

UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS – UNISINOS
UNIDADE ACADÊMICA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
NÍVEL MESTRADO

**APROXIMAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE FLUIDOS POWER-LAW
UTILIZANDO O CÓDIGO LIVRE MFIX**

Eduardo Schnurr Siqueira

Trabalho submetido ao Programa de Pós
Graduação em Engenharia Mecânica da
Universidade do Vale do Rio dos Sinos –
UNISINOS como pré-requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Engenharia
Mecânica

SÃO LEOPOLDO

2013

**APROXIMAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS DE FLUIDOS POWER-LAW
UTILIZANDO O CÓDIGO LIVRE MFIX**

Eduardo Schnurr Siqueira

Trabalho submetido ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica da UNISINOS como pré-
requisito parcial para a obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica;

Orientadora: Prof^a. Dr^a Flávia Schwarz Franceschini Zinani

Co-orientadora: Prof^a Dr^a Maria Luiza Sperb Indrusiak

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mario Henrique Macagnan - UNISINOS

Prof. Dr. Conrad Yuan Yuen Lee - UNISINOS

Prof. Dr. Sérgio Luiz Frey - PROMEC/UFRGS

FICHA CATALOGRÁFICA

S615a Siqueira, Eduardo Schnurr.
Aproximação numérica de escoamento de fluidos power-law utilizando o código livre MFIX. / Eduardo Schnurr Siqueira. – São Leopoldo,2013.
86f.: il.; 30cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Vale dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica-PPGEM, São Leopoldo,RS,2013.

“Orientação: Profª. Drª. Flávia S.F.Zinani”.

“Co-orientadora: Profª. Drª. Maria L.S.Indrusiak”.

1. Engenharia Mecânica. 2. Modelo Power-Law.
3. Dinâmica dos fluidos computacional. I. Título.

CDU - 621

Bibliotecária responsável: Katiucia M. Rodrigues – CRB 10/1937

RESUMO

Fluidos não-Newtonianos apresentam relação não linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento, ou seja, sua viscosidade não é constante. Eles estão presentes na natureza (sangue, lamas, areia movediça), assim como em muitos produtos industriais classificam-se nesta categoria, tais como produtos alimentícios (iogurtes, queijos cremosos, doces de frutas, chocolate), tintas, borrachas, polímeros fundidos, soluções poliméricas, adesivos e gomas. Nos casos em que a viscosidade diminui com aumento da taxa de cisalhamento, os fluidos são classificados como pseudoplásticos; os que apresentam comportamento inverso são classificados como dilatantes. O modelo *Power-Law* é utilizado em engenharia para modelar ambos os comportamentos. Computational Fluid Dynamics – CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional) é uma ferramenta utilizada na simulação numérica de escoamentos de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos. Inúmeros códigos comerciais e livres são utilizados atualmente, dentre eles o código livre e aberto Multiphase Flow with Interphase Exchanges (MFIx), o qual foi desenvolvido visando a simulação numérica de escoamentos multifásicos reativos do tipo sólido-gás em leitos fluidizados. O objetivo do presente trabalho é implementar no MFIx o modelo *Power-Law*, validar a modificação e realizar um estudo de caso utilizando o modelo. Com a implementação de um modelo não-Newtoniano ao código, pretende-se abrir caminho para a simulação de escoamentos multifásicos do tipo sólido-líquido não-Newtoniano, bem como aumentar a potencialidade do código, a fim de se estudar casos monofásicos de escoamentos de fluidos não-Newtonianos sujeitos à transferência de calor. O modelo implementado foi validado através da comparação com resultados da literatura para o escoamento em uma cavidade. Posteriormente, foram realizadas simulações do escoamento não isotérmico e isotérmico em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal. Foram variados os parâmetros número de Prandtl, índice do modelo *Power-Law* e razão de bloqueio. Verificou-se que o número de Nusselt tem influência direta e é fortemente influenciado pela razão de bloqueio e inversamente, com pouca intensidade, pelo índice *Power-Law*. O número de Prandtl também influenciou diretamente no número de Nusselt e demonstrou que, quanto maior o seu valor, mais acentuada fica a variação do número de Nusselt em função da razão de bloqueio.

Palavras-chave: Dinâmica dos Fluidos Computacional, Fluidos não-Newtonianos, Modelo *Power-Law*, MFIx.

ABSTRACT

Non-Newtonian fluids exhibit nonlinear relationship between the shear stress and the shear rate, that is, its viscosity is not constant. They are present in nature (blood, sludge) as well as many industrial products are classified in this category, such as food products (yoghurt, soft cheeses, jams, chocolate), paints, rubber, polymer melts, polymer solutions, adhesives and gums. In cases where viscosity decreases with increasing shear rate, the fluids are classified as shear-thinning, while the opposite behavior is classified as shear-thickening. The Power-Law model is used in engineering to model both behaviors. Computational Fluid Dynamics - CFD is a tool used in the numerical simulation of Newtonian and non-Newtonian fluid flow. Numerous free and commercial codes are used today, including the free and open source Multiphase Flow with Interphase Exchanges (MFIx), which was developed to the numerical simulation of multiphase (fluid-solid) and reactive flows. The goal of this work is to implement the Power-Law model in MFIx, validate the implementation and conduct a case study using the model implemented. With the implementation of a non-Newtonian model to the code, a new possibility for the simulation of multiphase flows of solid-non-Newtonian liquids is opened, as well as there is an increase in the capability of the code regarding the study of single-phase fluid flows of Non-Newtonian fluids subject to heat transfer. The model was implemented and validated by comparison with literature results for the flow in a lid driven cavity. Subsequently, simulations were carried out concerning isothermal and non-isothermal flows around a square cylinder immersed in a channel. Parameters of analyses consisted of Prandtl number, Power-Law index and blockage ratio, for a fixed Reynolds number. It was found that the Nusselt number is strongly influenced by the blockage ratio and decreases with the increase of the Power-Law index. The Prandtl number also directly influences the process. With its increase, the dependence of the Nusselt number with the blockage ratio is more pronounced.

Keywords: Computational Fluid Dynamics, non-Newtonian Fluids, Power-Law model, MFIx.

LISTA DE ABREVIATURAS

VC	Volume de Controle
CFD	Computational Fluid Dynamics (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
DOE	Departamento de Energia
LFB	Leito Fluidizado Borbulhante
GNL	Líquido Newtoniano Generalizado (Generalized Newtonian Liquid)
MVF	Método dos Volumes Finitos
MEF	Método dos Elementos Finitos
MDF	Método das Diferenças Finitas
MFIX	Multiphase Flow with Interphase Exchanges
METC	Morgantown Energy Technology Center
NETL	National Energy Technology Laboratory

LISTA DE SÍMBOLOS

C_{DP}	Coeficiente de arrasto por pressão
C_L	Coeficiente de sustentação
C_D	Coeficiente de arrasto
c_p	Calor específico [$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
\mathbf{D}	Tensor taxa de deformação [s^{-1}]
e	Energia interna específica [kJ kg^{-1}]
F_n	Força na direção n [N]
\mathbf{F}	Vetor força de corpo [N]
I	Força de corpo na direção x [N m^{-3}]
I_{2D}	Segundo invariante do tensor taxa de deformação [s^{-2}]
k	Condutividade térmica [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
L	Comprimento do duto [m]
\dot{m}	Vazão mássica [kg s^{-1}]
m	Índice de consistência do modelo <i>Power-Law</i> [Pa s^n]
n	Índice de comportamento do modelo <i>Power-Law</i>
M_{vc}	Massa em um dado volume de controle [kg]
P	Pressão [Pa]
q''	Fluxo de calor [W m^{-2}]
q'''	Taxa de geração interna de energia [W m^{-3}]
q_x''	Fluxo de calor na direção x [W m^{-2}]
q_y''	Fluxo de calor na direção y [W m^{-2}]
Re	Número de Reynolds
t	Tempo [s]
u	Projeção do vetor velocidade no eixo x [m s^{-1}]
u^*	Adimensional velocidade
\mathbf{U}	Vetor velocidade [m s^{-1}]
v	Projeção do vetor velocidade no eixo y [m s^{-1}]
v_n	Projeção do vetor velocidade na direção n [m s^{-1}]

Δx Tamanho do volume de controle na direção x [m]

Δy Tamanho do volume de controle na direção y [m]

W^* Perda adimensional de energia

Sub-índices

x Direção da coordenada x

y Direção da coordenada y

z Direção da coordenada z

Símbolos Gregos

α Ângulo de inclinação [°]

β Razão de bloqueio

$\dot{\gamma}$ Taxa de deformação [s^{-1}]

η Viscosidade de um fluido não-Newtoniano [Pa s]

μ Viscosidade dinâmica [Pa s]

ρ Massa específica [$kg\ m^{-3}$]

σ_{ii} Componente normal do tensor tensão [Pa]

τ_0 Tensão inicial

τ_{ij} Componente de cisalhamento do tensor tensão [Pa]

η_0 Viscosidade plástica [Pa s]

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 Balanço de forças para um Volume de Controle bidimensional.....	8
Figura 2. 2 Volume de controle para calor e energia.....	10
Figura 2. 3 Placas planas paralelas.	14
Figura 2. 4 Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação por cisalhamento para alguns fluidos não-Newtonianos.	15
Figura 2. 5 Curva de histerese dos Fluidos Reopéticos e Tixotrópicos.....	17
Figura 2. 6. Representação geométrica do escoamento de um fluxo estável não isotérmico sobre um prisma inclinado.....	31
Figura 3.1 Geometria e condições de contorno para o escoamento em cavidade quadrada...34	
Figura 3. 2 Velocidades u e v para $Re=100$	35
Figura 3. 3 Linhas de corrente em número de Reynolds 100,.....	36
Figura 3. 4 Velocidades u e v para $Re=400$	37
Figura 3. 5 Linhas de corrente em número de Reynolds 400,.....	38
Figura 3. 6 Velocidades u e v para $Re=1000$	39
Figura 3. 7 Linhas de corrente em número de Reynolds 1000,.....	40
Figura 3. 8 À esquerda linhas de corrente e à direita campo de velocidade para fluidos com $n = 0,5$ ao alto e $n = 1,5$ abaixo.....	41
Figura 3. 9 Comparação dos resultados da velocidade u para n de 0,5 e 1,5.	43
Figura 3. 10 Comparação dos resultados da velocidade v para n de 0,5 e 1,5.	43
Figura 3. 11 Comparação do perfil da razão de velocidades instantânea e média entre placas planas.	45
Figura 4. 1 Geometria do canal com prisma inserido.....	46
Figura 4. 2. Validação com coeficiente de arrasto por pressão, para $\beta = 0,25$	49
Figura 4. 3. Validação com perda de energia devida ao prisma, para $\beta = 0,25$	49
Figura 4. 4 Resultados da validação térmica com o número de Nusselt.	50
Figura 4. 5 Representação da geometria e condições de contorno.....	51
Figura 4. 6 Regiões da malha.	52
Figura 4. 7 Malhas da região dois, com $\beta = 0,25$ em a) $\beta = 0,5$ em b) e $\beta = 0,75$ em c).	54
Figura 5.1 Campo de velocidade de fluido Power-Law em torno do prisma.....	56
Figura 5. 2 Coeficiente de Arrasto por Pressão para diferentes n	57
Figura 5. 3 Gráfico do W^* por índice <i>Power-Law</i> e razão de bloqueio.....	58

Figura 5.4 Distribuição de temperatura do escoamento sobre prisma quadrado. Em a) com $\beta=0,25$, em b) $\beta=0,5$ e c) $\beta=0,75$	59
Figura 5.5 Número de Nusselt em função do n com $Pr = 10$	60
Figura 5.6 Número de Nusselt em função do n com $Pr = 50$	60
Figura 5.7 Variação do número de Nusselt entre os números de Prandtl 10 e 50, em função de n e β	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 Resultados do número de Nusselt para as diferentes malhas.	53
Tabela 4.2 Domínio do problema e parâmetros de malha utilizados.	53
Tabela 5.1 Valores dos Coeficientes de Arrasto por Pressão.	57
Tabela 5.2 Valores das perdas de energia adimensionais para cada caso.	58
Tabela 5.3 Valores dos números de Nusselt para número de Pr = 10.	59
Tabela 5.4 Valores dos números de Nusselt para número de Pr = 50.	59

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS.	6
2.1.1 Balanço de Massa	6
2.1.2 Balanço da quantidade de movimento.....	8
2.1.3 Balanço de Energia.....	8
2.2 VISCOSIDADE DE FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS	13
2.2.1 Fluidos não-Newtonianos.....	15
2.2.1.1 Fluidos Puramente Viscosos Dependentes do Tempo	16
2.2.1.2 Fluidos Puramente Viscosos Independentes do Tempo.....	17
2.2.1.3 Fluidos Viscoelásticos.....	21
2.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	21
2.4 PROGRAMAS DE CFD	23
2.4.1 CFX.....	23
2.4.2 OPENFOAM.....	24
2.4.3 Fluent	25
2.4.4 MFIX	27
2.5 PESQUISAS CORRELATAS E ESTADO DA ARTE.....	28
3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO	32
3.1 VALIDAÇÃO DO MODELO IMPLEMENTADO.....	33
3.1.1 escoamento Newtoniano em Cavidade.....	34
3.1.2 escoamento não-Newtoniano em Cavidade	40
3.1.3 escoamento Entre Placas Planas.....	44
4 ESCOAMENTO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR DE UM FLUIDO POWER-LAW EM TORNO DE UM PRISMA DE SEÇÃO QUADRADA	46
4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	46
4.2 VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA	47
4.3 ESTUDOS DO DOMÍNIO.....	51
4.4 TESTES DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA.....	52

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	55
5.1 ANÁLISE FLUIDODINÂMICA.....	55
5.2 ANÁLISES TÉRMICAS	58
6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	63
BIBLIOGRAFIA	65
APÊNDICE A	67

1 INTRODUÇÃO

A viscosidade é uma das propriedades termofísicas que regem os processos de escoamentos e transferência de calor, sendo definida como a razão entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento. Os fluidos são classificados em newtonianos e não-Newtonianos, conforme essa razão seja linear ou não-linear.

Muitos setores industriais, como químico, alimentício e petrolífero utilizam fluidos não-Newtonianos. Como exemplos pode-se citar a manufatura de chapas revestidas, fibras óticas, processo de pintura e produção de tintas, injeção de plásticos e borrachas, a perfuração do solo e de poços de petróleo.

A necessidade de compreender e quantificar o comportamento de fluidos não-Newtonianos sob diversas condições físicas tem levado a inúmeros estudos na área de simulação numérica, uma vez que esta permite a solução aproximada das equações diferenciais parciais que governam os fenômenos de escoamento, as quais não possuem solução analítica. Além disso, a simulação computacional permite um nível de detalhamento que seria inviável somente com dados experimentais.

Atualmente existem poderosos códigos de CFD (Dinâmica dos Fluidos Computacional) com capacidade de realizar simulações envolvendo diversos modelos de fluidos, inclusive não-Newtonianos. No entanto, grande parte desses programas vem sendo desenvolvida comercialmente, com código fechado e elevado custo de aquisição. Diante disto, o presente trabalho pretende contribuir para o desenvolvimento de um software livre, o MFIX, para modelagem numérica de fluidos não-Newtonianos. Esta é uma contribuição do ponto de vista científico e tecnológico, pois deve promover a geração de novos resultados, os quais ampliarão o atual entendimento do comportamento de fluidos não-Newtonianos.

Adicionalmente, a implementação de um modelo não-Newtoniano foi utilizada para um estudo de caso: o escoamento com transferência de calor em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal, com temperatura de parede constante.

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos do presente trabalho são:

- Implementar em um software livre e de código aberto um modelo de fluido não-Newtoniano, mais especificamente o modelo Power-Law, devido à sua simplicidade e ampla aplicação;
- Validar a implementação;
- Realizar um estudo de caso envolvendo o escoamento em torno de um prisma de seção quadrada, estudando a influência dos parâmetros do modelo Power-Law e da razão de bloqueio no processo de transferência de calor e escoamento laminar do fluido sobre a geometria.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo dois deste trabalho é feita uma pequena revisão bibliográfica, começando pelas equações de conservação para escoamentos incompressíveis. São elas as equações de conservação da massa, energia e transferência de quantidade de movimento. Neste capítulo é feita uma abordagem sobre conceitos básicos de viscosidade e a classificação de um fluido como Newtoniano ou não-Newtoniano. Também é apresentado o modelo Power-Law ou fluido de potência que descreve o comportamento de grande parte dos fluidos não-Newtonianos, mais especificamente aqueles cujo comportamento independe do tempo de aplicação da tensão cisalhante. Logo após, são discutidos alguns parâmetros referentes ao funcionamento dos softwares de simulação numérica, assim como são discutidos os softwares mais conhecidos, tanto os comerciais como os não comerciais. O segundo capítulo encerra com uma descrição das pesquisas numéricas que são realizadas no campo dos fluidos não-Newtonianos, referentes ao problema abordado no presente trabalho.

O Capítulo três aborda o processo de implementação do modelo de fluido não-Newtoniano Power-Law no MFX, e a validação do modelo implementado.

O capítulo quatro apresenta resultados de validação de metodologia em torno de um prisma, para análise fluidodinâmicas, e térmicas.

No capítulo cinco, são apresentados resultados numéricos para o escoamento com transferência de calor em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal.

No capítulo seis são apresentadas conclusões e perspectivas de trabalhos futuros. Logo após, são apresentadas as referências bibliográficas consultadas e em anexo está o código completo do arquivo *calc_mu_g.f*.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo da dinâmica dos fluidos, a partir de simulação numérica, mais especificamente fluidos não-Newtonianos, requer o domínio de técnicas numéricas bem como das equações de conservação, uma vez que a dinâmica dos fluidos inclui problemas de transferência de massa e calor. Neste capítulo é feita uma revisão das equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para um volume de controle (VC), além da modelagem matemática do comportamento material de fluidos não-Newtonianos. São também abordadas as técnicas numéricas e ferramentas computacionais disponíveis para a solução de escoamentos de fluidos não-Newtonianos, com ênfase no código MFIX, o qual é utilizado no presente trabalho.

2.1 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS

Nesta seção são apresentadas as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, as quais são derivadas para um volume de controle bidimensional de tamanho diferencial ($\Delta x \Delta y$).

2.1.1 Balanço de Massa

O princípio da conservação da massa para um volume de controle é dado pela Eq. 2.1:

$$\frac{\partial M_{vc}}{\partial t} = \sum_{\text{parcela_entrada}} \dot{m} - \sum_{\text{parcela_saída}} \dot{m} \quad (2.1)$$

onde M_{vc} é a massa inserida instantaneamente no VC e \dot{m} é a vazão mássica associada ao fluxo de entrada e saída do volume de controle.

Dados u e v , componentes da velocidade local em um ponto (x, y) respectivamente, e ρ a massa específica, a equação da conservação da massa requer que um dado volume de controle comporte-se conforme Eq. 2.2:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \Delta x \Delta y) = \rho u \Delta y + \rho v \Delta x - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right] \Delta x \quad (2.2)$$

Dividindo pelo tamanho do VC, $\Delta x \Delta y$, que é constante, fica:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

A conservação de massa local, para duas dimensões, pode ser escrita pela Eq. 2.4.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

Ou na forma compacta, como a Eq. 2.5:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot U = 0 \quad (2.5)$$

onde u é o componente do vetor velocidade na direção horizontal para um observador na direção vertical e D/Dt é a derivada material, esta última apresentada pela Eq. 2.6.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \quad (2.6)$$

Quando o fluido é considerado incompressível, sua massa específica não varia com o tempo ou com a posição, e a Eq. (2.5) se reduz a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.7)$$

2.1.2 Balanço da quantidade de movimento

O balanço da quantidade de movimento para um volume de controle, VC, pode ser considerado uma formulação para VC da Segunda Lei de Newton do Movimento e é conhecido como Princípio da Quantidade de Movimento, visto em Bejan (2004). A variação de quantidade de movimento no interior do VC é o somatório das forças resultantes no volume de controle mais o fluxo líquido de quantidade de movimento para o interior do volume de controle, segundo a Eq. (2.8):

$$\frac{\partial}{\partial t} (Mv_n)_{cv} = \sum F_n + \sum_{parc\grave{e}la_entrada} \dot{m}v_n - \sum_{parc\grave{e}la_saida} \dot{m}v_n \quad (2.8)$$

onde n é a direção, v_n é a velocidade do fluido nesta direção e F_n é a força nesta direção.

Considerando um volume de controle em duas dimensões, analisando as forças a partir da Eq. 2.8 e considerando as forças projetadas somente na direção x , tem-se um modelo representado pela Fig. 2.1. No lado esquerdo, Fig. 2.1-a, tem-se as forças associadas com o escoamento através do VC. Na Fig. 2.1-b, à direita, tem-se as forças clássicas representadas por uma tensão normal (σ_x), uma tangencial (τ_{xy}) e a força de corpo por unidade de volume, X .

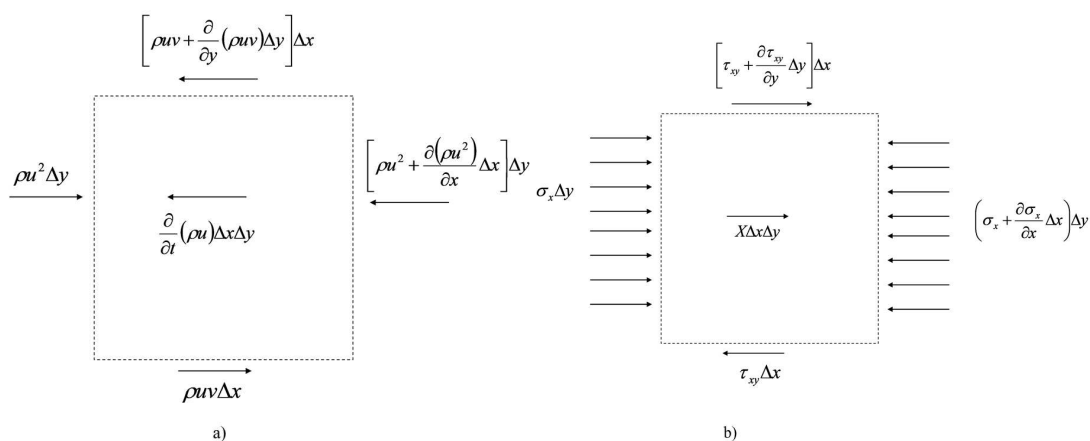


Figura 2. 1 Balanço de forças para um Volume de Controle bidimensional.

Fonte: Adaptado de Bejan (2004).

Somando todas as forças da Fig. 2.1, dividindo por $\Delta x \Delta y$ e fazendo $\lim(\Delta x, \Delta y) \rightarrow 0$, obtém-se a seguinte relação:

$$\rho \frac{Du}{Dt} + u \left[\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X \quad (2.9)$$

A parte entre colchetes, na Eq. 2.9 é igual à Eq. 2.5 e correspondente à conservação da massa, que é nula. Por isso, tem-se:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X \quad (2.10)$$

Fazendo de forma similar para os demais eixos cartesianos, obtêm-se equações semelhantes, as quais podem ser sumarizadas na forma tensorial:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{T} + \mathbf{F} \quad (2.11)$$

onde \mathbf{T} é o tensor de tensão e \mathbf{F} o vetor de força de corpo por unidade de volume. Esta é a equação do movimento, válida para todo fluido.

