Jogos de Linguagem e o Conceito de Infinito na Educação Matemática

Marcelo Antunes[1]

Suelen Santos[2]

Resumo: Este artigo tem por objetivo ampliar as discussões sobre o infinito no âmbito da educação matemática, utilizando como alicerce os conceitos de jogos de linguagem e semelhanças de família, propostos por Wittgenstein em sua segunda fase. De maneira mais específica, nosso objeto de investigação constitui-se na análise da Linguagem como constituidora de práticas pedagógicas capazes de significar o conceito matemático de infinito pelo seu uso. Paralelamente, procuramos vislumbrar alguns dos possíveis significados atribuídos ao infinito, sugeridos pelo deslocamento desse termo em diferentes contextos. O objetivo é apontar para a pluralidade desse termo, estabelecendo relações com os significados adquiridos fora da matemática escolar e sinalizando outras possibilidades. Apesar disso, é importante mencionar as influências de caráter formal e científico a que os termos matemáticos estão sujeitos, bem como chamar a atenção ao fato de que a matemática é falha ao tentar agir de forma essencialista, quando estabelece conceitos únicos e universais.

Palavras-chave: Infinito; jogos de linguagem; significado; uso.

Language Games and the Concept of Infinite in Mathematics Education

Abstract: This article aims to broaden discussions about the infinite within the mathematics education, used as a foundation of concepts in language games and family resemblances proposed by Wittgenstein in its second phase. More specifically, our research object consists in the analysis of the Language as constituting pedagogical practices that can mean the mathematical concept of infinite according to their use. By the same token, we try to glimpse at some of the possible meanings attributed to infinite, suggested by the displacement of the term in different contexts. The goal is to point to the plurality of this term, by establishing relations with the meanings acquired out of daily school mathematics and signaling other possibilities. Nevertheless, it is important to mention the formal and scientific influences to which the mathematical terms are subjected, as well as draw attention to the fact that mathematics fails to act in an essential mean by establishing unique and universal concepts.

Keywords: Infinite; language games; meaning; use.

---

[1]marcelocarvalhoantunes@gmail.com
[2]suelenassuncao@yahoo.com.br

Introdução

Uma criança pode perceber a escrita como um conjunto de símbolos gráficos - talvez desenhos - destituído de significado. É preciso que alguém, de antemão, ensine como funciona esse "jogo", instituindo algumas regras. Em seguida, o exercício de sua prática poderá orientar quais palavras são mais adequadas a determinados contextos. Desse modo, o significado pode emergir por meio do uso. Na matemática, alguns conceitos, como o de infinito, escapam de definições universais, das quais gostaria a matemática acadêmica, provocando deslocamentos em seus significados.

Desse modo, elencamos como problema de pesquisa uma possibilidade de o conceito de infinito admitir mais de um significado, andando na contramão da matemática tradicional, que estimula a criação de definições únicas. Para isso, julgamos conveniente lançar mão dos conceitos que tratam da Linguagem, propostos por Ludwig Wittgenstein, e fornecer argumentos que possam sinalizar se a Linguagem, como constituidora de práticas pedagógicas, é capaz de significar o conceito matemático de infinito pelo seu uso.

A Educação Matemática aponta características bem consolidadas na matemática, como a capacidade de realizar medições e contagem, além de prover exatidão e precisão. Teoremas, fórmulas e definições agem como legitimadores da "verdade", enquanto a unicidade gere um sistema essencialista. Diante disso, entendemos que a matemática encontra desconforto ao tratar do infinito, em sua forma tradicional, o que justifica assim nossa proposta investigativa.

Como metodologia, adotamos a pesquisa qualitativa, implicando um estudo bibliográfico de artigos, dissertações, teses e livros. Na tentativa de estabelecer uma composição conceitual, propomos o uso de tabelas em formato de quadros, com o objetivo de oferecer exemplos e reflexões emergidos de nossas leituras e daquilo que nossas percepções captaram durante o exercício de nossa docência. Assim, sinalizamos a intenção de produzir uma ferramenta analítica que, sobretudo, não tenha a pretensão de indicar uma única verdade, mas sim de oferecer mais uma possibilidade de "olhar" nosso objeto de análise – o infinito.

A Linguagem wittgensteiniana

Os comentadores do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein costumeiramente dividem sua filosofia pautando-se, cronologicamente, pelas obras *Tractatus Logico-Philosophicus* e por *Investigações Filosóficas*. Na primeira fase[3], o autor entende a linguagem como processos que denotam significação por meio de representações de formas reais, como em uma maquete. Para Moreno (1986, p.15), esta obra traz algumas provocações ao leitor quando elabora questionamentos a respeito da linguagem, de seu significado e da correspondência desta com o mundo: "os elementos linguísticos possuem algumas propriedades que são comuns a todos eles. Estas propriedades garantem o fato de pertencerem todos à linguagem; uma dessas propriedades comuns é o fato de que todos os elementos da linguagem representam algo".

O *Tractatus* foi escrito de uma maneira bastante peculiar, em forma de aforismos[4], em que o autor entende a linguagem como um sistema de representação em que a realidade é substituída por algo que está no lugar dela. Nas palavras de Moreno (1986, p.23):

> O Mundo é determinado por fatos e não por objetos. Isto significa apenas que são estruturas complexas – os fatos – e não elementos simples – os objetos – que determinam o Mundo. Só temos acesso ao Mundo através dessas estruturas complexas que são os fatos, e não através de seus elementos constituintes. A essas estruturas complexas, Wittgenstein denomina "estado de coisas". Ora todos os estados de coisas são estruturas logicamente possíveis, mas nem todas se realizam efetivamente no mundo de nossa experiência.

Tentaremos elucidar esse pensamento com as seguintes proposições:

1	*"Para um mesmo perímetro, o círculo possui maior área que o quadrado",*
2	*"Na geometria Euclidiana, a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é equivalente a 360º".*

Tabela 1. Possibilidades de ocorrência das proposições.

[3] A primeira fase do pensamento de Wittgenstein, associada ao *Tractatus*, é denominada de primeiro Wittgenstein.

[4] "1. O Mundo é tudo que é o caso. 1.1 O mundo é a totalidade dos fatos, não das coisas". Estes são os dois primeiros aforismos da obra *Tractatus Logico-Philosophicus.*
.

Analisando a Tabela 1[5], percebemos que a primeira proposição expressa a realidade, pois ocorre. No caso da segunda proposição, notamos que há a indicação de um fato que não ocorre, mas certamente poderia ocorrer, não fosse a impossibilidade lógica que lhe é atribuída. Com isso, desejamos chamar atenção para o fato de que o *Tractatus* propõe uma distinção entre o que é possível logicamente e o que não é possível, ou seja, a linguagem não é independente do Mundo. De acordo com Moreno (1986), para o primeiro Wittgenstein, os fatos são compostos de objetos e as proposições agem como elementos "tradutores" do Mundo para a Linguagem.

O infinito é tema constituído de investigações em muitas áreas do conhecimento humano, caracterizando-se por uma diversidade de interpretações, atribuídas a discursos que produzem e moldam os saberes em determinadas épocas e lugares. É o contexto, o uso, a preocupação com o questionamento de como funciona, como posso usar, onde posso usar, em que lugares esse termo faz sentido e, mais do que isso, faz o sentido que nós desejamos atribuir, que pode auxiliar a compreensão desse conceito, em termos específicos, na Educação Matemática. Se, por exemplo, analisarmos as sentenças:

(1) "Existem infinitos pontos em uma reta",
(2) "Nesta minha vida, já vi isto acontecer infinitas vezes",
(3) "Existem infinitas estrelas no céu",
(4) "Meu amor por você é infinito",

Tabela 2. Análise de proposições.

Logo, notamos que, apesar de usarmos o mesmo termo[6], seguramente, não atribuímos o mesmo significado a todas as proposições acima, o que nos impele a tentar

[5]As tabelas expostas ao longo do texto têm a finalidade de enunciar exemplos que formulamos com base nos conceitos da filosofia de Wittgenstein e em nossa docência.

