁLISE DE REQUISITOS.	33
4.2 CÁLCULOS E SIMULAÇÕES	35
4.3 PROJETO DO DISPOSITIVO	42
4.3.1 Mesa e Guia Linear	45
4.3.2 Carro Apoio Simples	48
4.3.3 Carro Apoio Engastado.	49
4.3.4 Carro de Forca e Pesos Distribuídos	51

53
54
54
57
63
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93

1 INTRODUÇÃO

1.1 TEMA

Estudo da deflexão de vigas, em função de momentos fletores gerados por carregamentos específicos, através de ensaios práticos e dos cálculos apropriados.

1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Serão modelados corpos de provas que serão submetidos a ensaios de flexão para medição da deflexão. Esses valores devem estar convergentes e aproximados aos valores obtidos pelos cálculos. O estudo deve estar limitado à região elástica dos materiais. Serão empregados apenas corpos de prova a partir de aço de baixo carbono com o mesmo módulo de elasticidade.

1.3 PROBLEMA

O projeto de estruturas metálicas requer atenção dos projetistas. A definição adequada dos materiais e perfis a serem selecionados para o projeto é vital para o bom funcionamento dos equipamentos, além da segurança dos usuários e o bom emprego dos recursos valiosos disponíveis.

Aumentar a compreensão pelo estudo prático das reações geradas pelas tensões de flexão e dos momentos fletores em vigas se faz necessário durante o estudo da disciplina de resistência dos materiais B do curso de Engenharia Mecânica que, de maneira geral, abordam esses fenômenos de forma analítica.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo geral

Medir a deflexão de vigas por meio de ensaios não destrutivos e comparar os valores obtidos de forma prática com os valores dos cálculos obtidos por meio das equações adequadas.

1.4.2 Objetivos Específicos

a) Projetar e construir um dispositivo de ensaio de flexão que permita a verificação dos valores de deflexão determinados de forma analítica.

b) Construir um dispositivo de fácil empregabilidade e transporte.

c) Definir modos de ensaio e dimensionar corpos de prova que auxiliem na compreensão do comportamento da linha elástica dos materiais.

 d) Analisar resultados obtidos determinando a correlação entre os resultados analíticos e práticos.

1.5 JUSTIFICATIVA

Os ensaios de flexão de vigas devem auxiliar na compreensão dos fenômenos de deflexão e do comportamento da linha elástica, estudados durante a cadeira de resistência de materiais B, no curso de Engenharia Mecânica. Entender os efeitos práticos dos valores obtidos nos estudos teóricos é importante para auxiliar no correto dimensionamento de vigas. Os ensaios também são uma ferramenta auxiliar de projeto, sendo possível observar o comportamento do material em protótipos de menor escala, o que pode garantir projetos mais seguros e com maior economia de recursos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, serão apresentados os principais conceitos necessários para elaboração deste trabalho.

2.1 FLEXÃO

No estudo da flexão apresentado por Groehs (2006), quando se pretende determinar as tensões de flexão em algum dos pontos da secção de uma viga previamente carregada com um momento fletor puro, é necessário utilizar a Lei de Hooke simples que relaciona a tensão e a deformação específica, conforme a equação que segue, $\sigma = E/\varepsilon$. Onde σ representa a tensão, *E* o módulo de elasticidade longitudinal, e ε a deformação específica do material. Para fins de possibilitar a determinação dos valores, é necessário que, durante o estudo, o material trabalhe sempre dentro da região linear elástica. Além disso, é preciso assumir a hipótese das secções planas que pode ser definida, conforme Groehs (2006, p. 1-2), como "qualquer secção reta de uma viga, submetida a uma solicitação de flexão pura, que era plana antes da aplicação da solicitação, permanece plana após a aplicação da solicitação." Hipótese essa que pode ser verificada com testes práticos com grande aproximação com medições experimentais.

Norton (2013, p. 31) afirma que "a tensão σ é definida como força por unidade de área" que pode ser equacionada como $\sigma = F/A$, enquanto a deformação especifica ε é "a mudança de comprimento por unidade de comprimento e é calculada por $\varepsilon = \frac{(l-lo)}{lo}$, onde *lo* é o comprimento de medida inicial e *l* é o comprimento de medida sob ação da força". Já o módulo de elasticidade *E* pode ser definido como a proporção em que ocorre a deformação em função do aumento da tensão, este equacionamento é válido somente dentro do limite elástico, ou região elástica do material, e é expresso pela lei de Hooke como: $E = \sigma/\varepsilon$.

Norton (2013) constata, com o auxílio da Figura 1, que o módulo de elasticidade define a inclinação da curva tensão-deformação antes do limite de proporcionalidade representada no gráfico pelo ponto *pl*. Este grau de inclinação é muito próximo para toda a família dos aços que tem o seu valor calculado de E=207 GPa. Nesta região elástica, os materiais que sofrem uma deformação devido à aplicação de uma tensão voltam ao seu estado original no momento em que esse carregamento é cessado,

diferentemente do que ocorre quando se ultrapassa o limite elástico, representado na Figura 1, por meio do gráfico, pelo ponto *el*, onde o material passa a apresentar deformações permanentes entrando na região plástica do gráfico.



Figura 1 – Diagrama Tensão vs. Deformação Aço de Baixo Carbono.

Fonte: Norton (2013, p. 32)

Groehs (2006) apresenta, com o auxílio da Figura 2, duas secções de uma viga separadas por uma distância mínima dx, representadas na figura pelas letras B e B' (onde B se situa no centro da viga e B' está levemente deslocada para esquerda). Quando a viga é submetida a um par de momentos fletores puros Mz, a secção B' apresenta giro de ângulo $d\varphi$ em torno dela, assumindo a forma representada pela linha B'C'.

Figura 2 - Vista de duas secções separadas por distância dx



Fonte: Groehs (2006, p. 1-2)

Por semelhança dos triângulos OBB' e B'CC', é verificado que uma fibra deslocada pela distância *y* do raio *R* da curvatura, que sofre um deslocamento Δdx em função dos momentos Mz, pode ter sua deformação específica ε dada pela equação (1). Considerando a Lei de Hooke simples, é possível escrever a equação (2). Como a relação entre o módulo de elasticidade e o raio de curvatura gerado é constante para todas as secções da viga, é estabelecido a constante *C*, conforme equação (3).

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{R} \varepsilon_{xx} = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{R}$$
 (1)

$$\sigma_{xx} = E \frac{y}{R} = Cy \tag{2}$$

$$C = \frac{E}{R}$$
(3)

Estas formulações mostram que a tensão σ varia de forma proporcional ao incremento da distância *y* em relação ao eixo de raio *R*, sendo constante ao longo de toda a fibra. Sobre o eixo de simetria, a tensão será nula, sendo denominada linha neutra, e, nas extremidades, será máxima para uma geometria simétrica.

Buscando definir uma equação que permita o cálculo da tensão σ , é empregada a expressão de equilíbrio dos momentos sobre o eixo z, $\sum Mz = 0$. Na equação (4), a integração em relação à área da secção representa o seu momento estático, onde *I*, por definição, é o momento de inércia da secção em relação ao eixo z. Como podemos determinar C = Mz/Iz, é possível chegar às equações (5) e (6) que equivalem à tensão σ buscada. Elas também servem de base para formulação da chamada equação da linha elástica dos materiais, que serve para definir a deflexão sofrida por vigas, que é o foco deste estudo.

$$Mz = C\left(\int_{A} y^2 dA\right) = CIz \tag{4}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{Mz \, y}{Iz} \tag{5}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{Mz}{EIz} \tag{6}$$

Com a equação da linha elástica, é possível determinar a deflexão da viga para qualquer ponto em sua extensão. Segundo Norton (2013), para uma viga projetada para evitar as tensões acima do ponto de escoamento do material, sua deflexão, dentro destas condições, não vai causar deformação permanente no material e nem a sua ruptura. Entretanto, essa deformação elástica pode acarretar outros problemas como, por exemplo, o contato ou interferência entre partes móveis de uma máquina, o deslizamento e a perda de referência geométrica gerando perda de precisão em equipamentos e nas estruturas estáticas como pisos, deformações indesejáveis durante a movimentação de pedestres.

A curvatura assumida por uma viga com o emprego de dois momentos de flexão pura, chamada de deformada, está representada por meio da Figura 3, onde as secções A'B' e AB são planas e inclinadas uma em relação à outra, formando o ângulo $d\varphi$. Em sua obra, Groehs (2006) representa a forma do eixo baricêntrico após a deformação como sendo uma função de *x* representado por: $\eta(x)$. No exemplo que está sendo observado, a função assume um arco de circunferência. A expressão matemática proposta por Piskunov (1969) e Beluzzi (1967, apud Groehs, 2006) mostra a curvatura k(x) como sendo inversa ao raio *R*, conforme equação (7).

$$k = \frac{1}{R} = \pm \frac{\eta''}{[1 + (\eta'^2)]^{\frac{3}{2}}}$$
(7)

Figura 3 – Viga deformada sob ação de um par de momentos Mz.



Fonte: Groehs (2006, p. 1-8)

Por convenção, e com base na equação, assumindo-a com o sinal positivo, para um η" positivo será obtida uma curvatura positiva, de concavidade voltada ao

sentido negativo do eixo. Já para um η " negativo, é obtida uma curvatura negativa com a concavidade voltada ao sentido positivo do eixo, como no caso das Figuras 2 e 3. De forma análoga, um momento é considerado positivo quando gera na viga uma curvatura voltada ao sentido positivo do eixo (η " negativo). Nestes casos, as fibras tencionadas mais próximas do sentido positivo do eixo são tracionadas, enquanto as fibras mais afastadas a partir da fibra neutra são comprimidas.

Nos casos do estudo que consideram pequenos deslocamentos, regime elástico, o ângulo $\alpha(x)$, representado na Figura 4, pode ser considerado de forma aproximada como sendo sua tangente igual a zero. O que permite a formulação da equação diferencial da linha elástica (8).

Figura 4 – Viga deformada sob par de momentos Mz positivo.



Fonte: Groehs (2006, p. 1-9)

Por fim, a equação da linha elástica $\eta(x)$ será obtida por meio da integração da equação (8). Nos casos práticos, é necessário estabelecer, através desta formulação, uma relação com as forças comumente atuantes em vigas, que são as cargas distribuídas q(x), os esforços cortantes e as cargas concentradas.

$$\eta^{\prime\prime} = -\frac{Mz}{EIz} \tag{8}$$

Groehs (2006), ressalta que devem ser considerados apenas os campos de pequenos deslocamentos para o emprego da equação da linha elástica, fazendo com que o material trabalhe sempre no regime linear elástico, garantindo que não ocorram alterações geométricas na viga após a aplicação da carga. Além disso, para materiais de pequena espessura em relação às demais dimensões da peça, o máximo deslocamento não deve ultrapassar metade da espessura do material.