Voltando à direção x no caso bidimensional, considerando-se um fluido Newtoniano, tem-se que, segundo Bejan (2004):

$$\sigma_x = P - 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.12)$$

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.13)$$

Combinando as Eqs. 2.10 a 2.13 obtém-se a equação de *Navier-Stokes* para a quantidade de movimento no eixo x , dada pela Eq. 2.14, a qual pode ser estendida para outros eixos.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2\mu}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + X \quad (2.14)$$

O presente estudo trata de casos em que o escoamento é isocórico, i.e., o fluido é tratado como incompressível. Nesse caso, a Eq. 2.14 fica:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + X \quad (2.15)$$

Representando na forma vetorial, tal como na Eq. 2.16:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \quad (2.16)$$

2.1.3 Balanço de Energia

Para um dado Volume de Controle, VC, finito em duas dimensões, a primeira lei da termodinâmica requer que a taxa de variação de energia no interior do VC seja igual à quantidade líquida de energia transferida para o VC por escoamento mais a energia transferida para o VC por difusão mais a taxa de geração de energia interna menos a transferência líquida de energia para fora do VC por trabalho. A Fig. 2.2 mostra, para um VC bidimensional, um esquema das entradas e saídas de energia pelo escoamento Fig. 2.2-a e por condução Fig. 2.2-b, assim como a geração volumétrica de energia no interior da Fig. 2.2-b.

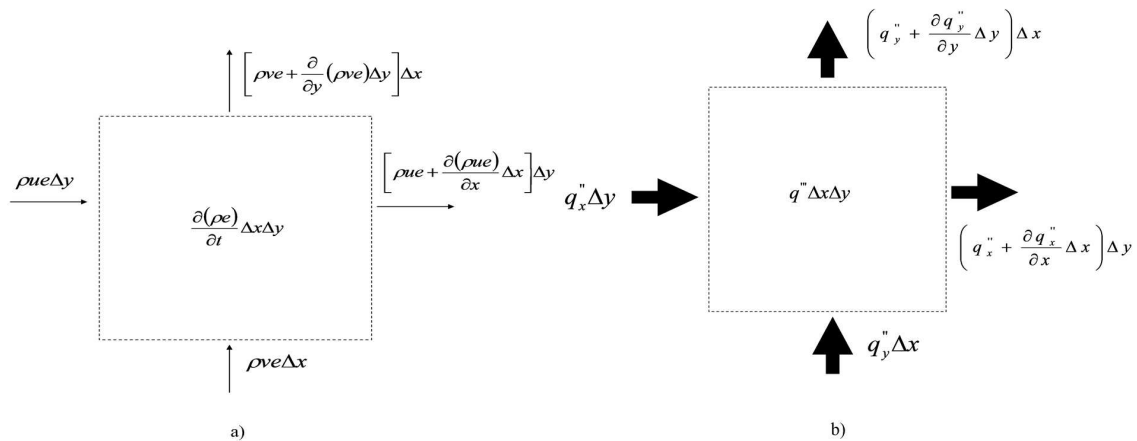


Figura 2. 2 Volume de controle para calor e energia.

Fonte: Adaptado de Bejan (2004).

Matematicamente, este balanço descrito no parágrafo anterior e representado na Fig. 2.2 é escrito conforme Eq. 2.17:

$$\Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial t} (\rho e) = \left\{ -(\Delta x \Delta y) \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u e) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v e) \right] \right\} + \left\{ -(\Delta x \Delta y) \left(\frac{\partial q_x''}{\partial x} + \frac{\partial q_y''}{\partial y} \right) \right\} + \{ (\Delta x \Delta y) q''' \} - \left\{ (\Delta x \Delta y) \left(\sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} - \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} - \tau_{yx} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + (\Delta x \Delta y) \left(u \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + v \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - v \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right) \right\} \quad (2.17)$$

onde e é a energia interna específica, q_x'' é o fluxo de calor na direção x , q_y'' é o fluxo de calor na direção y e q''' é a taxa de geração interna de energia. O termo à esquerda representa a taxa de variação de energia no VC, o primeiro termo entre chaves à direita representa a taxa líquida de energia transferida para o VC pelo escoamento, o segundo termo entre chaves à direita representa o calor líquido transferido para o volume de controle por condução, o terceiro termo entre chaves à direita representa a taxa de geração de energia e o quarto termo entre chaves à direita representa o trabalho líquido realizado pelo volume de controle.

A origem do termo de trabalho, um termo dissipativo, está no trabalho efetuado pelas tensões normais e tangenciais durante o escoamento, representado pela Fig. 2.2. Este termo, na verdade, representa a variação de energia cinética do VC e, em muitos casos, pode ser negligenciado frente à variação de energia interna do VC, como no presente caso.

Montando a Eq. 2.17 dentro do enunciado da conservação que a precedeu e usando as relações das Eqs. 2.12 e 2.13 obtêm-se:

$$\rho \frac{De}{Dt} + e \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \right) = -\nabla \cdot \mathbf{q}'' + q''' - P \nabla \cdot \mathbf{v} + \mu \Phi \quad (2.18)$$

onde \mathbf{q}'' é o vetor fluxo de calor e Φ é a função dissipação viscosa mostrada na Eq. 2.19.

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

Em casos especiais, onde o escoamento pode ser modelado como incompressível e bidimensional, a função dissipação viscosa reduz-se a:

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (2.20)$$

Para expressar a Eq. 2.17 em termos de entalpia, usa-se a definição termodinâmica $h = e + (1/\rho)P$. Assim:

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{De}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - \frac{P}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad (2.21)$$

Pode-se ainda expressar o fluxo de calor direcional q_x'' e q_y'' em termos do gradiente local de temperatura, que é a lei de *Fourier* para condução de calor.

$$q'' = -k\nabla T \quad (2.22)$$

Combinando as equações Eq. 2.17, 2.21 e 2.22 na maneira desejada, é obtido:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + q''' + \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi - \frac{P}{\rho} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla \cdot v \right) \quad (2.23)$$

O último termo da Eq. 2.23 é igual a zero de acordo com a Eq. 2.5 (conservação da massa). Assim, a Eq. 2.23 fica reduzida a:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + q''' + \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi \quad (2.24)$$

Expressando-se em função da temperatura e pressão constante, tem-se:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + q''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi \quad (2.25)$$

onde T é a temperatura, k é a condutividade térmica, q''' é a geração volumétrica de calor. O valor do coeficiente, β , para os casos de gás ideal e líquido incompressível são $\beta=1/T$ e $\beta=0$ respectivamente.

A maioria dos problemas pode ser descrita por um modelo simplificado, em que a energia interna gerada é zero, o valor de k é constante; são negligenciados a dissipação viscosa $\mu\Phi$ e os efeitos de compressibilidade $\beta T DP/Dt$, ficando a equação da conservação da energia para este modelo representada pela Eq. 2. 26.

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T \quad (2. 26)$$

2.2 VISCOSIDADE DE FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS

Determinados fluidos, como água e óleo, podem ter massas específicas semelhantes. Porém, facilmente observa-se que estes fluidos comportam-se distintamente quando escoam. Para tal análise, é necessário considerar uma propriedade que descreva a fluidez das substâncias. Esta propriedade é chamada de viscosidade, mais especificamente viscosidade dinâmica.

A viscosidade dinâmica varia pouco com a pressão e o efeito desta variação normalmente é desprezado. Entretanto, o valor da viscosidade dinâmica é muito sensível às variações de temperatura. Por exemplo, quando a temperatura da água varia de 10 °C a 40 °C, a massa específica diminui em torno de 1% mas a viscosidade decresce aproximadamente 50%.

O conceito de viscosidade pode sofrer pequenas alterações dependendo do fluido considerado. Os fluidos apresentados no gráfico da Fig. 2.3 pertencem à categoria dos fluidos Newtonianos.

Para definição e entendimento do conceito de fluido Newtoniano, é tomado como exemplo o esquema da Fig. 2.4 representando duas placas planas paralelas distanciadas por dy . É o caso mais simples, em que o vetor velocidade possui somente uma componente, na direção x , e está variando somente na direção y .

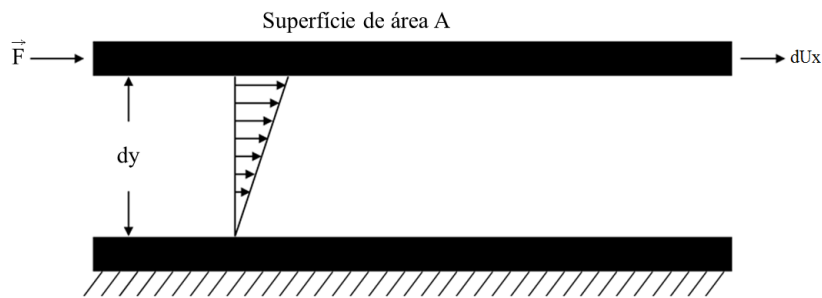


Figura 2. 3 Placas planas paralelas.
Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (1999).

Se sob tal condição, dada inicialmente como estável, uma placa é sujeita a uma determinada força de intensidade F , já que esta placa está em contato com o fluido, ficará o mesmo sujeito a uma força de intensidade F , que será equilibrada por uma força interna de fricção no fluido, contrária a F , chamada de força de cisalhamento ou tensão de cisalhamento (τ). Esta força de cisalhamento dá origem a um gradiente de velocidade perpendicular a ela, representado na Fig. 2.4. Supondo que não haja deslizamento do fluido nas paredes das placas, a velocidade do fluido será igual a zero na placa inferior e igual a u na placa superior. Para um fluido Newtoniano incompressível em escoamento laminar, a lei de Newton da viscosidade diz que a relação entre a tensão de cisalhamento e o gradiente local de velocidade é definida através de uma relação linear. A constante de proporcionalidade é a viscosidade do fluido. Assim, todos os fluidos que seguem este comportamento são denominados fluidos Newtonianos, definição mostrada na Eq. 2.27.

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(- \frac{du}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma} \quad (2.27)$$

Na Eq. 2.27 o primeiro subscrito de τ indica a direção normal em relação às forças atuantes, enquanto o segundo refere-se à direção de atuação das forças e do escoamento. O sinal negativo indica uma resistência ao movimento gerado pela força.

A constante de proporcionalidade, μ , a qual é denominada viscosidade Newtoniana ou viscosidade dinâmica, é, por definição, independente da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) ou tensão de cisalhamento, τ_{yx} , e depende somente do material e de sua temperatura e pressão. Representando-se em um gráfico a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento para um dado elemento fluido, obtém-se a chamada curva de escoamento, cuja inclinação indica a viscosidade dinâmica (μ). Para fluidos Newtonianos, a curva passa pela

origem do gráfico. Na Fig. 2.5 tem-se, na linha central, uma curva de escoamento de fluidos Newtonianos, tal como descrito acima. Assim pode-se caracterizar a viscosidade do fluido Newtoniano em uma dada temperatura e pressão fixa, porém pode-se observar neste mesmo gráfico que há fluidos que, quando representados graficamente pela relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento, apresentam comportamentos distintos do descrito. Eles podem não ter uma relação linear ou a relação ser linear e não passar pela origem. A esta categoria de fluidos chamamos de não-Newtoniano, a qual é descrita em detalhes nos subcapítulos seguintes.

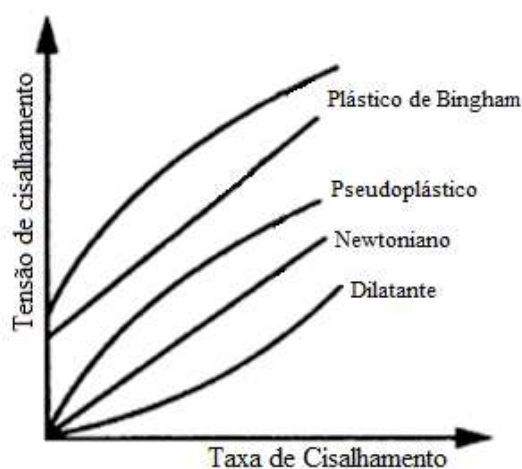


Figura 2. 4 Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação por cisalhamento para alguns fluidos não-Newtonianos.

2.2.1 Fluidos não-Newtonianos

Como visto anteriormente, o comportamento material dos fluidos com respeito à relação entre a tensão e a taxa de deformação permite classificá-los como Newtonianos ou não-Newtonianos, caracterizando-se os primeiros por possuir viscosidade dinâmica constante. Já os fluidos não-Newtonianos apresentam uma relação não linear entre a taxa de deformação e a tensão aplicada. Os fluidos não-Newtonianos podem ainda ser classificados como puramente viscosos (dependentes ou independentes do tempo) ou viscoelásticos, conforme Chhabra e Richardson (1999).

Os modelos constitutivos puramente viscosos, também conhecidos por modelos Newtonianos generalizados, são os modelos mais simples para o tensor tensão, que o relaciona à taxa de deformação. Os modelos não-Newtonianos puramente viscosos são bastante utilizados em problemas de engenharia, devido a que estes modelos, apesar de suas limitações, são capazes de representar importantes variações na viscosidade durante

processos de escoamentos em dutos e geometrias onde a deformação se dá principalmente por cisalhamento.

Os modelos puramente viscosos são derivados de uma forma geral para o tensor tensão conforme a Eq. 2.28, chamada de equação do Líquido Newtoniano Generalizado (GNL, para *Generalized Newtonian Liquid*):

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\eta(I_{2D})\mathbf{D} \quad (2.28)$$

onde η é a chamada função viscosidade, a qual é função da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$. No caso desta função ser constante, costuma-se denotar $\eta = \mu$, e tem-se o modelo de fluido Newtoniano.

2.2.1.1 Fluidos Puramente Viscosos Dependentes do Tempo

Alguns fluidos não-Newtonianos têm sua viscosidade dependente não somente das taxas de cisalhamento, mas também de seu tempo de aplicação. Dentro desta categoria podem ser identificados dois tipos de comportamento:

- Tixotrópicos: Sua viscosidade dinâmica aparente diminui com o tempo de aplicação do cisalhamento e a viscosidade inicial é restabelecida quando a tensão de cisalhamento deixa de ser aplicada. Exemplos deste fluido são encontrados em suspensões concentradas, soluções protéicas, petróleo cru, tintas e *ketchup*.
- Reopéticos: Sua viscosidade dinâmica aparente aumenta com o tempo de aplicação da tensão de cisalhamento. Exemplos deste fluido são a argila e a bentonita.

Os comportamentos destes fluidos são vistos em um gráfico da tensão de cisalhamento por taxa de deformação na Fig. 2.6, onde formam laços de histerese.

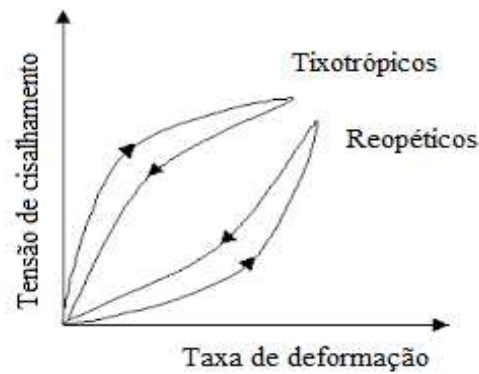


Figura 2. 5 Curva de histerese dos Fluidos Reopéticos e Tixotrópicos.

2.2.1.2 Fluidos Puramente Viscosos Independentes do Tempo

O conceito de fluido Newtoniano generalizado foi criado para descrever efeitos de viscosidade variável observados em escoamentos viscométricos, como os fenômenos de pseudoplasticidade (*shear-thinning*), dilatância (*shear-thickening*) e viscoplasticidade (*yield*). Estes fenômenos são observados na forma de variação da viscosidade do fluido com a taxa de deformação devida ao cisalhamento. Sendo assim, escreve-se a Eq. 2.28 na forma:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D} \quad (2.29)$$

onde o escalar $\dot{\gamma}$, visto na Eq. 2.29, é definido como a magnitude da taxa de deformação (Slattery, 1999), e representa a taxa de cisalhamento em escoamentos viscométricos:

$$\dot{\gamma} = (2\text{tr}\mathbf{D}^2)^{1/2} \quad (2.30)$$

A Eq. 2.29 também pode ser escrita como mostrada na Eq. 2.31.

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.31)$$

onde $\boldsymbol{\tau}$ é a porção viscosa do tensor tensão, ou tensor extra de tensão. Em função do tensor extra de tensão, tem-se:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}})\mathbf{D} \quad (2.32)$$

Alguns modelos são bastante utilizados para as funções viscosidade, como o modelo Ostwald-de-Waele, também conhecido por Power-Law ou fluido de potência. Neste modelo, a viscosidade é dada por:

$$\eta(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) = m\dot{\boldsymbol{\gamma}}^{n-1} \quad (2.33)$$

onde os parâmetros m (índice de consistência) e n (índice Power-Law) são determinados empiricamente. Quando $n=1$ e $m=\mu$, este modelo reduz-se ao modelo Newtoniano para fluido incompressível. Se $n<1$, a função é de comportamento pseudoplásticos, e se $n>1$, de comportamento dilatante. Para muitos dos materiais importantes em problemas de engenharia, como alimentos, tintas e polímeros, tem-se o índice $n<1$, o que resulta em valores ilimitados para a viscosidade em pontos onde a taxa de cisalhamento é extremamente baixa, ou seja, quando $\dot{\boldsymbol{\gamma}} \rightarrow 0$, $\eta_{ap}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}) \rightarrow \infty$. Entre os fluidos que podem ser descritos com este modelo, estão a polpa de frutas, caldos de fermentação, melaço de cana. Quando submetidos a uma tensão de cisalhamento, suas moléculas tendem a se orientar na direção da força aplicada. Quanto maior esta força, maior será a ordenação e, conseqüentemente, menor será a viscosidade

O mesmo acontece no caso de $n>1$ quando $\dot{\boldsymbol{\gamma}} \rightarrow \infty$, visto em Slattery (1999). Como exemplos de fluidos que podem ser descritos com este modelo cita-se, entre os dilatantes, suspensões de amido, soluções de farinha de milho e açúcar, silicato de potássio e areia.

Outros modelos são capazes de corrigir esta deficiência através da predição de viscosidades limites η_0 e η_∞ . O modelo Carreau-Yasuda, encontrado em Bird, Armstrong e Hassager (1987), um modelo de cinco parâmetros que tem flexibilidade suficiente para ajustar uma grande variedade de curvas experimentais, tendo se mostrado útil para a solução numérica de escoamentos pseudoplásticos. O modelo Carreau-Yasuda é dado por:

$$\frac{\eta(\dot{\gamma}) - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{(n-1)/a} \quad (2.34)$$

onde η_0 é viscosidade Newtoniana quando $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ e η_{∞} é a viscosidade Newtoniana quando $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$, λ é uma constante de tempo, n é o expoente Power-Law e a é um parâmetro adimensional que descreve a região entre a zona de taxa zero de cisalhamento Newtoniana e a zona Power-Law. Na maioria dos casos de fluidos comuns (fluidos alimentícios, soluções de polímeros) são obtidas boas correlações para $a = 2$ e $\eta_{\infty} = 0$. Nestes casos, somente precisam ser determinados experimentalmente os parâmetros η_0 , λ e n . A Eq. 2.34 com $a = 2$ representa o dito modelo de Carreau, desenvolvido por P. J. Carreau (1968); a possibilidade de variação deste parâmetro foi somente acrescentada por Yasuda em 1981. Em Yasuda (1981).

O fenômeno da viscoplasticidade é caracterizado pela presença de uma tensão inicial de escoamento (*yield stress*), denotada por τ_0 , ou seja, um nível de tensão abaixo do qual o material não escoaria e acima do qual escoaria normalmente como um fluido, conforme Papanastasiou (1987). Na realidade, a tensão inicial é um modelo para o comportamento de certos líquidos estruturados que apresentam uma mudança dramática em suas propriedades mecânicas dentro de uma estreita faixa de tensão, como apontado por Barnes (1999). Para descrever o fenômeno da viscoplasticidade, são utilizadas equações constitutivas descontínuas, dentre as quais se destacam o modelo plástico de Bingham:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu \right) \mathbf{D} \quad \text{para } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_0 \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0} \quad \text{para } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde a magnitude do tensor extra de tensão, $\boldsymbol{\tau}$, é dada por:

$$|\boldsymbol{\tau}| = (1/2 \operatorname{tr} \boldsymbol{\tau}^2)^{1/2} \quad (2.36)$$

O modelo plástico de Bingham tem sido utilizado para descrever fluidos de perfuração de poços de petróleo e algumas suspensões de sólidos granulares.

O modelo Herschel-Buckley, que descreve o comportamento para $\tau > \tau_0$ como Power-Law, é dado por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + 2K \dot{\gamma}^{n-1} \right) \mathbf{D} & \text{para } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_0 \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0} & \text{para } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

A função viscosidade de Casson (1959) ajusta o comportamento viscoplástico de alguns fluidos através da relação tensão-deformação abaixo:

$$\begin{aligned} \eta^{1/2} &= (\eta_0)^{1/2} + \left(\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right)^{1/2} & \text{para } |\boldsymbol{\tau}| > \tau_0 \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0} & \text{para } |\boldsymbol{\tau}| \leq \tau_0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

onde τ_0 é a tensão inicial de escoamento e η_0 a viscosidade plástica. O modelo de Casson é ideal para modelar o estado estacionário de substâncias como o sangue, iogurte, purê de tomate, etc.

A dificuldade de lidar com o critério de von Mises quando da aplicação de modelos viscoplásticos na aproximação numérica de problemas de escoamentos pode ser superada com a utilização de aproximações contínuas das equações constitutivas, como a aproximação de Papanastasiou (1987). No entanto, alguns autores, baseados em medidas reológicas de tensão a baixíssimas taxas de deformação, vêm propondo novas equações constitutivas contínuas em que o conceito de tensão inicial de escoamento desaparece e dá lugar à modelagem de um platô de alta viscosidade a baixas tensões. Sugere-se o artigo de Barnes (1999) para alguns exemplos de propostas destas equações.

Maiores detalhes envolvendo modelos de fluidos Newtonianos generalizados e equações constitutivas são abordadas em Slattery (1999), Astarita (1974) e Bird, Armstrong e Hassager (1987).

2.2.1.3 Fluidos Viscoelásticos

São fluidos que apresentam um comportamento intermediário entre o puramente viscoso e o puramente elástico. São também chamados fluidos com memória. Estes fluidos respondem a deformações em escalas de tempo curtas como sólidos elásticos, mas fluem como líquidos Newtonianos em longas escalas de tempo de deformação. Estes fluidos ainda podem exibir diferenças de tensões normais, o que lhes confere comportamento único. O estudo de seu comportamento e modelagem foge ao escopo do presente trabalho, e pode ser acessado nos clássicos da literatura da área: Bird, Armstrong e Hassager (1987); Tanner (1988). Exemplos de fluidos modelados nesta categoria estão algumas massas de farinha de trigo, gelatinas, queijos, líquidos poliméricos, glicerina, plasma, biopolímeros, ácido hialurônico, saliva, etc.