[6] Referimo-nos à forma gramatical e possíveis derivações da palavra *infinito*.

compreender como os sentidos são produzidos pela linguagem. Para isso, utilizamos articulações com os conceitos de jogos de linguagem, uso e semelhanças de família, propostos na segunda fase do pensamento wittgensteiniano e representados pela obra *Investigações Filosóficas*.

> Há quatro anos, porém, tive a oportunidade de reler meu primeiro livro (o *Tractatus Lógico Philosophicus*) e de esclarecer seus pensamentos. De súbito, pareceu-me dever publicar juntos aqueles velhos pensamentos e os novos, pois estes apenas poderiam ser verdadeiramente compreendidos por sua oposição ao meu velho modo de pensar, tendo-o como pano de fundo. Com efeito, desde que há 16 dezesseis anos comecei novamente a me ocupar de filosofia, tive de reconhecer os graves erros que publicara naquele primeiro livro (...) (WITTGENSTEIN, 1999, prefácio).

Essas primeiras frases, escritas logo no prefácio da obra *Investigações Filosóficas*, apresentam uma segunda fase do pensamento de Wittgenstein, que pode inicialmente ser vista de duas maneiras: primeiro, incredulamente, o autor nega seu primeiro trabalho e opõe-se a tudo que escrevera antes; ou, alternativamente (talvez de forma complementar), ele apenas toma sua antiga obra como ponto de partida. Há ainda a sugestão de acomodar as duas formas de encarar essa segunda fase, trazida por Moreno (1986, p.63) quando diz que "não estamos testemunhando uma mudança completa, mas sim, um processo de elaboração e aprofundamento das mesmas questões, mesmo que a interpretação aconteça por oposição ao *Tractatus*". As primeiras palavras de *Investigações Filosóficas* são confiadas a Santo Agostinho (CONFISSÕES I, 8), quando escreve:

> Se os adultos nomeassem algum objeto e, ao fazê-lo, se voltassem para ele, eu percebia isto e compreendia que o objeto fora designado pelos sons que eles pronunciavam, pois eles queriam indicá-lo. Mas deduzi isto dos seus gestos, a linguagem natural de todos os povos, e da linguagem que, por meio dos movimentos dos membros e do som da voz, indica as sensações da alma, quando esta deseja algo, ou se detém, ou recusa ou foge. Assim, aprendi pouco a pouco a compreender quais coisas eram designadas pelas palavras que eu ouvia pronunciar repetidamente nos seus lugares determinados em frases diferentes. E quando habituara minha boca a esses signos, dava expressão aos meus desejos (WITTGENSTEIN, 1999, §1) .

A intenção de colocar este trecho em que Santo Agostinho relata como foram suas primeiras experiências ao aprender a falar é de relevada importância, pois é a maneira que Wittgenstein encontra para começar a desconstruir a ideia de que a linguagem possui como função principal a simples denominação de objetos. Nesse relato de Santo Agostinho, podemos interpretar formas primitivas de linguagem, em que objetos são apontados com o intuito de estabelecer-se uma relação entre o objeto apontado e seu nome. Wittgenstein chama isso de visão agostiniana da linguagem, e o primeiro parágrafo de *Investigações* inaugura as críticas a esse modo de interpretar a linguagem. De acordo com Faustino,

> O conceito agostiniano de significado encerra a idéia de que há para cada palavra da linguagem uma referência, uma coisa ou objeto que lhe corresponde, sendo esta correspondência compreendida e enunciada através da nomeação. A significação de uma palavra se daria por um processo de nomeação, onde a palavra simplesmente substitui o objeto a ser nomeado. Neste modelo, chamado de 'etiquetagem', cria-se uma forma de 'ensino ostensivo', onde a pronúncia e a palavra caminham lado a lado. O objetivo da crítica é mostrar que, embora útil na descrição de alguns jogos[7] de linguagem – notadamente os mais primitivos -, este conceito específico de "significado" como "referência" não pode ser aplicado à descrição de todos os jogos de linguagem possíveis (FAUSTINO, 1995, p. 12).

No entanto, o fato de não ser possível utilizar algum conceito em todos os casos e situações, de imediato, não o invalida. Comenta Moreno (1986) que essa forma de ensino ostensivo pode ser uma preparação para formas mais complexas de uso, pois novos conceitos podem ser aprendidos em razão de já existirem – mesmo que primitivamente – definições ostensivas.

Se, em sua primeira obra, Wittgenstein oferece um texto axiomático que, sobretudo, preza pelas formalidades e pelos modelos exatos, nas *Investigações*, o convite é diferente. A proposta é de uma análise completamente hipotética, em que as certezas são deixadas de lado. Se percorrermos as *Investigações Filosóficas* com cuidado, atentaremos ao fato de que ela carrega em seu corpo uma extensa lista de perguntas (centenas), das quais muito poucas são respondidas. Esse é quase um símbolo do novo Wittgenstein, que abandona a estrutura e agora se permite a pluralidade de seus questionamentos. Podemos notar que essa nova concepção implica o abandono da antiga forma de pensar, proposta no *Tractatus*, quando as proposições assumiam caráter revelador e eram possuidoras de características que proporcionavam uma análise até seu significado irredutível.

---

[7] Interpretamos o conceito de jogos de linguagem, resumidamente, como as diferentes "aplicações/usos" da mesma palavra em diferentes contextos, que produzem diferentes significados.

A matemática, em sua especificidade científica, anseia por nomear, categorizar e enumerar conceitos. No entanto, o infinito, mesmo como objeto matemático, não é portador de uma única definição, ou mesmo a "mais correta"'; ele escapa à própria matemática. Basta observar que existem características comuns aos mais variados contextos onde se aplica o infinito, mas nenhuma se aplica a todas as situações. Apoiando-se nas lentes wittgensteinianas, pode-se arriscar que objetos matemáticos como o infinito não possuem uma definição que abarque todas as necessidades dentro da matemática, mas que atinge seu significado – que possui caráter transitivo e momentâneo – pelo modo como é utilizado.

Deve-se observar que o autor passou por um processo de maturação de seu pensamento até que fosse atingida a concepção de que existem várias respostas a uma pergunta. Essas respostas dependem do contexto e da forma como as palavras são utilizadas. Isso caracteriza aquilo que Wittgenstein denomina de "jogo de linguagem", uma nova forma, plural, múltipla e não-amarrada que entra em confronto com o caráter fixo e rígido do *Tractatus*.

> É dentro dos jogos de linguagem que as palavras adquirem significados, quando operamos com elas numa situação determinada, e não quando simplesmente as relacionamos às imagens que fazemos delas (MIGUEL e VILELA, 2007, p. 110).

O ato de adquirir significado dentro de um contexto coloca em suspensão o questionamento sobre as prováveis intenções dos conceitos que se quer comunicar. Isso parece enquadrar-se no enredo do surgimento do Cálculo Diferencial e Integral, idealizados independentemente por Newton e Leibniz, cada um com seus objetivos, necessidades e motivações. Assim, fica a impressão de que essa nova ferramenta surgiu mais de uma necessidade do que de uma descoberta. Newton e Leibniz[8] olharam de maneira diferente para as questões que envolviam infinitésimos e a consequente formalização das denominadas taxas de variação das mais diversas grandezas. Essas diferenças são produto de diferentes jogos de linguagem, a que estavam submetidos os autores. Para Glock,

[8] É de bom tom que se registrem as contribuições de outros grandes matemáticos para o surgimento do Cálculo e da preocupação com o infinito. Devemos lembrar Eudoxo, Arquimedes, Fermat e Descartes, o que não esgota a lista.

o termo ‘jogo de linguagem’ surge quando a partir de 1932, Wittgenstein passa a estender a analogia do jogo à linguagem como um todo. O ponto de partida para ambas as analogias é que a linguagem é uma atividade guiada por regras (GLOCK, 1997, p. 225).

