

**UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS - UNISINOS
UNIDADE ACADÊMICA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DOUTORADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

PRISCILA MARTTA RODRIGUES

**AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DE TRÊS ALETAS INSERIDAS EM UMA
CAVIDADE APLICANDO DESIGN CONSTRUTAL E O MÉTODO SUPERFÍCIE DE
RESPOSTA**

São Leopoldo

2024

PRISCILA MARTTA RODRIGUES

**AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DE TRÊS ALETAS INSERIDAS EM UMA
CAVIDADE APLICANDO DESIGN CONSTRUTAL E O MÉTODO DE SUPERFÍCIE
DE RESPOSTA**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Engenharia Mecânica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS).

Orientadora: Prof^a. Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani

São Leopoldo

2024

R696a

Rodrigues, Priscila Martta.

Avaliação geométrica de três aletas inseridas em uma cavidade aplicando design construtal e o método superfície de resposta / Priscila Martta Rodrigues. – 2024.

107 f. : il. ; 30 cm.

Tese (doutorado) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2024.

“Orientadora: Prof^ª. Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani”.

1. Aleta. 2. Cavidade dirigida. 3. Convecção mista. 4. Design construtal. I. Título.

CDU 621

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Bibliotecária: Amanda Schuster – CRB 10/2517)

PRISCILA MARTTA RODRIGUES

**AVALIAÇÃO GEOMÉTRICA DE TRÊS ALETAS INSERIDAS EM UMA
CAVIDADE APLICANDO DESIGN CONSTRUTAL E O MÉTODO DE SUPERFÍCIE
DE RESPOSTA**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Engenharia Mecânica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS).

Orientadora: Prof^a. Dra. Flávia Schwarz Franceschini Zinani

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos (FURG)

Profa. Dra. Jacqueline Biancon Copetti (UNISINOS)

Profa. Dra. Adriane Prisco Petry (UFRGS)

Aprovado em 17 de setembro de 2024

AGRADECIMENTOS À CAPES

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me dado todas as oportunidades que tive na vida. Nada foi por acaso.

Ao meu marido Cícero Escobar, por todo apoio, carinho e dedicação. Agradeço por me apoiar e sempre acreditar que sou capaz, quando eu mesma não acredito. Te amarei de janeiro a janeiro.

Ao meu pai Ocimar Rodrigues, à minha mãe Vanderléa Rodrigues e ao meu irmão Douglas Rodrigues por todo o suporte, carinho e cuidado durante essa trajetória, por sempre me incentivarem a ir atrás dos meus objetivos. O amor que vocês me depositam é o que me move.

Aos meus pets Rafael e Leopoldo pelos momentos de alegria que eles me concederam nos momentos difíceis.

À minha orientadora Flávia Schwarz Franceschini Zinani pela orientação, por ser essa professora excelente a qual tive o privilégio de ser orientada, pela amizade, pelas contribuições e por compartilhar o conhecimento comigo.

Ao professor Luiz Alberto Oliveira Rocha pela coorientação ao longo deste trabalho, por ser um profissional exemplar e muito querido.

Ao professor Elizaldo Domingues dos Santos pelas contribuições ao longo dessa trajetória, pela excelente pessoa e profissional.

Ao Eduardo Cunegatto por independente do dia estar sempre disponível para me ajudar e pelos momentos de conversa.

Ao Rafael Borahel e demais colegas pelas contribuições nesse trabalho e ao longo dessa trajetória.

Aos membros da banca, professores Elizaldo Domingues dos Santos, Jacqueline Biancon Copetti e Adriane Prisco Petry pelo tempo dedicado e pelas contribuições.

Aos meus amigos e colegas que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pelo suporte prestado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

RESUMO

As cavidades dirigidas com aletas são utilizadas frequentemente como um caso simplificado para estudar e compreender diversos problemas complexos de engenharia, como por exemplo, trocadores e dissipadores de calor, buscando identificar qual geometria apresenta melhor desempenho. Nesse contexto, no presente trabalho foi realizado um estudo numérico e uma avaliação geométrica de um escoamento com transferência de calor por convecção mista. O objetivo foi avaliar os efeitos da geometria de três aletas inseridas no interior de uma cavidade dirigida sujeita à convecção mista sobre a transferência de calor entre as aletas e o fluido, indicando as configurações de melhor desempenho para diferentes condições, através da aplicação do método Design Construtal. O trabalho consistiu na investigação das seguintes etapas: i) avaliar o efeito das razões de aspecto de cada uma das três aletas sobre a taxa de transferência de calor; ii) avaliar o efeito das frações de área das aletas (ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3), mantendo a fração de área da aleta esquerda (ϕ_1) e a razão H_1/L_1 fixas, associado a uma varredura de um espaço de busca; iii) avaliar o efeito de diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05; 0,1$ e $0,2$) para diferentes razões de áreas das aletas, para número de Richardson (Ri) igual a $0,1$ e 1 , utilizando a metodologia Superfície de Resposta (RSM) associada ao Design de Experimentos; iv) comparar o desempenho do sistema para diferentes números de Richardson. Quando associado a uma varredura de um espaço de busca, os resultados indicaram que melhor desempenho foi alcançado quando a aleta 3 (ϕ_3) tem a maior área e a maior razão H_3/L_3 , ou seja, sugerem que a dominância da aleta 3 melhora a troca térmica, particularmente para razões H_3/L_3 mais altas, enquanto a predominância da aleta 2 é observada para razões H_3/L_3 mais baixas. A melhor geometria encontrada foi $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 0,5$, e $H_3/L_3 = 19$, resultando na maior taxa de transferência de calor para a configuração $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$. A avaliação do Design Construtal em conjunto com o RSM permitiu determinar a geometria que obtém o melhor desempenho térmico, variando a fração da área ocupada pelas aletas. Os resultados mostraram que a maior fração de área total proporciona o desempenho mais favorável, atribuído ao aumento da área de troca de calor fornecida pelas aletas. O melhor desempenho térmico para $Ri = 0,1$ foi 32% superior em comparação ao melhor desempenho para $Ri = 1$. Observou-se que o uso do Design Construtal associado a RSM apresentou um número menor de simulações quando comparada a uma varredura de um espaço de busca para razões de aspecto (H_n/L_n) similares.

Palavras-chaves: aleta, cavidade dirigida, convecção mista, Design Construtal.

ABSTRACT

Lid-driven cavities are often used as a simplified case to study and understand various complex engineering problems, such as heat exchangers and heat sinks, in order to identify which geometry offers the best performance. In this context, the present work conducted a numerical study and geometric evaluation of a mixed convection flow with heat transfer. The objective was to assess the effects of the geometry of three fins inserted inside a lid-driven cavity subjected to mixed convection on the heat transfer between the fins and the fluid, indicating the configurations with the best performance under different conditions through the application of the Constructal Design method. The study involved the investigation of the following stages: (i) evaluating the effect of the aspect ratios of each of the three fins on the heat transfer rate; (ii) evaluating the effect of the fin area fractions (ϕ_1 , ϕ_2 , and ϕ_3), keeping the left fin area fraction (ϕ_1) and the ratio H_1/L_1 fixed, associated with a search space screening; (iii) evaluating the effect of different total area fractions ($\phi_T = 0.05, 0.1, \text{ and } 0.2$) for different fin area ratios for $Ri = 0.1$ and 1 , using the Response Surface Methodology (RSM) combined with Design of Experiments; (iv) comparing the system performance for different Richardson numbers. When associated with a search space screening, the results indicated that the best performance was achieved when fin 3 (ϕ_3) has the largest area and the highest H_3/L_3 ratio, suggesting that the dominance of fin 3 enhances thermal exchange, particularly for higher H_3/L_3 ratios, while the predominance of fin 2 is observed for lower H_3/L_3 ratios. The best geometry found was $H_1/L_1 = 0.1$, $H_2/L_2 = 0.5$, and $H_3/L_3 = 19$, resulting in the highest heat transfer rate for the configuration $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.04$, $\phi_3 = 0.01$. The evaluation of Constructal Design combined with RSM allowed for the determination of the geometry that achieves the best thermal performance by varying the fraction of the area occupied by the fins. The results showed that the largest total area fraction provides the most favorable performance, attributed to the increase in the heat exchange area provided by the fins. The best thermal performance for $Ri = 0.1$ was 32% higher compared to the best performance for $Ri = 1$. It was observed that the use of Constructal Design associated with RSM required fewer simulations compared to a search space sweep for similar aspect ratios (H_n/L_n).