2.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Atualmente duas são as formas de estudar um determinado problema: empiricamente, ou seja, através da experimentação de laboratório, e através da simulação computacional. A experimentação de laboratório possui notável vantagem por tratar com uma configuração real e, devido à ausência de modelos matemáticos, ela às vezes é a única forma de estudo disponível. Mas é de altíssimo custo e em alguns casos é inviável sua aplicação, seja por questões financeiras ou questões de segurança.

A simulação computacional, por sua vez, praticamente não apresenta restrições. Distinguem-se duas categorias de simulação: a que se vale de métodos analíticos e a que se vale de métodos numéricos. A diferença está na complexidade das equações, conforme afirma Maliska (2004). Soluções analíticas muitas vezes se desviam da física do mundo real pela quantidade de simplificações adotadas e normalmente são aplicadas a geometrias e condições de contorno simples, mas possuem um baixíssimo custo computacional e devem ser utilizadas quando há um modelo capaz de tratar o problema. São de grande utilidade quando se deseja validar modelos numéricos.

Já soluções numéricas praticamente não possuem restrições, podendo ser complexas e com condições de contorno gerais. Atualmente os programas de simulação de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), fundamentados em ferramentas numéricas, atingiram um

nível tal que muitos problemas, já validados experimentalmente em laboratório, não necessitam mais do experimento, deixando a cargo do computador todo o trabalho. A tendência observada é realizar em laboratório somente experiências finais de ajuste e teste de equipamentos, enquanto a CFD é utilizada para corroboração dos modelos matemáticos e numéricos na investigação e entendimento de novos fenômenos que ainda necessitam ser matematicamente modelados.

Diante da aplicação da CFD é necessária sempre uma comparação dos resultados numéricos com analíticos, se existirem, ou com outros resultados numéricos, o que caracteriza a validação numérica. Por outro lado, a comparação dos resultados numéricos com os experimentais identifica a validação física.

Os métodos numéricos de equações diferenciais tradicionalmente encontrados na literatura são: Métodos de Diferenças Finitas (MDF), Métodos de Elementos Finitos (MEF) e Métodos de Volumes Finitos (MVF).

O MDF caracteriza-se pela substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico e, assim como o MEF, trabalha com pontos da malha e como consequência não são conservativos em nível discreto. O MVF realiza um balanço de conservação da propriedade para cada volume elementar para obter a equação aproximada. Há mais trabalhos realizados com o MVF, uma vez que este permite associar a interpretação física à matemática.

Atualmente, os métodos MVF e MEF possuem grande aceitabilidade, uma vez que resolvem problemas advectivos, inclusive com ondas de choque, em diferentes geometrias. Porém, nos pacotes comerciais, com forte uso na indústria, observa-se que o MVF é o método empregado, devido a sua robustez, em decorrência das características conservativas. Conforme Maliska (2004), uma vez que se busca a solução de uma equação diferencial e esta representa a conservação de uma propriedade em nível de ponto, parece lógico que as equações aproximadas representem a conservação em nível de volumes finitos. O autor ainda enfatiza a facilidade na depuração de um programa escrito em MVF, já que este método é feito em nível de volumes elementares, e deve satisfazer qualquer tamanho de malha. Os dados referentes à conservação podem então ser conferidos em uma malha grosseira, exigindo um pequeno tempo computacional, diferentemente dos outros métodos, que necessitam refinar a malha, uma vez que não existe o conceito de volumes elementares. Atualmente existem diversas variantes do MVF, pois todo método numérico que obtém suas equações aproximadas através dos balanços é um método de volumes finitos.

2.4 PROGRAMAS DE CFD

Programas de CFD - *Computational Fluid Dynamics* (Dinâmica de Fluidos Computacional) são ferramentas computacionais que simulam sistemas caracterizados pelo escoamento de fluido, transferência de calor e outros processos físicos relacionados. Possuem grande aplicabilidade em muitos campos da ciência, com destaque para processos industriais, serviços de construção, saúde e segurança, indústria automobilística e aeroespacial, eletrônica, ambiental, médica e energia.

Atualmente o CFD tornou-se uma ferramenta industrial e acadêmica, ajudando a reduzir as escalas de tempo de criação e melhorando o processo de entendimento de diversos fenômenos da engenharia. Suas principais vantagens são o custo de realização de um experimento e a velocidade de aquisição dos dados. A CFD trabalha com as equações do escoamento do fluido sobre uma determinada região de interesse, com especificação das condições de contorno, bem como a precisão dos valores. Oferece assim significativas vantagens, já agregadas pela simulação computacional, e pode ser, em alguns casos, a única forma de estudo de um determinado problema físico.

Recentes avanços, em especial no poder de processamento dos computadores, junto com a capacidade de manipulação gráfica, incluindo iteratividade de modelos 3D, permitiram a criação de modelos de CFD com análise de resultados menos trabalhosa, reduzindo assim tempo e custo, seja em pesquisa, seja em aplicações industriais. Novos algoritmos foram implementados, ampliando a capacidade de estudos de campos de escoamento.

Os programas citados aqui são divididos em dois grupos: os comerciais, com vasta aplicabilidade e confiabilidade e com código fechado, não permitindo ao usuário conhecer seu algoritmo, e os não comerciais - alguns de código aberto - com uma aplicabilidade menor em comparação com os comerciais, mas permitindo ao usuário saber como é realizada a simulação e também manipular o código, uma vez que é aberto. Aqui citamos os comerciais, produzidos pela ANSYS: FLUENT e CFX; e os não comerciais e de código aberto, OPENFOAM e MFX.

2.4.1 CFX

Conforme manual da ANSYS (2009) o CFX é um software comercial de proposta geral, caracterizado por uma eficiente capacidade de pré e pós-processamento, com destaque

na capacidade de manipulação gráfica e solução robusta e confiável. Para a solução numérica das simulações utiliza o MVF.

Este software de CFD é capaz de modelar:

- Escoamentos nos estados estacionário e transiente;
- Escoamentos turbulentos e laminares;
- Escoamentos subsônicos, transsônicos e supersônicos;
- Problemas envolvendo transferência de calor e radiação térmica;
- Rastreamento de partículas;
- Escoamentos multifásicos;
- Escoamentos compressíveis e incompressíveis;
- Combustão em escoamento multifásico;
- Combustão em escoamento de fluidos não-Newtonianos.

O CFX consiste de três módulos. O primeiro é de pré-processamento, onde são definidas as condições de simulação, tais como as características do fluido, condições de contorno, valores iniciais e parâmetros de solução. Outra etapa é o *solver*, onde são encontradas as soluções das variáveis especificadas na etapa de pré-processamento. É nesta etapa que ocorre a simulação. A fase posterior, chamada de *post* é a última etapa e fornece uma iteração do resultado da simulação com ferramentas gráficas para análise. Todas estas etapas podem ser administradas em um único gerenciador chamado de *Launcher*, o que facilita a operação para o usuário. O CFX também permite ser gerenciado pela plataforma *workbench* da ANSYS e assim o usuário consegue controlar diversas simulações simultaneamente.

2.4.2 OPENFOAM

O OPENFOAM, conforme OPENFOAM (2011) é um programa de CFD livre e de código aberto, baseado no MVF e escrito na linguagem computacional C++, o que permite ao usuário adaptar o programa às suas necessidades. Produzido pelo *OpenFoam Team* do *Silicon Graphics International Corp* (SGI), permite fazer paralelização de malhas para geometrias complexas. Inclui em seu *solver* 80 aplicações que simulam problemas específicos na engenharia mecânica e mais outras 170 aplicações com a realização de etapas de pré e pós-processamento de tarefa, como visualização de dados e malhas. O

OPENFOAM inclui ferramentas de criação de malhas, conversor de malhas no formato OPENFOAM, bem como ferramenta para manipulação de geometrias e malhas. Quanto à capacidade de resolução inclui:

- Escoamentos compressíveis e incompressíveis;
- Escoamentos multifásicos;
- Combustão;
- Convecção natural;
- Transferência de calor;
- Dinâmica de sólidos;
- Reações químicas;
- Modelos de turbulência;
- Eletromagnetismo;
- Rastreamento de partículas Lagrangeanas.

2.4.3 Fluent

Conforme ANSYS (2009) o programa *Fluent* é destinado à modelagem de escoamento de fluidos, transferência de calor e reações químicas em geometrias complexas. Distribuído pela ANSYS é um programa comercial escrito na linguagem computacional C. Tem como um dos grandes diferenciais sua facilidade de manuseio e sua interface gráfica. Permite importar arquivos de softwares CAD e assim criar automaticamente malhas 2D triangulares e quadriláteras, em 3D tetraédricas, hexaédricas, cunhas (ou prismáticas) e poliédricas e mesmo misturar malhas, as chamadas malhas híbridas, assim como criar multi-zonas de malhas. Permite utilizar uma arquitetura servidor/cliente e assim paralelizar a simulação em diversos processadores e estações de trabalho, tornando mais eficiente a simulação.

O manual ainda cita algumas aplicações, que incluem:

- Modelos de escoamento turbulentos e multifásicos;
- Simulações de fluidos compressíveis e incompressíveis;
- Escoamento invíscido, laminar e turbulento, bem como transição;
- Realização de análises transientes e estacionárias tanto em fluidos Newtonianos como não-Newtonianos;
- Modelos matemáticos capazes de análise de fenômenos de transporte, como transferência de calor e reações químicas;

- Modelos Eulerianos e calculo das trajetórias Lagrangeanas de partículas, gotículas ou bolhas;
- Modelagem de problemas de transferência de calor, incluindo convecção natural, forçadas ou ambas;
- Modelos de radiação e submodelos relacionados para modelagem;
- Modelo acústico para predizer ruídos produzidos por escoamentos.

2.4.4 MFIX

O MFIX é um programa de modelo hidrodinâmico de propósito geral escrito em linguagem FORTRAN, baseado no MVF de Patankar (1980). Tem sua origem numérica e teórica na teoria hidrodinâmica de fluidização em Leito Fluidizado Borbulhante (LFB).

A modelagem da teoria hidrodinâmica tem notável habilidade por sintetizar dados de experimentos variados, tais como o arrasto de uma esfera isolada ou a taxa de volatilização medida. Permite descrever a distribuição da dependência do tempo de frações de volumes de sólidos e fluidos, velocidade, pressão, temperatura e fração de massa das espécies em reatores industriais, onde medidas de tais quantidades podem ser impossíveis na prática. Esses cálculos permitem projetar a visualização das condições em um reator, por exemplo, para entender como atuam as mudanças de valores quando as condições de operação são alteradas, para conduzir experimentos de hipótese (*what-if*) e assim auxiliar em projetos futuros.

Desenvolvido pelo Centro de Tecnologia em Energia de Morgantown (METC – Morgantown Energy Technology Center), tem como fundamentação teórica as equações do balanço de massa e quantidade de movimento para gás e múltiplas fases sólidas; equação da energia para interação entre duas fases sólidas e uma fase gasosa; múltiplos tipos de partícula e um arbitrário número de equações de balanço de espécies para gás e sólido. Estes modelos de interações são baseados nas equações de cinética química, em correlações experimentais e, mais recentemente, em modelos derivados da Teoria Cinética dos Escoamentos Granulares (KTGF). Permite construir sistemas em coordenadas cartesianas e cilíndricas, malhas não uniformes, além de criar superfícies internas impermeáveis e semipermeáveis. Também é capaz de fornecer informações sobre condições transientes de pressão, temperatura, composição e distribuição de velocidades da simulação estudada. O usuário pode visualizar as condições de reação, realizar estudos paramétricos e de hipótese de experimentos e auxiliar no design de processos, facilitando desta forma o esclarecimento de dúvidas geradas por testes empíricos.

O modelo atual do MFIX foi validado para vários escoamentos dentre estes se cita dados experimentais em processos considerados fundamentais, como bolha de injeção única, injeções a jato, conforme exposto em Syamlal (1989 apud Syamlal, Rogers e O'Brien 1993), segregação de partículas, em Syamlal (1988 apud Syamlal, Rogers e O'Brien 1993), dinâmica de leito fluidizado circulante, em O'Brien (1991 apud Syamlal, Rogers e O'Brien 1993), e

também as reações de escoamento em reatores de leito fluidizado circulante, leito fluidizado com tubos de transferência de calor imersos, Boyle (1991 apud Syamlal, Rogers e O'Brien, 1993), leitos fluidizados com filtro, e em reatores de leito fluidizado a altas temperaturas, Syamlal (1993 apud Syamlal, Rogers, & O'Brien, 1993).

2.5 PESQUISAS CORRELATAS E ESTADO DA ARTE

Os fluidos não-Newtonianos são encontrados em ampla escala na natureza. Na indústria, fazem parte de diversos processos. Diante desta realidade, a necessidade de conhecer e prever seu comportamento tem levado a um grande número de pesquisas no tema. Neste contexto, o uso de ferramentas computacionais ganha destaque auxiliando na compreensão das suas características, seja de escoamento, seja de transferência de calor.

Diferentemente dos fluidos Newtonianos, o comportamento dos fluidos não-Newtonianos, sob diferentes condições e geometrias, foi muito pouco explorado até o presente momento. Porém, é crescente o número de trabalhos buscando compreender as características de escoamento bem como da transferência de calor destes fluidos. Busca-se neste subcapítulo trazer um pouco do que se tem produzido na área, como estudos de aplicação do modelo de Fluido Power-Law em escoamentos de fluidos não-Newtonianos.

Citam-se aplicações, como em Koteswara, Sahu, e Chhabra (2011), onde foi avaliado o comportamento de um fluido Power-law sobre um prisma de seção transversal quadrada. O objetivo era permitir que através do número de Reynolds pudesse saber o instante limite do fluxo estacionário para pseudoplásticos e dilatantes. Para realização da simulação foi utilizado o programa comercial FLUENT. O estudo ocorreu pela análise das linhas de corrente e contorno das vorticidades para um determinado número de casos de escoamento com índices Power-Law, n , que variavam de 0,2 a 1,4. Os resultados trouxeram o estabelecido de um limite de número de Reynolds para fluxo em regime estacionário a partir do instante em que ocorre o desprendimento de vórtices, e concluiu-se uma forte dependência em relação ao índice Power-Law neste parâmetro. O estudo permitiu também, determinar o arrasto bem como o número de Nusselt em função do número de Reynolds entre 1 e 40 e número de Prandtl entre 0,7 e 100 que demonstraram ter uma dependência diretamente proporcional. O autor salienta que esta predição obtida a partir de correlações somente pode ser satisfeita em $n < 0,5$, ou seja, fluidos pseudoplásticos.

Em Vijaya, Ramp e Chhabra (2009) é estudado o comportamento de um escoamento bidimensional de fluido Power-law incidindo perpendicularmente sobre um cilindro circular confinado. O estudo foi feito utilizando o FLUENT 6.3. Nesse trabalho foram avaliados os efeitos do índice Power-Law (n) variando entre 0,4 e 1,8 e dos números de Reynolds (Re) variando entre 40 e 180 sobre características cinemáticas do escoamento, a partir das linhas de contorno, campo superficial de pressão e parâmetros como coeficientes de arrasto (C_D), sustentação (C_L), e número de Strouhal (St). O estudo demonstrou uma transição do escoamento estacionário para turbulento em um Re de aproximadamente 40-50. Após a turbulência foram observados o aumento de St e C_L com o aumento do número de Re . Foi observado que mantendo o Re fixo o C_D aumenta e o C_L diminui com aumento de n . Da mesma forma para um Re fixo e aumento de n foi observado o decréscimo de St . Para um n fixo foi observado que o C_D aumenta gradualmente com o aumento de Re . Outra observação feita é que o C_L demonstra uma forte dependência em relação ao n próximo à zona de transição.

Estudos numéricos da transferência de calor em geometrias contendo diversos tubos circulares, como um banco de tubos, foram realizados por Narasimha et al. (2004) para fluidos não-Newtonianos descritos pelo modelo Power-Law, buscando comparar dados da literatura e incrementar informações, pois, conforme os autores há escassos resultados experimentais disponíveis na literatura. Foram estudadas as características de transferência de calor por convecção forçada, considerando-se condições de contorno, tanto de temperatura prescrita como fluxo de calor prescrito. O estudo se deu em números de Reynolds $10 \leq Re \leq 500$ e índice de Power-Law $1 \leq n \leq 5$, três valores de porosidade 0,4; 0,5 e 0,6; valores típicos de trocadores de calor de bancos de tubos, e números de Peclet de $1 \leq Pe \leq 5000$. Como resultados são apresentados a média superficial do número de Nusselt que demonstra forte dependência em relação aos valores de porosidade, índice Power-Law, número de Peclet e número de Reynolds. O trabalho mostra a possibilidade da predição do número de Nusselt, a partir de correlações feitas pelo autor, em função dos números de Reynolds, Prandtl ou Peclet, índice de Power-Law e a porosidade do banco de tubos sobre uma vasta gama de condições. O artigo encerra fazendo comparações com dados experimentais da literatura.

Outro destaque encontrado na literatura refere-se ao escoamento de fluidos Power-Law sobre cilindros considerando as condições térmicas. Em Paliwala et al. (2003) são simulados escoamento de fluidos com índice Power-Law de $0.5 \leq n \leq 1.4$, simulações bidimensionais, com números de Reynolds determinados a partir do cilindro, de

$5 \leq Re \leq 40$ e número de Peclet de $5 \leq Pe \leq 400$. A razão de bloqueio (β), razão entre a projeção da área do cilindro perpendicularmente ao escoamento e a área da seção, foi de $1/5$. O tipo de condição de contorno térmica estudada foi de fluxo de calor prescrito e de temperatura prescrita na parede do cilindro. Foi verificado que a relação entre o coeficiente de arrasto e o número de Nusselt mostra somente uma leve dependência em relação ao índice Power-Law. Também se verificou que os fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) não somente apresentam o tamanho da região de esteira reduzida em relação aos fluidos newtonianos, mas também atrasam a sua formação; os escoamentos de fluidos dilatantes mostram efeitos contrários. As propriedades termofísicas, massa específica (ρ), calor específico (C_p), condutividade térmica (k), constantes Power-Law, índices de consistência (m) e índice Power-Law (n), são assumidos como independentes da temperatura. As condições térmicas de fronteiras utilizadas foram temperatura uniforme e fluxo de calor uniforme. A equação da energia foi determinada utilizando o número de Peclet. A justificativa é que o número de Peclet é independente da constante Power-Law e esta constante também coincide com a que é usada para fluidos Newtonianos. As análises gráficas das propriedades isotérmicas deste escoamento demonstraram um rápido decaimento no campo de temperatura em fluidos de condições pseudoplásticas; o comportamento inverso é observado nos dilatantes. Porém o autor lamenta não ter dados experimentais para validação dos resultados apresentados

Aboueian-Jahromi, Nezhad e Behzadmehr (2011) estudaram um escoamento laminar incompressível, com transferência de calor, de um fluido Power-Law, através de um prisma de seção quadrada, inclinado em diversos ângulos em relação à direção de escoamento confinado em um canal bidimensional. Os efeitos do ângulo de inclinação (α) e índice Power-Law, assim como o número de Nusselt, foram estudados para condições de número de Reynolds $1 \leq Re \leq 40$, α de 0° até 50° e n de 0,4 até 1,8, em números de Prandtl e β com valores de 50 e 0,25 respectivamente. O modelo da geometria utilizada na simulação pode ser visto na Fig. 2.7. A entrada do fluido possui uma distribuição de velocidade parabólica, com seu valor máximo no centro da seção transversal. O artigo produziu uma série de resultados para estudar o comportamento deste escoamento. Os resultados incluem o comportamento de variáveis como comprimento de recirculação, coeficiente de arrasto por pressão, coeficiente de sustentação, perda adimensional de energia e número de Nusselt. Tudo isto sobre os diferentes números de Reynolds, diferentes índices Power-Law e diferentes ângulos de inclinação do prisma em relação a direção do escoamento.

Percebeu-se que o desprendimento de vórtices ocorre somente para valores de $n = 0,4$ com $\alpha = 45^\circ$ e em números de Reynolds maiores que 33. No escoamento em regime estacionário os resultados mostram que o C_D do cilindro aumenta com o aumento n e o C_L máximo ocorre em $\alpha = 15$. O número de Nusselt aumenta com o decréscimo de n e com o aumento de α , enquanto que a perda adimensional de energia (W^*) diminui com o decréscimo de n e com o aumento de α . Correlações simples, para escoamentos dentro dos parâmetros estudados, são também produzidas para determinação de C_D , e número de Nusselt em função de n , α e número de Reynolds.

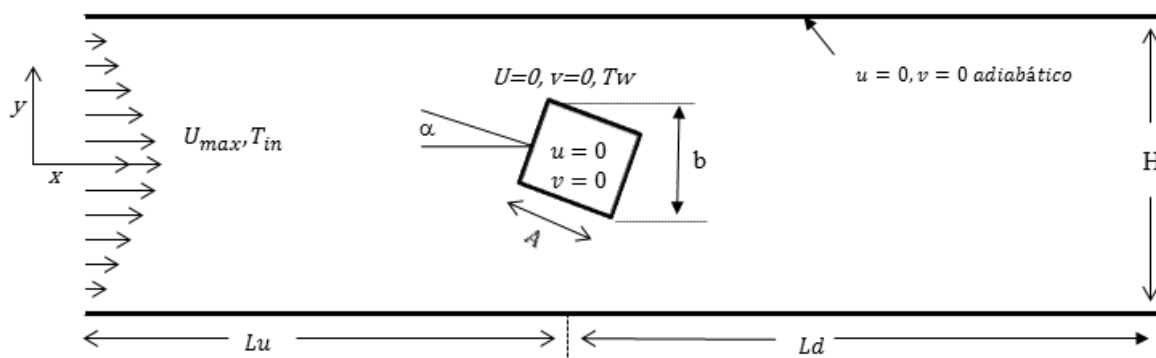


Figura 2. 6. Representação geométrica do escoamento de um fluxo estável não isotérmico sobre um prisma inclinado.

Fonte: Adaptado de Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011).

3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

O código-fonte do programa MFIX consiste em milhares de linhas de programação em linguagem FORTRAN, distribuídas em mais de 300 arquivos. Estes arquivos encontram-se dentro do diretório *model*, o qual é distribuído pelo NETL (National Energy Technology Laboratory), laboratório do Departamento de Energia (DOE - Department of Energy) do governo norte-americano. Todos os arquivos constantes no diretório *model* são compilados através das diretivas constantes no arquivo *make_mfix* para gerar o programa executável *mfix.exe*. Este programa, quando executado, lê o arquivo *mfix.dat*, no qual são descritas a geometria, a malha, as condições de contorno e as opções quanto ao modelo a ser resolvido.

O MFIX não contém uma sub-rotina para calcular a viscosidade em função da taxa de deformação, como é necessário, quando se trata de um fluido Newtoniano generalizado. No entanto, existe a sub-rotina *calc_mu_g*, escrita no arquivo *calc_mu_g.f*, a qual realiza o cálculo da viscosidade de um gás em função da temperatura, utilizando o modelo de Sutherland para gases, encontrado em Munson, Young e Okiishi (2004), e também calcula a viscosidade turbulenta em função do comprimento de escala turbulento.