Essa nova concepção carrega uma proposital analogia com a atividade que denominamos jogos, em paralelo a um sistema regrado que possui uma determinada lógica, mas que é pertencente apenas a um determinado contexto; fora dele, tais regras não devem ser usadas. Wittgenstein propõe que não pensemos em um significado imutável e exato, uma simples definição que estabeleça laços bijetivos com a realidade, mas que, em vez disso, tentemos dar vida a um modo múltiplo de pensar. O significado deve estar ligado à função das coisas em determinados contextos. Trazemos um exemplo para evitar tal confusão:

Se estivermos interessados em investigar o significado do objeto representado pela palavra "lápis", podemos imediatamente estabelecer uma relação de dependência do jogo de linguagem ao qual o objeto está relacionado. Veja bem, se utilizamos, dentro da escola, esse objeto para a atividade de escrever, seu uso está bem caracterizado. Se, por outro lado, em uma tribo indígena que não possua o conhecimento da escrita, o objeto "lápis" for usado para prender o cabelo de alguém, atribui-se ao objeto um significado diferente. Ainda assim, é um mesmo objeto desempenhando diferentes funções, dados diferentes contextos.

Tabela 3. Jogos de Linguagem

Os jogos de linguagem podem ser interpretados como um sistema regrado. No entanto, esse não é um conceito universalista, pois tais regras são válidas para um determinado contexto em que os jogadores são todos conhecedores das regras, ao que se acrescenta que, para saber jogar, não basta conhecer as regras, mas é fundamental valer-se da experiência: é preciso jogar.

É nesse sentido que entendemos que a noção de infinito pode adquirir muitos significados, mesmo dentro da própria matemática; ou não seriam diferentes os infinitos que expressam o conjunto dos números pares e o conjunto dos números irracionais?

Dividem o mesmo significado os infinitos que caminham em direção ao “infinitamente grande” e ao “infinitamente pequeno”? Ou, de outra forma, seriam contraditórios, da mesma forma que se pode encarar a dualidade finito x infinito? Mediante a história dos povos, alguns conceitos, como eternidade, ilimitado, incomensurável e infinitesimal, sustentam as constituições possíveis de significado do infinito, promovido por motivações específicas, as quais provêm da ordem do pensamento e do metafísico e se ocupam de um olhar qualitativo que produz e é produzido por um determinado sujeito; ou então tomam o caminho da razão e da ciência, criando nichos propícios para a discussão de conceitos, como números, limites, grandezas, etc. Mesmo durante uma aula, para que os alunos possam identificar como uma repreensão o ato de o professor bater a mão na mesa (em protesto à conversa dos alunos), é necessário que os participantes desse “jogo de linguagem” saibam o modo como esse sinal pode ser usado, ou, de outra forma, “para que um signo como ‘dor’ seja o nome de uma sensação, é preciso que se determine como ele deve ser utilizado” (BELLO, 2010, p. 555). Diante desse novo conceito[9], Wittgenstein destitui o pensamento agostiniano acerca da linguagem, argumentando que a linguagem não é feita apenas para nomear:

> Santo Agostinho, descreve, podemos dizer, um sistema de comunicação; só que esse sistema não é tudo aquilo que chamamos de linguagem. E isso deve ser dito em muitos casos em que se levanta a questão: ‘Essa apresentação é útil ou não?’. A resposta é, então: ‘Sim, é útil; mas apenas para esse domínio estritamente delimitado, não para o todo que você pretendia apresentar’ (INVESTIGAÇÕES FILOSÓFICAS, 1999. §3).

Nesse contexto, lembramos a tentativa de Wittgenstein, ao tentar estabelecer uma comparação com os processos que chamamos “jogos[10]”. Ele traça características que

---

[9] Essa forma proposta de pensar – mediante o conceito de jogos de linguagem – atribui inúmeras possibilidades (de uso) para a linguagem. No entanto, essa diversidade, por si só, dificulta uma tentativa de definir o termo *jogos de linguagem*. Tais dificuldades, por vezes, ficam claras quando estabelecemos como parâmetro o pensamento científico-ocidental-estruturalista-universalista, procurando características gerais, atribuídas em um formato taxonômico. Ou, resumidamente, “contrapõe-se, assim, aos metadiscursos que pretendiam interpretar a realidade a partir de um único jogo de linguagem” (EIDELWEIN, 2012, p. 28).

[10] Esse pensamento é exposto no parágrafo 66 de *Investigações Filosóficas*.

muitos deles partilham, mas logo desconstrói suas aproximações sígnicas, mostrando que não há propriedades que podem ser atribuídas a todos os jogos. Há, somente, a sugestão de que existem algumas similaridades, parentescos (como os integrantes de família, em sua aparência física assemelhada) que aproximam todos esses processos que recebem o mesmo nome, mas não apresentam o mesmo significado.

Pois bem, são essas semelhanças – que estão em constante movimento – que designam as aproximações entre os usos de palavras ou conceitos. Não há algo que seja comum a todos os jogos; eles possuem, como afirma Wittgenstein, apenas "semelhanças de família", termo que abarca todas as similaridades não imitativas no uso de uma palavra ou conceito nos mais diferentes e variados contextos. Moreno dá um passo adiante e argumenta que

> A propriedade que nos permite empregar a palavra 'jogo', e compreender o seu significado em situações de comunicação não é uma propriedade transitiva, ou seja, que percorre todos os elementos aos quais a aplicamos; é uma propriedade de 'semelhança de família', como aqueles traços fisionômicos que nos permitem identificar pessoas como pertencentes a uma mesma família: tais pessoas são semelhantes, sem serem idênticas (MORENO, 1986, p. 72).

O pensamento não deve ser estabelecido de forma "essencialista", pois tais conceitos – jogos de linguagem e semelhanças de família – possuem natureza imprecisa e vaga; o contexto é que determina seu significado. Possivelmente, essa forma de pensar causa um pouco de desconforto, uma vez que não delimita claramente as possibilidades de produção de conceitos e significados – comuns ao pensamento estruturalista –, ganhando contornos mais visíveis quando existir uma aproximação quanto ao uso que fazemos deles.

No estudo do Cálculo, a necessidade de reflexão sobre o que pode ser entendido como infinito surge da necessidade inicial de aproximações de uma função a um determinado valor. Para isso, utiliza-se a teoria dos limites, fazendo-se uso do pensamento "tão perto quanto se queira" para ajudar na compreensão – informal – de que uma função $f(x)$ definida para valores de x próximos a um ponto a se aproxima de um ponto L quando x se aproxima cada vez mais de a. Usualmente, escrevemos que $\lim_{x \to a} f(x) = L$. Em uma tentativa de estabelecer um ponto de partida no que se refere aos processos de cálculo de limites, sugerimos o uso de artifícios que explorem o raciocínio intuitivo, como as aproximações locais:

Consideremos uma função qualquer, como $f(x) = x^2 + 2x,$ e perguntamo-nos o que acontece com essa função nas vizinhanças de um ponto de abscissa qualquer, por exemplo, x = 2. Ora, desde que 2 seja um ponto do domínio de $f(x)$ e exista $f(2)$ quando *x* se aproxima de 2, estamos tentando calcular o $\lim\limits_{x \to a} \left(x^2 + 2x\right)$.

x tende a 1 pela esquerda			x tende a 1 pela direita	
x	$x^2 + 2x$		x	$x^2 + 2x$
0,900000000000000	2,610000000000000		1,100000000000000	3,410000000000000
0,990000000000000	2,960100000000000		1,010000000000000	3,040100000000000
0,999000000000000	2,996001000000000		1,001000000000000	3,004001000000000
0,999900000000000	2,999600010000000		1,000100000000000	3,000400010000000
0,999990000000000	2,999960000100000		1,000010000000000	3,000040000100000
0,999999000000000	2,999996000001000		1,000001000000000	3,000004000001000
0,999999900000000	2,999999600000010		1,000000100000000	3,000000400000010
0,999999990000000	2,999999960000000		1,000000010000000	3,000000040000000
0,999999999000000	2,999999996000000		1,000000001000000	3,000000004000000
0,999999999900000	2,999999999600000		1,000000000100000	3,000000000400000

A Tabela 4 pode ser bastante esclarecedora quando utilizada dentro de um contexto apropriado. Entretanto, em áreas específicas da ciência, como alguns casos da física, ela pode não ser suficiente. Considere o caso em que a órbita de um corpo celeste é expressa por uma lei matemática em função do tempo e se deseja saber de que posição esse corpo se aproxima quando o intervalo de tempo tende a um determinado valor. Provavelmente, o número de aproximações a serem feitas, implicando um crescente número de casas decimais, extrapolará as condições adotadas pelo uso de tabelas.