Considerando a equação da linha Elástica (8), Norton (2013) observa que a resistência do material contra deflexão está associada ao módulo de elasticidade E do material e, como visto anteriormente, não há mudança significativa entre aços de baixo carbono em comparação com aços de alto carbono, ou aços de liga de maior resistência nos valores de E. Desta forma, a maior parte das vigas I é construída com aços de baixo teor de carbono.

Norton (2013) afirma que utilizando a equação (8), integrando duas vezes e derivando duas vezes teremos todas as equações para determinar o comportamento da viga. Sendo elas: (9) Carregamento q(x); (10) Força Cortante Ty; (11) Rotação da Viga θ ; (12) a deflexão da viga η .

$$\eta^{\prime\prime\prime\prime} = -\frac{q}{EIz} \tag{9}$$

$$\eta^{\prime\prime\prime} = -\frac{Ty}{EIz} \tag{10}$$

$$\eta' = \theta \tag{11}$$

$$\eta = f(x) \tag{12}$$

O Exemplo trazido por Groehs (2006) apresenta um caso prático e genérico de uma viga engastada submetida a uma carga distribuída q sobre toda sua extensão, conforme a Figura 5. A carga distribuída atuante na dimensão de x será representada pela equação (13). Empregando (8) para isolar a equação diferencial da linha elástica, teremos a equação (14) derivando duas vezes e assumindo as condições de contorno $\eta'_{(x=L)} = 0$ e $\eta_{(x=L)} = 0$, onde é considerado nulo o giro, e o deslocamento no ponto x igual a L. Por conta do engaste, teremos a equação da linha elástica (15) que fornece o valor de deflexão para qualquer ponto da viga distante em x da referência. Por fim, neste modelo de solicitação, teremos o maior valor de η em (x = 0) que aparece de forma simplificada na equação (16).

Figura 5 – Exemplo de carga uniforme distribuída.



Fonte: Groehs (2006, p. 1-12)

$$Mz = -(q x)\frac{x}{2} \tag{13}$$

$$EI\eta'' = \frac{qx^2}{2} \tag{14}$$

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(\frac{qx^4}{24} - \frac{qL^3}{6}x + \frac{qL^4}{8} \right)$$
(15)

$$\eta_{(X=0)} = \frac{qL^4}{8EI}$$
(16)

2.1.1 Esforço Cortante em Flexão

Os esforços cortantes representados na literatura como Ty são responsáveis por parte da deflexão sofrida por vigas quando aplicadas simultaneamente a momentos fletores puros, de cargas distribuídas ou concentradas. Esta influência é definida por Groehs (2006) como sendo não uniforme e responsável por empenamentos nas secções. De maneira geral, essas tensões não têm grande influência nos valores das tensões normais σ , da mesma forma que não representa variação apreciável na deflexão de uma viga, tendo a ordem de h/L. Onde hrepresenta a altura da secção da viga no sentido da solicitação, e L o comprimento da peça. Desta forma, em casos como o de uma viga engasta em uma das pontas e submetida a uma carga concentrada na outra extremidade com uma relação de L =10h, a variação proporcionada pelas forças cortantes representará apenas 0,78% da deflexão. Sendo assim, o emprego da equação (5) atende de forma satisfatória e precisa os valores para a tensão σ na grande maioria dos casos práticos.

2.1.2 Vigas

De acordo com Norton (2013), vigas são elementos estruturais muito empregados que, para atuarem como tal, precisam estar apoiadas e submetidas a um esforço transversal ao seu comprimento como, por exemplo, eixos de máquina ou estruturas de pisos suspensos. Elas estão sujeitas a tensões normais e a tensões cisalhantes. A solicitação mais abordada no estudo de vigas é sobre flexão pura, apesar de normalmente existirem outros esforços envolvidos, o simples estudo deste carregamento é capaz de determinar as principais reações apresentadas na viga. Neste caso, podemos observar, com a Figura 6, as forças internas resultantes pela aplicação de momentos fletores positivos *Mz*, onde as maiores cargas são vistas nas extremidades, que têm, acima da linha neutra, cargas compressivas, e, abaixo da linha neutra, cargas trativas.



Figura 6 – Segmento de Viga Reta Submetido a Flexão Pura.

Fonte: Norton (2013, p. 156)

Outro esforço comum na solicitação de vigas é o esforço cortante. Ele pode ser visto, por exemplo, em vigas apoiadas com uma carga transversal concentrada em meio ao seu comprimento. Como no caso anterior, é necessário avaliar a resultante destas solicitações em relação à secção da viga. Segundo Norton (2013), as tensões cisalhantes também variam em função da distância y partindo da linha neutra. Entretanto, antagonicamente às tensões normais da flexão, o esforço cortante será máximo sobre a linha neutra e nulo nas extremidades. Esta condição é considerada positiva, pois não há grande superposição de efeitos na atuação destas duas tensões. Outro aspecto importante a ser observado é a comparação da magnitude entre as

tensões citadas, enquanto a tensão de cisalhamento permanece constante para uma mesma área, a tensão de flexão aumenta com o comprimento da viga.

Podemos observar na Figura 7, o comportamento da tensão de cisalhamento em diversos modelos de vigas, que estão na seguinte ordem: viga retangular, viga circular maciça, viga circular oca e viga l.



Figura 7 – Distribuição da tensão de Cisalhamento em vigas.

Fonte: Norton (2013, p. 161 e 162)

Em função das características dos esforços citados, é comum o emprego de vigas no formato I. Norton (2013) demonstra que a relação de resistência em função do peso das vigas I é favorável para resistir aos esforços de flexão pela concentração de material nas regiões de maior solicitação. Próximo das regiões de *y* máximo, isso proporciona um maior momento de inércia em comparação à secção retangular de mesma altura e mesma área. Como em vigas longas as tensões de cisalhamento são menores em comparação com as de flexão, é possível a utilização de uma alma de viga menor. A alma da viga será responsável por resistir à tensão de cisalhamento resultante das cargas transversais e, de forma simplificada, podemos calcular a tensão máxima de cisalhamento em vigas pela expressão $\tau_{máx} = \frac{Ty}{A_{alma}}$.

Conforme apresenta Hibbeler (2010), durante o projeto de vigas e eixos, podemos determinar a viga ideal através do seu módulo de resistência à flexão S, que é obtido através da equação: $S = \frac{I}{v}$. A formulação para descobrir o *S* mínimo é: $S_{req.} =$

 $\frac{M_{máx}}{\sigma_{adm}}$. A produção de vigas I, normalmente pelo processo de laminação a quente de lingotes, foi definida e catalogada através de um manual produzido pela *American Institute of Steel Construction* (AISC). Nele, as vigas são denominadas conforme sua altura e peso por unidade de comprimento, como por exemplo, a viga W310x39, que possui altura do perfil de 310mm e o peso de 39kg por metro. Neste documento da AISC, também é informado ao projetista o módulo S da viga, seu raio de giro e seu momento de inércia. Hibbeler (2010) também admite a possibilidade da união de chapas por solda, ou através de cantoneiras parafusadas para construção de um perfil de maior resistência à flexão acima dos padrões de vigas laminadas produzidas comercialmente.

2.1.3 Deflexão em Vigas Hiperestáticas

Nos casos de vigas hiperestáticas, onde existem apoios redundantes, tornando-a estaticamente indeterminada, não é possível determinar todas as reações existentes apenas com as equações de equilíbrio estático, $\Sigma M = 0$ e $\Sigma F = 0$. Então, conforme Norton (2013), a equação da linha elástica surge como uma solução na resolução destes casos, pois para cada apoio teremos como condição de contorno uma deflexão igual a zero, enquanto nos pontos de engastamento é possível determinar com precisão a rotação da viga.

O procedimento para solução deste problema é apresentado por Groehs (2006), onde inicialmente os vínculos hiperestáticos são trocados pelas suas reações hiperestáticas correspondentes, permitindo as determinações destas reações pelas condições de contorno associadas a cada ponto. Por conseguinte, os valores das reações obtidas são utilizados para criar um modelo de estrutura isostática equivalente ao caso original. Por fim, é possível resolver o problema através da abordagem do modelo isostático com as equações já apresentadas (8 até 12).

Groehs (2006) utiliza como exemplo o caso do carregamento da Figura 8 (a). Para solução do problema que contém dois apoios em $Ra \ e Rb$ e está engastada na extremidade direita, é criado o modelo de estrutura isostático equivalente apresentado na Figura 8 (b). Nele, foi removido o apoio em A para isolar a incógnita Ra que pode ser determinada pelas condições de contorno no ponto B onde o giro é $\eta'_{(x=L)} = 0$ e no ponto A, onde o deslocamento é $\eta_{(x=L)} = 0$.



Figura 8 – Viga Apoiada e Engastada

~ ^

Fonte: Groehs (2006, p. 1-22)

2.1.4 Concentradores de Tensão.

Hibbeler (2010) demonstra que durante os esforços de flexão, a existência de concentradores de tensão deve ser considerada no dimensionamento de vigas ou eixos, principalmente se estes estiverem submetidos a esforços repetidos, que geram fadiga e forem produzidos a partir de materiais dúcteis. Os concentradores de tensão podem ser entalhes, furos ou mudanças bruscas na secção do objeto.

Nestes casos, deve-se adotar um fator de concentração de tensão K – esse fator varia para cada geometria. Os valores foram obtidos de forma experimental levando em conta a geometria do objeto para cada modelo de entalhe. Para utilizar o fator correto, os valores de K são obtidos através de gráficos, como o exemplo do Gráfico 1, onde para o modelo da Figura 9 buscamos K através das relações geométricas w/h, e r/h, que caracterizam o concentrador de tensão.

O valor obtido deve ser utilizado conforme mostra Hibbeler (2010) na equação 17, e deve ser observado que a tensão normal máxima ocorre na menor secção e é esta área que deve ser utilizada na equação.

$$\sigma_{max} = K \frac{My}{I} \tag{17}$$

Figura 9 – Viga com abrupta variação de geometria.





Figura 10 – Fator Geométrico de Concentração de Tensão K



Fonte: Hibbeler (2010, p. 237)

2.2 METROLOGIA

Conforme apresentado por Lira (2015), os instrumentos de medida têm como função determinar uma grandeza física ou variável, sendo uma extensão das faculdades humanas. Com o desenvolvimento das tecnologias e técnicas de medição, obteve-se instrumentos mais sofisticados que entregam mais exatidão, exigindo dos operadores um maior conhecimento para o emprego destes equipamentos, sendo necessário dominar algumas definições utilizadas na metrologia como:

- a) Instrumento de medição: dispositivo empregado para realizar a medição, que pode ser único ou estar associado a outros equipamentos.
- b) Exatidão de Medição: é a relação entre o valor medido e o valor verdadeiro do objeto de medição em grau de concordância.
- c) Sensibilidade: é a taxa de variação apresentada pelo sistema de medição em relação à variação do valor da grandeza medida.
- d) Resolução: menor valor de variação de um mensurando que gera no sistema de medição uma variação visível na indicação da medida.
- e) Erro de medição: valor correspondente à diferença entre a referência e o valor medido.