Assim, no presente trabalho, a sub-rotina *calc_mu_g* foi modificada a fim de incorporar o cálculo da magnitude do tensor taxa de deformação e da viscosidade de acordo com o modelo Power-Law.

A magnitude do tensor taxa de deformação é calculada a partir das derivadas do vetor velocidade em cada direção. O tensor taxa de deformação (D) em duas dimensões é representado pela matriz simétrica apresentada na Eq. 3.1, com seus respectivos elementos:

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

A magnitude do tensor taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, é dada por:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \operatorname{tr}(\mathbf{D}^2)} = \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]} \quad (3.2)$$

E o modelo Power-Law consiste no cálculo da viscosidade conforme Eq. 3.3.

$$\eta(\dot{\gamma}) = m\dot{\gamma}^{n-1} \quad (3.3)$$

Estas equações foram então implementadas na sub-rotina *calc_mu_g*, e foram realizados testes numéricos para validar a implementação. O arquivo *calc_mu_g.f* modificado é apresentado no Anexo A.

3.1 VALIDAÇÃO DO MODELO IMPLEMENTADO

Realizada a implementação do modelo Power-Law no MFIX, passou-se à validação dessa implementação, através da comparação de resultados gerados com o código modificado com resultados da literatura. Para isso, utilizou-se o *benchmark* do escoamento isotérmico no interior de uma cavidade quadrada de lado L (GHIA et al., 1982), o qual é bastante utilizado para validação de códigos de dinâmica de fluidos. Sua solução é um desafio, pelo modo como as regiões de recirculação que se criam no interior do domínio causam mudanças rápidas na solução, e também pelas singularidades da pressão nos cantos superiores do domínio. Conforme mostra a Fig. 3.1, são impostas condições de não deslizamento nas paredes e uma velocidade $u=u_0$ na parede superior da cavidade. Todas as outras velocidades são adimensionalizadas em relação a u_0 . O comprimento característico do problema é dado pelo comprimento do lado da cavidade, ou seja, L . O número de Reynolds é calculado como:

$$\text{Re} = \frac{Lu^* \rho}{m} \quad (3.4)$$

onde m é o índice de consistência do fluido Power-Law. No caso de fluidos Newtonianos, usou-se $m = \mu$.

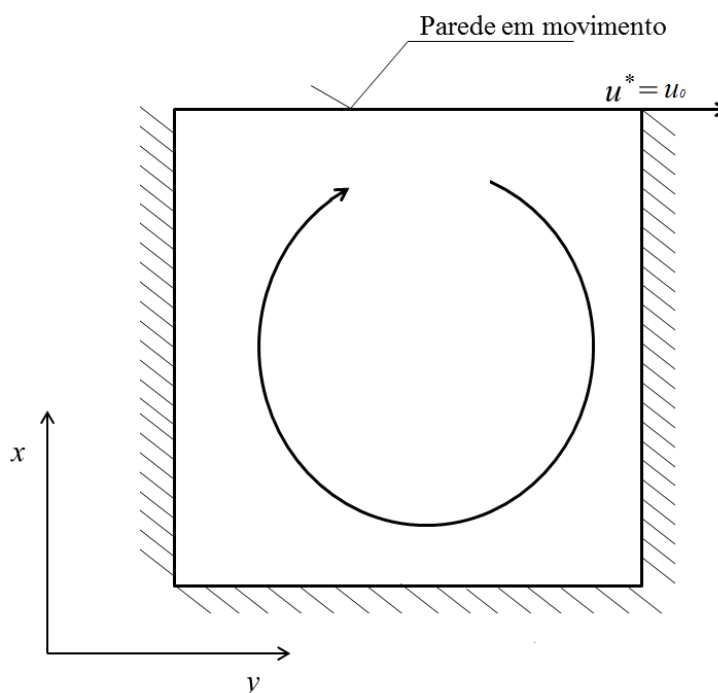


Figura 3.1 Geometria e condições de contorno para o escoamento em cavidade quadrada.

3.1.1 Escoamento Newtoniano em Cavidade

Diante da necessidade de garantir que o software possua capacidade de simulação confiável, foi realizado um teste fluidodinâmico em cavidade, para fluidos Newtonianos, com o modelo disponível no MFIX. Assim, buscou-se em Ghia et al. (1982) dados de referência para este estudo. Os autores estudaram o comportamento de um fluido Newtoniano, regido pelas equações diferenciais de Navier-Stokes, em regime de escoamento estável, isotérmico, sobre uma cavidade. Uma simulação em uma geometria como esta é de interesse para estudar as condições de um escoamento e potencialidades de uma simulação, uma vez que abrange complexidades hidrodinâmicas como recirculação, diferentes estruturas de vórtices, singularidades, instabilidades e transições, conforme justificado em Mendu e Das (2012).

Ghia et al. (1982) utilizaram uma malha computacional de 129 x 129 células cobrindo toda a cavidade, para números de Reynolds da ordem de 10^2 até 10^3 . São estudados os valores de u e v , projeções das velocidades nos eixos X e Y, respectivamente, ao longo das direções verticais e horizontais que passam pelo centro da cavidade.

Com o MFIX, realizou-se o mesmo tipo de simulação, utilizando-se uma malha de 121 x 121 volumes de controle. Os resultados obtidos foram comparados com os de

Ghia et al. (1982), conforme Fig. 3.2 a 3.7 para três diferentes números de Reynolds: 10^2 , 4×10^2 e 10^3 .

As figuras a seguir, Fig. 3.2 e 3.3, são referentes à simulação com número de Reynolds 100. A Fig. 3.2 faz um comparativo dos dados gerados por Ghia et al. (1982) com aqueles produzidos pelo MFIX.

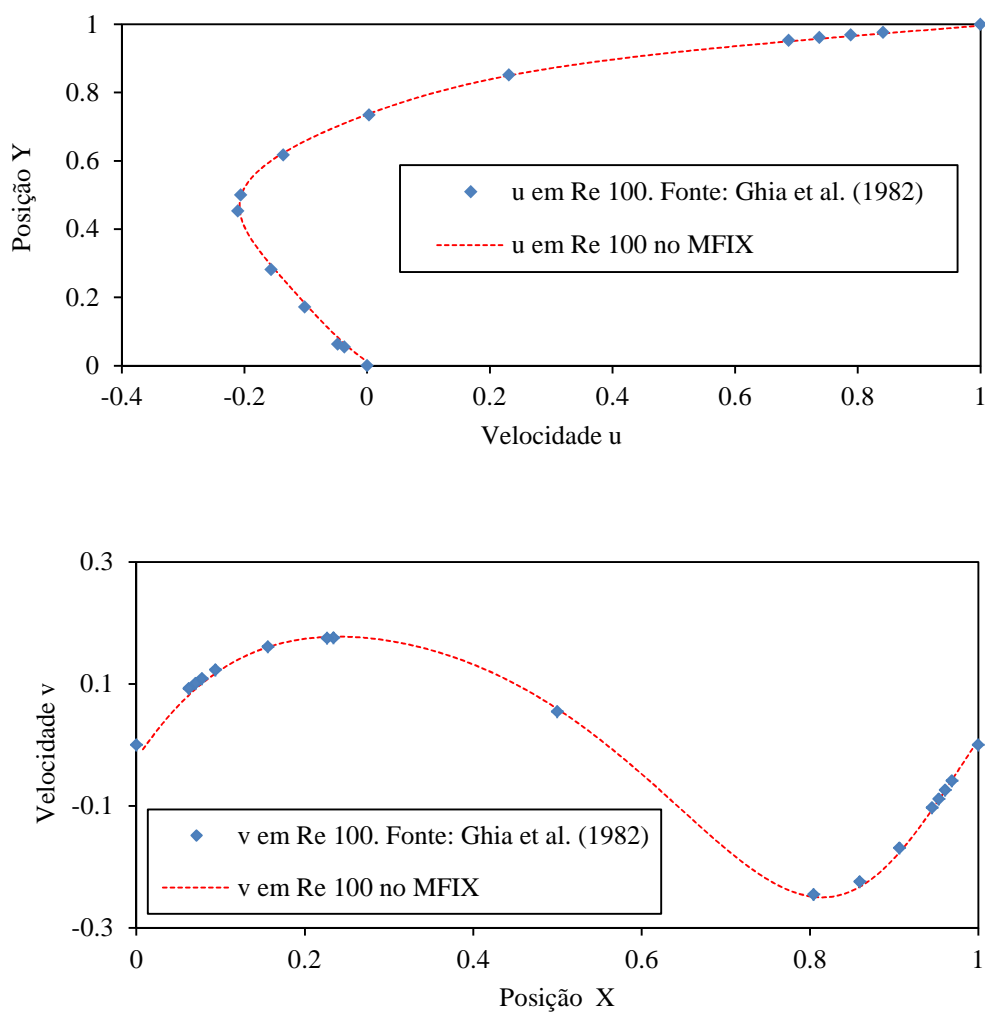


Figura 3. 2 Velocidades u e v para $Re=100$.

Os gráficos demonstraram uma boa concordância de resultados. A seguir, na Fig. 3.3, são apresentadas imagens da cavidade com suas linhas de corrente. Na Fig. 3.3 a), gerados pelo autor do artigo referênci, Ghia et al. (1982), e na Fig. 3.3 b) é gerada neste trabalho, considerando um escoamento com número de Reynolds 100, com o MFIX.

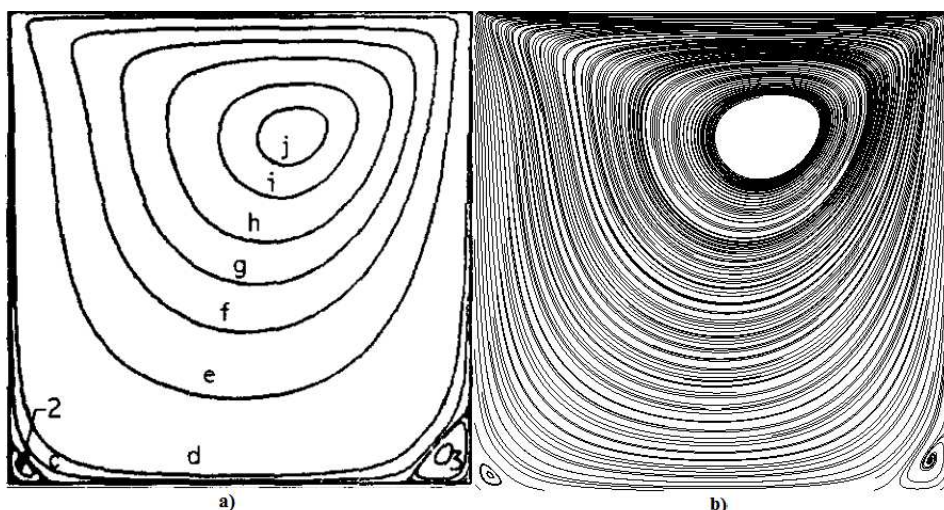


Figura 3. 3 Linhas de corrente em número de Reynolds 100,
 Fonte: Desenho a), adaptado do autor Ghia et al .(1982).

As linhas de corrente demonstraram, tanto para Ghia et al. (1982) quanto para o gerado no MFX, um vórtice principal na parte superior da cavidade, deslocado para direita, com sentido em concordância com o escoamento do fluido na borda superior e pequenos vórtices secundários nos cantos inferiores.

As figuras a seguir, Fig. 3.4 e 3.5, são referentes à simulação com número de Reynolds 400. A Fig. 3.4 faz um comparativo dos dados gerados por Ghia et al. (1982) com aqueles produzidos pelo MFX.

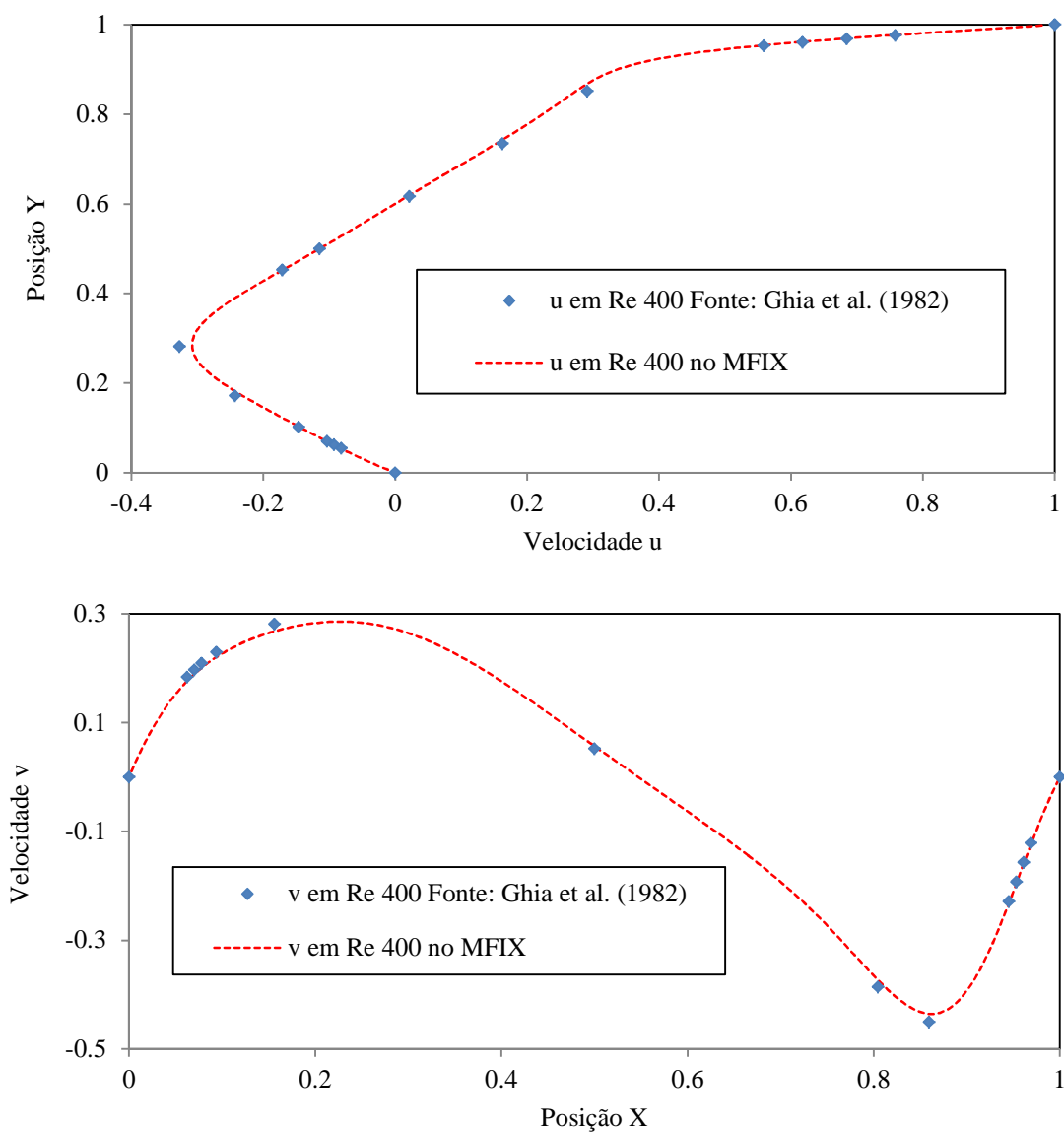


Figura 3. 4 Velocidades u e v para $Re=400$.

Os gráficos demonstraram boa concordância no comportamento dos valores obtidos com os valores esperados, tomado por Ghia et al. (1982).

Na Fig 3.5, são apresentadas as linhas de corrente. Onde Fig. 3.5 a), referente ao artigo referência, Ghia et al. (1982), e Fig. 3.5 b), correspondente aos resultados gerados pela simulação com o MFX, para escoamento com número de Reynolds 400.

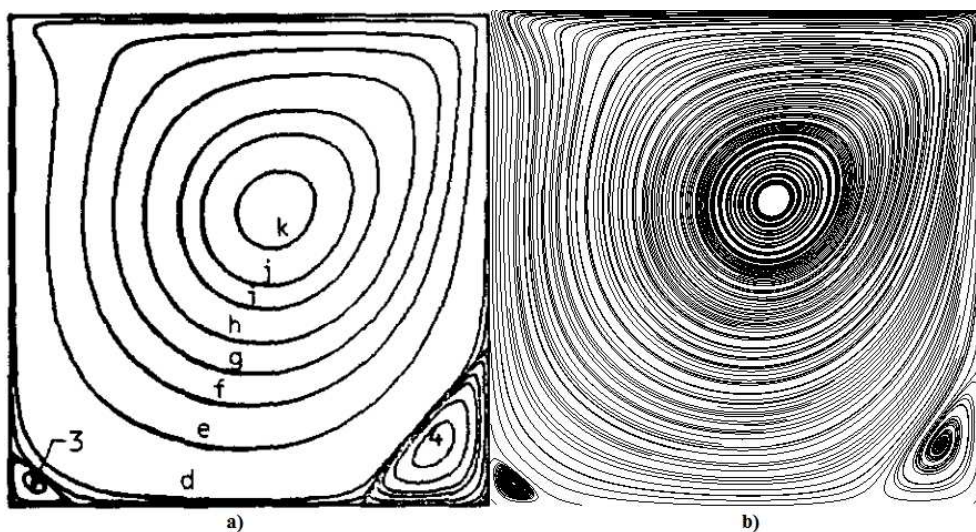


Figura 3. 5 Linhas de corrente em número de Reynolds 400,
 Fonte: Desenho a), adaptado do autor Ghia et al .(1982).

As linhas de corrente demonstraram, tanto para Ghia et al. (1982) quanto para o gerado no MFIX um vórtice principal próximo ao centro. Mostram concordância quanto a um vórtice secundário no canto esquerdo, que é levemente maior que o gerado pelo escoamento com número de Reynolds 100, visto em Fig. 3.3.

As figuras a seguir, Fig. 3.6 e 3.7 são referentes à simulação com número de Reynolds 1000. A Fig. 3.6 faz um comparativo dos dados gerados por Ghia et al. (1982) com aqueles produzidos pelo MFIX.

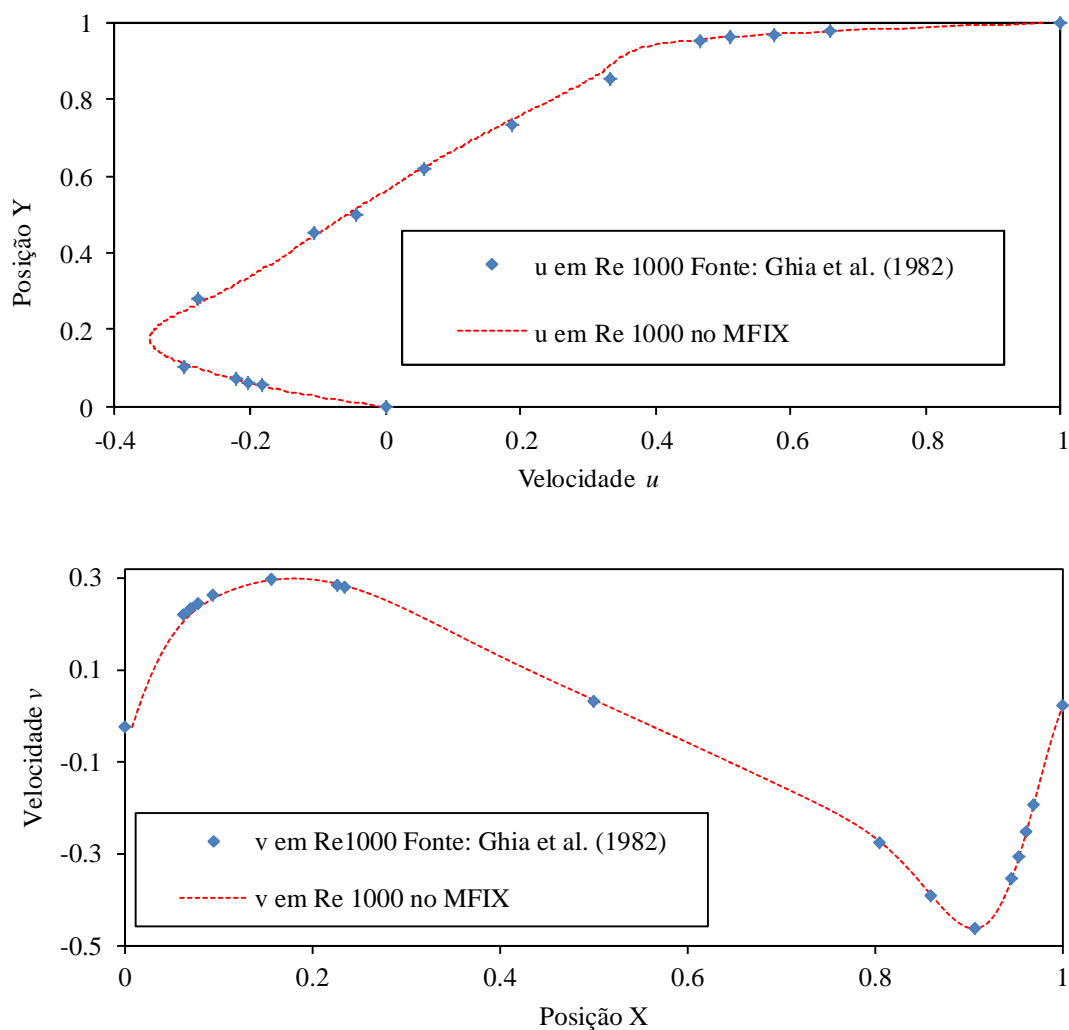


Figura 3. 6 Velocidades u e v para $Re=1000$.

Os gráficos demonstraram boa concordância no comportamento dos valores obtidos com os valores esperados, tomado por Ghia et al. (1982).

Na Fig. 3.7, são apresentadas as linhas de corrente. Onde Fig. 3.7 a), referente ao artigo referência, Ghia et al. (1982), e Fig. 3.7 b), correspondente aos resultados gerados pela simulação com o MFX, para escoamento com número de Reynolds igual a 1000.

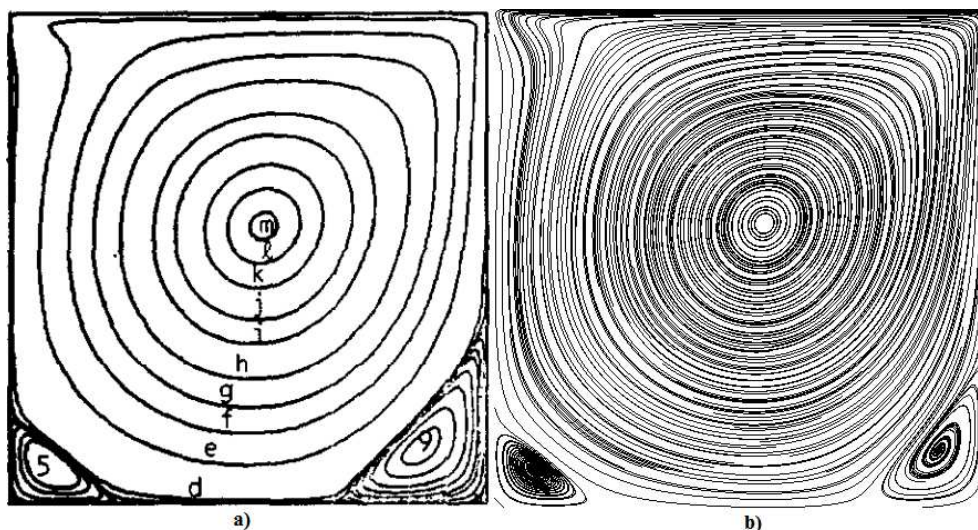


Figura 3. 7 Linhas de corrente em número de Reynolds 1000,
Fonte: Desenho a), adaptado do autor Ghia et al .(1982).