Tomando nosso exemplo, notamos que, à medida que aumenta o número de zeros entre o dígito 1 da parte inteira e o dígito 1 da parte decimal, também o fazem seus respectivos valores na imagem de $f(x)$, entre os dígitos 3 e 4; ao que surge o questionamento sobre até que ponto essas aproximações serão suficientes. Ou seja, em quais contextos seria correto dizermos que $f(x) = x^2 + 2x$ se aproxima do valor 3, quando x se aproxima de 1? Afinal, ao considerarmos, por exemplo, distâncias astronômicas, pode fazer muita diferença concluirmos que $f(x)$ tende a 3 ou a 3,00000004.

Tabela 4. Aproximações locais.

Esse recurso intuitivo é mostrado nos livros de Cálculo e explorado por muitos professores, haja vista sua grande utilidade, principalmente quanto ao poder de convencimento que apresenta. Os cursos introdutórios de Cálculo, quando falam sobre limites, não têm por costume ou mesmo objetivo apresentar uma teoria rigorosamente formal sobre o tema, justificando-se, desse modo, esse tipo de abordagem. No entanto, não poderíamos deixar de perceber que a Tabela 4 nada prova sobre limites. Bastaria que alguém levantasse a hipótese de que uma aproximação com 10 casas decimais seria muito pequena para percebermos, de fato, para que valor caminha a função, e imediatamente outra pergunta poderia ser feita: afinal, até onde precisamos realizar uma aproximação (quantas casas decimais deve ter a abscissa de um ponto) para certificarmo-nos do valor assumido por uma função?

Ainda, é importante estarmos atentos ao fato de que é necessário que as aproximações sejam feitas por valores inferiores e também superiores a um determinado ponto. A Tabela 4 faz uso de uma linguagem geométrica bem conhecida e utilizada na literatura, referindo-se aos lados esquerdo e direito de um ponto para indicar uma aproximação por valores menores e maiores, respectivamente.

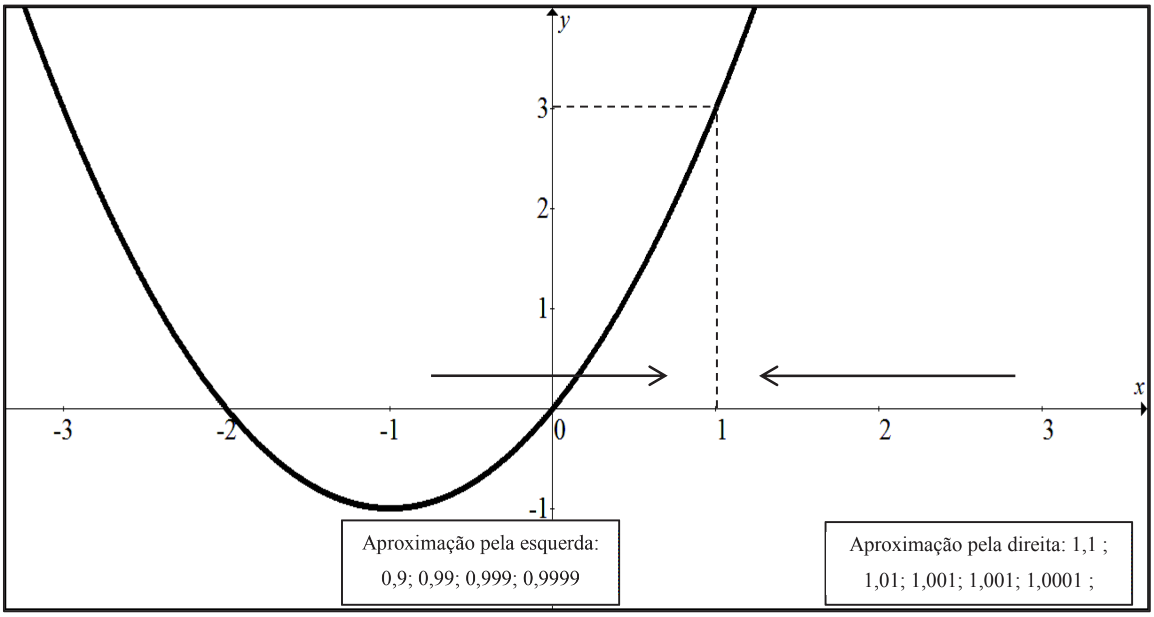

Tabela 5. Aproximações locais

Fonte: própria dos autores.

Percebemos, finalmente, que as regras existem, mas nem sempre são explícitas. “Compreender uma regra é saber como aplicá-la, saber o que pode ser considerado, como agir em conformidade com ela ou transgredi-la” (GLOCK, 1998, p. 315). Wittgenstein atribui às regras um poder normativo – com função semelhante à de uma cartilha – para autorizar e proibir, legitimando todas as possibilidades. Ora, se as regras possuem função normatizadora, não faz sentido estabelecermos qualquer discussão sobre os possíveis conflitos, por exemplo, entre a matemática escolar e a matemática utilizada no cotidiano, já que cada contexto admite significados próprios – dependentes das possibilidades autorizadas. Para Bello,

> as regras matemáticas existentes e constituintes de uma prática social qualquer (considerando, nesse âmbito, inclusive a prática científica de produção do conhecimento matemático) não são plausíveis de transposição para outras, mesmo aquelas que consideramos pautadas por jogos linguísticos semelhantes (BELLO, 2010, p. 559).

Para o segundo Wittgenstein, o caminho a ser trilhado admite outras possibilidades, em que o sujeito não é o centro absoluto do conhecimento e da verdade; nem mesmo a verdade é única e, às vezes, nem mesmo é verdade. Isso pode ser visto como uma característica do movimento pós-estruturalista, que rejeita o essencialismo, o tecnicismo e o universalismo. Há uma tentativa dessa corrente filosófica de repensar a realidade, rejeitando a linguagem como modo de representação dotada de abstração; a linguagem não teria apenas um papel denotativo (de etiquetagem de conceitos), auxiliando no processo de tradução da realidade. Dessa forma, a linguagem assume papel constituidor de práticas, de sujeitos, de realidades, de saberes e de conhecimentos. Assumem-se aqui os pressupostos do movimento denominado virada linguística[11]; conforme Bello (2010), a realidade é linguisticamente construída e o significado dos objetos não estaria neles em si, mas na construção linguística que os define.

Analisando o universo representado pela escola, diante de toda a sua pluralidade e complexidade, admitimos a necessidade de preencher esse espaço com elementos de origem social que dialoguem com outras possibilidades. Nesses termos, buscamos uma aproximação com Foucault:

> Os saberes, compreendidos como materialidade, práticas e acontecimentos, são dispositivos políticos articulados com as diferentes formações sociais, inscrevendo-se, portanto, numa política geral de verdade. Daí podermos dizer que todo saber é político e, se quisermos compreender em que consiste o conhecimento, devemos estudar as relações de luta e poder; isto é, na maneira como os homens se odeiam, lutam, procuram dominar uns aos outros, querem exercer uns sobre outros relações de poder (FOUCAULT, 2008a, p. 23, APUD BELLO, 2010, p. 566).

Parece que aqui há uma sugestão de Foucault: as práticas sociais – referendadas por discursos – são constituidoras, produtoras de comportamentos. Elas fabricam e instituem verdades e conhecimentos; conferem poder de lei e regulam a maneira como devemos agir, pensar e julgar. Tentando fazer uma aproximação dos pensamentos de Wittgenstein e Foucault, lembramos que, para o primeiro, a linguagem não deve ser um objeto de representação, mas sim, ser dotada de caráter constituidor; similarmente, para o segundo, o

[11] Movimento filosófico que atribui à linguagem o papel de predominância na construção da realidade, ou, como diz Toledo (2008), tornando-se o meio para resolver ou dissolver os problemas da própria tradição filosófica.