Keywords: fin, driven cavity, mixed convection, Constructal Design.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Desenhos esquemáticos mostrando equipamentos ou idealização de problemas: (a) trocador de calor tipo placa e casca, (b) gerenciamento térmico em segmento de dispositivos eletrônicos, (c) dissipador de calor de microcanal reto, (d) dissipador de calor microcanal ondulado, (e) dissipador de calor microcanal de pinos	17
Figura 2 – Exemplos de sistemas de escoamento e aplicações da Lei Construtal: (a) estrutura de uma árvore; (b) formação de um cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) fluxo de água em uma bacia hidrográfica; (e) estrutura dos pulmões; (f) fluxo de automóveis de uma cidade...	19
Figura 3 – Estudos com cavidades contendo obstáculos: (a) fluxo convectivo e transferência de calor sobre obstáculos dentro de uma cavidade porosa saturada com nanofluido de Cu-água; (b) fluxo térmico em uma cavidade trapezoidal contendo diferentes objetos sólidos; (c) convecção mista acoplada e efeito de radiação no interior de cavidade; (d) fluido não newtoniano em cavidade hexagonal; (e) presença de campo magnético inclinado e convecção mista em um cavidades com paredes aquecidas periodicamente na presença de um obstáculo	26
Figura 4 – Estudos que utilizaram o Design Construtal para a avaliação geométrica de aletas inseridas em cavidades dirigidas com escoamentos convectivos: (a) aleta retangular inserida na superfície inferior; (b) aleta retangular inserida na superfície inferior e nos lados direito e esquerdo; (c) geometria preenchida com o nanofluido CuO-água; (d) aleta semi-elíptica inserida em diferentes posições; (e) presença de duas aletas na superfície inferior; (f) avaliação de quatro formas de aletas distintas (T, Y, Γ e Γ).....	31
Figura 5 – Fluxograma da Metodologia de aplicação do Design Construtal	36
Figura 6 – Domínio Computacional do problema proposto	39
Figura 7 – Fluxograma da etapa de verificação de um modelo computacional	43
Figura 8 – Domínio da cavidade simulado em Dos Santos <i>et al.</i> (2013)	44
Figura 9 – Perfis de temperatura adimensional e velocidade ao longo da linha horizontal adimensional (X^*) para uma posição fixa ($Z^* = 0,5$).....	45
Figura 10 – Esquema ilustrando o processo de otimização realizado aplicando o método Design Construtal com o espaço de busca	46
Figura 11 – Design Composto Central para $k = 3$	48
Figura 12 – Superfície de resposta (a) tridimensional; (b) contorno	50
Figura 13 – Geometria da malha adotada.....	53

Figura 14 – Efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$, $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$ e $Pr = 6$	55
Figura 15 – Efeito da razão H_2/L_2 sobre a taxa de transferência de calor uma vez maximizada e as respectivas geometrias ótimas $(H_3/L_3)_o$ para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$	56
Figura 16 – Campos de temperatura e vetores de velocidade para $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$ e $H_1/L_1 = 0,1$ para diferentes razões H_2/L_2	58
Figura 17 – Contribuição de cada aleta sobre a taxa de transferência de calor para (a) aleta 1, (b) aleta 2 e c) aleta 3.....	60
Figura 18 – Efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor para $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$, $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$ e $Pr = 6$	62
Figura 19 – Efeito da razão H_2/L_2 sobre a taxa de transferência de calor uma vez maximizada e as respectivas geometrias ótimas $(H_3/L_3)_o$ para $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$	63
Figura 20 – Campos de temperatura e vetores de velocidade para $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$ e $H_1/L_1 = 0,1$	64
Figura 21 – Contribuição de cada aleta sobre a taxa de transferência de calor para (a) aleta 1, (b) aleta 2 e c) aleta 3.....	66
Figura 22 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,05$: (a) $H_3/L_3 = 128$; (b) $H_2/L_2 = 16$ e (c) $H_1/L_1 = 128$	71
Figura 23 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,1$: (a) $H_3/L_3 = 38,44$; (b) $H_2/L_2 = 0,1$ e (c) $H_1/L_1 = 64$	74
Figura 24 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,2$: (a) $H_3/L_3 = 32$; (b) $H_2/L_2 = 0,2$ e (c) $H_1/L_1 = 32$	77
Figura 25 – Contornos da superfície de resposta para $\phi_T = 0,05$: (a) $H_3/L_3 = 125,44$; (b) $H_2/L_2 = 16$ e (c) $H_1/L_1 = 128$	81
Figura 26 – Contornos da superfície de resposta para $\phi_T = 0,1$: (a) $H_3/L_3 = 8$; (b) $H_2/L_2 = 64$ e (c) $H_1/L_1 = 64$	84
Figura 27 – Contornos da superfície de resposta para $\phi_T = 0,2$: (a) $H_3/L_3 = 4$; (b) $H_2/L_2 = 32$ e (c) $H_1/L_1 = 32$	87
Figura 28 – Avaliação do efeito do Ri para o melhor caso de cada configuração para $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$	89
Figura 29 – Campos de temperaturas para $Ri = 0,1$: (a) pior caso; (b) melhor caso.	91
Figura 30 – Campos de temperaturas para $Ri = 1$: (a) pior caso; (b) melhor caso.	92

Figura 31 – Campos de temperatura e vetores de velocidade dos casos ótimos para $Ri = 0,1$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$ 94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Evolução das publicações acadêmicas sobre Design Construtal, convecção e aletas a partir do ano 2010.	27
Tabela 2 – Parâmetros adimensionais e indicadores de performance dos principais trabalhos da literatura usando método do Design Construtal associado ao espaço de busca.	33
Tabela 3 – Comparativo das etapas propostas por Gonçalves <i>et al.</i> (2006) e Pegden <i>et al.</i> (1990).	37
Tabela 4 – Parâmetros e propriedades termofísicas aplicados nas simulações.	41
Tabela 5 – Resultado do GCI.	53
Tabela 6 – Resultados do $\phi_T = 0,05$ e $Ri = 0,1$	70
Tabela 7 – Resultados do $\phi_T = 0,1$ e $Ri = 0,1$	73
Tabela 8 – Resultados do $\phi_T = 0,2$ e $Ri = 0,1$	76
Tabela 9 – Resultados do $\phi_T = 0,05$ e $Ri = 1$	80
Tabela 10 – Resultados do $\phi_T = 0,1$ e $Ri = 1$	83
Tabela 11 – Resultados do $\phi_T = 0,2$ e $Ri = 1$	86

LISTA DE SIGLAS

CCD	<i>Central Composite Design</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
DOE	<i>Design of Experiments</i>
GCI	<i>Grid Convergence Index</i>
MDF	Método de Diferenças Finitas
MEF	Método de Elementos Finitos
MVF	Método de Volumes Finitos
RSM	<i>Response Surface Methodology</i>
SIMPLEC	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Nomenclatura

A_1	área da aleta 1 [m ²]
A_2	área da aleta 2 [m ²]
A_3	área da aleta 3 [m ²]
A	área total da cavidade [m ²]
g	aceleração da gravidade na direção y [m.s ⁻²]
Gr_H	número de Grashof baseado na altura da cavidade
H	altura da cavidade [m]
H_1	altura da aleta 1 [m]
H_2	altura da aleta 2 [m]
H_3	altura da aleta 3 [m]
k	condutividade térmica do fluido [W.(m.K) ⁻¹]
L	comprimento da aleta [m]
L_1	comprimento da aleta 1 [m]
L_2	comprimento da aleta 2 [m]
L_3	comprimento da aleta 3 [m]
Nu_H	número de Nusselt baseado na altura da cavidade
P	pressão [N.m ⁻²]
Pr	número de Prandtl
\tilde{q}'	taxa de transferência de calor adimensional
\tilde{q}'_1	taxa de transferência de calor adimensional para aleta 1
\tilde{q}'_2	taxa de transferência de calor adimensional para aleta 2
\tilde{q}'_3	taxa de transferência de calor adimensional para aleta 3
\tilde{q}'_m	taxa de transferência de calor adimensional maximizada
\tilde{q}'_{mm}	taxa de transferência de calor adimensional duas vezes maximizada
R	razão entre desempenho térmico
$Re_{A^{1/2}}$	número de Reynolds baseado na raiz quadrada da área da cavidade
Ri	número de Richardson
Ha	número de Hartmann
T_s	temperatura da superfície superior [K]
T_f	temperatura das aletas [K]
u	velocidade na direção x [m.s ⁻¹]
U_0	velocidade na superfície superior [m.s ⁻¹]
v	velocidade na direção y [m.s ⁻¹]
x	coordenada especial na direção x [m]
y	coordenada especial na direção y [m]

Símbolos gregos

α	difusividade térmica [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
β	coeficiente de expansão térmica [K^{-1}]
ν	viscosidade cinemática [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
μ	viscosidade dinâmica [$\text{kg}.\text{(m.s)}^{-1}$]
ρ	massa específica [$\text{kg}.\text{m}^{-3}$]
ϕ_T	aração da área total da aleta
ϕ_1	fração da área para a aleta 1
ϕ_2	fração da área para a aleta 2
ϕ_3	fração da área para a aleta 3

Subscrito

m	uma vez maximizado
mm	duas vezes maximizado
o	uma vez otimizado
oo	duas vezes otimizado

Sobrescrito

'	variáveis adimensionais
---	-------------------------

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 TEMA	20
1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA	20
1.3 PROBLEMA	20
1.4 OBJETIVOS	20
1.4.1 Objetivo Geral.....	21
1.4.2 Objetivos Específicos	21
1.5 JUSTIFICATIVA	21
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	23
3 METODOLOGIA.....	35
3.1 DESIGN CONSTRUTAL	35
3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA	36
3.2.1 Planejamento - Formulação do Problema.....	38
3.2.2 Planejamento - Elaboração do Modelo Conceitual	38
3.2.3 Planejamento - Parametrização do Problema	41
3.2.4 Metodologia Numérica	42
3.2.5 Modelagem – Verificação.....	43
3.2.6 Simulação - Simulações do Sistema Estudado	45
3.2.6.1 Varredura do Espaço de Busca	45
3.2.6.2 Design de Experimentos e Metodologia de Superfície de Resposta	47
3.2.7 Simulação - Análise dos Dados de Saída	50
3.2.8 Conclusão - Apresentação dos resultados, documentação e implementação	51
3.3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	51
3.4 MÉTODO NUMÉRICO.....	52
3.4.1 Análise da incerteza da malha (GCI).....	52
4 RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO GEOMÉTRICA.....	54
4.1.1 Efeitos das razões H_2/L_2 e H_3/L_3 mantendo H_1/L_1 fixo para $Ri = 0,1$ e $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$..	54
4.1.2 Efeitos das razões H_2/L_2 e H_3/L_3 mantendo H_1/L_1 fixo para $Ri = 0,1$ e $\phi_1 > \phi_2 > \phi_3$	61
4.2 EMPREGO DO DESIGN CONSTRUTAL ASSOCIADO A RSM PARA $Ri = 0,1$	68
4.2.1 Análise do $\phi_T = 0,05$ para $Pr = 6$, $Re_{A1/2} = 400$ e $Ri = 0,1$	68
4.2.2 Análise do $\phi_T = 0,1$ para $Pr = 6$, $Re_{A1/2} = 400$ e $Ri = 0,1$	72

