



## A CURVA TAUTÓCRONA COMO OBJETO DE VÍDEO-ANÁLISE NO TRACKER PELOS ESTUDANTES DA REDE PÚBLICA DO PARANÁ

Pedro Henrique Zanella<sup>1</sup>  
Luiz Eduardo Sivieri<sup>2</sup>

Luís Dário Sepulveda<sup>3</sup>  
Eduardo Higashi<sup>4</sup>

Eixo Temático: Educação e tecnologias

### Resumo expandido:

#### Introdução

Os primeiros matemáticos a estudarem a curva cicloide foram Nicholas Cusa, e o teólogo e matemático francês Charles Bouvelles. Contudo, o nome *cicloide* somente foi surgir com Galileu Galilei após um dia em que estava a observar pela janela de seu quarto o movimento da roda de uma carroça. Nessa roda da carroça, havia um pano sobre a borda que realizava o movimento circular juntamente com a roda produzindo, assim, uma curva cicloide. O conhecimento necessário para resolver o problema da relação do arco com a área, foi atingido somente na época de Leibniz e de Newton com o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral.

Marin Mersenne foi um teólogo e matemático francês que propôs um desafio a diversos outros matemáticos da época, como Descartes, Fermat e Gilles, insinuando que a curva poderia ser um teste para os diferentes métodos que lidam com infinitesimais. Após um certo tempo, esta mesma curva foi ainda bastante discutida entre vários matemáticos, e por haver tanta discórdia entre seus estudiosos, acabou por receber o apelido de “*Helena dos geômetras* ou a *maçã da discórdia*”.

Outro problema que repercutiu entre os matemáticos do século XVII, foi a *tautócrona*, cujo seu significado de origem grega representa “*no mesmo tempo*”. É possível imaginar a seguinte situação: *um objeto que possui um movimento sobre a curva cicloide no mesmo* <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Licenciatura em Física, pedrophz@hotmail.com\*

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Licenciatura em Física, lesivieri@gmail.com\*

<sup>3</sup> Universidade Federal do Paraná, Licenciatura em Física, luis.sepulveda@pucpr.br

<sup>4</sup> Universidade Federal do Paraná, Licenciatura em Física, eduhigashi@hotmail.com



*tempo e independentemente da posição inicial.* O primeiro a perceber essa relação foi Christian Huygens, que comprovou por meios geométricos que esta, também, era curva uma cicloide.

### **Objetivo**

Demonstrar o movimento de dois corpos em uma curva tautócrona utilizando o software Tracker para analisar seus comportamentos afim de descrever um movimento que independe da posição e tenha tempo iguais.

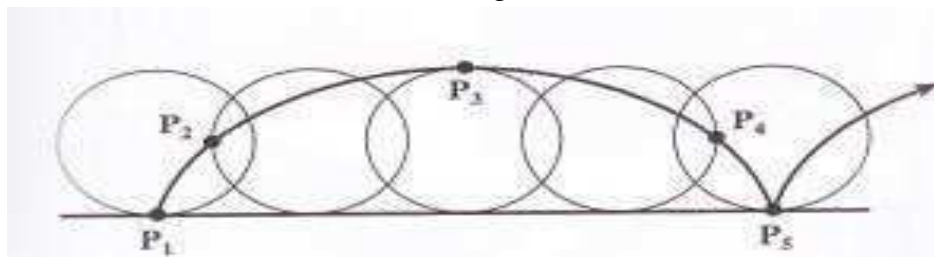
### **Referencial Teórico**

Recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes em sala de aula, e sua aplicação pode promover uma participação maior dos alunos, além de métodos diferenciados de ensino. Utilizando o Tracker (software de vídeo-análise para experimentos físicos) para a elaboração de uma atividade em equipes e com o uso de metodologias ativas como a *Peer Instruction* e *Aplicações de Tecnologias à Educação* é possível ter uma melhoria no ensino-aprendizagem, como será explicado no decorrer deste trabalho.