> discurso é entendido como uma prática discursiva, um conjunto de regras anônimas que definem em uma época dada, e para uma área social (...) as condições da função enunciativa (FOUCAULT, 2012, p. 133, APUD EIDELWEIN, p. 31).

Em especial, no que nos cabe analisar, as práticas pedagógicas são ferramentas de produção e legitimação de realidades. Certamente, isso permeia o funcionamento do espaço escolar, delimitando, regrando e (des)autorizando aquilo que o professor pode/deve realizar em sua docência. Bello (2010, p. 560) ressalta a importância de notarmos algumas particularidades dos escritos de Foucault, quais sejam: "o estudo do que as regras, ao mesmo tempo, autorizam e proíbem, isto é, as relações de poder que entre elas se estabelecem". Desse modo, concordamos com Pinho quando diz que

> toda prática escolar é social, e que esta pode ser vista como uma prática discursiva localizada não em indivíduos, e sim, em instituições, linguagens, estruturas arquitetônicas, isto é, dispositivos (...) (PINHO, 2003, p. 64).

Dessa forma, parece sugestivo que pensemos naquilo que pode surgir do uso dessas práticas; ou seja, a produção do poder-saber como produção de verdade. Isso parece estar de acordo com os pressupostos do pós-estruturalismo, em que os conhecimentos e as verdades são meras invenções, assim como as descobertas e resultados são filhos da necessidade, e não do amadurecimento epistemológico. Tudo isso pode suscitar a dúvida sobre a existência de um sujeito dotado de episteme, encarregado de parir o "conhecimento" construído pelo exercício de superação de fases cognitivas.

> O conhecimento é, pois, uma invenção, uma produção, como também o são a poesia, a religião, o ideal. O conhecimento não tem origem e, sim, uma emergência. Não haveria, na natureza humana, no comportamento humano, no apetite humano, algo como o germe do conhecimento. É a vontade de poder o curioso mecanismo pelo qual os instintos inventam, produzem, fabricam, pelo seu simples jogo, alguma coisa que nada tem a ver com eles (BELLO, 2010, p. 569).

De posse das noções teóricas expostas até aqui, propomos uma análise da concepção de infinito dentro da Educação Matemática, questionando-nos sobre a possibilidade de o conceito de infinito admitir mais de um significado por meio de sua constituição pela

Linguagem. Far-se-á uso dos conceitos wittgensteinianos de jogo de linguagem e semelhanças de família. Para isso, continuaremos utilizando como ferramenta alguns quadros na forma de tabelas, já usadas anteriormente. Essa prática, propositalmente, coloca alguns exemplos em suspensão, auxiliando-nos em nossas análises.

O INFINITO

O infinito é tema recorrente em muitas das áreas do pensamento humano. Na matemática, ele presta auxílio a conceitos, como medida, número, limites e grandezas incomensuráveis. Para a teoria dos conjuntos, em específico, Lima (2009) diz que um conjunto X é infinito quando:

1) não é vazio; e
2) para todo $n \in \mathbb{N}$, não existe correspondência biunívoca entre I_n [12] e X.

Fora da matemática, o infinito aparece nas artes, na música, na poesia, nas ciências, e, como era de se esperar, seu significado não é o mesmo; ele depende do "jogo" e das regras que regem tal contexto. Além disso, termos como *uma infinidade* e *infinitamente* são utilizados em nosso cotidiano a todo o momento, indicando sua presença em nossas práticas sociais. Para algumas tribos, o infinito pode ser algo maior do que dez; para uma criança, "podem faltar infinitos dias para o natal"; para o cristão devoto, "a bondade de Deus é infinita". Neste ponto, vale uma reflexão:

No lado de fora da sala de aula, existe algum sentido em falarmos sobre correspondência biunívoca entre I_n e X ? De que valeria a associação desses termos matemáticos com a nossa prática cotidiana, ou mesmo a prática em outros campos do conhecimento? Não estaria o termo *infinito* sendo empregado com diferentes propósitos? Faz sentido procurarmos significado para um termo matemático além de seus limites?

Tabela 6. O infinito

[12] Lima (2009) sugere a notação I_n para o conjunto dos números naturais de 1 até n.

Pedimos a ajuda de Bello para perceber que

> As regras matemáticas existentes e constituintes de uma prática social qualquer (considerando, nesse âmbito, inclusive a prática científica de produção do conhecimento matemático) não são plausíveis de transposição para outras, mesmo aquelas que consideremos pautadas por jogos linguísticos semelhantes (BELLO, 2010, p.559).

O trânsito entre diferentes contextos não é possível – e não deveria ser tentado –, pois são eles pertencentes a espaços diferentes, sujeitos a regras, motivações e intenções próprias de um determinado jogo linguístico. Mesmo dentro da própria matemática, percebemos a linguagem atribuindo significações diferentes a termos gramaticalmente iguais, como no caso do estudo da potenciação, em que o expoente 2 indica que a base deve ser multiplicada por ela mesma (duas vezes), diferindo totalmente do significado geométrico da figura[13] de mesmo nome: quadrado.

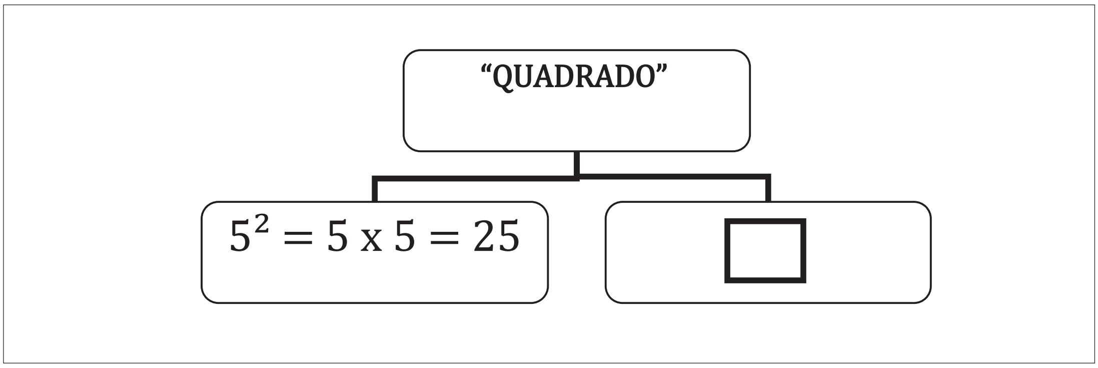

Tabela7. Jogo linguístico: quadrado.

Outro caso é o símbolo "x", rotineiramente usado na multiplicação de números inteiros, que possui uma interpretação diferente quando do uso entre vetores. A álgebra vetorial enxerga essa forma de multiplicação como a área do paralelogramo formado pelos vetores que participam da operação. Neste outro jogo linguístico, até mesmo propriedades tidas como elementares em um contexto podem parecer estranhas. É o caso da comutatividade dos números inteiros, o que não se verifica no produto vetorial.

[13] O uso do termo *quadrado* para designar a potência 2 deve-se à maneira como era geometrizada a matemática grega.

Se a e b são inteiros não nulos, então a x b = b x a representa um número inteiro e a propriedade da comutatividade é satisfeita.	Se a e b são vetores não nulos, então a x b = - b x a representa a área do paralelogramo formado pelos vetores. Nesse caso, a propriedade da comutatividade não é satisfeita.

Tabela 8. Significado do símbolo “x”.