4.2.3 Análise do $\phi_T = 0,2$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 0,1$	75
4.3 EMPREGO DO DESIGN CONSTRUTAL ASSOCIADO A METODOLOGIA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $Ri = 1$	79
4.3.2 Análise do $\phi_T = 0,1$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 1$	82
4.3.3 Análise do $\phi_T = 0,2$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 1$	85
4.4 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RICHARDSON.....	88
4.4.1 Avaliação do número de Richardson para as melhores configurações com $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$ e $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$	88
4.4.2 Análise do número de Richardson igual a 0,1 e 1	90
4.4.2 Casos ótimos entre os ϕ_T igual 0,05, 0,1 e 0,2 para $Ri = 0,1$ utilizando a RSM	92
5 CONCLUSÕES	96
6 PROPOSTA DE CONTINUIDADE	98
REFERÊNCIAS	99
APÊNDICE A – ARTIGO 1 (ENCIT)	105
APÊNDICE B – ARTIGO 2 (COBEM)	106
APÊNDICE C – ARTIGO 3 (JBSMSE)	107

1 INTRODUÇÃO

Problemas relacionados à transferência de calor vêm sendo amplamente estudados na engenharia (ALSHAER *et al.*, 2015; LI *et al.*, 2023). Segundo Bejan (1993), a convecção é um dos modos de transferência de calor e ocorre quando o calor é transportado por um fluido, como um líquido ou gás, que se move de uma região para outra devido a diferenças de temperatura, sendo a contribuição devido ao movimento molecular aleatório (difusão) dominante próximo à superfície, e a contribuição para regiões mais longe da superfície denominada advecção.

A classificação da convecção se dá pela natureza do escoamento do fluido. Existem três tipos de convecção quanto a força motriz do escoamento (KAYS; CRAWFORD, 1993; BERGMAN *et al.*, 2017), a saber: forçada (quando o escoamento é causado por meios externos), natural (quando o escoamento do fluido é induzido por forças de empuxo, que são originadas a partir de diferenças de massas específicas causadas por variações de temperatura do fluido) e mista (combinação da convecção forçada e natural).

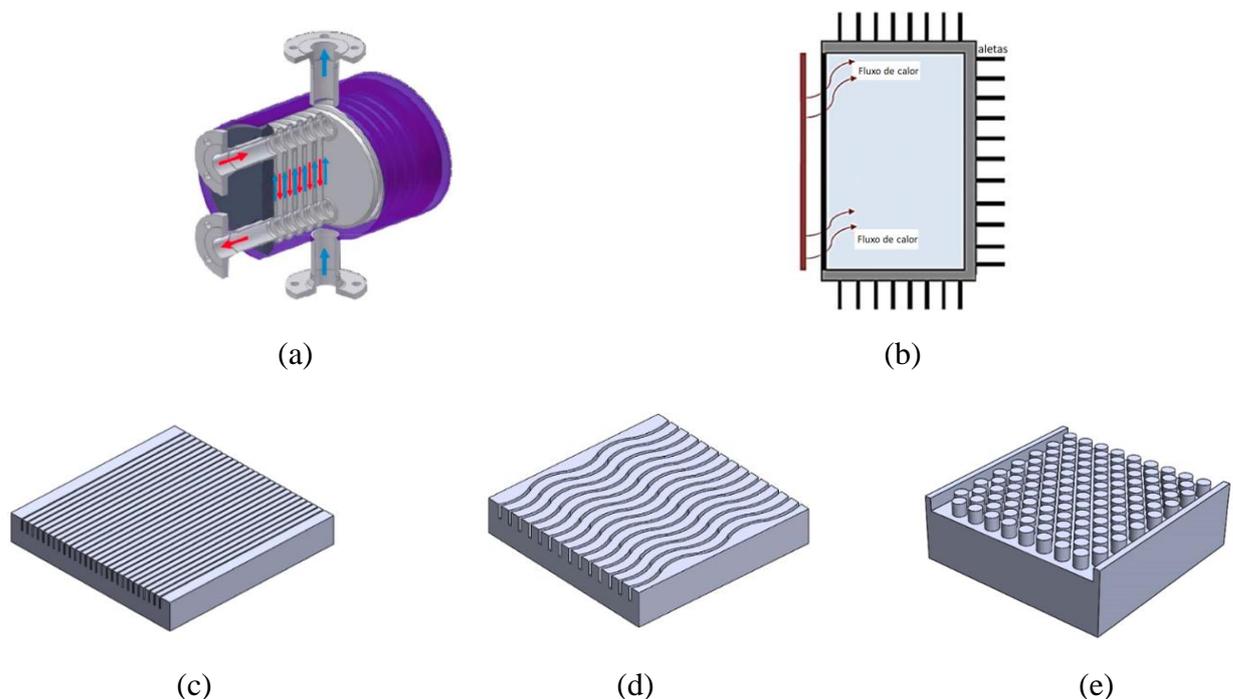
A transferência de calor por convecção pode contribuir para o desenvolvimento de equipamentos cada vez mais eficientes e sofisticados como trocadores de calor, coletores solares, reatores nucleares, refrigeradores domésticos, usinas de processamento químico, radiadores de automóveis, resfriamento de componentes eletrônicos, entre outros (ÇENGEL; GHAJAR, 2012; DOS SANTOS *et al.*, 2011; SELIMEFENDIGIL; ÖZTOP, 2014; ISLAM *et al.*, 2012; MORSHED *et al.*, 2015; GANGAWANE *et al.*, 2018).

A miniaturização contínua de dispositivos eletrônicos portáteis e o aumento das taxas de geração de calor em chips e processadores mais potentes apresentam grandes desafios de gerenciamento térmico para engenheiros e fabricantes. De acordo com Li *et al.* (2023), alguns chips podem dissipar um valor elevado em dispositivos compactos como celulares e notebooks. A eficiência do gerenciamento térmico é crucial para evitar o superaquecimento, que pode comprometer o desempenho e a durabilidade dos componentes (ALSHAER *et al.*, 2015). Pequenas variações na temperatura de operação podem reduzir significativamente a vida útil dos componentes eletrônicos (KANDASAMY *et al.*, 2007). Um método comum de controle de temperatura é a dissipação de calor por convecção, onde ventiladores geram o fluxo de ar necessário para resfriar os componentes. Este método é popular devido à disponibilidade e simplicidade do ar como fluido de resfriamento, tornando o sistema econômico e confiável (YOU *et al.*, 2021). A dinâmica do escoamento convectivo em dispositivos compactos é similar à observada em escoamentos em cavidades confinadas, o que sugere que o estudo desse

fenômeno pode oferecer contribuições valiosas para melhorar o resfriamento interno de dispositivos eletrônicos.

Para os equipamentos térmicos se tornarem cada vez mais eficientes, é necessário que apresentem uma elevada taxa de transferência de calor. Além disso, busca-se também reduzir os espaços ocupados por esses equipamentos, a fim de minimizar os custos com material (NAQUIUDDIN *et al.*, 2018). O problema de cavidades dirigidas é frequentemente utilizado como um caso simplificado para estudar e compreender diversos fenômenos complexos de engenharia. Nesse contexto, é necessário identificar qual geometria apresenta a maior taxa de transferência de calor e se é possível diminuir seus tamanhos e como consequência seus custos de produção. A Fig. 1 ilustra alguns desenhos esquemáticos mostrando equipamentos ou idealização de problemas onde o problema de cavidade é importante.

Figura 1 – Desenhos esquemáticos mostrando equipamentos ou idealização de problemas: (a) trocador de calor tipo placa e casca, (b) gerenciamento térmico em segmento de dispositivos eletrônicos, (c) dissipador de calor de microcanal reto, (d) dissipador de calor microcanal ondulado, (e) dissipador de calor microcanal de pinos



Fonte: Adaptado de Naquiuddin *et al.*, 2018; Dhumal *et al.*, 2023; Arsenyeva *et al.* 2023.

A modelagem e simulação colaboram nos estudos desses equipamentos, pois se trata de uma técnica de estudo que vem sendo amplamente utilizada nas diversas áreas de estudo das engenharias. Essa abordagem é muito utilizada em vários estágios de projetos, em animações,

pesquisa, na fluidodinâmica computacional, entre outros, auxiliando na geração de conhecimento referente ao problema abordado.

Segundo Law (2007), estudos que utilizam essa metodologia vêm crescendo devido às vantagens que ela apresenta, como, permitir descrever com uma boa precisão um sistema complexo real, bem como, estimar o desempenho de um sistema, avaliar novas propostas, reduzir custos de fabricação, entre outros.