Lira (2015) define em paralelo dois termos importantes empregados na metrologia: exatidão e precisão. Precisão é apresentado como a dispersão dos valores resultantes de uma série de medidas realizadas por um sistema de medição para um único mensurando. Enquanto exatidão é a proximidade do valor medido em relação ao valor verdadeiro.

Segundo Lira (2015), no processo de medição dimensional, o operador deve ter o domínio do emprego dos instrumentos de medição, conhecer as principais fontes de erro e seguir os procedimentos de medição apropriados. Entre os erros de medição, destaca-se os erros oriundos do empenamento, acabamento da superfície e desvio de geometria associada à peça. Outra fonte de erro está associada ao posicionamento da peça que possui seis graus de liberdade (três eixos de translação e três eixos de rotação) – esses graus de liberdade devem ser restritos no momento de definir a posição de medição. E, por fim, a força associada à medição, considerando que muitos dos instrumentos de medição operam em contato com o objeto da medição, gerando esforços que devem ser observadas pois podem gerar erros importantes na medição.

Dentre os instrumentos de medição apresentados por Lira (2015), tem-se o relógio comparador, indicador, sendo um instrumento de medição empregado amplamente pela indústria. Nele, a medição ocorre entre o ponto de contato e a superfície da peça. Sua faixa de medição em comparação com outros equipamentos é pequena; mesmo assim, é muito empregado na medição comparativa com blocos padrão com a atribuição de "zerar" indicações. Ele é constituído por mostrador com escala graduada que permite o ajuste manual da escala em zero, ponta de contato, contador de voltas do ponteiro principal, componentes de construção e um fuso que,

associado a um conjunto de engrenagem e uma cremalheira, amplifica os deslocamentos gerados na ponteira.

Entre os cuidados que devem ser tomados na utilização, Lira (2015) apresenta a necessidade da utilização do relógio comparador na posição perpendicular em relação à superfície a ser medida, caso contrário deve ser feito o cálculo de correção dos valores obtidos em função do ângulo de inclinação. Outros aspectos a serem observados são: remover as rebarbas da peça submetida à medição, posicionar-se de frente ao relógio para fazer a leitura dos valores (evitando assim erros de paralaxe) e utilizar o instrumento limpo, sem resíduos e devidamente calibrado.

Abaixo, está representada, na Figura 11, a ilustração de um relógio comparador construído e disponibilizado pela fabricante Mitutoyo.

Figura 11 – Relógio Comparador





2.3 PROJETO DE ENGENHARIA

Em sua abordagem, SHIGLEY (2005) apresenta o projeto mecânico como uma tarefa complexa, e, portanto, deve haver uma sequência clara das etapas envolvidas de forma que o trabalho possa ser revisto e aprimorado no seu decorrer. Isso é reforçado pela natureza dos projetos que é de um processo iterativo com diversas etapas interativas. Projetar tem como função atender a uma necessidade específica, ou solucionar um problema, podendo gerar um produto específico que, por sua vez, deverá ser funcional, seguro, confiável, empregável, possível de ser manufaturado e viável economicamente.

Para SHIGLEY (2005), o projetista deve possuir criatividade, capacidade de resolução de problema e boa comunicação. Sendo necessário conhecer conceitos fundamentais e tecnologias para a formulação de um plano de construção de um produto adequado. O sucesso do projeto também está associado à capacidade do engenheiro em trabalhar de forma clara e comunicativa com diversas pessoas de forma multidisciplinar.

Segundo Kenneth (1979), o projeto e design de um produto é a primeira fase do processo de manufatura. Durante essa fase, existem inúmeras possibilidades de soluções de produto, cabendo ao projetista escolher a solução mais funcional e eficiente disponível. Para isso, o projetista deve considerar a simplificação do produto e pensar nas fases e métodos de sua manufatura, o que pode gerar redução de custo e facilitação na produção.

2.3.1 Ferramentas de Projeto

Conforme Norton (2013), uma metodologia de projeto é importante para auxiliar no enfrentamento de um problema, auxiliando na tomada de decisão quando existem diversas variáveis e soluções possíveis. As metodologias podem ser divididas em diversas etapas. As etapas iniciais consistem na identificação das necessidades, pesquisa para compreensão e definição do problema e a definição de um objetivo realista e plausível. Após é feita a especificação das tarefas, seguido pela síntese das soluções e análise dos diversos projetos possíveis. Nas etapas seguintes, é feita a seleção e o detalhamento do projeto, o qual deve compreender todas as peças e componentes necessários, bem como os métodos de obtenção e fabricação. Ao fim, são feitos protótipos e testes que vão ajustar o projeto e orientação a fase final de produção.

Norton (2013) ressalta que, mesmo de forma estruturada, o projeto não segue apenas uma sequência linear, ocorrendo diversas iterações entre as etapas durante todo o processo. O mesmo conceito é apresentado por SHIGLEY (2005), que apresenta um modelo com as fases de um projeto em que ocorrem diversas iterações e realimentações entre as etapas conceituais de um projeto, conforme sua ilustração na Figura 12.





Fonte: SHIGLEY (2005).

Conforme apresentado por Júnior (2013), uma importante ferramenta amplamente utilizada na gestão de projetos é o modelo Project Model Canvas, originalmente desenvolvida por Alexander Osterwalder e Yves Pigneus. Ela resume de forma visual e de fácil compreensão todos os aspectos importantes de um projeto. As informações ficam dispostas em um único quadro que apresenta a justificativa, objetivo, ganhos, informações relacionadas ao produto, equipe, restrições, custos, ambiente e pessoas envolvidas. Um modelo de quadro Project Model Canvas pode ser visto na Figura 13.

GP		PITCH			
JUSTIFICATIVAS Passado	PRODUTO	STAKEHOLDERS	PREMISSAS	RISCOS	
		RESTRIÇÕES	GRUPO DE ENTREGAS	LINHA DO TEMPO	
Interference Anter Project Model Canvas					



Fonte: Júnior (2013).

Conforme Norton (2013), o surgimento do computador gerou uma revolução no projeto e na análise de engenharia. As ferramentas de CAD, sigla de desenho auxiliado por computador, estão cada vez mais sofisticadas e facilitam o modelamento, permitindo a representação dos projetos através de esboços 2D e sólidos 3D, tornando possível também o cálculo de massa, centro de gravidade e área dos componentes modelados. Conforme SHIGLEY (2005), alguns dos programas disponíveis auxiliam nos projetos de engenharia através de execução de simulações, onde são feitas análises de tensões e forças aplicadas. Estes programas foram classificados pelo termo "engenharia auxiliado por computador", CAE.

Conforme Norton (2013), os programas de CAD possuem diversas interfaces que permitem a utilização de programas de análise de elementos finitos, FEA, que empregam os sólidos e desenhos gerados para a análise de tensões, vibrações e transferência de calor, o que torna essas ferramentas extremamente eficientes. Entretanto, a utilização de programas de FEA deve ser feita com o correto domínio dos fundamentos e conceitos de análise de tensões clássicas, o que auxilia na correta formulação dos problemas dentro dos programas e a identificação de resultados errados que podem ser gerados durante as simulações.

2.3.2 Análise por Elementos Finitos.

Norton (2013) atribui importância às análises por elementos finitos para peças complexas, como o exemplo de um virabrequim, cujo cálculo analítico se torna muito complexo pelo seu formato. Em uma análise de FEA, essa peça pode ser resolvida. Norton (2013, p. 481) afirma que

"pode-se dividir o seu volume em conjunto finito de elementos contíguos e discretos e resolver um conjunto (grande) de equações, cada uma das quais aplicadas sobre um elemento e seus nós, que conectam os elementos entre si".

Um componente é divido em um número finito de elementos discretos unidos nas suas extremidades por nós que formam uma malha que representará o componente. Sobre cada elemento, são atribuídas as tensões e deformações que podem ser medidas por toda a extensão do componente. Para a obtenção dos valores, é necessário determinar o conjunto de restrições e cargas aplicadas em alguns nós da estrutura. Os valores obtidos são aproximados e podem ser otimizados pelo refinamento da malha, que implica no aumento no número de elementos com tamanhos cada vez menores, explica Norton (2013).

Os tipos de elementos são apresentados por Norton (2013) como sendo de uma, duas ou três dimensões. Existindo elementos de linha, área e volume. Os elementos são classificados em diferentes ordens de função utilizadas para interpolar os deslocamentos dentro de cada elemento. Outro aspecto atribuído aos elementos são os graus de liberdade, que podem chegar a seis. É ressaltado com importância que os elementos de linha podem representar as três dimensões com seis graus de liberdade. Isso faz do elemento de linha um recurso adequado para cálculos de tensão e flexão em vigas de secção transversal constante. Os elementos são exemplificados através do quadro da Figura 14.





Fonte: Norton (2013)

Conforme apresenta FEMAP User Guide, Siemens PLM (2022), a ferramenta NX Nastran é um software de análise estrutural para o emprego do programa FEMAP de modelamento por elementos finitos e pós processamento. Ele pode ser empregado para a análise de tensões, temperatura e performance dinâmica. O programa possibilita a criação de uma série de elementos com propriedades específicas como o elemento Beam que é um elemento uniaxial com a atribuição de tensões, compressão, torção e flexão. Dentro do programa, é possível desenhar linhas e geometrias, atribuir propriedades, definir elementos, nós, malhas, restrições e esforços. O programa também possibilita a criação de malhas e análise estrutural sobre sólidos conforme imagem 15.

Figura 15 – Análise Estrutural



Fonte: Siemens (2022).

3 METODOLOGIA

Serão apresentados a seguir os procedimentos e os métodos que serão adotados para a execução do trabalho.

A metodologia consiste em avaliar, a partir dos fenômenos de flexão estudados, o comportamento esperado de deflexão de vigas submetidas a carregamentos, por meio de cálculos, análise por elementos finitos e os ensaios de flexão. Para o ensaio de flexão, será desenvolvido um dispositivo de ensaio capaz de reproduzir os esforços e condições de contornos selecionados para os casos de estudo. As análises serão feitas dentro do regime linear elástico de cada corpo de prova selecionado. A Figura 16 apresenta o fluxograma com a sequência de atividades.

Figura 16 – Fluxograma da metodologia adotada.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

3.1 ANÁLISE DE REQUISITOS

Os ensaios devem abranger a deflexão gerada em vigas mediante os carregamentos que produzam um momento fletor considerável para medição dos valores de deflexão através de instrumentação. Desta forma, durante a análise de requisitos, serão definidas todas as condições que o dispositivo de ensaio deve atender. Da mesma forma, serão definidos os modelos de carregamentos a serem abordados pelo trabalho. Junto a isso, devem ser definidos os equipamentos que serão utilizados para os ensaios e os materiais para a construção do dispositivo para atender os objetivos gerais deste trabalho.