Cabe aqui um lembrete no sentido de estarmos atentos à maneira com que realizamos a contextualização de determinados conteúdos, principalmente quando se deseja que ela atue como elemento tradutor entre a matemática e o cotidiano – contrariando o pensamento wittgensteiniano; afinal, é comum encontrarmos exercícios que apresentam uma situação relacionada com a vida diária do aluno e, ao final, solicitam uma resposta baseada apenas na lógica da matemática escolar. Deve-se proporcionar ao aluno um exercício de reconhecimento – objetivando um uso – da linguagem matemática, bem como, em uma etapa imediatamente seguinte, produzir resultados constituídos a partir da manipulação dessas ferramentas. Como exemplo, trazemos uma adaptação de um conhecido problema.

Exemplo 1. Adaptação do *Hotel de Hilbert*.

Imagine um hotel com uma infinidade de quartos dispostos horizontalmente, um ao lado do outro, e numerados de acordo com os elementos de $\mathbb{N}$. Em um feriado qualquer, o hotel encontra-se lotado. Ao chegar um viajante, o que poderia fazer o gerente para acomodá-lo? Com a ajuda de outro hóspede, que era matemático, os hóspedes foram solicitados a mudar de quarto, cada um passando a ocupar o próximo quarto (todos eles numerados pela sequência dos números naturais). Assim, o hóspede do primeiro quarto foi para o segundo; o do segundo foi para o terceiro, e assim por diante. Como havia infinitos quartos, o primeiro quarto ficou vago, o que possibilitou hospedar o viajante. Mais tarde, chega ao hotel um ônibus de excursão com infinitos passageiros. Diante da condição de ocupação do hotel, o motorista do ônibus insiste e faz a seguinte proposta ao gerente:

“Todos os passageiros comprometem-se a deixar uma gorjeta aos funcionários. O primeiro passageiro deixará a quantia de R$ 1,00; o segundo deixará a metade do primeiro; assim, cada passageiro deixará a metade do que foi dado anteriormente”. O gerente, pensando na possibilidade de infinitos passageiros transformarem-se em infinitos hóspedes, prevê uma receita vultosa e aceita a proposta. Após alguns instantes pensando, o gerente utiliza os interfones e propõe que o hóspede do quarto número 1 se mude para o 2, o do número 2 para o 4, o do 3 para o 6, e assim por diante, até o hóspede de número n mudar-se para o quarto 2n. Isso possibilita hospedar os passageiros do ônibus nos quartos de número ímpar, pois os pares ficaram vagos. Além disso, qual o valor arrecadado em gorjetas pelos funcionários do hotel?

Tabela 9. Adaptação do Hotel de Hilbert.

Comentário: neste ponto, entendemos que o aluno precisa identificar no texto os elementos que possam contribuir para sua resolução, além de perceber quais ferramentas da linguagem matemática seriam adequadas e úteis na busca da solução do problema. Desse modo, os alunos são inclinados a exercitar a interpretação, já que o contexto do problema necessita da utilização de regras de um conteúdo que pertence à linguagem matemática. Essa poderia ser uma boa oportunidade para identificar o *Princípio da boa ordenação*[14] e refletir sobre o conceito de *enumerabilidade*[15], pois a solução proposta leva em conta a correspondência de cada elemento de $\mathbb{N}$ com um elemento do conjunto dos números ímpares (I) ou, alternativamente, $f: \mathbb{N} \rightarrow I, \quad n \mapsto f(n) = 2n - 1$. Assim, estamos concluindo que a propriedade de que o todo é sempre maior do que qualquer das partes não é válida nesse jogo linguístico. Logo adiante, com o intuito de investigarmos a soma obtida

[14] Todo subconjunto não-vazio de $\mathbb{N}$ possui um menor elemento.

[15] Para Lima (2009), um conjunto X diz-se enumerável quando é finito ou quando existe uma bijeção $f: \mathbb{N} \rightarrow X$. Um exemplo conhecido é a bijeção entre os números naturais e suas respectivas potências de ordem 2.

em gorjetas, podemos socorrer-nos nos conteúdos de progressões, usando a fórmula que calcula a soma dos n termos de uma progressão geométrica $S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$, (1)

onde a_1 representa o primeiro termo da sequência e q a razão entre dois termos consecutivos. Em particular, quando a razão q (não-nula) $\in (-1,1)$, temos a oportunidade de realizar o exercício intuitivo (sem o uso de limites) de desprezar[16] a parcela q^n, que tende a zero, já que o infinitamente pequeno é insuficiente para impedir a convergência da série para 2. Desse modo, podemos substituir (1) por $S_n = \dfrac{a_1}{1-q}$. No nosso exemplo, $S_n = \dfrac{1}{1-(1/2)} = 2$, ou seja, o valor arrecadado em gorjetas será de apenas R$ 2,00!

No tratamento dos conjuntos infinitos, chama atenção a importância de $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$, pois o pensamento de "se adicionar sempre mais um", formalizado pelos axiomas de Peano, em geral, é bem aceito. No entanto, seria mesmo claro que a sequência dos naturais "0,1,2,3,..." não possui um final? Alguém, de fato, já contou? Ou, digamos, até o presente momento, alguém que tenha sido incumbido dessa tarefa ainda não a terminou? Não estamos interessados, na verdade, em saber se alguém consegue chegar até o final da contagem "0,1,2,3,...", mas em definirmos se há uma regra na linguagem matemática. Logicamente, a questão é atemporal; caso contrário, muitas gerações já teriam se esgotado no experimento de tentar contar essa série. Estamos, sim, buscando regras, e não fazendo uso de um procedimento empírico, já que nossos questionamentos se ocupam de saber, por exemplo, se são os processos e as regras que determinam a existência de um número imediatamente após outro dado, e não o ato de realizar o cálculo número após número. Nesse sentido, Child (2013) conta que a habilidade de aprender a seguir regras ocupa uma parte central nas discussões propostas por Wittgenstein; pensemos no caso em que se supõe que, ao ensinar alguém a contar a série "0, 1, 2, 3, 4,...", e depois de algumas

[16] Registramos que o fato de desprezar uma quantidade infinitamente pequena é da ordem de desejo da ciência matemática.

verificações usuais, chega-se à conclusão de que a série foi compreendida. Entretanto, seguindo a abordagem de Wittgenstein[17] (1999), ao pedirmos que a série seja desenvolvida para além de 1000, obtivéssemos como resposta a sequência "... 998,999,1000,1002,1004", e ao dizermos que a série estava errada, poderíamos ouvir o seguinte: "Eu achei que deveria adicionar 1 até 1000, 2 até 2000, 3 até 3000, e assim por adiante". Esse tipo de comentário, lembra Child (2013) desperta a questão de existirem perguntas constitutivas sobre regras e padrões de correção, dando espaço ao surgimento de dúvidas de "como saber que, ao elaborar a série mais um (+1), devo escrever '1001,1002', e não '1002,1004'?". Wittgenstein parece ser simpático à visão de que é o treinamento usual com determinado conceito que conta como o "correto"; algo como um processo normatizado, que estabelece de antemão que, por exemplo, "2 e 2 dá 4", diferentemente da realização do cálculo, que coloca em aberto a obtenção da resposta. Para Porto,

> ou bem fixamos o que seria uma regra, determinando diretamente o que deveria ser obtido, independentemente de qualquer executor, ou bem tomamos o comportamento de um agente como modelo. Nesse segundo caso, seguir tal regra seria apenas "agir como aquelas pessoas costumam agir" (PORTO, 2003, p. 145).

Outros exemplos decorrem das dízimas periódicas, como o caso da divisão 1 : 3, formada por um período composto somente de algarismos "3", repetidamente, ao infinito. Aqui, Porto (2003) levanta a questão de como sabemos que chegamos ao fim no processo de cálculo; ou então, como podemos ter certeza de que nenhum outro algarismo diferente de 3 poderia compor o período? Prossegue Porto (2003), examinando a divisão 1499 : 4500 = 0,333111..., a qual poderia provocar o questionamento de que (e por que não?) a divisão 1 : 3 resultaria em um número com um período estratosfericamente grande de algarismos "3" e que, após, poderia surgir outro algarismo em seu período, como no caso de 1499 : 4500.