Para obter o melhor desempenho dos sistemas, muitos trabalhos adotam a modelagem e simulação juntamente com a aplicação do método Design Construtal. Esse método é baseado na Teoria Construtal que diz que a geometria dos sistemas de escoamento segue um princípio físico denominado Lei Construtal (BEJAN, 1996). A Lei Construtal vem sendo utilizada para explicar a geração e a evolução do design (configuração, forma, estrutura) de sistemas de fluxo/escoamento animados e inanimados (BEJAN; LORENTE, 2008). A Teoria Construtal é o raciocínio (entendimento) que a geração das configurações em sistemas de fluxo/escoamento é um fenômeno físico baseado em um princípio físico (Lei Construtal). De acordo com a Lei Construtal, para qualquer sistema de escoamento de dimensões finitas persistir no tempo (sobreviver), sua configuração deve evoluir de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2008; BEJAN; ZANE, 2012).

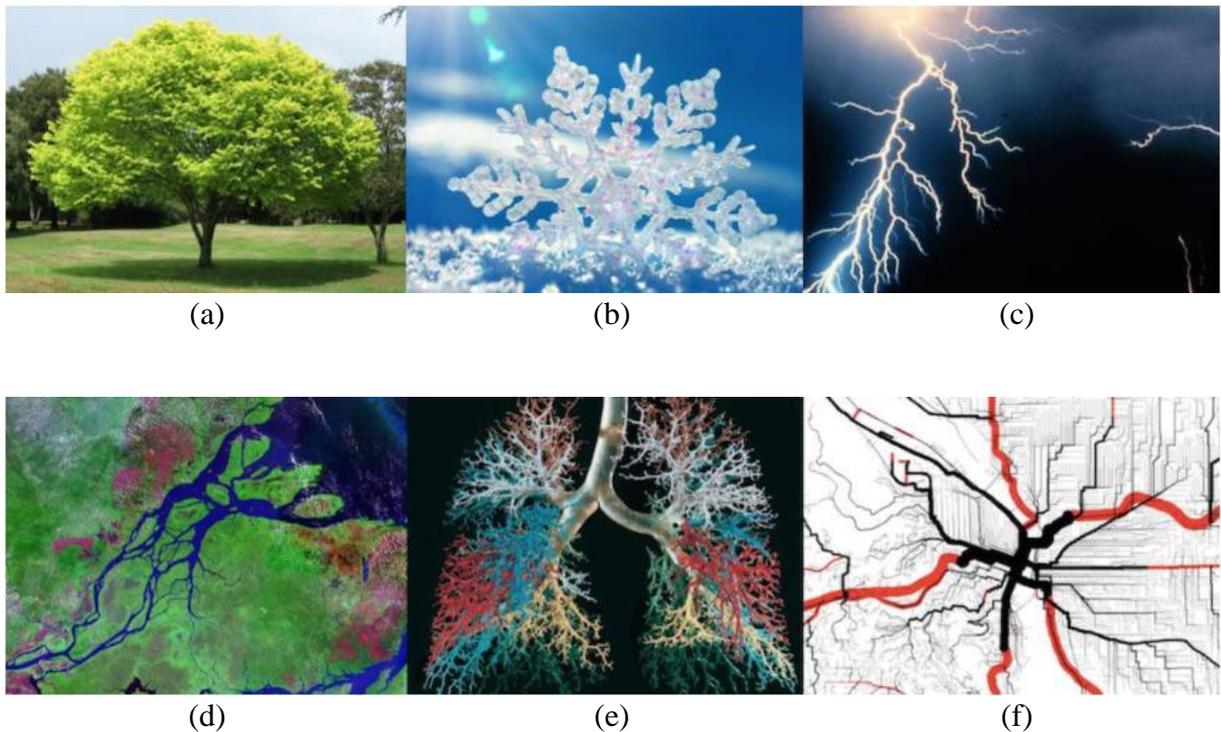
Para Bello-Ochende *et al.* (2007), a metodologia proposta pela Teoria Construtal consiste em identificar a direção de evolução de geometrias que estão sujeitas a restrições. Nesse sentido, a configuração da geometria se torna uma incógnita livre para mudar dentro dos limites impostos pelas restrições.

O Design Construtal é uma técnica de avaliação geométrica, que utiliza aplicação de restrições e objetivos em geometrias pertencentes aos sistemas de escoamento de dimensões finitas, que vem sendo utilizado para explicar de uma maneira determinística que os designs existentes na natureza não são resultado do acaso (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2008; BEJAN; ZANE, 2012; BEJAN, 2023). Eles evoluem naturalmente, de forma espontânea, desenvolvendo formas que facilitem o acesso de suas correntes.

Diversos exemplos são vistos na literatura, como o desenho urbano, trânsito, transporte, economia, evolução da tecnologia (BEJAN; LORENTE, 2008) e vários problemas na área de engenharia como células de combustível, turbinas, energia das ondas, refrigeração e problemas de transferência de calor (BISERNI *et al.* 2004; XIE *et al.* 2015).

Na Fig. 2, é possível observar sistemas de escoamento presentes na natureza, como, as árvores, o cristal de gelo, os raios, as bacias hidrográficas, os pulmões e as estradas, que evoluem de forma a facilitar o acesso das correntes.

Figura 2 – Exemplos de sistemas de escoamento e aplicações da Lei Construtal: (a) estrutura de uma árvore; (b) formação de um cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) fluxo de água em uma bacia hidrográfica; (e) estrutura dos pulmões; (f) fluxo de automóveis de uma cidade



Fonte: Disponível em: < <https://constructal.wordpress.com/tag/natural-design/> >.

O método Design Construtal vem sendo aplicado em projetos de engenharia, pois pode auxiliar na avaliação geométrica. Nesse sentido, estudos relacionados a avaliações geométricas têm tornando-se cada vez mais relevantes. Apesar de existirem estudos de escoamentos no interior de cavidades aplicando o uso do Design Construtal, ainda existe uma lacuna no conhecimento de como o escoamento comporta-se à medida que se muda a configuração geométrica da cavidade. Sendo assim, pretende-se colaborar no avanço do entendimento de outras configurações geométricas ainda não exploradas na literatura.

Diversos trabalhos vêm investigando as configurações de sistemas com uma e duas aletas (LORENZINI *et al.* 2016; CONG *et al.* 2018; ZHAO *et al.* 2018; RODRIGUES *et al.* 2020). Nesse sentido, pretende-se entender como a teoria construtal pressupõe a evolução do sistema, através da adição de mais uma aleta, visando melhorar o desempenho térmico do sistema, ou seja, aumentar a transferência de calor para a mesma quantidade de material das aletas.

Nesse contexto surge as seguintes questões de motivação para a realização deste trabalho: como a razão de aspecto de aletas retangulares em cavidades tem efeito sobre o desempenho da transferência de calor e como a interação entre diferentes aletas influencia o design das mesmas?

1.1 TEMA

O tema do presente trabalho consiste na avaliação geométrica para obtenção do melhor desempenho térmico de uma cavidade com aletas inseridas na cavidade e submetidas à convecção mista, através da aplicação do Design Construtal.

1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Este projeto de pesquisa delimitou-se em avaliar geometricamente três aletas inseridas na superfície inferior de uma cavidade dirigida aplicando o Design Construtal associado a uma varredura de um espaço de busca e ao método de otimização Superfície de Resposta (*Response Surface Methodology* - RSM). As simulações foram realizadas no *software* Ansys - FLUENT para um escoamento incompressível, bidimensional e com transferência de calor por convecção mista. Serão investigados alguns parâmetros fixos, como o número de Reynolds ($Re_{A^{1/2}}$) igual a 400 e o número de Prandtl (Pr) igual a 6, bem como, o número de Richardson (Ri) igual a 0,1 e 1 e a fração de área total (ϕ_T).

1.3 PROBLEMA

Foi investigado como a geometria das aletas tem efeito sobre o desempenho da transferência de calor.

1.4 OBJETIVOS

Nesta seção serão apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos do presente trabalho.

1.4.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho foi avaliar os efeitos da forma de três aletas no interior de uma cavidade sujeita à convecção mista sobre a transferência de calor entre as aletas e o fluido, indicando as configurações de melhor desempenho para diferentes condições propostas, através da aplicação do método Design Construtal.

1.4.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- a) Avaliar o efeito das razões de aspecto de cada uma das três aletas sobre a taxa de transferência de calor entre fluido e aletas;
- b) Avaliar o efeito das frações de área das aletas (ϕ_2 e ϕ_3), mantendo a fração de área da aleta esquerda (ϕ_1) fixa, para $Ri = 0,1$ e $\phi_T = 0,1$, empregando uma varredura de espaço de busca para um conjunto de simulações;
- c) Avaliar o efeito de diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05; 0,1$ e $0,2$) para diferentes razões de áreas das aletas, para $Ri = 0,1$, empregando a Metodologia Superfície de Resposta para um conjunto de simulações;
- d) Avaliar o efeito de diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05; 0,1$ e $0,2$) para $Ri = 1$, empregando a Metodologia de Superfície de Resposta para um conjunto de simulações;
- e) Comparar o desempenho do sistema para diferentes Ri .

1.5 JUSTIFICATIVA

A miniaturização de estruturas tem sido uma demanda crescente e atual, principalmente em materiais eletrônicos, com isso surge a necessidade de remover calor de forma eficiente e a busca por soluções de refrigeração. Nesse contexto, a transferência de calor por convecção em cavidades dirigidas com aletas inseridas pode representar idealmente o resfriamento de diversas situações na engenharia, tais como projeto de salas, carros, painéis solares e espaço entre as aletas em trocadores de calor.