3.2 CÁLCULO E SIMULAÇÃO

Os modelos de carregamentos devem ser calculados de forma a se obter deflexões consideráveis com a variação das cargas aplicadas, pontos de aplicação dos carregamentos e outros parâmetros importantes na definição dos projetos de vigas. Para efeito de comparação, as secções de alguns dos corpos de prova devem

manter a mesma área. Serão padronizados os comprimentos totais, os processos de fabricação e o acabamento dos corpos de prova.

Todos os cálculos e modelos devem considerar que o material deve trabalhar dentro dos limites elásticos, área de interesse deste trabalho.

Os cálculos devem ser realizados utilizando as equações adequadas para cada modelo de carregamento e a deflexão deve ser simulada pelo programa de elementos finitos para visualização da deformação esperada.

3.3 PROJETO

Considerando os modelos de carregamento e a configuração dos corpos de prova, devem ser construídos os dispositivos de fixação que vão simular os modelos de engaste e apoio sobre as vigas. A rigidez de todos os equipamentos e dispositivos empregados deve ser considerada para reduzir a interferência de agentes externos durante os ensaios.

Outro aspecto considerável nessa etapa é a adaptação dos equipamentos de ensaios disponíveis para a produção das cargas necessárias durante o ensaio, o que deve incluir a fabricação de hastes de compressão para transmissão da força nos pontos adequados.

Por fim, os equipamentos de ensaio devem ser configurados para atender e suportar os carregamentos definidos na fase de cálculo, e os instrumentos de medição devem ser posicionados nos locais de interesse para a realização dos ensaios. Com os primeiros testes, poderá ser avaliado o emprego de dispositivos auxiliares para a fixação dos instrumentos de medição na medição das curvas de deflexão das vigas.

3.4 FABRICAÇÃO E ENSAIO

O dispositivo e os corpos de prova devem ser fabricados e montados seguindo as definições elaboradas no projeto e através de processos de fabricação adequados. Os ensaios devem ser realizados com o setup adequado do equipamento e a utilização de dispositivos de medição calibrados, com boa escala de resolução e com a utilização de cargas aferidas e com valores idênticos aos utilizados nos cálculos. Os valores devem ser computados juntamente com as variações dimensionais do corpo de prova antes, durante e após os ensaios. Desta forma, serão verificadas as condições iniciais do corpo de prova, as deformações sob carregamento e deformações residuais após a retirada da carga.

3.5 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

É do interesse da análise avaliar se o comportamento das vigas reflete os valores esperados obtidos através dos devidos cálculos. No ensaio, será medida a deflexão das vigas sob carregamento. A validação dos dados obtidos deve ocorrer com base no comportamento padrão apresentado durante os testes, assim como as amostras devem ser suficientes para definir um comportamento normal e os dados excêntricos devido a causas especiais devem ser identificados e eliminados.

Deve ser identificada a eficiência do dispositivo para o ensaio dos diversos problemas propostos no trabalho de modo a assegurar a sua capacidade para o estudo de outros *setups* não abordados neste trabalho.

Será avaliado, com base nos valores obtidos e pelo contraste entre a plasticidade das deformações geradas nos corpos de prova, o efeito didático do dispositivo, de forma qualitativa, na compreensão dos fenômenos de flexão e o comportamento da linha elástica.

De forma clara, deve ser evidenciado o impacto das alterações nas condições de contorno no desempenho de um mesmo corpo de prova, onde serão alternados tanto os engastes e apoios quanto a posição e a distribuição da carga.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com o desenvolvimento do trabalho, determinou-se as configurações dos problemas a serem abordados. Com base nisso, foram feitos os cálculos e as simulações necessárias; após, foi projetado, modelado e produzido o dispositivo para realização dos testes e, por fim, foram realizados os ensaios que determinaram o comportamento dos corpos de prova. Nesta parte do trabalho, esse processo será detalhado com a apresentação das informações mais importantes e a apresentação dos resultados obtidos.

4.1 ANÁLISE DE REQUISITOS.

Conforme apontado na metodologia, o trabalho inicia pela determinação dos requisitos a serem atendidos pelo dispositivo e pelo estudo.

Para determinação das condições gerais, foram estipuladas pelo autor, em conjunto com o professor orientador, as dimensões básicas do dispositivo como, por exemplo, uma bancada de teste com comprimento total de 350mm. A bancada deve permitir o ensaio de peças submetidas a esforços de carga concentrada ou distribuída no valor total de 49,05N, aplicado através de um carregamento gerado com pesos devidamente dimensionados, que ao total somaram 5kg.

Para boa empregabilidade do dispositivo, é necessário reduzir sempre que possível o peso da estrutura, de forma que ela possa ser transportada manualmente e instalada sobre qualquer mesa ou bancada, trabalhando dentro de um limite de 20kg.

Os deslocamentos foram medidos através de um relógio comparador de graduação de 0,01mm e com curso de 0 a 10mm.

Com o dispositivo, foi possível o ensaio de peças cilíndricas e retangulares, com condições de peças engastadas, engastadas e apoiadas, bi apoiadas.

Com esses requisitos, é possível a realização da mais diversa gama de ensaios de flexão. Entretanto, neste trabalho, os casos estudados foram limitados aos modelos que serão apresentados a seguir.

O primeiro estudo selecionado consiste em avaliar o mesmo corpo de prova engastado em uma de suas extremidades e livre na outra, sendo submetido, no ensaio A, a uma carga distribuída de 49,05N ao longo do seu comprimento e, no segundo ensaio, ensaio B, a uma carga concentrada na extremidade – também de 49,05N – conforme ilustrado nas Figuras 17 e 18.

O Estudo 1 foi elaborado para demonstrar o efeito de uma carga concentrada na extremidade de um corpo de prova engastado em comparação com a reação gerada pela mesma carga, mas distribuída por todo o seu comprimento.





Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 18 – Estudo 1 – Ensaio B.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

O segundo estudo também será divido em dois ensaios, trabalhando com o corpo de prova bi apoiado, com apoios em suas extremidades submetidos a uma carga de 49,05N no primeiro ensaio, distribuída sobre todo o seu comprimento. No segundo ensaio, com a mesma carga concentrada sobre o centro da peça, como pode ser visto nas Figuras 19 e 20.

O Estudo 2 utiliza o mesmo carregamento do Estudo 1 nos testes, o que nos permite compreender o efeito da alternância das condições de contorno no desempenho de uma viga. Ao mesmo tempo, como no Estudo 1, vamos ver o efeito das cargas distribuídas e concentradas atuando sobre um corpo bi apoiado.

Figura 19 – Estudo 2 – Ensaio A.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 20 – Estudo 2 – Ensaio B.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.2 CÁLCULOS E SIMULAÇÕES

A abordagem inicial dos ensaios ocorre pela determinação, por meio dos devidos cálculos, da equação da linha elástica definida através das condições de contorno de cada problema. Com ela, é possível compreender e selecionar o corpo de prova mais adequado para cada estudo. Para auxiliar no desenvolvimento e entendimento dos fenômenos, as mesmas condições foram aplicadas no programa de elementos finitos *Femap*, que corrobora os resultados obtidos pelos cálculos e agiliza o processo de definição das secções dos corpos de prova.

Na modelagem dos problemas propostos, alguns dos parâmetros foram definidos para aproveitar as dimensões disponíveis no dispositivo, a escala disponível dos instrumentos de medição e em função do projeto dos pesos distribuídos. Portanto,
o comprimento do corpo de prova nos Estudos 1 e 2 foi determinado de forma a aproveitar todos os pesos distribuídos projetados e fabricados. Já as secções dos corpos de provas foram determinadas de forma que, nos casos mais críticos de cada estudo, mediante a aplicação da carga, as deformações estejam próximas ao valor máximo indicado para a espessura de cada material e dentro do regime linear elástico.

As dimensões dos pesos distribuídos foram determinadas na fase do projeto e podem ser vistas detalhadamente no item 4.3, onde se buscou medidas compatíveis com o dispositivo e peças com boa estabilidade durante os ensaios. Considerando que cada peso distribuído deve possuir a menor largura possível para proporcionar o devido efeito de uma carga distribuída e ter uma profundidade que gere estabilidade sobre o corpo de prova, foram atribuídas a largura a = 12 mm e a profundidade b = 55mm. Com esses valores definidos e o emprego das fórmulas abaixo, foi determinada a altura h de cada peso para a obtenção de uma carga de 0,5kg.

$$m = V.\rho \tag{18}$$

$$V = a. b. h \tag{19}$$

$$h = \frac{m}{\rho. b. a} \tag{20}$$

$$h = \frac{0.5kg}{7900\frac{kg}{m^3}.0,055m.0,012m} = 0,096m = 96mm$$
(21)

Desta forma, com dez unidades de pesos, teremos uma carga de 5kgf, distribuída sobre 120mm de comprimento, gerando uma carga distribuída de 0,408N/mm.

No Estudo 1, ensaio A e B, foram determinadas as duas equações da linha elástica, partindo da equação base (8) e das condições de contorno propostas em cada modelo. O desenvolvimento de todos os cálculos pode ser visto no Anexo A e B. Assim, temos as equações 22 e 23 dos ensaios A e B respectivamente.

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(\frac{qx^4}{24} - \frac{qL^3x}{6} + \frac{qL^4}{8} \right)$$
(22)

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(\frac{Px^3}{6} - \frac{PL^2x}{2} + \frac{PL^3}{3} \right)$$
(23)

Para determinação da secção dos corpos de prova, é utilizada a equação de ηmax para determinar o valor do momento de inércia necessário para um deslocamento máximo de 1,25mm para cada problema. Este deslocamento é indicado para um corpo de prova de espessura de 3mm garantindo uma deflexão abaixo da metade da espessura, como pode ser visto nas equações 24 a 25.

$$\eta_{\max(x=0)} = \frac{WL^3}{8EI_z}; I_z = \frac{WL^3}{8E\eta_{\max}} = \frac{0.408 \frac{N}{mm} \cdot 120mm \cdot 120^3 mm^3}{8 \cdot 206\,850 \cdot 1.25mm} = 40.90mm^4$$
(24)

$$\eta_{\max(x=0)} = \frac{PL^3}{3EI_z}; \ I_z = \frac{PL^3}{3E\eta_{\max}} = \frac{49,05N \cdot 120^3 mm^3}{3 \cdot 206\,850 \cdot 1,25mm} = 109,27mm^4$$
(25)

Com os resultados, é possível identificar que o esforço no caso B é maior, sendo necessária uma secção com maior momento de inércia, em relação ao caso A. Desta forma, será adotado um corpo de prova com o valor próximo a 109,27mm⁴.