Alguns conceitos, dentro da matemática escolar, possivelmente assentam-se sobre a autoridade do professor. Dessa maneira, muito do que os alunos acreditam que aprenderam pode advir da confiança que têm em seu professor, ou mesmo da autoridade intelectual que

---

[17] Esse comentário é relativo ao aforismo 185 de *Investigações Filosóficas*.

lhe é atribuída. Estabelece-se uma corrente em que se misturam saber e poder. Para nós, mais do que conviverem juntos, esses são conceitos que exprimem atração; sobretudo, quando atribuímos ao saber um caráter sedentário e de apropriação, enquanto ao poder uma característica nômade, em constante movimento, absorto em relações horizontais, ora de dominação, ora de subordinação.

> Na perspectiva foucaultiana, o poder vai se definindo à medida que saberes se posicionam com o estatuto de verdade, logo as regras constituídas das práticas sociais ou dos jogos de linguagem wittgensteinianos adquirem estatuto de verdade para Foucault, daí o caráter governamental do discurso, produtor de condutas (SILVA 2003, p. 41, APUD EIDELWEIN 2012, p. 33).

Não é necessário, portanto, que se excluam as relações de poder para que – talvez estando todos em um mesmo "patamar" – se estabeleça um terreno apropriado ao surgimento do "saber". São estes movimentos – a linguagem, os discursos, os entrelaçamentos entre poder e saber – que servirão de elementos constituintes representativos da realidade, produzindo, além de saberes, um determinado tipo de sujeito. Esse sujeito, como quer o pós-estruturalismo, não é mais o centro de um processo de busca e aquisição do conhecimento, que se supõe estar pronto e acabado, apenas esperando para ser descoberto, o que oportuniza a Miguel e Vilela (2008, p. 105) tecerem críticas à escola construtivista: "em síntese, para as perspectivas construtivistas piagetianas, a história da cultura matemática é vista como uma história universal, etapista, progressiva e cognitivista dos objetos matemáticos", o que dificulta qualquer tipo de inserção social. Esse tipo de sujeito é denominado por Becker (1999, p.76) de "sujeito do conhecimento – aquele dotado de uma capacidade psicológica de conhecer, de fazer inferência, de passar de um conhecimento qualquer a outro, do simples para o complexo, da ação prática à razão". Desse modo, continuam Miguel e Vilela, é necessário refletir sobre a importância dada à cognição quando valores e práticas estão presentes nos espaços escolares, pois se incorre no erro de afastar as práticas sociais e culturais dos indivíduos. Para Pinho,

> A legitimação universal de uma ciência matemática e a contraposição da escola ao cotidiano contribuíram muito para a compreensão da matemática como única e totalizante e, de modo mais amplo, para a distinção entre práticas escolares e práticas sociais (PINHO, 2003, p. 47) .

De posse das reflexões teóricas propostas por Miguel e Vilela (2008), entendemos que as práticas escolares devem desvencilhar-se das referências cognitivistas, ao que sugerem trocar o termo *ensino* por *práticas escolares* e *aprendizagem* por *mobilização de culturas matemáticas*.

Até o período do Renascimento, a matemática era um campo do conhecimento muito ligado às questões práticas das necessidades humanas, como os cálculos de impostos, áreas e volumes. Porém, a partir do século XV, a matemática começa a ganhar caráter axiomático, formalizador, científico e legitimador de verdades. As teorias de Ptolomeu caem diante do heliocentrismo de Copérnico e do empirismo de Galileu, que é matematizado por Newton. Essa matematização é, de fato, a materialização da autoridade atribuída à matemática, que agora desfruta de papel parametrizador, ao mesmo tempo em que ganha a liberdade para também investigar as questões do lado de fora do cotidiano. O contexto da época – os jogos de linguagem a que estavam sujeitos os pensadores – foi fundamental para a formação e proposição de novas questões na ciência, como refere Caraça (2002, p. 281) quando diz que o "alargamento do mundo, resultante da expansão ultramarina e dos novos conhecimentos astronômicos são produtos de uma corrente infinitista".

Newton, com relação a seus estudos no campo das ciências naturais, era motivado pelas questões da física, como mecânica, óptica e gravitação. Para ele, o Cálculo servia de ferramenta extremamente prática – uma forma que o levaria a resultados e conclusões – em que as quantidades variáveis eram dependentes do tempo, e figuras, argumentos e associações, em meio a um jogo de linguagem predominantemente geométrico, eram suficientes para sustentar seus resultados. Conta Eves (2008, p. 439) que, para o inglês, "a abscissa e a ordenada de um ponto gerador passam a ser, em geral, quantidades variáveis. A uma quantidade variável, ele dava o nome de *fluente* e à sua taxa de variação dava o nome de fluxo do fluente". A notação utilizada por Newton para o fluxo do fluente – ou taxa de geração do movimento – de uma grandeza y era $\dot{y}$, a qual é modernamente denotada por dy/dt, onde o uso de *"t"* indicando que o tempo é explicado em parte por seu pensamento cinemático, dotado da motivação de calcular a velocidade de um corpo em um intervalo de tempo tão pequeno quanto se queira, manifestando-se a importância do infinitamente pequeno, pois a questão central passava a ser até que ponto se poderiam dividir distâncias tão pequenas e intervalos de tempo tão próximos. Eves (2008) salienta que Newton introduziu um novo conceito: $\dot{x}o$, ao qual chamou de *momento* de um fluente x, onde o representa um intervalo de tempo infinitamente pequeno. Para Calanzias (2008), Newton atribuiu a esse novo conceito a ideia de uma primeira magnitude geométrica constituída de movimento e desconsiderou a necessidade de apresentar uma justificativa para a natureza do infinitamente pequeno, pois estava realmente interessado nas relações entre os fluentes e seus fluxos[19]. De fato, a consideração do momento permitia (intuitivamente) adicionar elementos infinitamente pequenos a seus fluentes; consequentemente, quanto maiores seus expoentes, menores seriam seus valores, autorizando o descarte desses termos.

Desse modo, Newton propôs a igualdade $y = y + \dot{y}o$ e, por exemplo, uma função como $y = x^2 + 2x$ poderia ser reescrita da seguinte forma:

$$(y + \dot{y}o) = (x + \dot{x}o)^2 + 2(x + \dot{x}o),$$
$$(y + \dot{y}o) = (x^2 + 2x\dot{x}o + (\dot{x}o)^2) + 2(x + \dot{x}o),$$
$$\cancel{x^2} + \cancel{2x} + \dot{y}o = \cancel{x^2} + 2x\dot{x}o + (\dot{x}o)^2 + \cancel{2x} + 2\dot{x}o,$$
$$\dot{y} = 2x\dot{x} + 2\dot{x}\ ,$$

Tabela 9. A visão de Newton sobre a diferenciação.

que estabelece uma relação entre fluente e seu fluxo, determinando o processo chamado atualmente de diferenciação.

Notamos que há a necessidade nesse processo de se adicionar um elemento (infinitamente pequeno) a outro e a igualdade permanecer válida. De outra maneira, Newton escreveu algo semelhante a A + B = A, onde B representa uma grandeza infinitamente pequena, sem demonstrar preocupação em demonstrar a natureza dessa operação. Esse tipo de processo, envolvendo o raciocínio com o infinitamente pequeno, é explicado atualmente pela teoria dos limites.

---

[19] Esse processo é equivalente à diferenciação.

Conta Simons (1987) que, com outro olhar, Leibniz apostava no procedimento de tornar infinitamente pequenos os quocientes entre as ordenadas e as abscissas, para assim obter um significado para a inclinação de uma curva. Ele prossegue, sugerindo que a área abaixo de uma curva poderia ser calculada se interpretada como infinitas fatias retangulares de larguras infinitamente pequenas. Para Leibniz, um triângulo retângulo denominado infinitesimal ligava essas duas ideias, além de serem uma o inverso da outra.