### **Metodologia**

#### **Contextualização**

Trazer a visualização de Galileu para a atualidade, mas a observação sendo feita com relação ao pneu de um automóvel sobre uma estrada retilínea, onde a estrada pode ser considerada o eixo  $x$  em um plano cartesiano. Analisa-se o movimento da roda ao longo do eixo  $x$ , atentando-se ao movimento dela como tangente ao mesmo eixo, como mostra a figura 01:



**Figura 01:** Análise de um ponto fixo em um círculo descrevendo um movimento circular no eixo horizontal originando uma cicloide;



Portanto, ao realizar a análise do ponto fixo de uma roda enquanto realiza um movimento circular no plano, é possível observar a curva cicloide ser originada, e, assim, pode-se representar todos os pontos desta curva com as seguintes equações paramétricas:

$$x = r (\theta - \text{sen}\theta)$$
$$y = r (1 - \text{cos}\theta)$$

### **Construção da Curva Tautócrona**

Buscou-se, primeiramente, verificar quais materiais seriam utilizados para a construção da curva tautócrona para reduzir dissipações de energia por atrito da partícula com a superfície. Escolheu-se, então, os seguintes materiais: chapa de madeira de 20 milímetros, cano de silicone de 1/1 polegadas e esferas de aço inox de 7 milímetros de diâmetro. A escolha do cano de silicone foi feita para evitar o contato direto da esfera com a madeira, o cano é facilmente colado em uma superfície áspera, adequando-se ao seu formato.

Para efetuar a linha de corte na chapa de madeira foi utilizado um pote circular de 10 centímetros de raio, fita crepe e uma caneta marcador de retroprojeter. Fixando a caneta na borda do pote com a fita crepe foi possível descrever o arco da cicloide, como mostrado na figura 01. Após efetuar o corte na madeira, com o uso de uma grossa<sup>3</sup> e lixas, foi feito o polimento da mesma para evitar desníveis na curva e assim poder fixar o cano de silicone a fim de evitar o contato direto da esfera com a madeira.

### **A Vídeo-Análise pelo Tracker**

A análise da queda, realizou-se de forma simultânea no Tracker, ao investigar a partícula que cai do ponto mais alto como sendo “A” (trajetória em vermelho) e a partícula que cai do ponto mediano como sendo “B” (trajetória em azul), como mostra a figura 02:

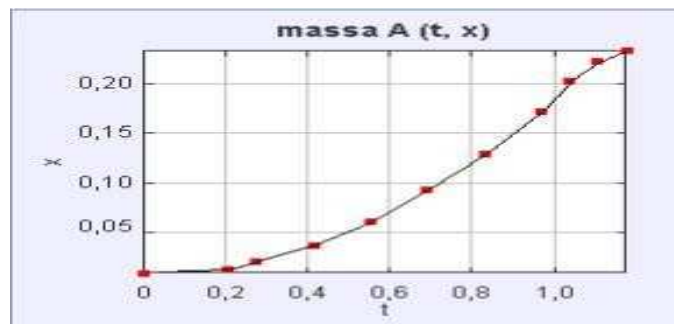


**Figura 02:** *Análise quadro a quadro da queda de duas partículas “A” (trajetória em vermelho) e “B” (trajetória em azul);*

A construção dos gráficos e tabelas é de forma independente, sendo gerado um gráfico e uma tabela para cada partícula. A discussão de cada ponto deve ser tratada com uma explanação física dos fatos apresentados junto com a análise feita pelo Tracker. Portanto, é de suma importância que tais conceitos sejam apresentados ao decorrer do trabalho, pois o Tracker não aborda conceitos, este somente trabalha com tratamento de dados de um experimento.

### **Análise de dados**

A queda da partícula “A” está representada no gráfico da figura 03, onde apresenta um movimento com aceleração variável ponto a ponto, sendo possível visualizar seu comportamento.



**Figura 03:** *Gráfico do movimento no eixo x em função do tempo da partícula “A” sobre a curva tautócrona;*

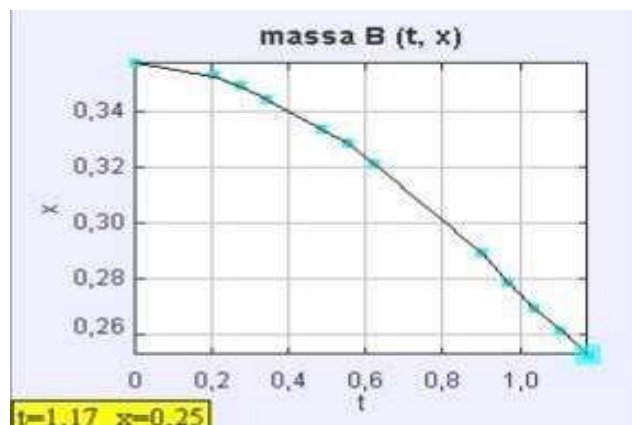


A partir de 1,0 segundo, se verifica o ponto de inflexão desta função, classificando-a como sendo cúbica, comprovando a aceleração variável. Tal característica gera uma atenuação na velocidade da partícula como estão representadas na figura 04:

t	x	y
0	0,01	0,138
0,207	0,013	0,129
0,276	0,021	0,112
0,415	0,037	0,095
0,553	0,061	0,068
0,691	0,093	0,048
0,829	0,129	0,03
0,968	0,171	0,016
1,037	0,202	0,012
1,106	0,222	0,010
1,175	0,234	0,009

**Figura 04:** Coordenadas (t, x, y) da partícula “A” durante seu movimento na curva tautócrona;

O movimento da partícula “B” está representado na figura 05, que originou um gráfico invertido comparado à partícula “A”. Deve-se ao fato da partícula “A” descrever um movimento da esquerda para direita, enquanto a segunda descreve um movimento da direita para esquerda, invertendo, portanto, o gráfico da posição em função do tempo.



**Figura 05:** Gráfico do movimento no eixo x em função do tempo da partícula “B” sobre a curva tautócrona;





Observa-se a mesma atenuação na velocidade da partícula “B” ao aproximar-se do ponto mínimo da curva, mostrando a variação da aceleração nos diversos pontos, caracterizando-a também como uma função cúbica como na figura 06:

t	x	y
0	0,358	0,034
0,207	0,353	0,031
0,276	0,349	0,03
0,346	0,344	0,027
0,484	0,334	0,022
0,553	0,329	0,02
0,622	0,321	0,019
0,898	0,289	0,014
0,968	0,279	0,013
1,037	0,269	0,010
1,175	0,253	0,009

**Figura 06:** Coordenadas  $(t, x, y)$  da partícula “B” durante seu movimento na curva tautócrona;

A semelhança entre o movimento das duas partículas está presente na coordenada “y” e no tempo, ambas levam 1,175 segundos para atingirem o ponto mínimo da curva em 0,009 metros.

## Conclusão

O grande avanço tecnológico proporciona para o estudante e professor novos meios para articular o processo de ensino-aprendizagem. O uso de TIC’s (Tecnologias da Informação Comunicação) está cada vez mais presente em sala de aula, e seu uso está tornando-se cada vez mais frequente. Como parte da rotina isso exige que as escolas busquem como utilizar tais recursos para que assim possam valorizar mais as práticas de ensino-aprendizagem.

Após a construção da curva foi feita a filmagem da queda de duas partículas em alturas diferentes simultaneamente até atingirem o mínimo da curva. A primeira verificação foi: as partículas sempre colidem no ponto mínimo mesmo sendo lançadas de alturas diferentes. A



segunda verificação foi: o tempo de queda de ambas as partículas é sempre o mesmo, assim, garantindo o fato de que ambas sempre colidem no ponto mínimo da curva.

Utilizando o Tracker fora possível desenvolver uma atividade em equipe sabendo que o processo de aprendizagem em grupos e relações sociais é mais eficiente. Perante os diálogos e conversas tornou-se possível que os estudantes chegassem as suas próprias compreensões dos conceitos trabalhados durante a construção e a análise da curva tautócrona. Por meio destes estudos e com o auxílio do Tracker buscou-se a resposta para a pergunta proposta pelos estudantes – “é possível existir um movimento que independe da posição e tenha tempo iguais?” – Sendo que, ao efetuar a vídeo-análise, pode-se comprovar e responder esta pergunta.

## Referências

- BUSTILLOS, Oscar Vega. SASSINE, André. **A Magia da Curva Cicloide: Braquistócrona e Tautócrona**. São Paulo: Scortecci, 2011.
- GARDNER, H. **Inteligências múltiplas: A Teoria na Prática**. NY: Basic Books, 1993.
- MOREIRA, Daniel Augusto, WEISS, James. **Aplicações da Tecnologia de Informação à Educação: Tendências e Perspectivas**. Didática do Ensino Superior. São Paulo: Thomson, 2003.
- MAZUR, Eric. **Peer Instruction: A Revolução da Aprendizagem Ativa**. Porto Alegre: Penso, 2015.

**Palavras-chave:** Docência. Ensino-Aprendizagem. Tautócrona. Tracker.