No estudo 1, o corpo de prova terá secção retangular; através da equação do momento de inércia para essa geometria, foi possível chegar à secção proposta, considerando uma base definida por projeto de 49mm e altura de 3,0mm o momento de inércia resultante ficou em 110,25mm⁴, valor próximo ao indicado pelos cálculos anteriores.

$$I = \frac{b \cdot a^3}{12} = \frac{49 \cdot 30^3}{12} = 11025 mm^4$$
(26)

Desta forma, teremos os valores de nmax para cada caso conforme abaixo:

$$\eta_{\max(x=0)} = \frac{WL^3}{8EI_z} = \frac{0,408 \ \frac{N}{mm} \ . \ 120mm \ . \ 120^3 mm^3}{8 \ . \ 206 \ 850 \ . \ 110,25mm^4} = 0,46mm$$
(27)

$$\eta_{\max(x=0)} = \frac{PL^3}{3EI_z} = \frac{49,05N \cdot 120^3 mm^3}{3 \cdot 206\,850 \cdot 110,25mm^4} = 1,24mm$$
(28)

Após a determinação de todas as condições de contorno, comprimento e secção do corpo de prova e cargas envolvidas, é possível calcular o comportamento de deflexão em diversos pontos da peça com o emprego da equação 21 e 22. Além dos cálculos, foi possível validar os valores obtidos e representar o deslocamento esperado ao longo da peça através de simulação pelo Software Femap, conforme pode-se verificar nas figuras 21 e 22. Os valores foram dispostos na tabela A e na

tabela B. Esses valores serão posteriormente comparados com os obtidos por meio dos ensaios.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0,46	0,46	
20	0,36	0,36	
40	0,26	0,26	
60	0,16	0,16	
80	0,08	0,08	
100	0,02	0,02	
120	0	0	

Tabela A – Deflexões Estudo 1, Ensaio A.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.





Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	1,24	1,24	
20	0,93	0,93	
40	0,64	0,64	
60	0,38	0,38	
80	0,18	0,18	
100	0,04	0,04	
120	0	0	

Tabela B – Deflexões Estudo 1, Ensaio B.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Figura 22 – Deslocamento Estudo 1, Ensaio B, Simulação Femap.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Para o Estudo 2, será analisado o desempenho de um corpo de prova similar ao do Estudo 1, para efeitos de comparação, em uma condição de viga bi apoiada submetida a uma carga distribuída no caso A, e a uma carga concentrada, no caso B. Para permitir um deslocamento mais expressivo nos ensaios, a espessura do corpo de prova foi determinada com a mesma metodologia do estudo anterior, tendo o valor de 1,5mm. Com o corpo de prova já definido, serão deduzidas diretamente as equações da linha elástica para cada problema. Para o caso A, temos a equação 29 desenvolvida no anexo C.

$$\eta = \frac{1}{EI} \left[-\frac{q}{2} \cdot \left(\frac{Lx^3}{6} - \frac{x^4}{12} \right) + \frac{qL^3}{24} x \right]$$
(29)

No caso B, em função do emprego de uma carga concentrada, teremos duas equações para os deslocamentos, uma equação para a região que vai do centro da carga em direção ao primeiro apoio, e outra para o centro da carga em direção ao segundo apoio. Então teremos as duas equações de linha elástica conforme 30 e 31. O primeiro segmento descrito será denominado 'AC' e o segundo 'CB'.

$$\eta_{AC} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{Pb}{6L} \left(-x^3 + L^2 x - b^2 x \right) \right]$$
(30)

$$\eta_{CB} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{Pb}{6L} \left(-x^3 + L^2 x - b^2 x \right) + \frac{P(x-a)^3}{6} \right]$$
(31)

Com a utilização das equações acima, foi determinado o deslocamento dos corpos de prova ao longo de suas extensões conforme pode ser visto nas tabelas C e D. Através do software Femap foram feitas as simulações dos problemas conforme mostram as figuras 23 e 24.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0,00	0	
20	0,19	0,19	
40	0,33	0,33	
60	0,38	0,38	
80	0,33	0,33	
100	0,19	0,19	
120	0,00	0	

Tabela C – Deflexões Estudo 2, Ensaio A.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.



Figura 23 – Deslocamento Estudo 2, Ensaio A, Simulação Femap.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Tabela D –	Deflexões	Estudo 2,	Ensaio B.
------------	-----------	-----------	-----------

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0	0	
20	0,29	0,29	
40	0,53	0,53	
60	0,62	0,62	
80	0,53	0,53	
100	0,29	0,29	
120	0	0	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.



Figura 24 – Deslocamento Estudo 2, Ensaio B, Simulação Femap.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.3 PROJETO DO DISPOSITIVO

A fase inicial do projeto é decisiva para o bom andamento e sucesso da sua execução. Nele, é necessário compreender todos os aspectos envolvidos ao projeto como os seus objetivos principais, a quais requisitos ele deve atender, quais são as restrições às quais ele será submetido, além de e entender o orçamento e prazo disponíveis para a sua execução. Em razão disso, foi utilizada a ferramenta Canvas para mapear todos os aspectos importantes e montar o escopo do projeto, conforme pode ser visto na figura 25.



Figura 25 – Canvas do Projeto do Dispositivo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Visando a atender o escopo do projeto, foi definido o conceito de funcionamento do dispositivo por meio de um croqui que foi desenvolvido e aprimorado durante o modelamento do projeto.

O modelo aprovado, conta com uma mesa rígida para a montagem dos setups. Sobre a mesa, são posicionados os apoios e engastes para fixação dos corpos de prova. Para garantir alinhamento, rigidez e posicionamento dessas ancoragens, foram utilizados guias lineares com carros móveis em diversos pontos da mesa. Para medição das deformações, há uma mesa para o apoio de um relógio comparador com uma base magnética que poderá percorrer todos os pontos do dispositivo sobre uma guia linear dedicada ao instrumento.

O sistema de peso concentrado conta com um cabeçote com movimentação em dois eixos (x e z), ficando ao fundo da mesa e permitindo o apoio do peso sobre um ponto específico do corpo de prova. Já o peso distribuído, é montado através de um conjunto de pesos segmentados que podem ser distribuídos ao longo do corpo de prova. Na sequência, são apresentados os detalhes de cada item do projeto, abordando os conceitos e seu funcionamento.

O modelamento das peças também levou em conta os processos de fabricação disponíveis para a construção das peças. As peças, além de serem resistentes e funcionais, devem ter características adequadas para sua fabricação pelos processos de torneamento, fresagem, corte por plasma, eletroerosão e soldagem. Para o desenvolvimento do projeto, foi utilizado o software de CAD SolidWorks. Na figura 26 está a ilustração do projeto adotado.



Figura 26 – Projeto Definitivo

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.3.1 Mesa e Guia Linear.

O dimensionamento da mesa de ensaio foi determinado considerando os esforços que serão empregados sobre os dispositivos e o peso de todos os componentes. A característica predominante para definição da espessura da mesa foi a deformação elástica apresentada, de forma que o valor não interfira nos valores dos resultados dos testes e não gere deformações sobre as guias lineares obstruindo ou dificultando o movimento dos carros.

Conforme é visto na equação 32, com os pesos e esforços somados, e concentrados ao centro da mesa, considerando também um valor de sobrecarga de 10kgf, por segurança e em função do uso, para a espessura selecionada de ½" polegadas teremos uma flecha máxima de 0,03mm. Este valor é satisfatório e irá atender às necessidades do projeto.

$$\eta_{max} = \frac{PL^3}{48.E.I} = \frac{196,20.350^3}{48.206850.25604,78} = 0,03mm$$
(32)

No projeto da mesa, foi incluído um rasgo entre os eixos das guias principais. Este recurso foi utilizado para permitir o melhor posicionamento do relógio comparador e seus suportes durante o uso. Conforme visto no projeto, Anexo F - 01.00.05 – Mesa B, a mesa também conta com furações de tolerância apertada para instalação das guias e posicionamento dos parafusos de união da mesa à estrutura do dispositivo.

Para os apoios e engastes poderem trabalhar ao longo de toda mesa, preservando a rigidez necessária, foram selecionados guias lineares e carros para instalação e montagem dos *setups*. Conforme indicado pela fabricante OBR, esses conjuntos dispõem de uma construção com conjunto de esferas gerando apoios posicionados a 45° dos eixos de aplicação de forças, o que permite a correta distribuição dos esforços, o que pode ser aliada a uma pré-carga de uso, garantindo rigidez para os valores indicados de carga. Esse sistema permite neutralizar carga radial de tração, de compressão e os esforços laterais, conforme ilustrado na figura 27. Os carros também podem ser submetidos a momentos estáticos permissíveis nos sentidos Mr, Mp e My.





Fonto: OBR Equipamentos Industriais, 2022.

As guias foram selecionadas de acordo com o manual da fabricante OBR – Manual de Guia Lineares, neste momento, além do modelo dos carros e guias, é necessário observar os esforços envolvidos. São observadas as definições de carga estática (Ce) e o momento estático permissível (Me). Para determinar a carga estática máxima e o momento estático máximo, foi levada em consideração a situação mais crítica de um peso concentrado na extremidade de um corpo de prova engastado, sem mais nenhum apoio auxiliar. Nessa condição, teremos, conforme a equação 33, o valor de Ce considerando a utilização de dois carros em paralelo e um fator de segurança indicado de fs=1,0.

$$Ce = \frac{fs \cdot Pc}{2} = \frac{1,0 \cdot (5kgf + 0,86kgf)}{2} = 2,93kgf$$
(33)

Para determinar o valor de Me, deve ser considerado o comprimento do corpo de prova, 0,2m, e a altura do engaste até a base de apoio onde está situado o carro, 0,08m. Teremos, então, o resultado através da equação 34.

$$Me = \frac{m.g.(l_{1+}l_2)}{2} = \frac{5 \, kgf.9,8 \, \frac{m}{s^2}.0,28m}{2} = 6,86Nm = 0,7kgf.$$
(34)

Com os valores de Ce e Me, é selecionado o conjunto de guias de 9mm com a montagem dos carros OBR-C-M; através da tabela ilustrada na Figura 28, temos os parâmetros de carga deste modelo. Para facilitar a construção e a manutenção, esse modelo será utilizado como padrão dentro do projeto. Nas figuras 29 e 30, são informadas as dimensões para projeto das guias e dos carros da linha OBR-C-M e OBR-C-LM.