A avaliação geométrica pode contribuir no desempenho da transferência de calor para vários modelos de equipamentos térmicos, uma vez que o sistema proposto é inédito na

literatura. As recomendações teóricas obtidas neste trabalho podem ser ajustáveis em estudos mais específicos como, por exemplo, em dissipadores de calor.

Deste modo, a motivação para o desenvolvimento deste trabalho centra-se na avaliação geométrica de configurações de aletas dentro de uma cavidade dirigida, com potencial implicação para sistemas térmicos em aquecedores solares, resfriamento eletrônico e trocadores de calor. Com auxílio da análise quantitativa e computacional, é possível identificar configurações que melhoram significativamente a eficiência da transferência de calor, o que poderia se transformar em projetos energeticamente eficientes com aplicações do mundo real, especialmente à medida que os dispositivos eletrônicos diminuem de tamanho. Além de melhorar o desempenho do sistema, esses projetos otimizados também estão preparados para reduzir o consumo de energia e o impacto ambiental, oferecendo um avanço econômico e ecológico na gestão térmica de engenharia. Neste trabalho, foram investigados dois números de Richardson: 0,1 e 1. A análise desses valores de Ri proporciona uma compreensão aprofundada do comportamento do escoamento em diferentes cenários de convecção. O primeiro valor, 0,1, refere-se à convecção mista com predominância da convecção forçada. No caso do Ri igual a 1,0, as influências da convecção forçada e natural são similares. Além disso, três diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05; 0,1$ e $0,2$) foram investigadas, buscando compreender o comportamento do escoamento à medida que aumentamos ou diminuímos a área ocupada pelas aletas, sendo, inicialmente o valor escolhido equivalente a 10% da área total da cavidade ($\phi_T = 0,1$).

Diante disto, o presente trabalho pretende colaborar no avanço do estudo da avaliação geométrica no desempenho da transferência de calor, investigando configurações ainda não exploradas na literatura.

Tendo em vista a importância do estudo do comportamento dos escoamentos, é importante ressaltar que ainda não foi estudado o caso de três aletas inseridas na superfície inferior de uma cavidade dirigida com as condições impostas neste trabalho, empregando o Método Design Construtal em associação com uma varredura de um espaço de busca e a metodologia de Superfície de Resposta (RSM). Nesse sentido, outro aspecto inovador deste estudo é a possibilidade de reduzir o número de simulações necessárias devido à assistência do Design de Experimentos (DOE) associado ao RSM.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A transferência de calor em cavidades com obstáculos tem se mostrado fundamental para aumentar a eficiência da troca térmica. Diversos estudos têm investigado a influência de diferentes geometrias e condições nessas cavidades. Em uma revisão recente e abrangente, Saha *et al.* (2023) forneceram uma visão detalhada do tema, evidenciando que obstáculos, como aletas e cilindros, melhoram significativamente a transferência de calor. Eles também citaram diversos estudos que corroboram essa conclusão ao analisar várias combinações de fluidos e estruturas geométricas. A revisão ressalta que a presença de obstáculos altera a dinâmica do fluxo e as taxas de transferência de calor, resultando em um desempenho térmico aprimorado. O uso de nanofluidos híbridos em cavidades com obstáculos também tem sido comprovado como um meio de aprimorar ainda mais a eficiência térmica. Diferentes parâmetros, como o número de Rayleigh, a fração volumétrica de nanopartículas, a razão de aspecto e a porosidade, impactam diretamente as características de transferência de calor. Entender o efeito dos obstáculos e desses diversos parâmetros é essencial para aplicações em resfriamento eletrônico, armazenamento de energia, tecnologias térmicas solares e sistemas nucleares. Em pesquisas recentes, várias equipes investigaram a presença de obstáculos em cavidades sem considerar o Design Construtal. Na sequência, alguns desses trabalhos são comentados.

Chandra *et al.* (2023) analisaram a influência de obstáculos em uma cavidade porosa preenchida com nanofluido Cu-água [Fig. 3 (a)]. Eles descobriram que a taxa de transferência de calor aumentou significativamente com o incremento da fração volumétrica de nanopartículas, chegando a até 30%. Hachichi *et al.* (2023) observaram que a posição e o número de obstáculos em uma cavidade quadrada afetam a troca térmica e o escoamento de nanofluido híbrido Cu-Al₂O₃/H₂O, resultando em uma otimização da transferência térmica. Acharya (2022) examinou os efeitos térmicos dos obstáculos em uma cavidade triangular preenchida com nanofluido Al₂O₃-água e concluiu que obstáculos aquecidos e adiabáticos melhoram a transferência de calor, enquanto os obstáculos frios são menos eficientes. Hatami (2017) investigou numericamente a convecção natural na presença de nanofluidos em uma cavidade retangular com duas aletas aquecidas inseridas nas superfícies inferior e superior enquanto as paredes verticais eram adiabáticas. Os resultados mostraram que o número de Nusselt aumentou à medida que aumentava a altura das aletas.

Adibi *et al.* (2022) examinaram a transferência de calor em uma cavidade trapezoidal com obstáculos sólidos, identificando variações no número de Nusselt com base na geometria dos obstáculos, razão de aspecto e número de Rayleigh (Ra) [Fig. 3 (b)]. O fluido de trabalho

foi água, com número de Prandtl (Pr) 6,9. Eles descobriram que, ao aumentar o ângulo, o número de Nusselt (Nu) diminui em até 50%. Além disso, houve valores de Nu para obstáculos retangulares de até 30% maior do que para obstáculos circulares. Nadeem *et al.* (2022) estudaram o efeito de obstáculos rotativos aquecidos dentro de uma cavidade retangular, concluindo que os números Re e Pr afetam consideravelmente a distribuição do fluido e a convecção. Liu (2022) realizou um estudo numérico, no qual foi investigada a transferência de calor em cavidades com e sem aletas aquecidas, em diferentes ângulos de inclinação. O estudo revelou que o número de Nusselt aumenta inicialmente com a inclinação da cavidade, mas diminui à medida que a inclinação aumenta. Os resultados mostraram que a dependência do número de Nusselt em relação a inclinação é semelhante para o caso com e sem aleta.

A presença de radiação foi investigada por Dahani *et al.* (2022), no qual foi estudada a convecção mista acoplada com radiação de superfície em uma cavidade dirigida quadrada [Fig. 3 (c)]. Os resultados obtidos mostram efeitos significativos do número de Richardson na estrutura geral do escoamento e nas características de transferência de calor.

No campo de fluidos não newtonianos, Khan *et al.* (2020) estudaram cavidades hexagonais com um obstáculo quadrado [Fig. 3 (d)]. Eles observaram que o fluxo térmico aumenta com o número de Grashof (Gr) e que o número local de Nusselt aumenta com os números de Pr e Re . Em outro estudo, Khan *et al.* (2022) avaliaram o efeito de campos magnéticos na convecção mista dentro de uma cavidade aquecida periodicamente [Fig. 3 (e)]. Eles descobriram que o aumento de Re e Hartmann (Ha) reduz a energia cinética do fluido. Além disso, a diferença de temperatura foi correlacionada a um aumento no número de Reynolds.

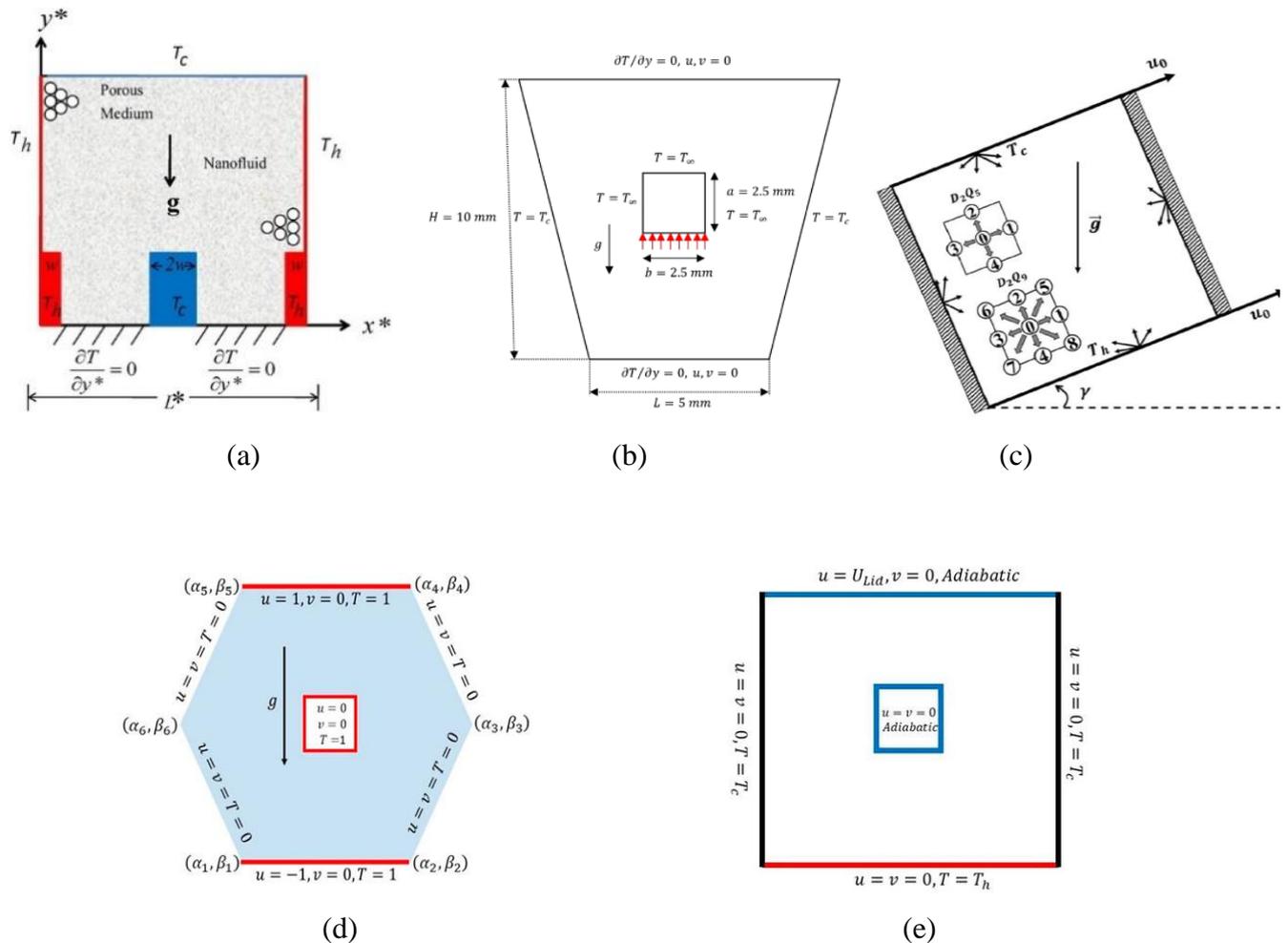
Shahid *et al.* (2022), ao analisar a convecção mista em cavidades retangulares com dois obstáculos, demonstraram os efeitos significativos do Ri na estrutura do escoamento e nas características de transferência de calor. Eles também observaram que a radiação afeta o comportamento do fluido e o número total de Nusselt, principalmente em valores elevados do número de Richardson.