As linhas de corrente demonstram tanto para Ghia et al. (1982), quanto para o gerado no MFIX, um vórtice principal ao centro. Mostram concordância quanto a um vórtice secundário no canto esquerdo, que demonstra estar crescendo conforme o aumento do número de Reynolds, uma vez que é levemente maior que o gerado pelo escoamento com número de Reynolds 400, visto na Fig. 3.5 a). No canto direito inferior, das linhas de corrente geradas por Ghia et al. (1982) mantém-se um vórtice que teve uma relativa expansão quando simulado com número de Reynolds 400 em relação a 100, ver Figs. 3.5 a) e 3.3 a) respectivamente, mas não manteve tal tendência à expansão para $Re = 1000$.

Conclui-se, portanto, através da comparação realizada com resultados da literatura, que o modelo hidrodinâmico do código MFIX pode ser utilizado para simulação de escoamentos monofásicos Newtonianos.

3.1.2 Escoamento não-Newtoniano em Cavidade

Após a alteração do código-fonte do MFIX e sua posterior recompilação, foram gerados resultados para o escoamento de fluido Power-Law no interior de uma cavidade quadrada. Estes resultados foram comparados com os resultados numéricos de Neofytou (2005) para o mesmo problema, a fim de validar a implementação do modelo.

Para esta validação foram utilizados fluidos pseudoplásticos (Power-Law com índice n menor do que 1) e dilatantes (Power-Law com índice n maior do que 1). Os resultados das simulações são vistos na Fig. 3.8, com o resultado em linhas de corrente e campo de velocidade, u ; as comparações são feitas em gráficos nas Fig. 3.9 e Fig. 3.10. Nestes últimos

gráficos são analisadas, respectivamente, as componentes da velocidade u , ao longo da direção vertical, localizado no centro da cavidade e a componente da velocidade v ao longo da direção horizontal localizada no centro da cavidade, para ambas as simulações. As simulações consistiram de fluido com um número de Reynolds 100, índices Power-Law de 0,5 e 1,5, valores iguais aos utilizados por Neofytou (2005), e uma malha de 200 x 200 em ambas simulações.

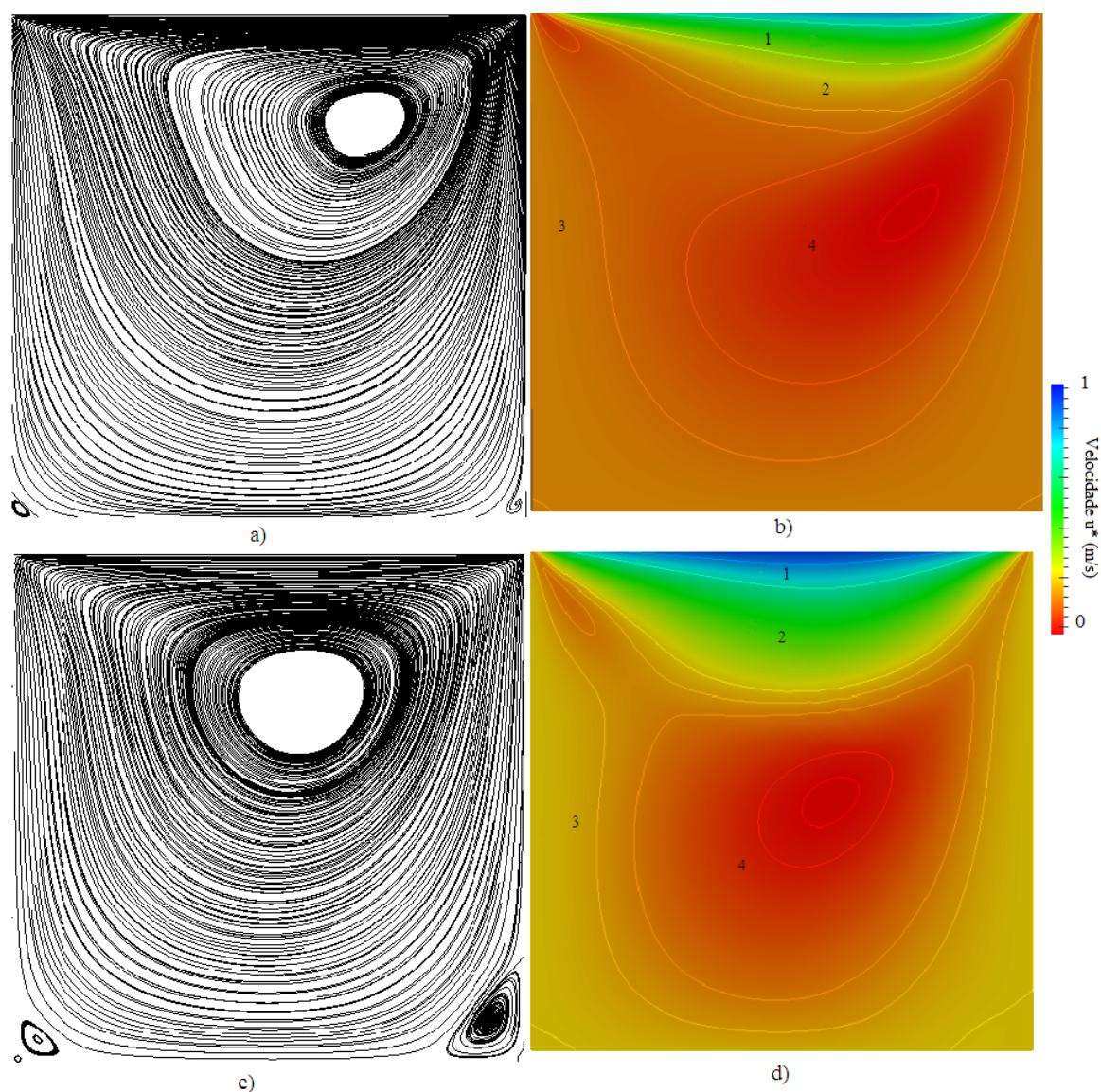


Figura 3. 8 À esquerda linhas de corrente e à direita campo de velocidade para fluidos com $n = 0,5$ ao alto e $n = 1,5$ abaixo.

Na Fig. 3.8, tanto para a coluna da esquerda, de linhas de corrente, quanto da direita, campo de velocidades, são observadas diferenças nas simulações. A simulação que consiste de $n = 1,5$ é localizada na parte de baixo da figura (Fig. 3.8 c) e d)). Observando-se as

linhas de corrente desta simulação, percebe-se o surgimento de um vórtice secundário no canto inferior esquerdo, o que para o caso com $n = 0,5$ (Fig. 3.8 a) e b)) há somente pequenos indícios destes vórtices. Outra característica observada, em Fig. 3.8 c), é um deslocamento do vórtice principal para o centro, quando a simulação utiliza $n = 1,5$. No canto inferior direito, observa-se um vórtice secundário, o qual é maior para o caso de $n = 1,5$.

Uma análise comparativa dos campos de velocidade denota diferenças sensíveis. No campo de velocidade da Fig. 3.8 d), (para $n = 1,5$), observa-se que a região de velocidade intermediária, entre 0,4 e 0,6 conforme legenda, ou região 2 da respectiva figura é expandida e localiza-se mais próxima do centro da cavidade do que na simulação para $n = 0,5$ (Fig. 3.8 b)), representada pela região 1. Na região das paredes laterais e inferior, região 3, em ambas as simulações, as velocidades ficaram com baixos valores. Na proximidade da parede superior, na simulação referente a $n = 1,5$ a velocidade próxima ao valor máximo ficou distribuída em um formato semelhante a uma elipse, porém com um corte superior, devido ao limite da cavidade. O campo de velocidade superior da Fig. 3.8 b), referente à simulação com $n = 0,5$, ficou com a região de maiores velocidades deslocada para a direita seguindo o sentido do deslocamento da parede superior. Fato este não observado com a mesma intensidade na simulação envolvendo escoamento com $n = 1,5$ (Fig. 3.8 d)).

A Fig. 3.9 apresenta a comparação, para a componente u da velocidade de escoamento ao longo da linha central da cavidade na direção vertical, para $n = 1,5$ e $0,5$ para a presente simulação e os valores do artigo de referência. Este demonstrou uma aparente concordância dos dados com a referência, com um desvio máximo de aproximadamente 8% na região de altura próxima a 0,5, no escoamento com $n = 1,5$.

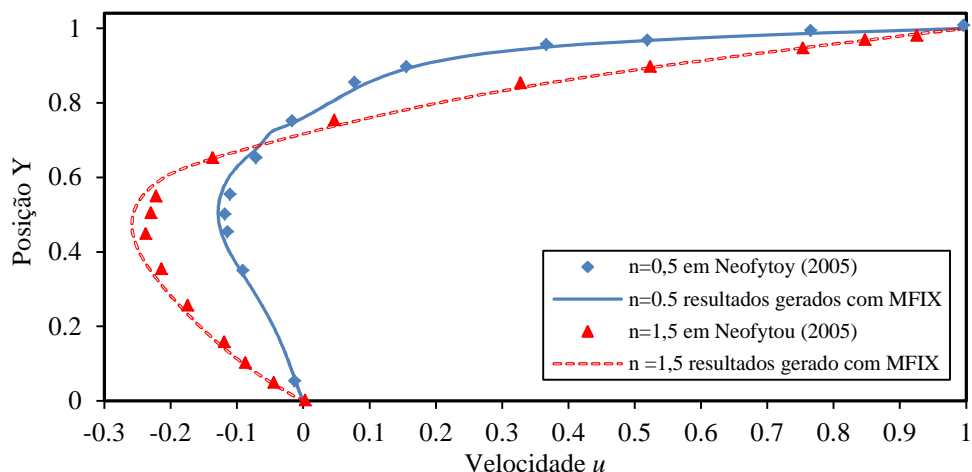


Figura 3. 9 Comparação dos resultados da velocidade u para n de 0,5 e 1,5.

A Fig. 3.10 se refere à componente v da velocidade de escoamento ao longo de uma linha central horizontal, para $n = 1,5$ e 0,5, para a presente simulação e os valores do artigo de referência. A Fig. 3.10 demonstra uma boa concordância entre os resultados gerados com o modelo implementado e os da referência, com um desvio máximo de aproximadamente 4% na região de posição próxima a $x = 0,8$, no escoamento envolvendo $n = 1,5$.

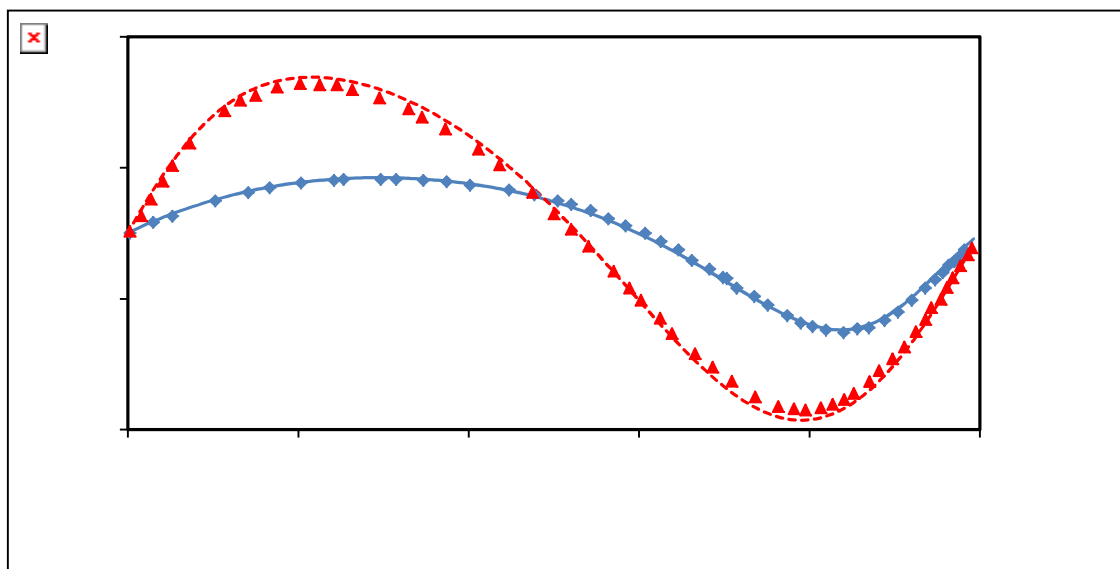


Figura 3. 10 Comparação dos resultados da velocidade v para n de 0,5 e 1,5.

Conforme visto nas Fig. 3.9 e Fig. 3.10 o modelo implementado conseguiu reproduzir os valores das velocidades, tanto na região central como próximo às paredes, onde não ocorreu deslizamento, validando desta forma a implementação do modelo Power-Law no MFIx.

3.1.3 Escoamento Entre Placas Planas

Outro teste de validação realizado refere-se ao perfil de velocidade entre placas, comparado com dados obtidos analiticamente. Em Chhabra e Richardson (1999) é apresentada a equação que descreve a velocidade, em uma direção axial ao escoamento, de um elemento fluido Power-Law entre duas placas planas, considerando o escoamento bidimensional. Esta equação, Eq. 3.5, é apresentada em função da perda de pressão, $\Delta p/L$, do índice Power-Law, n , do índice de consistência, m , e da posição em relação à distância radial das placas.

$$V_x = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left\{ \frac{1}{m} \left(\frac{-\Delta p}{L} \right) \right\}^{1/n} b^{[n+1]/n} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{(n+1)/n} \right\} \quad (3.5)$$

onde $y=0$ é a linha de centro entre as duas placas, assim y é a posição em relação a esta linha, e b a distância máxima entre as placas planas.

A velocidade média entre placas é dada pela Eq. 3.6, em função da vazão ou também em função da perda de pressão e de m , n e y .

$$V = \frac{Q}{2bW} = \left(\frac{n}{2n+1} \right) \left\{ \frac{1}{m} \left(\frac{-\Delta p}{L} \right) \right\}^{1/n} b^{(n+1)/n} \quad (3.6)$$

onde W é a largura da placa.

Com as Eq. 3.5 e 3.6, que descrevem o comportamento da velocidade de um elemento fluido Power-Law entre placas planas paralelas, pode-se estabelecer a razão entre elas e assim eliminar a variável perda de pressão. A equação obtida corresponde à Eq. 3.7, que é função apenas da posição radial em relação ao centro do duto e do índice Power-Law.

$$\frac{V_x}{V} = \frac{2n+1}{n+1} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{b} \right)^{(n+1)/n} \right\} \quad (3.7)$$

Isto permite produzir analiticamente um perfil de velocidades entre placas planas para fluidos Power-Law e compará-lo com o perfil de velocidades obtido numericamente. O resultado desta comparação é visto no gráfico da Fig. 3.11 para três valores de n diferentes, compreendendo os fluidos pseudoplásticos, Newtonianos e dilatantes.

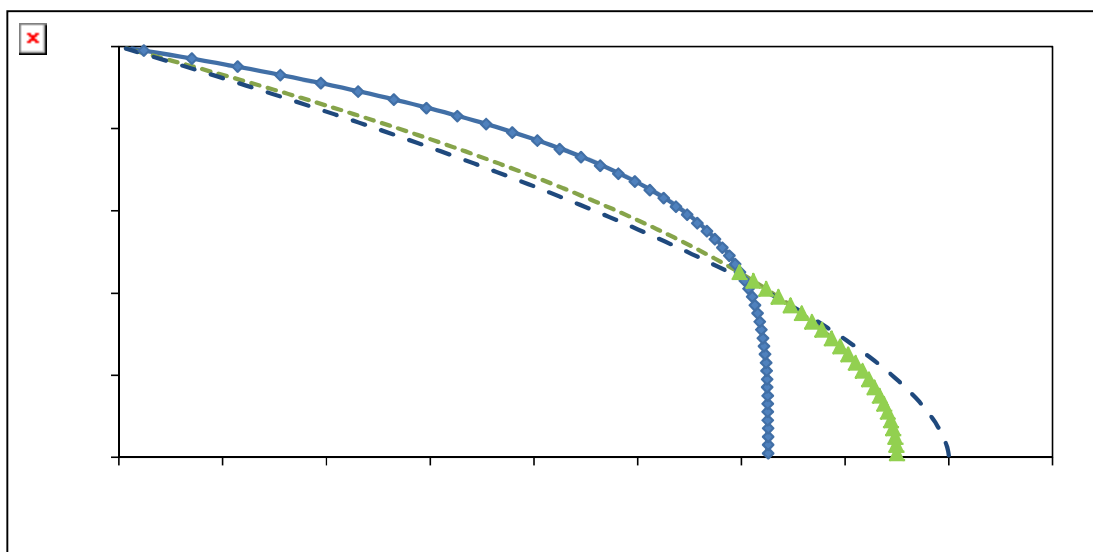


Figura 3. 11 Comparação do perfil da razão de velocidades instantânea e média entre placas planas.

O gráfico da Fig. 3.11 mostra os valores dos perfis de velocidade obtidos entre placas planas. Neste gráfico é visto uma reprodução total dos resultados obtidos numericamente com os produzidos analiticamente. Para todos os casos estudados a velocidade máxima ocorre no centro do duto formado pelas duas placas e uma condição de não deslizamento na parede superior.

4 ESCOAMENTO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR DE UM FLUIDO POWER-LAW EM TORNO DE UM PRISMA DE SEÇÃO QUADRADA

Após a implementação e validação do modelo não-Newtoniano Power-Law no código MFIX, foi realizado um estudo de caso compreendendo o escoamento com transferência de calor de um fluido Power-Law em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal. Foram variados os parâmetros índice Power-Law, razão de bloqueio e número de Prandtl, e foi verificada a influência de cada um no coeficiente de transferência de calor por convecção (número de Nusselt).

4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O escoamento estudado ocorre em um canal bidimensional com um prisma de seção quadrada posicionado equidistante das paredes e das seções de entrada e saída. A geometria deste modelo é vista na Fig. 4.1, onde também estão indicadas as condições de contorno do problema. A razão de bloqueio β é dada por b/H , onde b é o lado do prisma e H a largura do canal. O escoamento de fluido na entrada do canal é plenamente desenvolvido, com máxima velocidade no centro e perfil parabólico, descrito matematicamente pela Eq. 4.1 conforme exposto em Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011). As paredes são consideradas sem deslizamento.

$$u = U_{\max} \left\{ 1 - \left| 2\beta \frac{y}{b} \right|^{(n+1)/n} \right\} \quad (4.1)$$

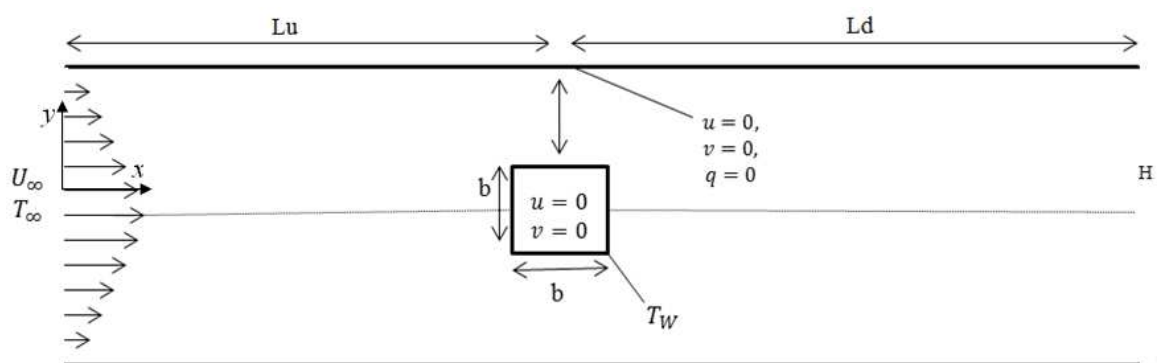


Figura 4. 1 Geometria do canal com prisma inserido.

O fluido entra no canal com temperatura T_∞ , as paredes superior e inferior do canal são consideradas adiabáticas e a parede do prisma é mantida à temperatura T_w . Os números adimensionais de Reynolds e Prandtl são calculados como:

$$\text{Re} = \frac{\rho U_{\max}^{2-n} b^n}{m} \quad (4.2)$$

$$\text{Pr} = \frac{m C_p}{k} \left(\frac{U_{\max}}{b} \right)^{(n-1)} \quad (4.3)$$

onde n é o índice Power-Law e m é o índice de consistência do fluido estudado. Esta configuração de equação onde n esta no expoente é devido a substituição da viscosidade pela viscosidade descrita pelo modelo Power-Law, ver Eq. 3.3.

Foi utilizado número de Reynolds igual a 1 para todas as simulações. Foram utilizados dois valores de número de Prandtl, 10 e 50, e três razões de bloqueio, 0,25, 0,5 e 0,75. Para o índice Power-Law foram utilizados os valores 0,4, 0,6, 1 e 1,4.

Em todas as simulações foi utilizado como critério de convergência o erro relativo máximo igual a 10^{-10} .

4.2 VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA

Esta etapa busca comparar dados gerados nas simulações com resultados da literatura Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011), a fim de validar a modelagem numérica. Para isto são realizados um total de três testes, onde dois deles consistem de validação fluidodinâmica e um analisa os aspectos térmicos.

As validações fluidodinâmicas correspondem ao coeficiente de arrasto por pressão (C_{DP}), e a perda adimensional de energia (W^*) para diferentes índices Power-Law, utilizando para validação Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011).

Os valores de C_{DP} são obtidos conforme a Eq. 4.4

$$C_{DP} = 2 \int_0^1 [p_p(y) - p_a(y)] dy \quad (4.4)$$

onde p_p é a pressão posterior ao prisma e p_a é a pressão anterior ao prisma ao longo de todo o canal.

A perda de energia adimensional é obtida com a Eq. 4.5.

$$W^* = Q^* \Delta P_{duto}^* \quad (4.5)$$

onde Q^* é a vazão adimensional e ΔP_{duto}^* é a variação de pressão adimensional. A vazão adimensional é obtida da razão entre a vazão absoluta e o produto de b pela velocidade máxima do escoamento, conforme Eq. 4.6.

$$Q^* = \frac{Q}{U_{m\acute{a}x} b} \quad (4.6)$$

A variação de pressão adimensional no duto é calculada como a diferença entre a variação adimensional de pressão entre as extremidades do canal sem o prisma (ΔP_{sem}^*), e a variação adimensional de pressão obtida nas extremidades do canal com o prisma (ΔP_{com}^*). Analiticamente o valor da variação adimensional de pressão em um duto sem qualquer obstrução é dado pela Eq. 4.7

$$\Delta P_{duto}^* = \left(\frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{2^{n+1} mL_{canal}}{H^{2n+1}} Q^n \quad (4.7)$$

onde L_{canal} é o comprimento total do canal.