MODELO	DIMENSÕES DA GUIA		CAPACIDADE DE CARGA		MOMENTO ESTÁTICO			PESO											
MODELO	W ₁	H,	Р	E min.	D x h x d	Dinâmica Cd** (kgf)	Estática Ce (kgf)	M _P (kgf.m)	M _y (kgf.m)	M _R (kgf.m)	Carro g	Guia kg/m							
OBR C 5 M (R)	5	3,6	15	5	3,6 x 0,8 x 2,4	54	84	0,13	0,13	0,2	8	0,15							
OBR C 7 M (R)	7	4.0	15	F	12422424	98	124	0,28	0,28	0,47	10	0.00							
OBR C 7 LM (R)		4,0	15	5	4,2 X 2,3 X 2,4	137	196	0,48	0,48	0,76	15	0,22							
OBR C 9 M (R)	0	6.5	20	7	6 × 2 5 × 2 5	186	255	0,73	0,73	1,17	16	0.29							
OBR C 9 LM (R)	9	0,5	0,5	0,5	0,5	20	20	7 0 x 3,5 x 3,5	1 0 1 0,0 1 0	· ·	7 6 X 3,5 X 3,5	7 0 x 3,5 x 3,5	255	402	1,86	1,86	1,96	26	0,50
OBR C 12 M (R)	12	0	25	7	G X 4 E X 2 E	284	392	1,37	1,37	2,54	34	0.65							
OBR C 12 LM (R)	12	0	20		0 x 4,5 x 3,5	372	588	3,62	3,62	3,82	54	0,05							
OBR C 15 M (R)	15	10	10	-	6 - 4 5 - 2 5	461	559	2,15	2,15	4,5	59	1.06							
OBR C 15 LM (R)	15	10	40	· '	0 x 4,0 x 3,5	637	911	5,78	5,78	7,35	92	1,00							

Figura 28 – Capacidade de Carga e Momento Estático

** Cd = A capacidade de carga dinâmica é classificada baseada em uma vida nominal de 50Km.

Fonte: OBR Equipamentos Industriais, 2022.





Fonte: OBR Equipamentos Industriais, 2022.

Figura 30 – Dimensões série miniatura OBR-C-M / OBR-C-LM

2° = conforme projeto. Dimensões em mm.										
MODELO	DIMENSÕES EXTERNAS			DIMENSÕES DO CARRO						
MODELO	Н	W	L	W2	H ₂	В	С	SxI	L ₁	G
OBR C 5 M	6	12	16	3,5	1,5	8	-	M2 x 1,5	9,6	Ø 0,8
OBR C 7 M	0	17	22,5	F	4.5	10	8	M2 2 F	13,5	0.1.0
OBR C 7 LM	8	17	30,8	2	1,5	12	13	WIZ X Z,S	21,8	01,2
OBR C 9 M	10	20	28,9	E E	2	15	10	M2 × 2	18,9	014
OBR C 9 LM	10	20	<mark>39,</mark> 9	5,5	2	15	16	IVIS X S	29,9	01,4
OBR C 12 M	12	27	34,7	7.5	2	20	15	M2 x 2 5	21,7	(A.2)
OBR C 12 LM	13	21	45,4	7,5	3	20	20	W3 X 3,5	32,4	02
OBR C 15 M	16	22	42,1	9.5	4	25	20	Maxa	26,7	G M2
OBR C 15 LM	10	32	58,8	0,5	4	20	25	WI3 X 4	43,4	0-1013

Fonte: OBR Equipamentos Industriais, 2022.

4.3.2 Carro Apoio Simples.

O projeto do carro apoiado foi modelado com uma altura ideal para permitir a deformação do corpo de prova e o acesso do relógio comparador pela parte inferior da peça ensaiada. O carro possui uma coluna robusta que é afinada na superfície, chegando a 2mm de largura, reduzindo assim a área de contato com o corpo de prova. Foi utilizada uma placa de canto na base para distribuir os momentos e gerar rigidez ao conjunto. A base conta com oito furos com roscas para fixação do apoio aos carros e ainda dois furos com rosca para o travamento do carro contra a guia, impedindo a movimentação da peça durante o ensaio. Essa trava é feita com um parafuso. Durante

o *Setup*, a peça pode ser montada facilmente sobre os carros pela fixação dos parafusos. Para validar a peça, o sólido completo foi ensaiado por elementos finitos, conforme Figura 31. Para permitir a execução de todos os ensaios, foram produzidas duas peças conforme o projeto anexo Q - 01.00.08 – Apoio Simples.

Figura 31 – Vista Isométrica Apoio Simples



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.3.3 Carro Apoio Engastado.

A construção do carro engastado foi segmentada em quatro partes. Sendo a parte inferior composta pela base, que é unida aos carros, e a coluna central com dois segmentos para regulagem de altura. A quarta peça consiste na parte superior. Ela é montada após o posicionamento do corpo de prova, fixando-o ao restante do dispositivo.

A base tem função e construção similar à base do carro apoiado simples, no entanto, para gerar maior rigidez durante os ensaios, conta com quatro parafusos para travar o movimento do corpo de prova durante os ensaios, sendo dois posicionados na frente e dois posicionados aos fundos do carro.

A coluna central tem dimensões maiores do que a do apoio simples, o que faz com que partes dos parafusos de união aos carros guias fiquem encobertos pelo seu corpo. Para permitir o *setup*, a base foi montada através de quatro parafusos fixos na parte inferior na região central, podendo ser acessados durante o *setup* pelo rasgo existente na mesa.

Para permitir a regulagem de altura, a coluna inferior está conectada à coluna superior por três pinos com ajuste de folga restringido de h7, e tem sua altura definida e restringida por dois parafusos. A coluna superior também conta com entalhes

diversos para garantir o apoio completo dos corpos de prova, sendo a parte superior indicada para peças de base plana, sendo necessário um comprimento de engaste de 14mm. Já para peças redondas e de secção esbelta com base estreita de até 3mm, há dois entalhes específicos com engaste necessário de 10mm.

Por fim, a parte superior tem um perfil projetado para travar os corpos de prova quando presa contra a coluna superior. Com a aplicação de uma carga de aperto nos parafusos desta união junto ao travamento da base à mesa, é possível gerar sobre a extremidade do corpo de prova, o efeito de um engaste, pois teremos a restrição dos deslocamentos em y, x e z. O que ocorre também para os momentos em torno destes mesmos eixos.

Para determinar o comportamento do engaste durante os ensaios, foi feita uma análise por elementos finitos do corpo do engaste utilizando elementos sólidos através do programa Femap. Conforme a Figura 32, para um momento gerado através de uma carga de 5kgf concentrada a 200mm do engaste transmitida por um corpo de prova fixado à peça, teremos um deslocamento máximo de 0,0023mm.



Figura 32 – Análise por Elementos Finitos – Apoio Engastado.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

O projeto completo de fabricação do sistema de engaste pode ser visto no anexo T - 01.00.03 – Apoio Engastado. Na figura 33 temos a indicação dos componentes do apoio engastado.





Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.3.4 Carro de Força e Pesos Distribuídos.

O conjunto para aplicação dos esforços foi dividido em duas categorias, o sistema de força concentrado, para simular cargas apoiadas em um único ponto, e o sistema de esforços distribuídos, onde uma carga é distribuída de maneira uniforme sobre a viga.

Para a aplicação da carga concentrada, foi construída uma célula de carregamento, onde podem ser adicionados os pesos de forma incremental até a obtenção do esforço desejado. O sistema parte com o peso próprio de 1kgf e foi dimensionado para aceitar o carregamento de até 5kgf.

A carga pode ser aplicada sobre um ponto específico qualquer ao longo de todo o comprimento da mesa de ensaio. Isso ocorre devido ao sistema de deslocamento construído sobre guias lineares, que permite o deslocamento de todo o conjunto no eixo x. Já para efetuar o carregamento, existe um outro conjunto de guias lineares que possibilita o deslocamento do carro de força no eixo z. Foi calculado através da equação 35, conforme orientação do fabricante, o momento estático que atua sobre os carros que estão instalados no eixo z para garantir o seu correto funcionamento, evitando que ocorram travamentos que possam comprometer o efeito desejado da carga concentrada. Para isto, é considerado o carregamento máximo de 5kgf e a distância de 52mm do centro da carga até o eixo da guia linear.

$$Me = \frac{m.g.l_3}{2} = \frac{5 \, kgf.9,8 \, \frac{m}{s^2}.0,052m}{2} = 1,27Nm = 0,13kgf.m$$
(35)

Da mesma forma, foram calculados os esforços sobre os carros instalados no eixo x. O travamento destes carros não oferece riscos aos resultados dos ensaios, mas pode prejudicar a experiência do uso do equipamento.

$$P_1T = \frac{F}{2} = \frac{5kgf}{2} = 2,5kgf \tag{36}$$

$$Ce = \frac{fs \cdot Pc}{2} = \frac{1,0 \cdot 2,5kgf}{2} = 1,25kgf$$
(37)

$$Me = \frac{m.g.l_4}{2.l_2} = \frac{5 \, kgf.9,8 \, \frac{m}{s^2}.0,07m}{2.0,061m} = 28,11N = 2,86kgf.m \tag{38}$$

Considerando o momento estático de 2,86kgf.m, foi selecionado o carro OBR-C 9 LM para a construção do carro de força que atua nos eixos x e z.

Como pode ser visto nos projetos anexos do conjunto de desenhos que vai dos anexos E ao L, o dispositivo foi construído através da união de peças que, junto aos guias e carros, compõem o sistema de esforço concentrado. O esforço é aplicado com uma placa de 2mm de espessura, montada diretamente no cesto de carregamento – este conjunto foi projetado para ficar alinhado com o centro da mesa de ensaio. A estrutura é toda unida por parafusos aos carros guias. Sendo dois carros OBR–C–LM de 9mm para o eixo z, e dois carros OBR-C-LM de 9mm para o eixo x. Foram projetadas duas mesas de 8mm de espessura para instalação das guias. As mesas são montadas na estrutura principal do dispositivo, que é responsável por unir todos os dispositivos.

A estrutura do dispositivo foi montada através de cantoneiras de abas iguais de aço ASTM A36 com secções de 1.3/4", 1.1/2" e parede 4,75mm. Este material foi dimensionado para reduzir peso e aumentar a rigidez do dispositivo. Seu projeto anexo O. Seu comportamento também foi analisado por elementos finitos, no software Femap, utilizando elementos de linha. Com a simulação apresentada na figura 34 é verificada uma deformação máxima de 0,03mm na extremidade central da estrutura considerando o peso de todos os componentes e uma sobrecarga concentrada no centro da mesa 10kgf.





Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Já para a fabricação dos pesos distribuídos, foi montado um conjunto de 10 peças, cada uma contendo 0,5kgf. Elas são placas independentes que devem ser posicionadas manualmente sobre o corpo de prova. Para gerar estabilidade durante a aplicação, elas foram dimensionadas com tamanho compacto, tendo uma base com profundidade elevada de 55mm e uma espessura reduzida de 12mm. A redução da espessura tem por objetivo permitir o deslocamento dos pesos junto à deformação dos corpos de prova mediante a ação dos seus pesos sobre as peças.

4.3.5 Corpos de Prova.

O projeto dos corpos de prova foi direcionado para atender às condições elaboradas na definição dos requisitos e cálculos. Para gerar estabilidade durante os testes, foram selecionadas dimensões compatíveis com os apoios construídos. As

restrições de projeto ocorrem pelo espaço disponível do carro de apoio engastado. Sendo indicado para bases planas peças com largura de 10 até 50mm. Para peças de secção redonda, é possível ensaiar peças com diâmetros entre 5 e 30mm. E para peças esbeltas, é possível secções com espessura de até 3mm.