A influência de um campo magnético na convecção natural em uma cavidade quadrada porosa foi recentemente investigada por Mirzaei *et al.* (2024). Utilizando o método dos elementos finitos, foram analisadas as variações das linhas de corrente, isotermas e números de Nusselt em função do comprimento do campo magnético, números de Hartmann, Rayleigh, Darcy e o número de ondas na parede. Os resultados mostraram que o campo magnético reduz a transferência de calor, com o número de Nusselt diminuindo 36,6% quando o comprimento do campo magnético aumenta de 0,3 para 0,7. Além disso, o aumento do número de Rayleigh

melhora a transferência de calor, aumentando o número de Nusselt em mais de cinco vezes quando Ra varia de 104104 para 106106. O número de Nusselt também foi influenciado negativamente pelo aumento do número de Hartmann, com uma redução de 44% ao aumentar o Ha de 0 para 200. Por outro lado, a permeabilidade do meio poroso (avaliada pelo número de Darcy) mostrou um aumento na transferência de calor, duplicando o número de Nusselt ao aumentar Da de 0,0001 para 0,01. O estudo conclui que o campo magnético pode controlar a transferência de calor e o movimento do fluido na cavidade.

Tomando em conjunto, os estudos acima demonstram a ampla gama de aplicações e os efeitos dos obstáculos na transferência de calor, fornecendo uma sólida base para pesquisas futuras na área.

Figura 3 – Estudos com cavidades contendo obstáculos: (a) fluxo convectivo e transferência de calor sobre obstáculos dentro de uma cavidade porosa saturada com nanofluido de Cu-água; (b) fluxo térmico em uma cavidade trapezoidal contendo diferentes objetos sólidos; (c) convecção mista acoplada e efeito de radiação no interior de cavidade; (d) fluido não newtoniano em cavidade hexagonal; (e) presença de campo magnético inclinado e convecção mista em um cavidades com paredes aquecidas periodicamente na presença de um obstáculo



Fonte: Adaptado de: (a) CHANDRA *et al.*, 2023; (b) ADIBI *et al.*, 2022; (c) DAHANI *et al.*, 2022; (d) KHAN *et al.*, 2020; (e) KHAN *et al.*, 2022.

Segundo Donato e Donato (2019), a revisão sistemática da literatura é uma revisão que utiliza métodos explícitos com o intuito de responder a uma pergunta específica de forma crítica. Sendo assim, primeiramente, deve-se formular uma questão de investigação. A questão de interesse da presente revisão sistemática trata-se de Design Construtal, aletas e convecção. Neste sentido, realizou-se uma revisão sistemática da literatura. Essa revisão buscou identificar

o interesse acadêmico sobre os temas convecção, aletas e Design Construtal através da busca por pesquisas já publicadas contendo esses termos/palavras-chaves.

Para a revisão sistemática foram definidas as seguintes palavras/termos-chave para consulta: *Convection* (convecção), *Constructal Design* (Design Construtal) e *Fin* (aleta). A busca por pesquisas relacionadas as palavras/ termos-chave definidas foi realizada na base de dados *Scopus* e *Web of Science*.

Para constar na revisão sistemática, adotou-se o critério de pelo menos uma dessas palavras/termos-chave deveria constar no título, resumo ou palavras-chave do artigo. Os resultados dessa pesquisa que apresentam a evolução do interesse acadêmico pelo tema são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Evolução das publicações acadêmicas sobre Design Construtal, convecção e aletas a partir do ano 2010.

	<i>Scopus</i>	<i>Web of Science</i>
2010	3	1
2011	5	0
2012	7	1
2013	9	3
2014	7	4
2015	9	3
2016	8	5
2017	20	5
2018	12	7
2019	12	2
2020	9	3
2021	10	1
2022	14	1
2023	8	4
2024	5	3
Total	138	43

Fonte: Elaborada pela autora

A busca de dados abrangeu os anos de 2010 a 2024 nas principais bases de dados. Optou-se por analisar os últimos quatorze anos, visto que o Design Construtal surgiu em meados da década de 1990. Para as condições impostas foram encontrados 181 resultados. No entanto, é importante observar que a evolução das publicações mostradas na Tabela 1 não foram descontados eventuais artigos que constam de forma concomitante nas duas bases de dados.

Os resultados apresentam uma tendência de estabilidade nos estudos relacionados aos temas inseridos na pesquisa. No entanto, observando o número total de publicações, é possível notar que ainda existem muitas questões a serem exploradas na literatura, como o estudo de cavidades dirigidas com diferentes configurações de aletas inseridas na cavidade e com transferência de calor por convecção.

A questão na qual essa revisão se centraliza é: como a geometria das aletas tem efeito sobre o desempenho da transferência de calor?

A literatura apresenta diversos trabalhos que utilizaram o Design Construtal para a avaliação geométrica de aletas inseridas em cavidades dirigidas com escoamentos convectivos. Dos Santos *et al.* (2013) empregaram o método Design Construtal para avaliar o efeito de uma única aleta retangular inserida na superfície inferior de uma cavidade dirigida quadrada com transferência de calor por convecção forçada [Fig. 4 (a)]. Os resultados mostraram uma forte influência da geometria da aleta sobre a transferência de calor. Da mesma forma, a mesma configuração geométrica foi investigada por Lorenzini *et al.* (2016) para diferentes números de Reynolds e Rayleigh, porém foi estudado convecção mista. Foi demonstrado que a geometria da aleta teve influência substancial sobre o número de Nusselt na aleta. Além disso, diferentes magnitudes do número de Rayleigh influenciaram o efeito da relação altura / comprimento da aleta sobre o número de Nusselt, especialmente para magnitudes menores do número de Reynolds ($Re = 10$).

Aldrighi *et al.* (2016) realizaram um estudo com geometria similar ao Dos Santos *et al.* (2013) e Lorenzini *et al.* (2016), ou seja, mantiveram a cavidade quadrada com a aleta central, mas trouxeram a novidade de avaliar a inserção da aleta nos lados direitos e esquerdo [Fig. 4 (b)]. No estudo, o escoamento foi laminar com convecção forçada. Foi utilizado o Método dos Volumes Finitos (MVF) para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia. Os autores investigaram o efeito da geometria da aleta sobre o Nu para diferentes Re . Foi demonstrado que o Nu mais alto foi obtido para aletas inseridas na superfície a jusante para $50 \leq Re \leq 500$.

Cong *et al.* (2016) investigaram numericamente uma cavidade dirigida preenchida com o nanofluido Al_2O_3 -água, submetida a convecção mista. O domínio computacional consistiu em uma cavidade dirigida quadrada com uma aleta retangular inserida na superfície inferior, similar ao estudado por Dos Santos *et al.* (2013). Foi investigado como maximizar a transferência de calor, aplicando o método Design Construtal, para diferentes números de Reynolds e Rayleigh. Foi observado que a resistência ao escoamento causada pela diferente relação de aspecto e pela relação de área diferente tem forte influência sobre a transferência de

calor e que a razão de aspecto ótima da aleta varia entre 0,46 e 0,56. Para a mesma configuração geométrica, Cong *et al.* (2018) realizaram o estudo numérico similar ao de Cong *et al.* (2016), variando a fração de volume de nanofluido Al_2O_3 -água existente na cavidade. Foram investigados neste trabalho os números de Reynolds e Richardson, bem como, a proporção da razão de aspecto da aleta e da área da aleta e a concentração de nanopartículas. Os autores concluíram que a aleta mais larga tem um melhor desempenho de transferência de calor do que uma aleta mais alta para todos os números de Reynolds investigados e que a mudança na configuração permite um aumento de 120% no desempenho do sistema. Zhao *et al.* (2018) investigaram a mesma geometria preenchida com o nanofluido CuO -água, para várias proporções de aletas, números de Reynolds, Rayleigh e Richardson [Fig. 4 (c)]. Os autores concluíram que a geometria da aleta tem influência significativa no desempenho do sistema. Além disso, observou-se que o aumento do número de Reynolds pode aumentar a convecção e a geometria ótima da aleta permanece igual independentemente do número de Reynolds. No entanto, o número de Rayleigh tem uma forte influência na geometria da aleta. Além disso, a adição de nanopartículas de CuO na água mostra uma maior transferência de calor da aleta e uma maior concentração de nanopartículas de CuO proporciona um melhor resultado devido à maior condutividade térmica efetiva.