As pressões são adimensionalizadas na forma do número de Euler, conforme Eq. 4. 8.

$$\Delta P^* = \frac{\Delta P}{\rho U_{max}^2} \quad (4.8)$$

Nas Fig. 4.2 e Fig. 4.3 são apresentadas as validações dos dados produzidos com MFIX, na análise por escoamento sobre um prisma quadrado. Os valores de C_{DP} e W^* são comparados com Aboueian-Jahromi, Nezhad e Behzadmehr (2011) para β de 0,25, número de Reynolds unitário e considerando as paredes sem deslizamento. O artigo de referência validou seus dados com Sahu (2010).

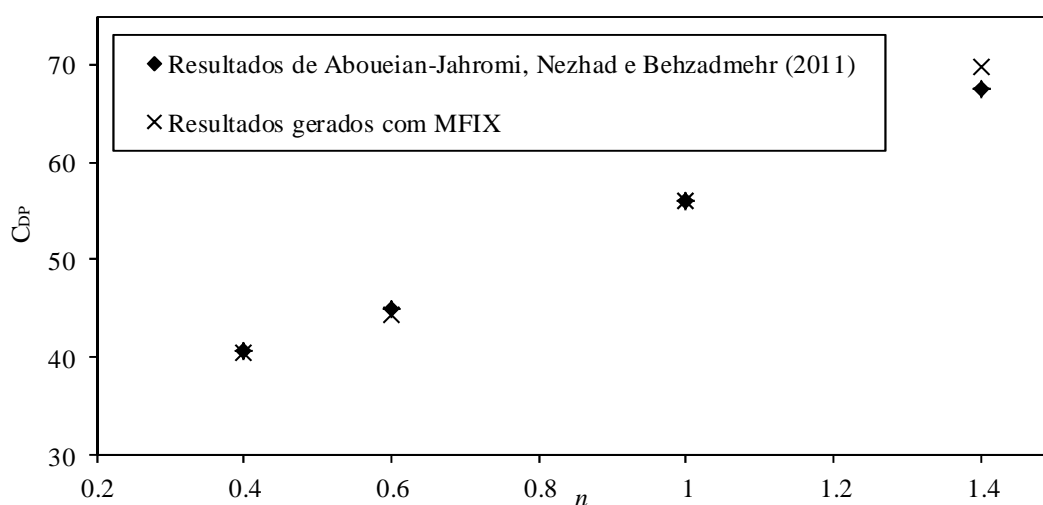


Figura 4. 2. Validação com coeficiente de arrasto por pressão, para $\beta = 0,25$.

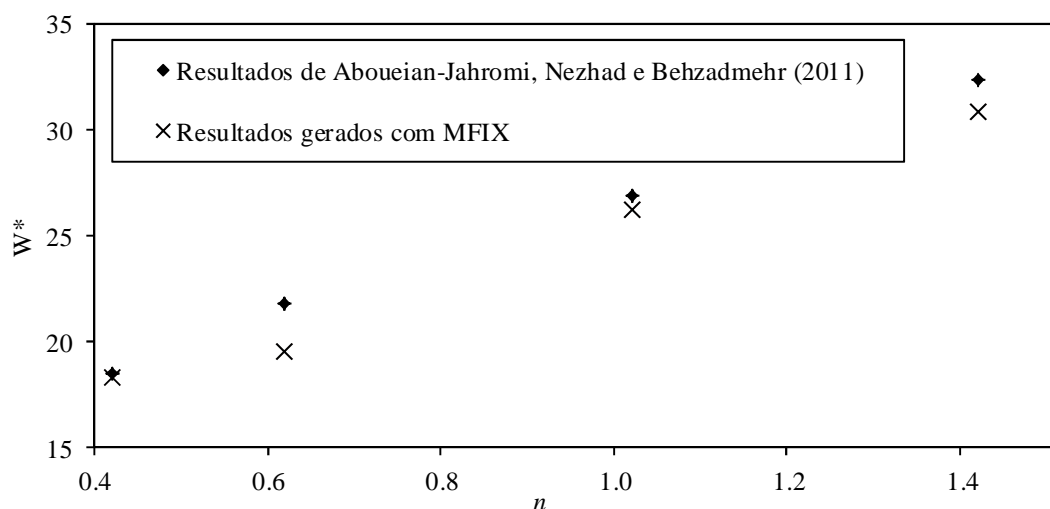


Figura 4. 3. Validação com perda de energia devida ao prisma, para $\beta = 0,25$.

Os resultados demonstram que há uma boa aproximação em relação aos resultados de Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011), suficiente para a aceitação, do ponto de vista fluidodinâmico, do modelo implementado no MFX.

Na etapa de validação térmica, foi utilizado número de Reynolds 1, β de 0,25 e número de Prandtl igual a 50. O número de Nusselt é dado por

$$\text{Nu} = \frac{hb}{k} \quad (4.9)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, o qual é calculado a partir dos resultados da simulação para a taxa de transferência de calor a partir da parede do prisma, q_w :

$$h = \frac{q_w}{b(T_w - T_\infty)} \quad (4.10)$$

onde T_w é a temperatura da parede do prisma e T_∞ é a temperatura de entrada do fluido no canal.

Nesta geometria tem-se um prisma a uma determinada temperatura, T_w , diferente da temperatura de entrada, T_∞ . As paredes superior e inferior são consideradas adiabáticas e, assim como as paredes do prisma, sem deslizamento. O critério de convergência considerado na simulação foi de 10^{-10} . Os valores estudados de n são 0,4, 0,6, 1 e 1,4.

Os números de Nusselt obtidos na simulação foram comparados com os do artigo de referência, sendo o resultado desta comparação visto na Fig. 4.4.

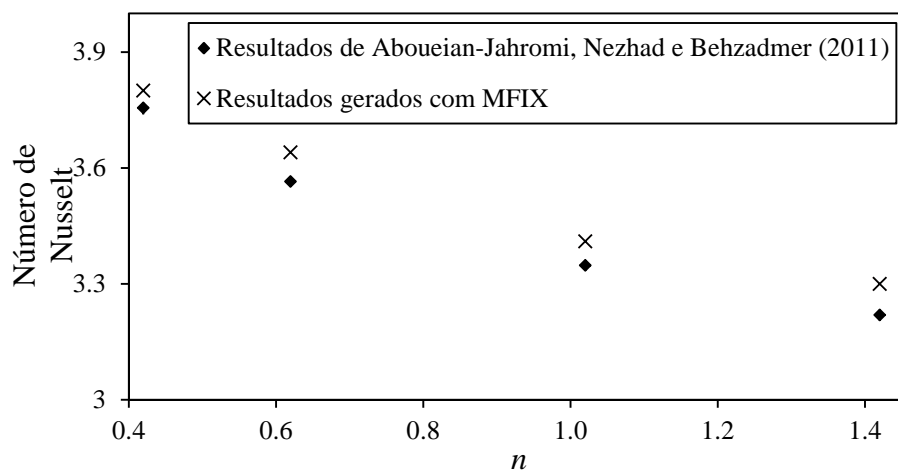


Figura 4. 4 Resultados da validação térmica com o número de Nusselt.

Os números de Nusselt obtidos com o modelo implementado tiveram uma razoável aproximação, onde a maior diferença foi de aproximadamente 2%, demonstrando confiabilidade para a simulação de problemas térmicos. Deve-se salientar que o β utilizado foi de 0,25, conforme o artigo de Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011).

4.3 ESTUDOS DO DOMÍNIO

Foi realizado um estudo para determinar as distâncias a jusante (L_u) e a montante (L_d) suficientes para garantir que o escoamento esteja plenamente desenvolvido à altura do prisma e que a estimativa da transferência de calor da superfície do prisma para o fluido não seja influenciada pelas condições de contorno de entrada e saída. Para isso foi utilizado o caso cuja razão de bloqueio, β , é igual a 0,75, visto que este é o caso em que o escoamento é mais fortemente influenciado pela presença do objeto. Como parâmetros para simulação, foram utilizados número de Reynolds igual a 1, número de Prandtl igual a 10 e fluido Newtoniano.

Foram construídas geometrias com a distância a montante do prisma, L_u , igual a $3,75 H$, $7,5 H$, e $11,25 H$, mantendo a distância a jusante, L_d , fixa igual a $18,75 H$. Verificou-se que o número de Nusselt foi afetado pela variação de L_u na ordem de 0,02% com o aumento de L_u de $3,75 H$ para $7,5 H$, e de 0,005% com o aumento de L_u de $7,5 H$ para $11,25 H$. Assim, a distância de $L_u = 3,75 H$ foi escolhida para a construção das geometrias para simulação.

Da mesma forma, foram construídas geometrias com a distância a jusante do prisma, L_d , igual a $7,5 H$, $11,25 H$ e $15 H$, mantendo L_u fixo igual a $15 H$. Verificou-se que o número de Nusselt foi afetado pela variação de L_d na ordem de 0,03% com o aumento de L_d de $7,5 H$ para $11,25 H$. Para o aumento de L_d de $11,25 H$ para $15 H$, não houve variação do número de Nusselt. Assim, a distância de $L_d = 7,5 H$ foi escolhida para a construção das geometrias para simulação. Uma representação da geometria estudada, indicando as regiões a jusante e a montante em relação a um prisma, pode ser vista na Fig. 4.5.

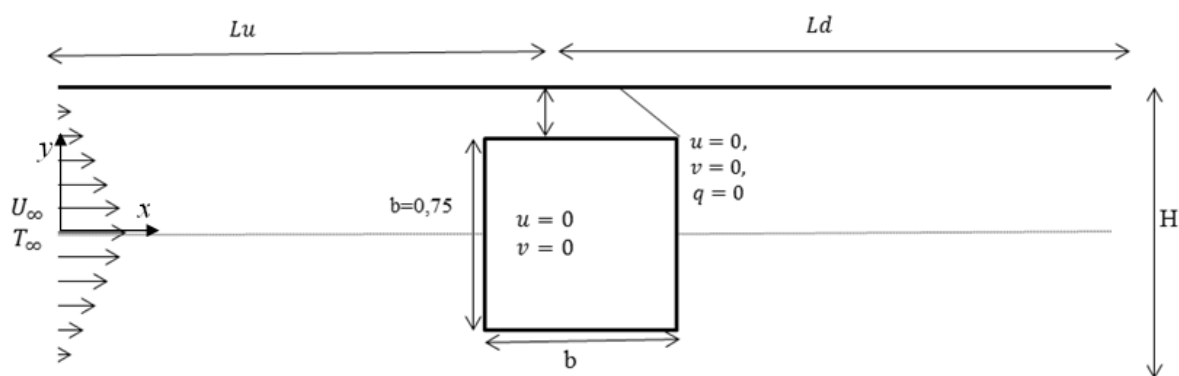


Figura 4. 5 Representação da geometria e condições de contorno.

4.4 TESTES DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Foram construídas malhas com volumes de controle retangulares, com diferentes graus de refinamento, para que se determinasse o tamanho de malha em que os resultados para a transferência de calor fossem independentes da discretização. Assim como no estudo do domínio, foi utilizado o caso de $\beta = 0,75$, número de Reynolds igual a 1, número de Prandtl igual a 10 e fluido Newtoniano.

A geometria foi dividida em três regiões: a primeira, a montante do prisma, de $x = 0$ até $x = L_u - 1,5b$, a segunda, em torno do prisma, de $x = L_u - 1,125 H$ até $x = L_u + 3,375 H$, e a terceira de $x = L_u + 3,375 H$ até $x = L_u + L_d$, como na Fig 4.6. Nas regiões 1 e 3, foi mantido o mesmo grau de refinamento de malha, com o tamanho de célula na direção x igual a Δb e em y igual a δb . Na região 2 a malha foi mais refinada, com tamanho de célula nas direções x e y igual a δb . Foram variados Δ e δ a fim de se estudar a variação dos resultados frente à mudança da malha. O parâmetro Δ foi variado entre 0,085 e 0,065, o que causou uma variação do número de Nusselt igual a 0,17%. Como este valor foi considerado baixo, Δ foi mantido fixo em 0,065, e foram realizados testes para se verificar a dependência dos resultados no parâmetro δ , que estabelece o grau de refinamento na região 2, que é a região mais crítica do problema.

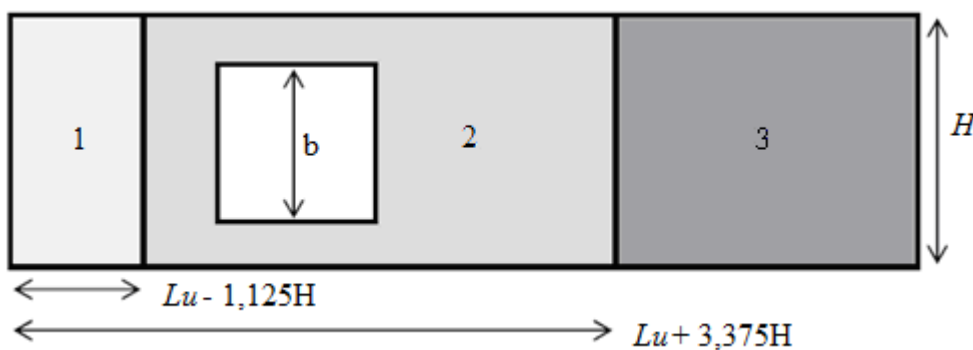


Figura 4. 6 Regiões da malha.

A Tabela 4.1 mostra os resultados obtidos para o número de Nusselt na região 2 para diferentes graus de refinamento.

Tabela 4. 1 Resultados do número de Nusselt para as diferentes malhas.

δ	Nu	erro relativo (%)
0,0098	2,1869	-
0,0075	2,1889	0,0915
0,0050	2,1884	-0,0203

Em vista destes resultados, optou-se por utilizar, nas simulações subsequentes, $\Delta = 0,065$ e $\delta = 0,0098$, visto que um refinamento maior não modifica o resultado a uma ordem maior que 0,1%.

Os parâmetros utilizados estão resumidos na Tab. 4.2, onde são colocados os valores das distâncias da entrada e da saída até o centro do prisma (L_u e L_d , respectivamente) e os tamanhos das células nas direções x e y , nas três regiões do domínio.

Tabela 4. 2 Domínio do problema e parâmetros de malha utilizados.

L_u	L_d	Δx região 1	Δx região 2	Δx região 3	Δy
3,75 H	7,5 H	0,049 H	0,007 H	0,049 H	0,007 H

Os diferentes valores da razão de bloqueio β são implementados na forma de condições de contorno no interior da malha. Assim, as mesmas malhas foram utilizadas para as três razões de bloqueio, mas cada uma delas teve uma região diferente em que foram impostas as condições de não escoamento e temperatura prescrita que simulam a presença do prisma.

A Fig. 4.7 ilustra as malhas finais para as três condições de β .

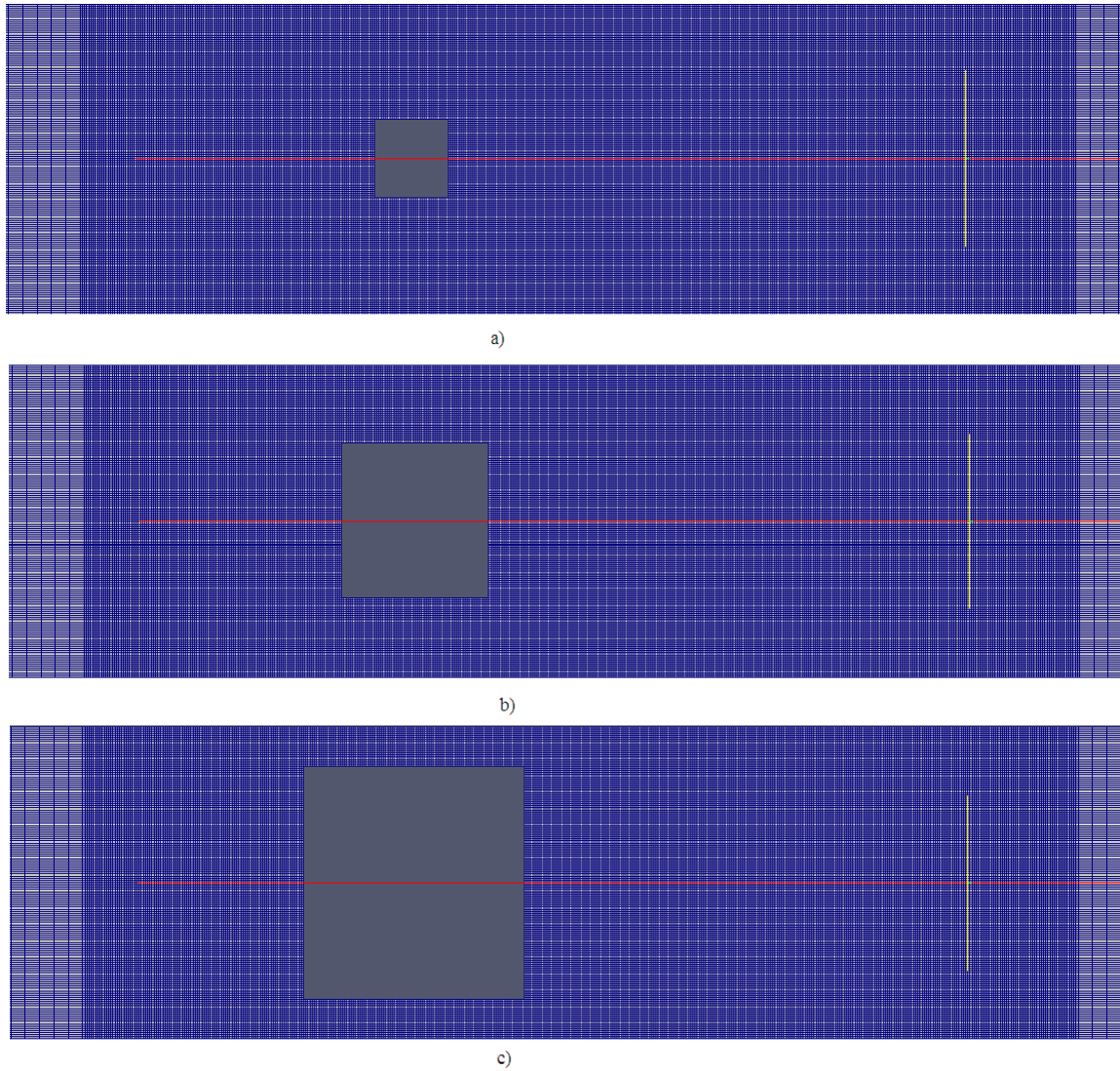


Figura 4. 7 Malhas da região dois, com $\beta = 0,25$ em a) $\beta = 0,5$ em b) e $\beta = 0,75$ em c).

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, é apresentado o resultado do estudo de caso envolvendo o escoamento de um fluido *Power-Law*, com transferência de calor, em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal, problema descrito no capítulo 4. Busca-se avaliar o efeito da variação da razão de bloqueio e dos parâmetros materiais do fluido *Power-Law* na fluidodinâmica, bem como a influência da variação dos parâmetros número de Prandtl, índice *Power-Law* e razão de bloqueio no processo de convecção de calor, mantendo-se constante o Número de Reynolds.

5.1 ANÁLISE FLUIDODINÂMICA

Para a análise fluidodinâmica, são considerados o coeficiente de arrasto por pressão, C_{DP} , e perda adimensional de energia, W^* , resultantes de simulações utilizando os valores do índice n iguais a 0,4, 0,6, 1 e 1,4, e as três razões de bloqueio, β , de 0,25, 0,5 e 0,75.

Na Fig. 5.1 são vistos resultados de simulações nas quais foram usados número de Reynolds igual a 1 e número de Prandtl igual a 10, para todos os índices *Power-Law* considerados e para os três diferentes valores de β . A Fig. 5.1 ilustra o campo de velocidade adimensional $u^* = u/U_{max}$. Observa-se a simetria do escoamento em relação ao eixo vertical no centro do prisma, característica de escoamentos a baixos números de Reynolds. Também se pode notar que o escoamento aparece plenamente desenvolvido, tanto a montante quanto a jusante do prisma, uma vez que a distribuição de cor nesta região demonstra uma uniformidade, ou seja, não há alteração de velocidade nestas regiões. A presença do prisma causa a aceleração do escoamento na região livre em torno dele (acima e abaixo) e a desaceleração na região a jusante, sendo estes efeitos responsáveis pela perda de pressão localizada. Pode-se também observar que, quanto menor é o índice *Power-Law*, mais achatado se mostra o perfil de velocidade formado ao redor do prisma, o que pode ser percebido pela maior região ocupada pela zona rubra.

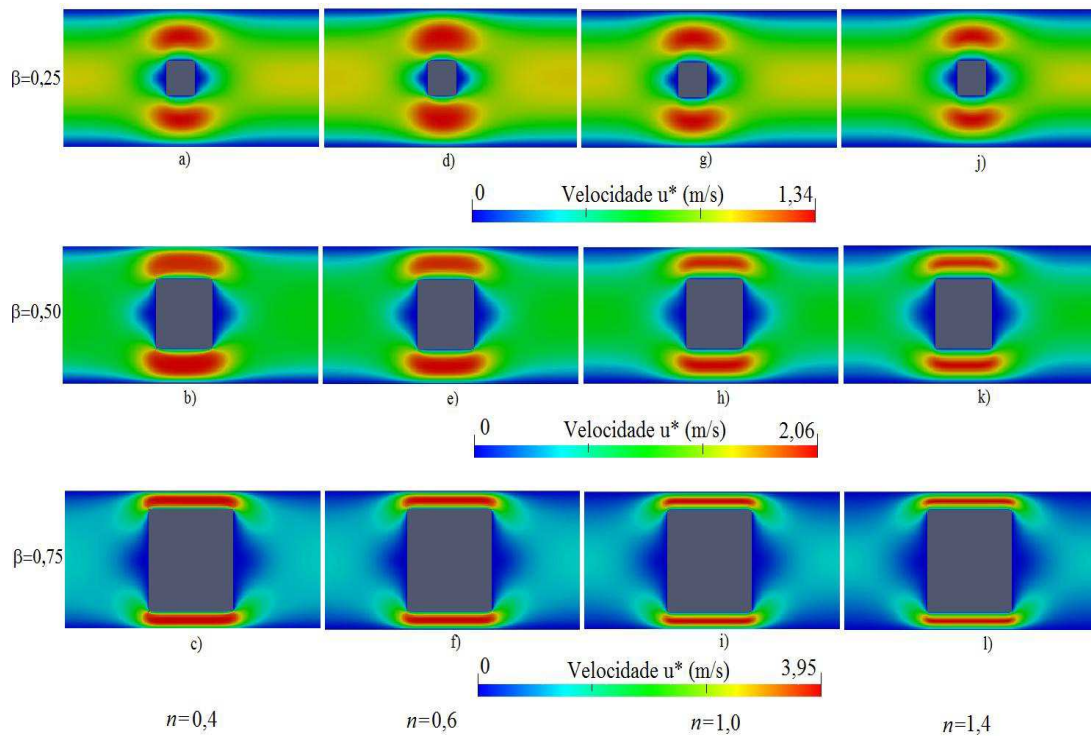


Figura 5.1 Campo de velocidade de fluido Power-Law em torno do prisma.