4.3.6 Sistema de medição.

Dentro do projeto, buscou-se a melhor disposição para o sistema de medição. Realizou-se alterações em diversos componentes para gerar o espaço ideal para o melhor posicionamento dos relógios, sendo possível o correto emprego do instrumento de medição e a visualização dos valores durante os ensaios. Para isto, foi necessário criar uma abertura no centro da mesa principal e ajustar as alturas dos apoios em relação aos corpos de prova.

Os relógios comparadores foram escolhidos por serem equipamentos confiáveis de uso comum no meio da engenharia, estando disponível nos laboratórios de metrologia. Também é aproveitado o sistema de base magnética e suas hastes de sustentação.

Estão inclusas no projeto, no conjunto de montagem do relógio comparador, peças especiais de fixação do relógio, desenvolvidas para permitir que o relógio fique com a sua escala de medição voltada para a parte da frente do dispositivo, sendo facilmente observada pelo operador.

Durante o ensaio, a base magnética deve ser montada sobre o carro OBR-C 9 L, dedicado ao sistema de medição, que corre sobre uma guia paralela ao eixo do ensaio na parte da frente do dispositivo.

4.4 FABRICAÇÃO

A fabricação dos componentes do dispositivo seguiu os desenhos e indicações geradas na fase de projetos. Para organizar a produção e o levantamento do material para compra e separação, foi criada a lista de componentes e a relação de compra de material.

A produção da estrutura ocorreu pelos processos de corte e soldagem, com atenção ao alinhamento e ao esquadro das uniões. As mesas principais tiveram suas

dimensões de contorno cortadas pelo processo de corte a plasma, enquanto as furações com tolerâncias apertadas foram executadas em uma fresadora.

Os carros de apoio simples e engastados passaram pelos processos de corte a plasma ou corte por eletroerosão, a depender da complexidade, antes de ir para a usinagem por fresamento e furação dentro do centro de usinagem. As dimensões foram ajustadas e revisadas para atender as tolerâncias indicadas pela fabricante dos carros guias. Para obtenção dos pinos guias, foi necessário realizar o torneamento. Todas as peças foram revisadas quanto à planicidade, à linearidade e ao esquadro.

Na imagem 35, temos o processo de corte realizado por eletroerosão a fio, esse processo é utilizado devido à alta precisão no corte de peças com perfil complexo em chapas grossas, como é o caso da fabricação do corpo de apoio simples e dos entalhes do apoio engastado. Na figura 36, está registrado o processo de fabricação por fresamento. Todos os processos de usinagem, corte por eletroerosão e soldagem ocorreram nos laboratórios do curso de Engenharia Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos.



Figura 35 – Processo de Fabricação por Eletroerosão.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.



Figura 36 – Processo de Fabricação por Fresamento.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Os pesos foram produzidos pelo processo de corte a plasma e usinagem no centro de usinagem, ao fim foram realizadas aferições da massa, para obter uniformidade nos ensaios e as peças com valores acima do indicado foram para o centro de usinagem para ajuste no volume do material.

Na figura 37, temos o registro dos componentes dentro do processo de fabricação, após o processo de corte e usinagem, antes de passarem pelo processo de soldagem.

Figura 37 – Componentes durante o processo de produção.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Após a fabricação, todas as peças foram testadas e montadas para verificar seu correto funcionamento. Por fim, para garantir durabilidade dos componentes, com exceção dos guias e carros, todos os componentes passaram por um processo de proteção contra corrosão. Os elementos de fixação receberam uma camada protetiva através do processo de galvanização eletrolítica, enquanto os demais componentes tiveram um processo de remoção de óxidos e gordura para então serem pintadas com tinta esmalte sintética. A montagem final e o acabamento dos componentes pode ser visto na Figura 38.



Figura 38 – Montagem Final do Dispositivo.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

4.5 ENSAIO

Os ensaios dos problemas propostos foram feitos no laboratório de metrologia da Unisinos. Para padronizar os ensaios, criou-se o procedimento para os testes. Ele inicia com a revisão do nível da mesa e o correto funcionamento dos carros e lubrificação das guias. Após, é montado o setup com os apoios e pesos necessários e, por fim, é feita a fixação do corpo de prova.

Antes da aplicação da carga, é posicionado o relógio comparador na parte inferior do corpo de prova para fazer as medições do estado inicial deste nos pontos

indicados pela tabela de dados. Após, são adicionados os esforços nos pontos determinados pelos estudos. Para realizarmos as medições das deformações geradas, é indicado aguardar dois minutos para a estabilização da deformação elástica. Com isso, é possível verificar os valores gerados. Ao fim, é pertinente observar os valores de deformação residual gerados na peça após a remoção dos corpos de prova. Com esse procedimento para os estudos propostos, realizou-se os ensaios dos casos do Estudo 1, Ensaio A e B ilustrado na Figura 39.



Figura 39 – Estudo 1, Ensaio A e B.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Com essas condições de contorno e definições de carregamento para os pontos de medição indicados, obteve-se os resultados apresentados nas tabelas E e F.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0,46	0,46	0,63
20	0,36	0,36	0,47
40	0,26	0,26	0,36
60	0,16	0,16	0,24
80	0,08	0,08	0,12
100	0,02	0,02	-
120	0	0	0

Tabela E – Resultado Estudo 1, Ensaio A.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
1,24	1,24	1,36
0,93	0,93	1,05
0,64	0,64	0,75
0,38	0,38	0,48
0,18	0,18	0,28
0,04	0,04	-
0	0	0
	η Calculado (mm): 1,24 0,93 0,64 0,38 0,18 0,04 0	η Calculado (mm):η Femap (mm):1,241,240,930,930,640,640,380,380,180,180,040,0400

Tabela F – Resultado Estudo 1, Ensaio B.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

No ensaio, através dos valores verificados de deslocamento realizado para o ensaio A, é possível verificar um comportamento muito próximo ao apresentado pelos cálculos, havendo uma variação de 0,17mm no deslocamento medido em relação ao calculado para o ponto de maior deslocamento, o valor medido é 36% maior do que o calculado. De maneira geral, o deslocamento ao longo de todo o corpo de prova teve o comportamento esperado pelos cálculos.

Para o ensaio B, o comportamento do corpo de prova também esteve de acordo com o esperado através dos cálculos, havendo uma diferença no ponto de maior deslocamento de mais 0,12mm, o valor medido é 17% maior do que o calculado.

Durante os ensaios, não foi possível verificar o deslocamento no ponto a 20mm da extremidade por dificuldade de acesso ao relógio comparador que entra em contato com o carro de apoio engastado.

As variações apresentadas podem ser investigadas e devem estar associadas às incertezas do processo de medição, fabricação e setup. As variações têm amplitude parecida nos dois estudos, e podem ser analisadas as incertezas relacionadas aos pesos, à calibração do sistema de medição, à torque no aperto dos parafusos do engaste.

Os corpos de prova de maneira geral tiveram deflexões levemente maior do que o esperado pelos cálculos, o que pode estar associado a pequenos deslocamentos gerados no sistema de engaste. Os ensaios realizados estão ilustrados através da figura 40.



Figura 40 – Montagem dos Ensaios A e B do Estudo 1.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Considerando as condições definidas para o estudo 2, montou-se o setup para os ensaios A e B conforme as definições vistas na figura 41.



Figura 41 – Estudo 2, Ensaio A e B.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Para o Estudo 2, Ensaio A e B, foram observados os valores de deflexão apresentados nas tabelas G e H.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0,00	0	0
20	0,19	0,19	0,15
40	0,33	0,33	0,35
60	0,38	0,38	0,38
80	0,33	0,33	0,33
100	0,19	0,19	0,19
120	0,00	0	0

Tabela G – Resultado Estudo 2, Ensaio A.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Tabela H – Resultado Estudo 2, Ensaio B.

x	η Calculado (mm):	η Femap (mm):	η Medido (mm):
0	0	0	0
20	0,29	0,29	0,31
40	0,53	0,53	0,55
60	0,62	0,62	0,6
80	0,53	0,53	0,52
100	0,29	0,29	0,28
120	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

No estudo 2, os valores apresentados nos dois ensaios estiveram muito próximos aos valores calculados. No ponto de maior deformação do corpo de prova do ensaio B, a diferença entre o valor calculado e o valor medido é de 0,02mm, a variação é 3% menor do que o esperado, enquanto no estudo A, o valor de maior deformação apresentou o mesmo valor de deflexão para o ponto de maior deslocamento. A figura 42 ilustra a montagem do setup para a realização dos dois ensaios realizados para o Estudo 2.



Figura 42 - Montagem dos Ensaios A e B do Estudo 2.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2022.

Com os ensaios realizados, é possível verificar que os corpos de prova nas condição bi-apoiada, mesmo com a metade da espessura das geometrias engastadas, tiveram deflexões em média menores. Os ensaios onde o peso se concentrou ao centro do corpo de prova, geraram maior deflexão no material do que nos casos com peso distribuído ao longo de todo o corpo. Essas condições estão diretamente associadas à magnitude das tensões geradas sobre o material em cada circunstância.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Obteve-se um projeto viável e exequível para a construção de um dispositivo de ensaio de flexão e verificação da linha elástica em corpos de prova. Para o desenvolvimento deste projeto, foi necessário seguir diversas etapas que envolveram concepção, planejamento, modelamento e simulação do funcionamento. Isso foi possível devido ao emprego dos devidos conceitos e ferramentas de projeto, como a ferramenta *Canvas*, o software de desenho técnico *SolidWorks* e o software de elementos finitos *Femap*.

Através do projeto e dos processos de fabricação indicados na sua concepção, foi construído o dispositivo que é capaz de realizar os ensaios de flexão propostos. Este dispositivo é portátil, podendo ser transportado e utilizado por uma pessoa e é de fácil emprego, uma vez que requer apenas o uso de um relógio comparador e uma base magnética utilizados comumente em laboratórios de metrologia. O conceito de projeto se mostrou adequado, e sua construção robusta na medida que o dispositivo é capaz de realizar diversos modelos de ensaio, com diversos parâmetros de carga e fixação e com diferentes corpos de prova de forma eficaz e simples.

Com os resultados obtidos através dos ensaios, foi confirmada a capacidade do dispositivo de replicar as condições dos diversos estudos propostos, com a obtenção de resultados coerentes em relação aos valores calculados, havendo uma variação entre os valores calculados e medidos de apenas 0,03mm para problemas com vigas bi apoiadas e de 0,16mm para os casos de vigas engastadas.

Além disso, foi possível demonstrar de forma prática a influência da variação das condições de contorno e da distribuição de uma carga na performance de um corpo de prova, bem como a importância do entendimento dos fundamentos teóricos da engenharia mecânica para a devida análise e interpretação dos resultados nos cálculos de dimensionamento e na utilização dos programas de elementos finitos.