Selimefendigil e Öztop (2018) realizaram o estudo numérico da transferência de calor em uma cavidade dirigida quadrada preenchida também com o nanofluido CuO -água. Eles investigaram uma tampa móvel inserida na parede vertical da cavidade e uma aleta flexível foi fixada na parede superior sob a influência de um campo magnético inclinado. Foi considerado que a parede esquerda da cavidade é mais fria que a direita e se move na direção positiva de y com velocidade constante. Para a solução das equações governantes utilizou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o método Lagrangiano – Euleriano arbitrário foi utilizado para descrever o movimento do escoamento dentro da cavidade para a aleta flexível no modelo de interação fluido – estrutura. Foram investigados a influência do Ri entre 0,01 e 100, número de Hartmann entre 0 e 50, o ângulo de inclinação do campo magnético entre 0 e 90%, fração volumétrica de nanopartículas entre 0 e 0,05 e o módulo de Young da flexibilidade da aleta entre 250 e 5.000. Os autores concluíram que a presença da aleta flexível afeta o campo de velocidades e as características térmicas da cavidade e a transferência de calor local e média aumentaram conforme o Ri .

Razera *et al.* (2018) realizaram um estudo de otimização geométrica utilizando o Design Construtal para maximizar a taxa de transferência de calor. Os autores investigaram uma aleta semi-elíptica (variando suas dimensões) inserida em diferentes posições de uma cavidade

dirigida com placa infinita e convecção mista para diferentes Re e Ra [Fig. 4 (d)]. Foi utilizado o MVF para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia. Os resultados apresentaram um ganho de 40% no desempenho térmico.

Na sequência dos estudos, a presença de duas aletas na superfície inferior da cavidade foi investigada por Rodrigues *et al.* (2020), no qual foi avaliada a otimização geométrica de uma cavidade dirigida sob escoamentos convectivos, incompressíveis e laminares [Fig. 4 (e)]. Foi utilizado o MVF para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia. Os resultados indicaram que configurações assimétricas para as aletas com diferentes frações de áreas para cada aleta levaram ao melhor desempenho térmico. Além disso, os resultados indicaram que a escolha do indicador de desempenho apresenta um papel importante na recomendação teórica sobre o projeto de aletas inseridas em uma cavidade dirigida com tampa sob escoamento convectivo misto. Foi demonstrado que as formas geométricas que maximizam o número de Nusselt não levam necessariamente à maior taxa de transferência de calor, mostrando que esse parâmetro depende do equilíbrio entre o número de Nusselt e a área de troca de calor das aletas.

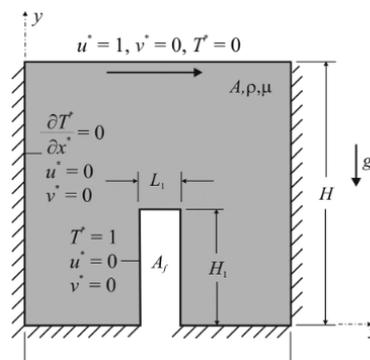
Borahel *et al.* (2022) analisaram o desempenho de um bloco isotérmico retangular dentro de uma cavidade dirigida submetida a transferência de calor por convecção mista com estratificação instável suando ar como o fluido de trabalho. Os resultados indicaram que as maiores taxas de transferência de calor estão associadas à maior razão de aspecto testada para cada fração de área da cavidade. Considerando todos os casos, a maior taxa de transferência de calor adimensional está relacionada ao escoamento dominado por convecção forçada ($Ri = 0,1$) e o bloco isotérmico colocado à direita, perto da superfície da cavidade a jusante, onde a fração de área da cavidade do bloco isotérmico e a razão de aspecto do bloco isotérmico são de 1/4 e 3,0, respectivamente.

A convecção mista em uma cavidade dirigida também tem sido estudada com diferentes obstáculos. Por exemplo, uma configuração retangular encapsulando obstáculos aquecidos de várias configurações retangulares e quadradas em diferentes posições da cavidade foi investigada por Shahid *et al.* (2021). Um obstáculo circular foi investigado na transferência de calor por convecção térmica em fluido gerador magneto-hidrodinâmico newtoniano por Xiong *et al.* (2021), e a aplicação de uma rede neural artificial com blocos retangulares orientados verticalmente ou horizontalmente duplos também foi investigada Filali *et al.* (2021). Mais recentemente, Moayedi *et al.* (2022) investigaram numericamente quatro formas de aletas distintas (T, Y, Γ e Γ) para uma cavidade dirigida submetida a convecção mista e preenchida

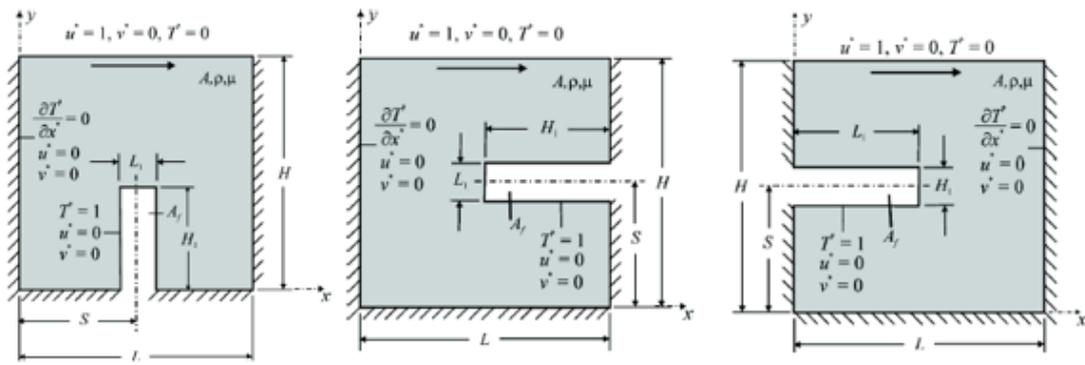
com ar [Fig. 4 (f)]. Foram investigadas a influência do número de Reynolds, Rayleigh e a forma da aleta. Para a solução numérica das equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação de energia foi utilizado o MVF. Os resultados indicam que mudar a forma da aleta pode melhorar o desempenho em aproximadamente 10% e indicam qual forma leva ao melhor desempenho.

Mountrichas *et al.* (2023) investigaram a geração de entropia e a transferência de calor de um nanofluido em uma cavidade dirigida. Foi analisado o escoamento convectivo misto e a transferência de calor do nanofluido CuO-água. Foram consideradas várias geometrias de aletas, números de Rayleigh e Reynolds, e concentrações de nanofluido. Os resultados indicam que a taxa de transferência de calor pode ser melhorada e a geração de entropia minimizada usando nanofluidos. Por exemplo, a condutividade térmica do nanofluido aumentou cerca de 11% com uma concentração de nanopartículas de CuO de 4%, resultando em uma eficiência térmica significativamente maior comparada aos fluidos de transferência de calor convencionais.

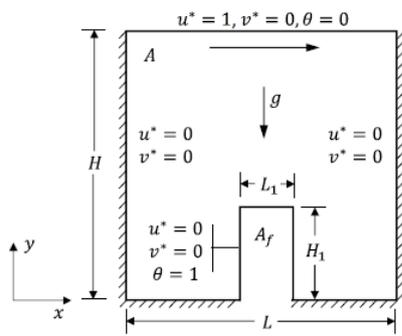
Figura 4 – Estudos que utilizaram o Design Construtural para a avaliação geométrica de aletas inseridas em cavidades dirigidas com escoamentos convectivos: (a) aleta retangular inserida na superfície inferior; (b) aleta retangular inserida na superfície inferior e nos lados direito e esquerdo; (c) geometria preenchida com o nanofluido CuO-água; (d) aleta semi-elíptica inserida em diferentes posições; (e) presença de duas aletas na superfície inferior; (f) avaliação de quatro formas de aletas distintas (T, Y, Γ e Γ)



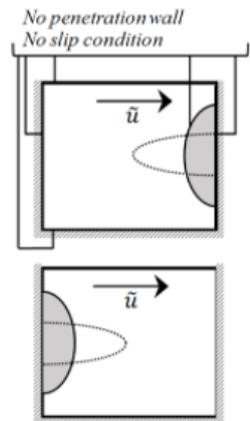
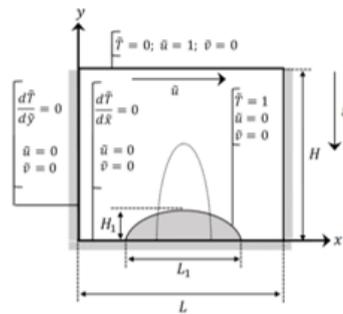
(a)