A Fig.5.2 mostra a variação do coeficiente de arrasto por pressão, C_{DP} , com a variação de n e β . Estes resultados também são descritos na Tab. 5.1. Observa-se o aumento de C_{DP} com aumento do índice n , pois quanto maior este, maior resistência ao escoamento apresenta o fluido nas zonas de cisalhamento. Os fluidos pseudoplásticos ($n = 0,4$ e $n = 0,6$) apresentam menor queda de pressão com relação ao fluido Newtoniano ($n = 1$), pois sua viscosidade decresce com a taxa de cisalhamento, resultando em menor resistência ao escoamento nas zonas de cisalhamento, principalmente em torno do prisma. No fluido dilatante ($n = 1,4$), cuja viscosidade aumenta na zona de maior cisalhamento, a queda de pressão aumenta consideravelmente, em relação ao fluido Newtoniano. Como era de se esperar, as maiores razões de bloqueio causam as maiores quedas de pressão, como se observa na Fig. 5.2.

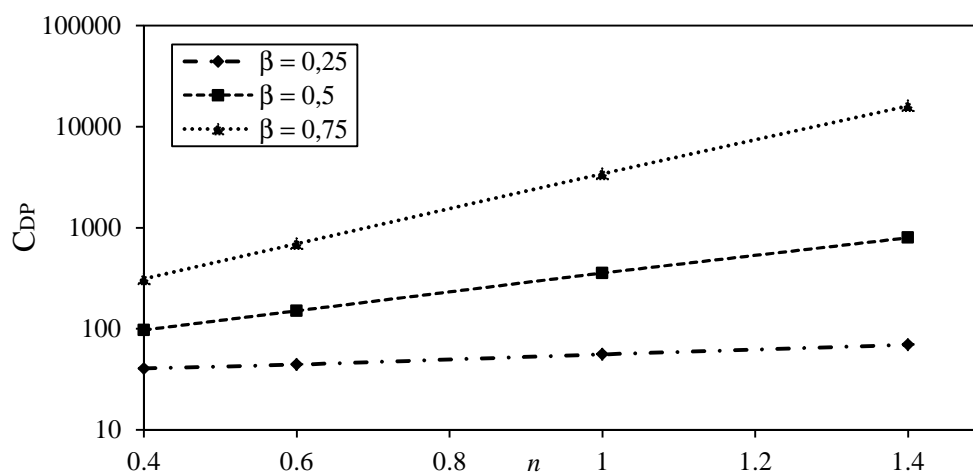


Figura 5. 2 Coeficiente de Arrasto por Pressão para diferentes n .

Tabela 5.1 Valores dos Coeficientes de Arrasto por Pressão.

n	$\beta = 0,25$ C_{DP}	$\beta = 0,5$ C_{DP}	$\beta = 0,75$ C_{DP}
0,4	40,5	97,2	312,7
0,6	44,4	150,9	695,3
1	56,1	356,8	3423,2
1,4	69,8	798,2	16049,9

Outra grandeza analisada é perda adimensional de energia, W^* . A Fig. 5.3 mostra a perda de energia causada pelos prismas com diferentes razões de bloqueio para os quatro valores do índice n . Também aqui são observados os efeitos, em termos de perda de energia, do aumento da viscosidade no fluido dilatante, claramente visível no caso de $n = 1,4$. Similarmente, a redução da viscosidade nos fluidos pseudoplásticos ($n = 0,4$ e $n = 0,6$) causa menor perda de energia com relação ao fluido Newtoniano. Na Tab. 5.2 são apresentados os valores de W^* para os diferentes casos. Observa-se a forte dependência de W^* em β , principalmente para os maiores valores de n , mostrando que a variação da razão de bloqueio é mais significativa quando se trata de um fluido dilatante. No caso dos fluidos pseudoplásticos ($n = 0,4$ e $n = 0,6$), o aumento da razão de bloqueio submete o fluido a uma taxa de cisalhamento mais alta, o que faz com que sua viscosidade diminua; a maior perda de energia, devida ao arrasto na parede do prisma, fica compensada pela queda de viscosidade. Esta redução da resistência ao escoamento faz com que, no somatório dos efeitos, a perda de energia não aumente na mesma proporção que o aumento da razão de bloqueio.

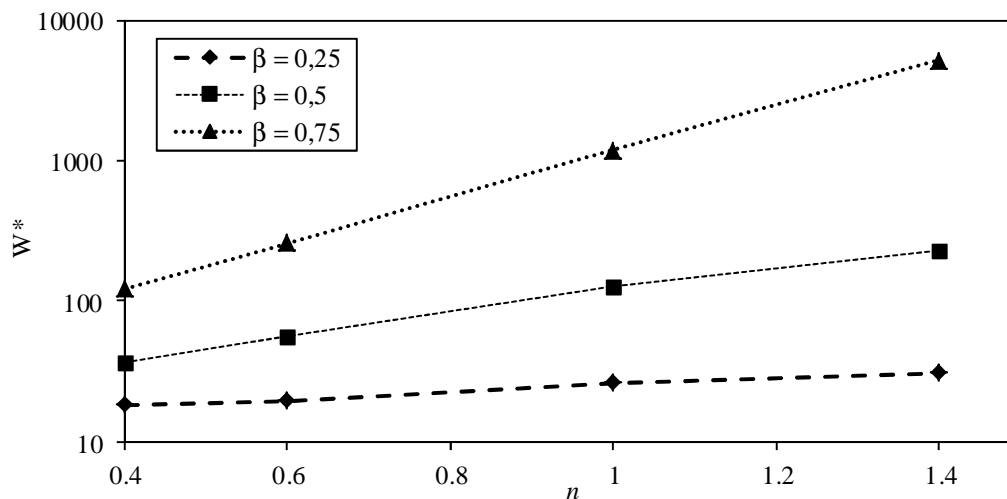


Figura 5. 3 Gráfico do W^* por índice *Power-Law* e razão de bloqueio.

Tabela 5. 2 Valores das perdas de energia adimensionais para cada caso.

n	$\beta = 0,25$ W^*	$\beta = 0,5$ W^*	$\beta = 0,75$ W^*
0,4	18,3	36,6	121
0,6	19,6	55,6	257
1	26,2	127,2	1191
1,4	30,9	230,6	5199

5.2 ANÁLISES TÉRMICAS

Do ponto de vista térmico, foi analisada a influência, no número de Nusselt, dos diferentes parâmetros do escoamento: índices *Power-Law*, n , número de Prandtl variando em 10 e 50 e razões de bloqueio, β . Foram usados valores de $0,4 \leq n \leq 1,4$ e $0,25 \leq \beta \leq 0,75$, totalizando 24 simulações.

A Fig. 5.4 mostra os padrões de distribuição de temperatura para os três valores de β estudados, para uma simulação com número de Prandtl 10 e índice *Power-Law*, $n = 0,4$. Observa-se que maiores razões de bloqueio, que disponibilizam maior área de troca térmica, resultam em maiores temperaturas do fluido a jusante do prisma, o que, quantitativamente, resulta em maiores números de Nusselt como se discutirá a seguir.

Os números de Nusselt obtidos para os escoamentos com números de Prandtl 10 e 50 podem ser vistos nas Tabs. 5.3 e 5.4. Estes resultados são utilizados para a construção dos gráficos nas Figs. 5.5 e 5.6, onde são analisadas as influências do número de Prandtl e de β no número de Nusselt global do escoamento. Todos os

gráficos são apresentados com o número de Nusselt em função de n , variando os números de Prandtl e β .

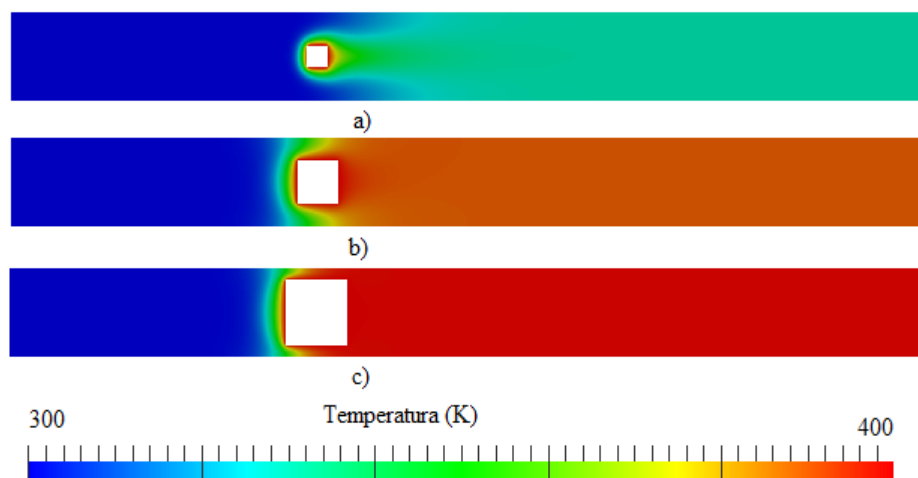


Figura 5.4 Distribuição de temperatura do escoamento sobre prisma quadrado. Em a) com $\beta=0,25$, em b) $\beta=0,5$ e c) $\beta=0,75$.

Tabela 5.3 Valores dos números de Nusselt para número de Pr = 10.

n	$\beta = 0,25$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,75$
0,4	2,3	5,3	7,6
0,6	2,2	5,1	7,1
1	1,9	4,8	6,6
1,4	1,9	4,7	6,2

Tabela 5.4 Valores dos números de Nusselt para número de Pr = 50.

n	$\beta = 0,25$	$\beta = 0,5$	$\beta = 0,75$
0,4	3,8	10,8	23,1
0,6	3,6	10,3	22,3
1	3,4	9,6	21,0
1,4	3,3	9,3	20,4

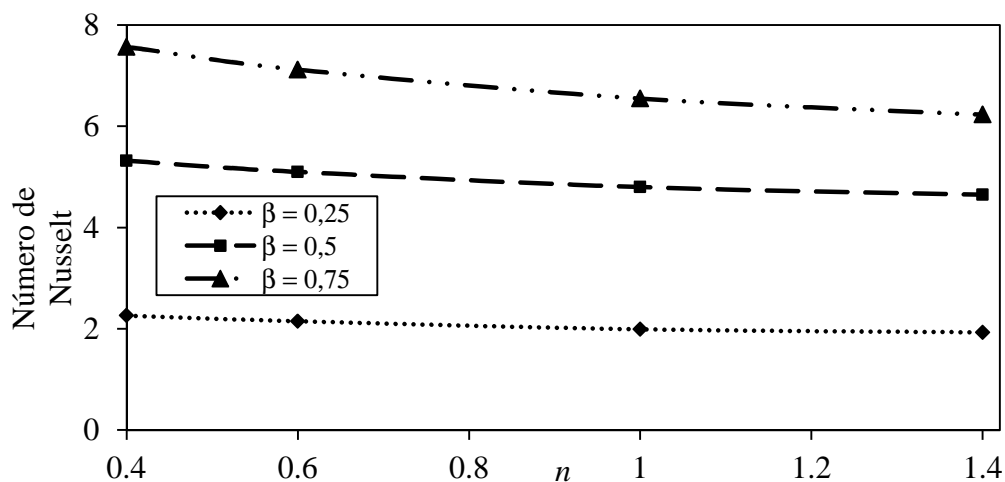


Figura 5.5 Número de Nusselt em função do n com $Pr = 10$.

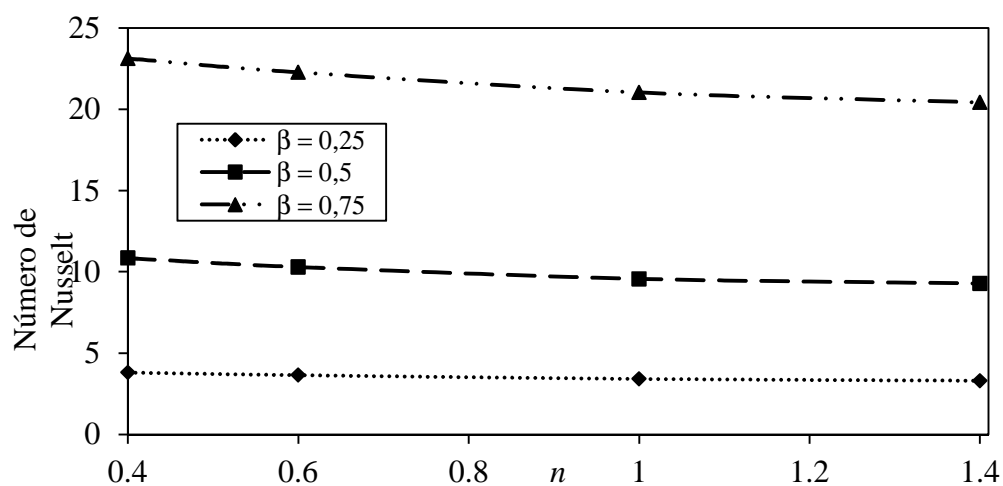


Figura 5.6 Número de Nusselt em função do n com $Pr = 50$.

Nos gráficos das Fig. 5.5 e 5.6 são observados números de Nusselt maiores para o maior número de Prandtl (no caso, $Pr = 50$), como esperado dos processos convectivos de transferência de calor. Outra característica observada é que o número de Nusselt é tanto maior quanto maior for a razão de bloqueio, β , o que pode ser compreendido devido à maior área de troca térmica disponível, conforme visto também na Fig. 5.4. Cabe ainda ressaltar o fato da área de escoamento na região do prisma ficar reduzida, gerando uma aceleração local para manter constante a vazão, contribuindo assim para os efeitos convectivos e aumento do número de Nusselt. Este aumento é tão significativo que quando β é triplicado, o número de Nusselt aumenta em 600 %.

Observa-se que o aumento do índice Power-Law leva à redução do número de Nusselt para todas as razões de bloqueio e números de Prandtl testados, devido ao aumento da viscosidade reduzir a efetividade da convecção. Também se pode observar que esta variação é mais pronunciada para os valores menores de n , ou seja, para os fluidos mais pseudoplásticos. Este comportamento também foi observado no trabalho de Aboueian-Jahromi; Nezhad e Behzadmehr (2011), que estudaram um problema similar, porém somente testaram a razão de bloqueio de 0,25 e número de Prandtl igual a 50.

A Fig. 5.7 mostra o quanto o número de Nusselt aumenta, quando varia o número de Prandtl de 10 para 50, para cada valor de n . As colunas representam a variação dos números de Nusselt calculados para números de Prandtl 10 e 50, ou seja,

$$\Delta \text{Nu} \% = \frac{\text{Nu}(\text{Pr} = 50) - \text{Nu}(\text{Pr} = 10)}{\text{Nu}(\text{Pr} = 50)} \times 100 \quad (5.1)$$

Observa-se que o número de Nusselt sempre aumenta com o aumento do número de Prandtl, com mais intensidade para maiores valores de β . No entanto, este aumento não é influenciado pelo índice *Power-Law*.

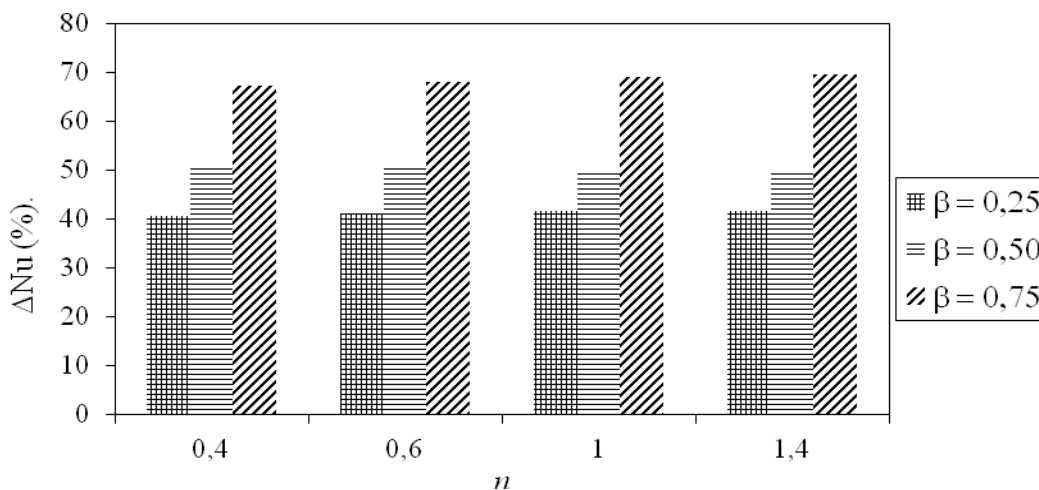


Figura 5. 7 Variação do número de Nusselt entre os números de Prandtl 10 e 50, em função de n e β .

Foram analisados os perfis de temperatura no ponto médio ($x = L_u$) abaixo de cada prisma quadrado para os três diferentes valores de β e nos quatro valores de n estudados. Para $\text{Pr} = 10$, foram construídos gráficos que são vistos na Fig. 5.8, onde a) refere-se a $\beta = 0,25$, b) $\beta = 0,5$ e c) $\beta = 0,75$. No eixo vertical está representada a razão entre a distância da parede inferior do canal (y), adimensionalizada pela distância entre a

parede do canal e a do prisma (y_{\max}), e no eixo horizontal as temperaturas na escala Kelvin. A Fig. 5.9 ilustra os mesmos casos, porém para $Pr = 50$.

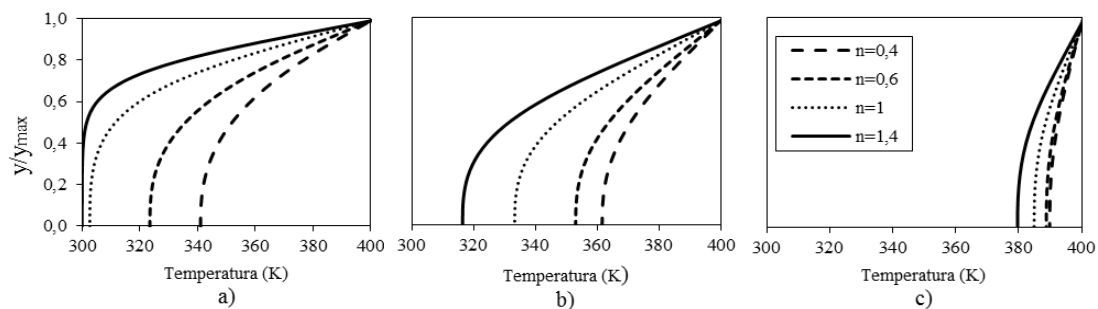


Figura 5. 8 Gráficos do perfil de temperatura abaixo do prisma para $Pr = 10$ a) $\beta = 0,25$, b) $\beta = 0,5$ e c) $\beta = 0,75$.

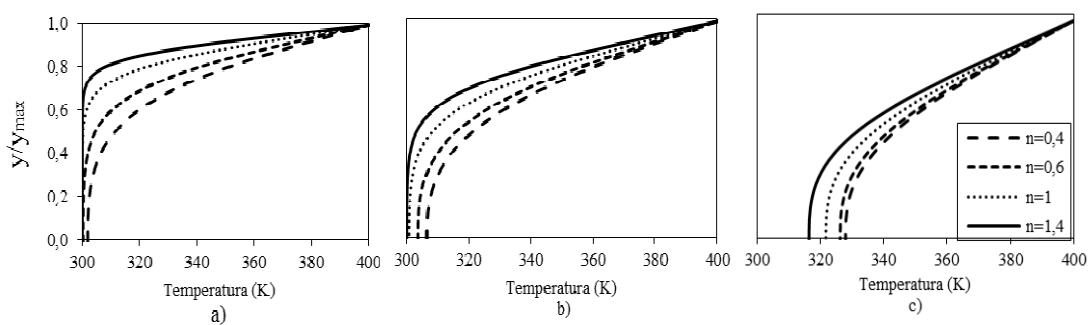


Figura 5. 9 Gráficos do perfil de temperatura abaixo do prisma para $Pr = 50$ a) $\beta = 0,25$, b) $\beta = 0,5$ e c) $\beta = 0,75$.

As Figs. 5.8 e 5.9 mostram que os perfis de temperatura próximos à parede do canal são perpendiculares à mesma, o que se deve à condição de contorno de parede adiabática. Também se pode observar que, quanto menor a razão de bloqueio, mais o perfil de temperatura varia com o índice *Power-Law*. Observa-se também que, quanto menor for o n , maior será a temperatura média atingida pelo fluido, o que faz com que o número de Nusselt resultante seja mais alto para os fluidos de mais baixo n , de acordo com as Figs. 5.5 e 5.6. Comparando as Figs. 5.8 e 5.9 fica evidente que, para números de Prandtl mais elevados, a influência da razão de bloqueio no perfil de temperatura diminui, pois os números de Prandtl mais elevados causam a redução da camada-limite térmica, fazendo com que o processo convectivo ocorra numa região mais próxima ao prisma, mesmo quando a razão de bloqueio é pequena.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Este trabalho surgiu duma proposta de abrir espaço para simulação de fluidos não-Newtonianos em um software livre e de código aberto, o MFIX. O modelo implementado, *Power-Law*, é um modelo relativamente simples, mas com grande aplicabilidade em engenharia, na modelagem de fluidos cuja viscosidade é função da taxa de deformação.

Foram realizadas simulações numéricas, as quais serviram para validação do MFIX como um código para simulação de escoamentos monofásicos de fluidos Newtonianos. Posteriormente, o modelo *Power-Law* foi implementado no MFIX através da modificação da rotina *calc_mu_g*, no arquivo fonte *calc_mu_g.f*. Esta implementação foi validada através da comparação de resultados de escoamentos em cavidade com resultados da literatura (GHIA et al., 1982), e também da comparação de resultados de perfis de velocidade em escoamento em canal com perfis de velocidade analíticos (CHHABRA e RICHARDSON, 1999). Em ambos os casos obteve-se uma boa concordância.

Foi realizado um estudo de caso considerando o escoamento de fluidos *Power-Law* em torno de um prisma de seção quadrada imerso em um canal. O fluido entra no canal a uma temperatura constante, e a parede do prisma é mantida a temperatura constante, superior à de entrada. As paredes do canal são consideradas adiabáticas. Foi considerado escoamento de baixa velocidade e com número de Reynolds igual a 1. Foram variados os parâmetros índice *Power-Law*, razão de bloqueio e número de Prandtl, e avaliada sua influência na perda de carga localizada e na transferência de calor, através no número de Nusselt. O modelo foi validado através da comparação com a literatura (ABOOUEIAN-JAHROMI et al., 2011).

Na análise fluidodinâmica, observou-se que, quanto maior o índice *Power-Law*, maior a queda de pressão causada pela presença do prisma, devido às maiores viscosidades previstas pelo modelo nas regiões de cisalhamento. Também foi observado que o aumento da razão de bloqueio não causa um aumento considerável da queda de pressão para os fluidos com menores índices *Power-Law*, pois a redução da viscosidade na região em torno do prisma é tanto mais pronunciada quanto maior for a razão de bloqueio.