Com os resultados apresentados neste trabalho, são notórias as vantagens do emprego do dispositivo de ensaio e flexão para auxiliar na compreensão e no entendimento do estudo da flexão e da linha elástica. Podendo ser empregado de forma acadêmica e, também, como uma ferramenta auxiliar de projeto para modelamento e prototipagem de problemas em condições diversas que podem utilizar o dispositivo para a realização de testes.

A análise das incertezas dos processos de medição e fabricação deve justificar as variações apresentadas nas medições realizadas durante os ensaios e esse tema é uma sugestão para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

BEER, Ferdinand P; JOHNSTON, E. Russel Jr. **Resistência dos Materiais**. 3. ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall, 2006.

GROEHS, Ademar Gilberto. **Resistência dos Materiais e Vasos de Pressão**. 1. ed. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2006.

HIBBELER, Russell Charles. **Resistência dos Materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JÚNIOR J. F., **Project Model Canvas**: Gerenciamento de Projetos Sem Burocracia. 1° ed. São Paulo, 2013.

JUVINALL, Robert C. **Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

KENNETH R. T., Automated Assembly. 1° Ed., 1979.

LIRA, Franscico Adval de. **Metrologia na Indústria**. 10. ed. São Paulo: Editora Érica, 2015.

MANUAIS de Produtos – Relógio Comparador, Mitutoyo Sul Americana Ltda. Disponível em: https://www.mitutoyo.com.br/manuais-usuarios>. Acesso 15 de maio de 2022.

NORTON, Robert L. **Projeto de Máquinas Uma Abordagem Integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SHIGLEY, Joseph E; MINSCHKE, Charles R.; BUDYNAS, Richard G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 20.

SIEMENS Product Lifecycle Management Software Inc – **Femap User Guide.** 11 ed. Disponível em: https://appliedcax.com/docs/femap/FEMAP_User_Guide.pdf>. Acesso em 15 de maio de 2022.

OBR Equipamentos Industriais – Manual de Guias Lineares. Disponível em: https://www.obr.com.br/series/guias-lineares-obr/. Acesso em 15 de maio de 2022.

ANEXO A



$$Mz = -(q x)\frac{x}{2} = -q\frac{x^2}{2}$$

Como, $\eta'' = -\frac{Mz}{EI}$, então: $EI\eta'' = q\frac{x^2}{2}$

Integrando uma vez, teremos a equação do giro:

$$EI\eta' = \frac{qx^3}{6} + C1$$

Integrando novamente, teremos a equação do deslocamento linear η :

$$EI\eta = \frac{qx^4}{24} + C1x + C2$$

Aplicando as condições de contorno para $\eta'_{(X=L)} = 0$ e $\eta_{(X=L)} = 0$ teremos:

$$\eta'_{(X=L)} = \frac{qL^3}{6} + C1 \Longrightarrow C1 = -\frac{qL^3}{6}$$
$$\eta_{(X=L)} = \frac{qL^4}{24} - \frac{qL^3 \cdot L}{6} + C2 \Longrightarrow C2 = \frac{qL^4}{8}$$

Utilizando os valores determinados, teremos a equação da linha elástica:

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(\frac{qx^4}{24} - \frac{qL^3}{6}x + \frac{qL^4}{8} \right)$$

Particularizando para o deslocamento máximo em $\eta_{(x=0)}$, teremos:

$$\eta_{(x=0)} = \frac{qL^4}{8EI}$$

Para determinar o deslocamento ao longo do corpo de prova e preencher a tabela A serão utilizados os valores do Estudo 1 – Ensaio A.

 $L = 120mm; E = 206.850 Mpa; I_x = 110,25mm^4; q = \frac{5kgf.9,81m/s^2}{120mm} = 0,408N/mm.$ Teremos:

$$\eta_{(x=0)} = 0,46mm; \ \eta_{(x=20)} = 0,36mm; \ \eta_{(x=40)} = 0,26mm; \ \eta_{(x=60)} = 0,16mm;$$

 $\eta_{(x=80)} = 0,08mm; \ \eta_{(x=100)} = 0,02mm; \ \eta_{(x=120)} = 0$



Mz = -Px

Como, $\eta^{\prime\prime} = -\frac{Mz}{EI}$, então:

$$EI\eta'' = Px$$

Integrando, teremos a equação do giro:

$$EI\eta' = \frac{Px^2}{2} + C1$$

Integrando novamente, teremos a equação do deslocamento linear η :

$$EI\eta = \frac{Px^3}{6} + C1x + C2$$

Aplicando as condições de contorno de $\eta'_{(X=L)} = 0$ e $\eta_{(X=L)} = 0$, teremos:

$$\eta'_{(X=L)} = \frac{PL^2}{2} + C1 \Longrightarrow C1 = -\frac{PL^2}{2}$$
$$\eta_{(X=L)} = \frac{PL^3}{6} - \frac{PL^2}{2}L + C2 \Longrightarrow C2 = -\frac{PL^2}{2} + \frac{PL^3}{6} = \frac{PL^3}{3}$$

Utilizando os valores determinados, teremos a equação da linha elástica:

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(\frac{Px^3}{6} - \frac{PL^2}{2}x + \frac{PL^3}{3} \right)$$

Particularizando para o deslocamento máximo em $\eta_{(x=0)}$ teremos:

$$\eta_{(x=0)} = \frac{PL^3}{3EI}$$

Para determinar o deslocamento esperado ao longo do corpo de prova e preencher a tabela A do trabalho, serão calculados para os diversos valores de x os deslocamentos com os valores determinados no estudo 1 – Ensaio A

L = 120mm; E = 206.850 Mpa; $I_x = 110,25mm^4$; $P = 5kgf.9,81m/s^2 = 49,05N$; Teremos:

$$\eta_{(x=0)} = 1,24mm; \ \eta_{(x=20)} = 0,93mm; \ \eta_{(x=40)} = 0,64mm; \ \eta_{(x=60)} = 0,38mm;$$

 $\eta_{(x=80)} = 0,18mm; \ \eta_{(x=100)} = 0,04mm; \ \eta_{(x=120)} = 0$



Como $\sum M_B = 0$, então:

$$M_B = RA.L - \frac{qL^2}{2} \Longrightarrow RA = \frac{qL}{2}$$
$$Mz = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}$$

Como, $\eta'' = -\frac{Mz}{EI}$, então:

$$EI\eta'' = -\frac{qL}{2}x + \frac{qx^2}{2}$$

Integrando, teremos a equação do giro:

$$EI\eta' = -\frac{qL^2}{4} + \frac{qx^3}{6} + C1$$

Integrando novamente, teremos a equação do deslocamento linear η :

$$EI\eta = -\frac{qLx^3}{12} + \frac{qx^4}{24} + C1x + C2$$

Aplicando as condições de contorno para o deslocamento de $\eta_{(X=0)} = 0$

$$\eta_{(X=0)} = -\frac{qL.0^3}{12} + \frac{qx.0^4}{24} + C1.0 + C2 \Longrightarrow C2 = 0$$

Aplicando as condições de contorno para o deslocamento em $\eta_{(X=L)} = 0$

$$\eta_{(X=L)} = -\frac{qL \cdot L^3}{12} + \frac{qL^4}{24} + C1 \cdot L + C2 \Longrightarrow C1 = \frac{\frac{2qL^4 - qL^4}{24}}{L} = \frac{qL^4}{24}$$

Assim, teremos a equação da linha elásticas dada como:

$$\eta = \frac{1}{EI} \left(-\frac{qLx^3}{12} + \frac{qx^4}{24} + \frac{qL^4x}{24} \right)$$

Utilizando os valores determinados para o Estudo 2 - Ensaio A,

 $L = 120mm; E = 206.850 Mpa; I_x = 13,78mm^4; q = \frac{5kgf.\frac{9,81m}{s^2}}{120mm} = \frac{0,408N}{mm}$ Teremos: $\eta_{(x=0)} = 0; \ \eta_{(x=20)} = 0,19mm; \ \eta_{(x=40)} = 0,33mm; \ \eta_{(x=60)} = 0,38mm;$ $\eta_{(x=80)} = 0,33mm; \ \eta_{(x=100)} = 0,199mm; \ \eta_{(x=120)} = 0$



ANEXO D – PROJETOS DE FABRICAÇÃO DO DISPOSITIVO



ANEXO E



ANEXO F


ANEXO G



ANEXO H



ANEXO I

A4 FOUM I DE 6 CÓDIGO PEDROC 0 DETALHE^B Ø 6,2 Ø3,5 ESCALA 2:1 08.00.01 - Cesto CF -Rev.02 fillo BASE CARRO - COLUNA DE CARREGAMENTO SOUCIANE GUILHERME ESCALA11 PRODITION MEA UNDAGE UNSINOS UNDAGE UNSINOS INVAREND: PINTURA COR BRAN CO PRO 0.25 Kg auwrokoe I PECA \checkmark 9 ¢ 25/10/2021 CA M ÷ ۲ SEÇÃO A-A ASSIMILIRA: DESN. Gullherme Dadalt verv. verv. aukup 78,5 NONE 63,5 LISTA DEMATBRMS: ¢ ۲ 21,5 . ۲ Ì Ω \downarrow 6,5 71 30

ANEXO J



ANEXO K



ANEXO L



ANEXO M







ANEXO O



ANEXO P

ANEXO Q





ANEXO R

A4 FOUND DE 17 CÓDIGO PEDRO 5 2.7 01.00.03 - Apoio Engastado - REV.05 ESCALA:1:2 SOUCEANE GUILHERME LOCALEACKO SÃO LEOPOLDO 42 6 #WO: MING APOIO BNGASTADO TRA WARHOL PINTURA COR BRANCO PESO KG UNDADE UNISINOS auwrokoe 1 PECA PRODUPOR MESA dô MATRAL 0 0 78 99 25/10/2021 CA M 0 0 90 ASSIMILIER DEEN. Cultherme Dadatt viser. APROV. aMNID 67'08 NONE USTA DEMATBRAIS A.

ANEXO S



ANEXO T



ANEXO U



ANEXO V



ANEXO W



ANEXO X



ANEXO Y



ANEXO Z



ANEXO AA



ANEXO AB

A4 FOUM I DE3 CÓDIGO PEDRO 0 soucrivite GuildeRARE Locuración sto usorouso 08.00.04 - Peso Dist 0, 5kg CF ESCAUA11 kg 1/2 2 ITWO PESO DISTRIBUIDO UNDING UNDINOS MERNI: AKI 1020 TRATAMBHD: PINTURA coe reso.0,50 kg auverbade 10 PECAS PRODUCT MESA 25/10/2021 DAW: 55 ASSIMILIERA DEEN. Cultherme Dadalt ven. Anov. akwub LETA DEMATBRAS P/ BMO: NONE 96 22

ANEXO AC