Leibniz rumou para o lado do "infinitamente pequeno", estabelecendo o conceito de "diferencial", em que teve por mérito introduzir uma notação extremamente contundente e eficaz. Em suas ideias, o tratamento dado ao processo de infinito alcança (principalmente quando faz uso de um pensamento em termos de diferenciais) um caráter metafísico[22], como explica Deleuze:

> (...) 'a diferença infinitamente pequena' indica que a diferença se desvanece ante a intuição; mas ela encontra seu conceito e é antes a própria intuição que desvanece diante da relação diferencial. Isto é mostrado que *dx* nada é em relação a *x*, nem *dy* em relação a *y*, mas que *dy/dx* é a relação qualitativa interna, expressando o universal de uma função separada de seus valores numéricos particulares (DELEUZE, 2006, p. 80).

As concepções leibnizianas a respeito dos "diferenciais"' no Cálculo completam-se com a utilização da teoria de limites, bem fundamentada pela matemática moderna. Nossa preocupação em refletir sobre aspectos que nos levem ao entendimento das questões do mundo do infinitamente pequeno reside no fato de que os cursos de Cálculo percorrem esses caminhos. Ainda, parece-nos mais claro que o conceito de infinito – entre os estudantes – é mais próximo das quantidades inimaginavelmente grandes, em contraposição ao muito pequeno. A matemática, como ciência legitimadora de verdades, com sua propensão à finitude, encontra-se em posição desconfortável com a necessidade de definir conceitos como o infinito, principalmente o infinitamente pequeno. Daí surge a alternativa de que conceitos como o infinito não alcançam significado por definições, mas pelo uso que fazemos dessas concepções em nossas práticas sociais e pedagógicas específicas. Isso converge para a sensação de que o infinitamente pequeno foi historicamente evitado e,

[22] Referimo-nos à metafísica aristotélica, explicada por Angioni em *Comentários ao Livro XII da Metafísica de Aristóteles.*

mesmo atualmente, é contornado com o intuito de desconsiderá-lo. Isso vem ao encontro do que lembra Amadei (2005, p.49) quando comenta algumas palavras de Hilbert, "a análise clássica está parcialmente ligada à teoria dos conjuntos de Cantor, a qual consagra o uso matemático do infinitamente grande 'atual'".

Dentro da sala de aula, sugere-se que os professores, nesse caso, percebam que o infinito de que falam – dentro da escola, da sala de aula, da sua disciplina – é limitado, mesmo que por contornos não muito claros, e possui características e comportamentos que devem ser de antemão previamente informados/combinados, regrados. Para Miguel e Vilela,

> somos orientados por regras, fazemos diversos usos de uma mesma palavra, isto é, uma palavra pode ser usada com significados muito diferentes em situações diferentes. É dentro dos *jogos de linguagem* que as palavras adquirem significados, quando operamos com elas numa situação determinada, e não quando simplesmente as relacionamos às imagens que fazemos delas (MIGUEL E VILELA, 2008, p.93).

Em uma referência a Gottschalk, os autores continuam:

> a idéia não é procurar o significado em alguma realidade independente de uma palavra, mas no seu uso: "É só na aplicação das palavras que se mostra o uso que é feito do conceito e, por conseguinte, seu sentido (GOTTSCHALK, 2004, p. 315, APUD MIGUEL E VILELA).

Os contextos socioculturais são arenas produtoras de saberes, nas quais a constituição da linguagem matemática se estabelece por necessidades, usos e emergências. Há sempre motivações, objetivos e interesses diferentes quando as linguagens são estabelecidas, o que emerge quando se manifestam as diversas formas de visualizar um conceito matemático, como o infinito. Em termos específicos, a análise da infinitude do conjunto dos números reais deve receber um tratamento diferente daquele dado às investigações de medidas em fenômenos físicos. Mais do que isso, aquilo que se deseja representar pela palavra *infinito* pode assumir significado diferente em outro contexto, como afirmava Wittgenstein.

Conclusão

Neste texto, fizemos uso de uma pesquisa qualitativa, de posse de ferramentas particulares, com as quais encorpamos nossa suspeita sobre o problema de pesquisa, inclinando-nos a pensar que há mais de uma possibilidade para conceituar (de maneira transitiva e dinâmica) o termo *infinito*. De outra forma, acreditamos que seja possível trabalhar com o conceito de infinito utilizando a Linguagem como uma ferramenta constituidora das nossas práticas escolares, capaz de dar conta de propor significados para esse signo. As comparações entre o infinitamente grande e o infinitamente pequeno levam-nos a acreditar que aquele é um conceito mais bem aceito do que este último. Isso é sinalizado nas dificuldades encontradas – e muitas vezes evitadas – no trato com os infinitésimos e com o fato de se tentar dividir grandezas finitas um número infinito de vezes, amplificando as dificuldades em vários conteúdos escolares, como no caso das progressões.

Não gostaríamos de incorrer no erro de perguntarmo-nos, afinal, o que significa o infinito, mas estamos tentados a pensar em que "lugares" podemos utilizar esse termo; em que momentos somos autorizados a falar de infinito e o que queremos dizer com esse termo, já que, para que tenhamos um mínimo de entendimento em uma atividade linguística, devemos observar que regras são válidas – possíveis – ou mais apropriadas para a melhor utilização de um conceito.

O uso de um sistema de regras, por vezes, pode escapar por entre os dedos, já que pode ficar a impressão – equivocada - de que trata-se de uma espécie de algoritmo de obtenção de respostas. Wittgenstein afasta essa forma de pensar quando diz que "uma resposta a uma pergunta, dentro da filosofia, pode ser facilmente considerada inadequada; ao passo que devolver um questionamento por meio de outra pergunta não" (HANFLING, 1989, p. 142). O recado é claro: não há sentido em fazer determinadas perguntas quando elas propõem uma resposta única e definitiva.

Longe de encerrar a discussão, começamos a refletir sobre outros conceitos matemáticos e suas possibilidades de deslocar seus significados, sempre em função do contexto ao qual estão submetidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFIAS

AMADEI, Flávio Luiz. **O infinito: um obstáculo no estudo da matemática.** Dissertação (mestrado) – PUC/SP, São Paulo, 2005.

BELLO, Samuel Edmundo Lopez. **Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (matemática) contemporânea**. Revista ZETETIKÉ – FE – Unicamp – v. 18, Número Temático 2010.

CALAZANS, Alex. Newton e Berkeley: **As críticas aos fundamentos do Método das Fluxõesn'O Analista.** Dissertação (mestrado). UFPR, Curitiba, 2008.

CHILD, William. **Wittgenstein.** Porto Alegre: Penso, 2013.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e Repetição**. Rio de janeiro: Graal, 2006.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Campinas, S.P.:Unicamp, 2008.

EILDELWEIN, Mônica Pagel. **O JOGO DISCURSIVO DA INCLUSÃO: práticas avaliativas de in/exclusão na Matemática escolar.** Tese (doutorado). UFRGS, Porto Alegre, 2012.

FAUSTINO, Sílvia. **O Eu e Sua Gramática**. São Paulo: Ática, 1995.

GLOCK, H.J..**Dicionário de Wittgenstein.** Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

HANFLING, **Oswald. Wittgenstein's Later Philosophy.** New York: State University of New York Press, 1989.

LIMA, Elon Lages. **Análise real volume 1**. Rio de janeiro: IMPA, 2009.

MIGUEL, A. e VILELA, Denise. **Práticas escolares de mobilização de cultura matemática.** Caderno cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p.97-120,jan/abr 2008.

PINHO, Patrícia Moura. **NUMERAMENTALIZAÇÃO: Olhares sobre os usos dos números e dos seus registros em jogos de práticas escolares na Contemporaneidade.** Tese (doutorado). UFRGS, Porto Alegre, 2013.

PORTO, André. **As dízimas periódicas na filosofia da matemática de Wittgenstein**. Philósophos8 (2) : 127-157, jul./dez. 2003.

SIMMONS, George. **Cálculo com geometria analítica.** São Paulo, McGraw- Hill, 1987.

STRATHERN, Paul. **Wittgenstein em 90 minutos**. Rio de janeiro: Zahar, 1997.

VILELA, Denise. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: Ampliando concepções na Educação Matemática.** Tese (doutorado). Unicamp, SP, 2007.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas.** Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultura, 1999.