Na análise térmica, observou-se o aumento do número de Nusselt com o aumento do número de Prandtl. Em função do índice *Power-Law*, observa-se o comportamento inverso, ou seja, fluidos pseudoplásticos ($n < 1$) aumentam a transferência de calor com relação aos fluidos Newtonianos, enquanto que fluidos dilatantes ($n > 1$) a reduzem. Observou-se

também que quanto menor a razão de bloqueio, mais afetado é o perfil de temperatura entre a parede do canal e a do prisma pelo tipo de fluido.

Pode-se considerar que o modelo não-Newtoniano proposto foi implementado com êxito no código MFIX, o qual, espera-se que seja utilizado em futuros trabalhos.

Como sugestões para continuidade do trabalho, pode-se elencar:

- Uma ampliação do estudo de caso, analisando também o efeito da variação do número de Reynolds no escoamento e na transferência de calor;
- A implementação de outros modelos de fluidos não-Newtonianos no MFIX, em especial modelos viscoplásticos como Bingham ou Herschel-Bulkley;
- Estudos considerando a variação das propriedades dos materiais com a temperatura;
- O aproveitamento da potencialidade do MFIX de lidar com escoamentos multifásicos, utilizando o código para pesquisar a modelagem de escoamentos de misturas de fluidos não-Newtonianos com sólidos particulados. Este tipo de escoamento encontra aplicação no estudo de escoamentos em meios porosos e no estudo de suspensões e emulsões.

•BIBLIOGRAFIA

ABOUEIAN-JAHROMI, J.; NEZHAD, A. H.; BEHZADMEHR, A. Effects of inclination angle on the steady flow and heat transfer of power-law fluids around a heated inclined square cylinder in a plane channel. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, p. 1406-1414. 2011.

ANSYS. Manual do Ansys CFX 12.1. Disponível online no software Ansys CFX 12.1. 2009.

ASTARITA, G; MARRUCCI, G. *Principles of non-Newtonian fluid mechanics*. London, New York: McGraw-Hill. 1974.

BARNES, H. A. The yield stress—a review or ‘παντα ροι’—everything flows? *Journal. Non-Newtonian Fluid Mech*, v. 81. p. 133-178. 1999.

BEJAN, A. *Convection and Heat Transfer*. Durhan: John Wiley & Sons. 2004.

BIRD, R. B.; HASSAGER, O. *Dynamics of polymeric liquids*. John Wiley & Sons, U.S.A. v. 1. 1987.

CARREAU, P. J., Ph.D. Thesis, University of Wisconsin, Madison. 1968.

CASSON, N. A. *Rheology of disperse systems*. New York: Pergamon. 1959.

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. *Non-Newtonian Flow in the Process Industries*. Boston: Butterworth-Heinemann. 1999.

GHIA, U.; GHIA, N.; SHIN, C. T. High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equation and a Multigrid Method. *Journal of Computational Physics*, p.387-411. 1982.

KOTESWARA, R. P.; SAHU, A. K.; CHHABRA, R. P. Momentum and heat transfer from a square cylinder in power-law fluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 54, p. 390-403. 2011.

MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional: fundamentos e coordenadas generalizadas*. 2. ed. Rio de Janeiro, Brasil: LTC. 2004.

MENDU, S. S.; DAS, P. K. Flow of power-law fluids in a cavity driven by the motion of two facing lids – A. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, p.10-24. 2012.

MUNSON, B. R; YOUNG, D. F; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da mecânica dos fluidos*. São Paulo: Blucher. 2004.

NARASIMHA, M. et al. Forced convection in cross flow of power law fluids over a tube bank. *Chemical Engineering Science*, p. 2213 – 2222. 2004.

NEOFYTOU, P. A 3rd order upwind finite volume method for generalised Newtonian fluid flows. *Advances In Engineering Software*, p. 664-680. 2005.

OPENFOAM, F. *User Guide Open Foam Version 210*. 2011.

PALIWALA, B. et al. Power law fluid flow past a square cylinder: momentum and heat transfer characteristics. *Chemical Engineering Science*, p. 5315 – 5329. 2003.

PAPANASTASIOU, T. C. Flows of Materials with Yield. *Journal of Rheology*, v. 36, n. 5, p. 385-404, 1987.

PATANKAR, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, 1980.

SAHU, A. K. Two dimensional laminar flow of a powerlaw. *J. Non-Newtonian Fluid Mech*, v. 165, p.752-763. 2010.

SLATTERY, J. C. *Advanced Transport Phenomena*, Ed. 1, New York, NY.U.S.A: Cambridge Univeristy Press. 1999.

SYAMLAL, M; ROGERS, W; O'BRIEN, T J. MFIx Documentation Theory Guide. Office of Fossil Energy, U.S. Department of Energy. Morgantown: Morgantown Energy Technology Center. Disponível em: MFIx: <https://mfix.netl.doe.gov/>, 1993. Acesso em: 15 de nov. de 2012.

SYRJÄLÄ, S. Numerical Study of Fully Developed Non-Newtonian Fluid Flow and Transfer in a Rectangular Channel With a Moving Wall a Moving Wall. *Journal: Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v. 24, n. 1 p. 11-25, 1997.

TANNER, R. *Engineering Rheology*, 1998. Oxford: Clarendon Press.

VIJAYA, K. P; RAMP, B.; CHHABRA, P. R. Two-dimensional unsteady flow of power-law fluids over a cylinder. *Journal: Chemical Engineering Science*, p. 2978-2999, 2009.

YASUDA, K. A. *Rheol. Acta.*, v. 20, p.163-178. 1981.

ZDANSKI, P. S; VAZ JR, M. Non-isothermal polymer melt flow in sudden expansions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, p.42–47, 2009 .


```

USE compar
USE drag
USE run           !S. Dartevelle
USE turb
USE sendrecv
IMPLICIT NONE

!-----
!   G l o b a l   P a r a m e t e r s
!-----
!-----
!   D u m m y   A r g u m e n t s
!-----
!-----
!   L o c a l   P a r a m e t e r s
!-----
      DOUBLE PRECISION, PARAMETER :: F203 = 2.D0/3.D0
!-----
!   L o c a l   V a r i a b l e s
!-----
!
!           Error index
INTEGER      IER
!
!           Indices
INTEGER      I, J, K, IJK, IMJK, IPJK, IJMK, IJPK, IJKM, IJKP, &
            IM, JM, KM, M !sof added M
INTEGER      IMJPK, IMJMK, IMJKP, IMJKM, IPJKM, IPJMK, IJMKP, &
            IJMKM, IJPKM
!
!           Strain rate tensor components for mth solids phase
DOUBLE PRECISION D_g(3,3)
!
!           U_g at the north face of the THETA cell-(i, j+1/2, k)
DOUBLE PRECISION U_g_N
!
!           U_g at the south face of the THETA cell-(i, j-1/2, k)
DOUBLE PRECISION U_g_S
!
!           U_g at the top face of the THETA cell-(i, j, k+1/2)
DOUBLE PRECISION U_g_T
!
!           U_g at the bottom face of the THETA cell-(i, j, k-1/2)
DOUBLE PRECISION U_g_B
!
!           U_g at the center of the THETA cell-(i, j, k)
!           Calculated for Cylindrical coordinates only.
DOUBLE PRECISION U_g_C
!
!           V_g at the east face of the THETA cell-(i+1/2, j, k)
DOUBLE PRECISION V_g_E
!
!           V_g at the west face of the THETA cell-(i-1/2, j, k)
DOUBLE PRECISION V_g_W
!
!           V_g at the top face of the THETA cell-(i, j, k+1/2)
DOUBLE PRECISION V_g_T
!
!           V_g at the bottom face of the THETA cell-(i, j, k-1/2)
DOUBLE PRECISION V_g_B
!
!           W_g at the east face of the THETA cell-(i+1/2, j, k)
DOUBLE PRECISION W_g_E
!
!           W_g at the west face of the THETA cell-(i-1/2, j, k)
DOUBLE PRECISION W_g_W
!
!           W_g at the north face of the THETA cell-(i, j+1/2, k)

```

```

    DOUBLE PRECISION W_g_N
!           W_g at the south face of the THETA cell-(i, j-1/2, k)
    DOUBLE PRECISION W_g_S
!           W_g at the center of the THETA cell-(i, j, k).
!           Calculated for Cylindrical coordinates only.
    DOUBLE PRECISION W_g_C
!           Second invariant of the deviator of D_g
    DOUBLE PRECISION I2_devd_g
!           Constant in turbulent viscosity formulation
    DOUBLE PRECISION C_MU
!           particle relaxation time
    DOUBLE PRECISION Tau_12_st

    INCLUDE 'ep_s1.inc'
    INCLUDE 'fun_avg1.inc'
    INCLUDE 'function.inc'
    INCLUDE 'ep_s2.inc'
    INCLUDE 'fun_avg2.inc'

    M = 1 ! for solids phase

!!!!$omp parallel do private(ijk) schedule(dynamic,chunk_size)
    DO IJK = ijkstart3, ijkend3

        IF (FLUID_AT(IJK)) THEN

            C_MU = 9D-02

            I = I_OF(IJK)
            J = J_OF(IJK)
            K = K_OF(IJK)
            IM = IM1(I)
            JM = JM1(J)
            KM = KM1(K)

            IMJK = IM_OF(IJK)
            IPJK = IP_OF(IJK)
            IJMK = JM_OF(IJK)
            IJPK = JP_OF(IJK)
            IJKM = KM_OF(IJK)
            IJKP = KP_OF(IJK)
            IMJPK = IM_OF(IJPK)
            IMJMK = IM_OF(IJMK)
            IMJKP = IM_OF(IJKP)
            IMJKM = IM_OF(IJKM)
            IPJKM = IP_OF(IJKM)
            IPJMK = IP_OF(IJMK)
            IJMKP = JM_OF(IJKP)
            IJMKM = JM_OF(IJKM)
            IJPKM = JP_OF(IJKM)

! Find fluid velocity values at faces of the cell

```

```

U_G_N = AVG_Y(AVG_X_E(U_G(IMJK), U_G(IJK), I), AVG_X_E(U_G(IMJPK), U_G(&
    IJPK), I), J)                                !i, j+1/2, k
U_G_S = AVG_Y(AVG_X_E(U_G(IMJMK), U_G(IJK), I), AVG_X_E(U_G(IMJK), U_G(&
    (IJK), I), JM)                                !i, j-1/2, k
U_G_T = AVG_Z(AVG_X_E(U_G(IMJK), U_G(IJK), I), AVG_X_E(U_G(IMJKP), U_G(&
    IJKP), I), K)                                !i, j, k+1/2
U_G_B = AVG_Z(AVG_X_E(U_G(IMJKM), U_G(IJKM), I), AVG_X_E(U_G(IMJK), U_G(&
    (IJK), I), KM)                                !i, j, k-1/2
V_G_E = AVG_X(AVG_Y_N(V_G(IJMK), V_G(IJK)), AVG_Y_N(V_G(IPJMK), V_G(&
    IPJK)), I)                                    !i+1/2, j, k
V_G_W = AVG_X(AVG_Y_N(V_G(IMJMK), V_G(IMJK)), AVG_Y_N(V_G(IJMK), V_G(&
    IJK)), IM)                                    !i-1/2, j, k
V_G_T = AVG_Z(AVG_Y_N(V_G(IJMK), V_G(IJK)), AVG_Y_N(V_G(IJMKP), V_G(&
    IJKP)), K)                                    !i, j, k+1/2
V_G_B = AVG_Z(AVG_Y_N(V_G(IJMKM), V_G(IJKM)), AVG_Y_N(V_G(IJMK), V_G(&
    IJK)), KM)                                    !i, j, k-1/2
W_G_N = AVG_Y(AVG_Z_T(W_G(IJKM), W_G(IJK)), AVG_Z_T(W_G(IJPKM), W_G(&
    IJPK)), J)                                    !i, j+1/2, k
W_G_S = AVG_Y(AVG_Z_T(W_G(IJMKM), W_G(IJKM)), AVG_Z_T(W_G(IJKM), W_G(&
    IJK)), JM)                                    !i, j-1/2, k
W_G_E = AVG_X(AVG_Z_T(W_G(IJKM), W_G(IJK)), AVG_Z_T(W_G(IPJKM), W_G(&
    IPJK)), I)                                    !i+1/2, j, k
W_G_W = AVG_X(AVG_Z_T(W_G(IMJKM), W_G(IMJK)), AVG_Z_T(W_G(IJKM), W_G(&
    IJK)), IM)                                    !i-1/2, j, k

```

```

IF (CYLINDRICAL) THEN

```

```

    U_G_C = AVG_X_E(U_G(IMJK), U_G(IJK), I)  !i, j, k
    W_G_C = AVG_Z_T(W_G(IJKM), W_G(IJK))    !i, j, k

```

```

ELSE

```

```

    U_G_C = ZERO
    W_G_C = ZERO

```

```

ENDIF

```

```

! Find components of fluid phase strain rate tensor, D_g, at center of the cell
! - (i,j,k)

```

```

D_G(1,1) = (U_G(IJK)-U_G(IMJK))*ODX(I)
D_G(1,2) = HALF*((U_G_N - U_G_S)*ODY(J)+(V_G_E-V_G_W)*ODX(I))
D_G(1,3) = HALF*((W_G_E - W_G_W)*ODX(I)+(U_G_T-U_G_B)*(OX(I)*ODZ(K)&
    )-W_G_C*OX(I))
D_G(2,1) = D_G(1,2)
D_G(2,2) = (V_G(IJK)-V_G(IMJK))*ODY(J)
D_G(2,3)=HALF*((V_G_T-V_G_B)*(OX(I)*ODZ(K))+(W_G_N-W_G_S)*ODY(J))
D_G(3,1) = D_G(1,3)
D_G(3,2) = D_G(2,3)
D_G(3,3) = (W_G(IJK)-W_G(IJKM))*(OX(I)*ODZ(K)) + U_G_C*OX(I)

```

```

! Molecular viscosity

```

```

IF (MU_G0 == UNDEFINED) &

```

```

    MU_G(IJK) = to_SI*1.7D-4*(T_G(IJK)/273.0D0)**1.5D0*&
    (383.D0/(T_G(IJK)+110.D0))  !in Poise or Pa.s

```

```

DOUBLE PRECISION i_n

```

```

!           write(*,*)'entrou'
!           write(*,*)i,j,k
      MU_G(IJK)=((2*(D_G(1,1)**2+D_G(2,2)**2+2*D_G(1,2)*D_G(2,1)))**0.5)!
gamma_dot
!           write(*,*)MU_G(IJK),MU_G0

      MU_G(IJK)=MAX(MU_G(IJK),1.E-5)
!           write(*,*)MU_G(IJK),MU_G0
      MU_G(IJK)=MU_G0*(MU_G(IJK)**(1)) ! Power-Law
!           write(*,*)MU_G(IJK),MU_G0
!           read(*,*)

      MU_GT(IJK) = MU_G(IJK)
      LAMBDA_GT(IJK) = -F203*MU_GT(IJK)
      IF (K_Epsilon) THEN

! I'm not very confident about this correction in Peirano paper, but it's made
! available here, uncomment to use it. sof@fluent.com --> 02/01/05
!           IF(SIMONIN .AND. F_GS(IJK,1) > small_number) THEN
!               Tau_12_st = Ep_s(IJK,M)*RO_s(M)/F_GS(IJK,1)
!               X_21 = Ep_s(IJK,M)*RO_s(M)/(EP_g(IJK)*RO_g(IJK))
! new definition of C_mu (equation A.12, Peirano et al. (2002) Powder tech.
122,69-82)
!               IF( K_12(ijk)/(2.0D0*K_Turb_G(IJK)) < ONE) &
!                   C_MU = C_MU/(ONE+ 0.314D0*X_21*Tau_12_st / Tau_1(ijk) * &
!                       (ONE - K_12(ijk)/(2.0D0*K_Turb_G(IJK))) )
!           ENDIF

! On the other hand, I used this correction found in Ahmadi paper (Cao and Ahmadi)
      IF(AHMADI .AND. F_GS(IJK,1) > small_number) THEN
          Tau_12_st = Ep_s(IJK,M)*RO_s(M)/F_GS(IJK,1)
          C_MU = C_MU/(ONE+ Tau_12_st/Tau_1(ijk) * &
              (EP_s(IJK,M)/(ONE-EP_star_array(ijk)))**3)
      ENDIF

! Definition of the turbulent viscosity
      MU_GT(IJK) = MU_G(IJK) + RO_G(IJK)*C_mu*K_Turb_G(IJK)**2 / &
          (E_Turb_G(IJK)+Small_number)
      MU_GT(IJK) = MIN(MU_GMAX, MU_GT(IJK))
      LAMBDA_GT(IJK) = -F203*MU_GT(IJK)
      ENDIF
    ELSE
      MU_G(IJK) = ZERO
      MU_GT(IJK) = ZERO
      LAMBDA_GT(IJK) = ZERO
    ENDIF ! end if (fluid_at(ijk))
  ENDDO ! end do (ijk=ijkstart3,ijkend3)

!!!!$omp parallel do &
!!!!$omp$ schedule(dynamic,chunk_size) &
!!!!$omp$ private(IJK, I,J,K,IM,JM,KM, &

```

```

!!!!$omp& IMJK,IPJK,IJMK,IJPK,IJKM,IJKP,IMJPK,IMJMK,IMJKP, &
!!!!$omp& IMJKM,IPJKM,IPJMK,IJMKP,IJMKM,IJPKM, &
!!!!$omp& U_G_N,U_G_S,U_G_T,U_G_B,V_G_E,V_G_W,V_G_T,V_G_B, &
!!!!$omp$ W_G_N,W_G_S,W_G_E,W_G_W, U_G_C,W_G_C, D_G,I2_DEVD_G )

```

```

DO IJK = ijkstart3, ijkend3
  IF ( FLUID_AT(IJK) .AND. L_SCALE(IJK)/=ZERO) THEN
    I = I_OF(IJK)
    J = J_OF(IJK)
    K = K_OF(IJK)
    IM = IM1(I)
    JM = JM1(J)
    KM = KM1(K)

    IMJK = IM_OF(IJK)
    IPJK = IP_OF(IJK)
    IJMK = JM_OF(IJK)
    IJPK = JP_OF(IJK)
    IJKM = KM_OF(IJK)
    IJKP = KP_OF(IJK)
    IMJPK = IM_OF(IJPK)
    IMJMK = IM_OF(IJMK)
    IMJKP = IM_OF(IJKP)
    IMJKM = IM_OF(IJKM)
    IPJKM = IP_OF(IJKM)
    IPJMK = IP_OF(IJMK)
    IJMKP = JM_OF(IJKP)
    IJMKM = JM_OF(IJKM)
    IJPKM = JP_OF(IJKM)

```

```

! Find fluid velocity values at faces of the cell

```

```

U_G_N = AVG_Y(AVG_X_E(U_G(IMJK),U_G(IJK),I),AVG_X_E(U_G(IMJPK),U_G(&
  IJPK),I),J) !i, j+1/2, k
U_G_S = AVG_Y(AVG_X_E(U_G(IMJMK),U_G(IJMK),I),AVG_X_E(U_G(IMJK),U_G(&
  (IJK),I),JM) !i, j-1/2, k
U_G_T = AVG_Z(AVG_X_E(U_G(IMJK),U_G(IJK),I),AVG_X_E(U_G(IMJKP),U_G(&
  IJKP),I),K) !i, j, k+1/2
U_G_B = AVG_Z(AVG_X_E(U_G(IMJKM),U_G(IJKM),I),AVG_X_E(U_G(IMJK),U_G(&
  (IJK),I),KM) !i, j, k-1/2
V_G_E = AVG_X(AVG_Y_N(V_G(IJMK),V_G(IJK)),AVG_Y_N(V_G(IPJMK),V_G(&
  IPJK)),I) !i+1/2, j, k
V_G_W = AVG_X(AVG_Y_N(V_G(IMJMK),V_G(IMJK)),AVG_Y_N(V_G(IJMK),V_G(&
  IJK)),IM) !i-1/2, j, k
V_G_T = AVG_Z(AVG_Y_N(V_G(IJMK),V_G(IJK)),AVG_Y_N(V_G(IJMKP),V_G(&
  IJKP)),K) !i, j, k+1/2
V_G_B = AVG_Z(AVG_Y_N(V_G(IJMKM),V_G(IJKM)),AVG_Y_N(V_G(IJMK),V_G(&
  IJK)),KM) !i, j, k-1/2
W_G_N = AVG_Y(AVG_Z_T(W_G(IJKM),W_G(IJK)),AVG_Z_T(W_G(IJPKM),W_G(&
  IJPK)),J) !i, j+1/2, k
W_G_S = AVG_Y(AVG_Z_T(W_G(IJMKM),W_G(IJMK)),AVG_Z_T(W_G(IJKM),W_G(&
  IJK)),JM) !i, j-1/2, k

```

```

W_G_E = AVG_X(AVG_Z_T(W_G(IJKM),W_G(IJK)),AVG_Z_T(W_G(IPJKM),W_G(&
    IPJK)),I) !i+1/2, j, k
W_G_W = AVG_X(AVG_Z_T(W_G(IMJKM),W_G(IMJK)),AVG_Z_T(W_G(IJKM),W_G(&
    IJK)),IM) !i-1/2, j, k

IF (CYLINDRICAL) THEN
    U_G_C = AVG_X_E(U_G(IMJK),U_G(IJK),I) !i, j, k
    W_G_C = AVG_Z_T(W_G(IJKM),W_G(IJK)) !i, j, k
ELSE
    U_G_C = ZERO
    W_G_C = ZERO
ENDIF

! Find components of fluid phase strain rate tensor, D_g, at center of the
cell
! - (i,j,k)
D_G(1,1) = (U_G(IJK)-U_G(IMJK))*ODX(I)
D_G(1,2) = HALF*((U_G_N - U_G_S)*ODY(J)+(V_G_E-V_G_W)*ODX(I))
D_G(1,3) = HALF*((W_G_E - W_G_W)*ODX(I)+(U_G_T-U_G_B)*(OX(I)*ODZ(K)&
    )-W_G_C*OX(I))
D_G(2,1) = D_G(1,2)
D_G(2,2) = (V_G(IJK)-V_G(IMJK))*ODY(J)
D_G(2,3)=HALF*((V_G_T-V_G_B)*(OX(I)*ODZ(K))+(W_G_N-W_G_S)*ODY(J))
D_G(3,1) = D_G(1,3)
D_G(3,2) = D_G(2,3)
D_G(3,3) = (W_G(IJK)-W_G(IMJK))*(OX(I)*ODZ(K)) + U_G_C*OX(I)

! Calculate the second invariant of the deviator of D_g
I2_DEVD_G = ((D_G(1,1)-D_G(2,2))**2+(D_G(2,2)-D_G(3,3))**2+(D_G(3,3&
    )-D_G(1,1))**2)/6.D0 + D_G(1,2)**2 + D_G(2,3)**2 + D_G(3,1)**2
MU_GT(IJK) = MIN(MU_GMAX,MU_G(IJK)+2.0*L_SCALE(IJK)*L_SCALE(IJK)*&
    RO_G(IJK)*SQRT(I2_DEVD_G))
LAMBDA_GT(IJK) = -F2O3*MU_GT(IJK)

ENDIF ! end if (fluid_at(ijk) and l_scale(ijk)/=0))
ENDDO ! end loop (ijk=ijkstart3,ijkend3)

RETURN
END SUBROUTINE CALC_MU_G

```