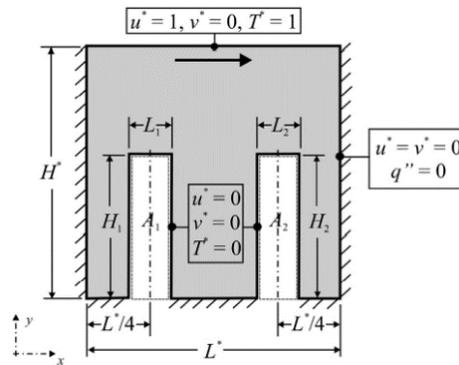
(b)



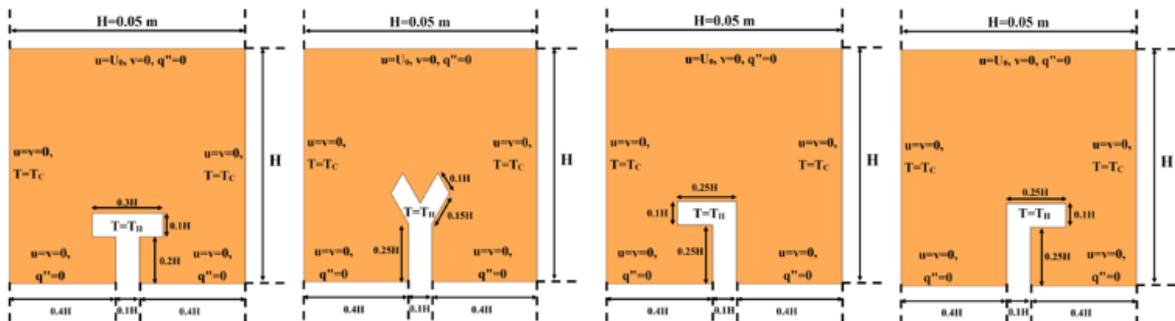
(c)



(d)



(e)



(f)

Fonte: Adaptado de: (a) DOS SANTOS *et al.*, 2013; (b) ALDRIGHI *et al.*, 2016; (c) ZHAO *et al.*, 2018; (d) RAZERA *et al.*, 2018; (e) RODRIGUES *et al.*, 2020; (f) MOAYEDI *et al.*, 2022.

Considerando a evolução temporal dos trabalhos anteriores, é possível resumir os principais que estudaram o método Design Construtal associado ao espaço de busca (ou Busca Exaustiva, segundo alguns autores), visando a avaliação geométrica de aletas inseridas em cavidades dirigidas com escoamentos convectivos. Tendo em vista os trabalhos mostrados na Tabela 2, observa-se um crescente aumento no estudo de cavidades dirigidas em escoamentos com transferência de calor com convecção. Mais precisamente, o uso do Design Construtal tem sido empregado para análise de geometrias cada vez mais diversas. Apesar disso, ainda há várias lacunas que merecem ser investigadas nessa área, como a avaliação de diferentes números de Reynolds, a investigação de um número maior de aletas e com diferentes geometrias, bem como análise numérica de escoamentos com escoamento turbulento. Também é importante mencionar que não há relatos na literatura da associação do Design Construtal com o método de Superfície de Resposta, sendo esta investigação uma das contribuições do presente trabalho.

Tabela 2 – Parâmetros adimensionais e indicadores de performance dos principais trabalhos da literatura usando método do Design Construtal associado ao espaço de busca.

Forma da Aleta	Características do Escoamento	Parâmetros adimensionais estudados	Indicador de Performance	Referência
Retangular	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 100 \text{ e } 1000$	\overline{Nu}_H	Dos Santos <i>et al.</i> , 2013
Retangular	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 50, 100, 200, 500 \text{ e } 1000$	\overline{Nu}_H	Aldrighi <i>et al.</i> , 2016
Retangular	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 100, 300, 500, 700 \text{ e } 1000; Ra_H = 1000, 10000, 100000 \text{ e } 1000000$	\overline{Nu}_H	Lorenzini <i>et al.</i> , 2016
Triangular	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 100, 1000; Ra_H = 1000, 10000, 100000 \text{ e } 1000000$	\overline{Nu}_H	Razera <i>et al.</i> , 2016
Semi-elíptica	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 100 \text{ e } 1000; Ra_H = 1000, 10000, 100000 \text{ e } 1000000$	\overline{Nu}_H	Razera <i>et al.</i> , 2018
Retangular	Incompressível, bidimensional, laminar e regime permanente	$Pr = 0.71; Re_H = 10, 100 \text{ e } 1000$	\overline{Nu}_H	Dos Santos <i>et al.</i> , 2019
Retangular (duas aletas)	Incompressível, bidimensional, laminar, regime permanente	$Pr = 6.0; Re_H = 400; Ri = 0.1 \text{ e } 1.0$	$\overline{Nu}_H \text{ e } \tilde{q}'$	Rodrigues <i>et al.</i> , 2020

Fonte: Adaptado de Rodrigues *et al.*, 2022.

Tendo em vista os trabalhos acima discutidos, é importante ressaltar que ainda não foi explorado na literatura três aletas inseridas na superfície inferior da cavidade com as condições impostas neste trabalho. Sendo assim, neste trabalho é avaliado numericamente a geometria de uma cavidade dirigida com três aletas inseridas na superfície inferior, com o objetivo de maximizar a taxa de transferência de calor através do uso do Design Construtal associado ao RSM. A escolha desse número de aletas justifica-se porque percebeu-se que se desconhece o comportamento de três aletas inseridas na superfície inferior da cavidade sob a condição imposta pela autora.

3 METODOLOGIA

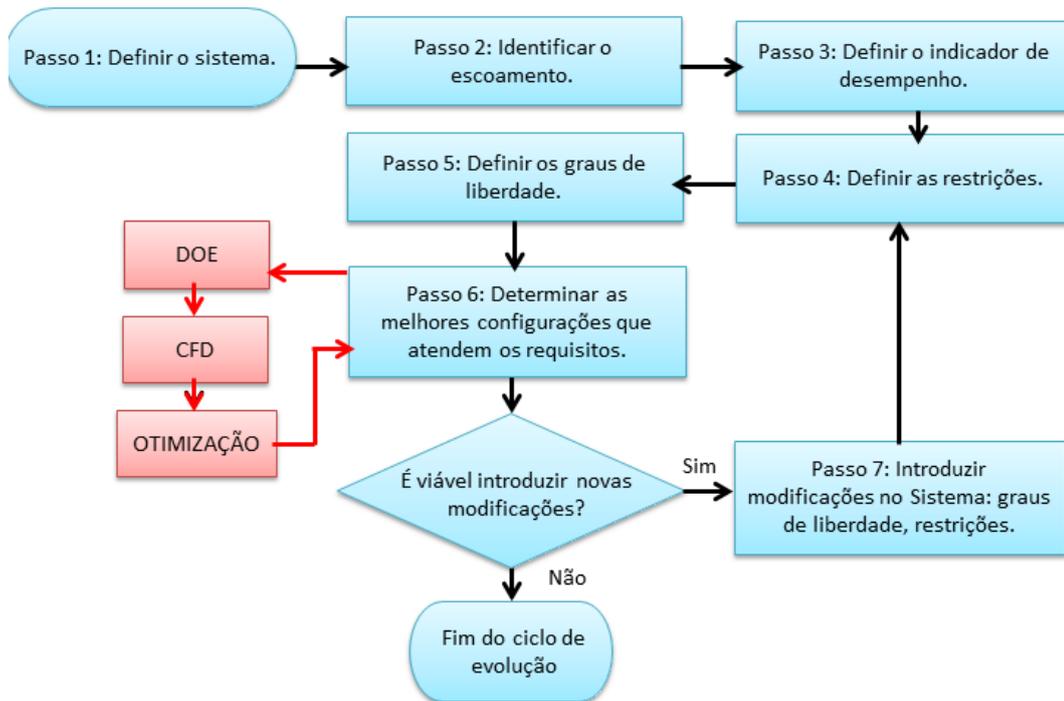
Este capítulo abordará a descrição do problema estudado, o domínio utilizado, o diagrama de otimização e as hipóteses adotadas nas equações que modelam matematicamente este problema.

3.1 DESIGN CONSTRUTAL

O Design Construtal é uma técnica de avaliação geométrica que implica em restrições e graus de liberdade em geometrias pertencentes aos sistemas de escoamento. Ele vem sendo utilizado para explicar de maneira determinista que os designs (forma e estrutura, configuração, arquitetura) dos sistemas vivos (animados e inanimados) existentes na natureza não são resultado do acaso (BEJAN, 2000; BEJAN; LORENTE, 2008; BEJAN; ZANE, 2012).

A Fig. 5 ilustra um fluxograma da aplicação do método Design Construtal baseado em restrições e objetivos e as etapas empregadas no presente trabalho. Na primeira etapa, é necessário definir precisamente o sistema de escoamento a ser investigado. Posteriormente, deve-se identificar o que escoar. Na sequência, define-se um indicador de acessibilidade das correntes de escoamento, ou seja, identificar o significado de prover acesso mais fácil, neste caso, o indicador de desempenho. No quarto passo, deve-se identificar as restrições do sistema. Após, identifica-se os graus de liberdade para a mudança de configuração do sistema. O sexto passo consiste em planejar experimentos, ou seja, o conjunto de simulações para quantificar os efeitos dos graus de liberdade no indicador de desempenho. Na sequência, deve-se realizar os experimentos planejados (conjunto de simulações), visando determinar o melhor desempenho do sistema e as configurações associadas aos melhores desempenhos. Por fim, identificar se é viável evoluir para um design de melhor desempenho. Se não for possível, finaliza-se o processo, caso contrário, introduzir novas modificações a partir do quarto passo.

Figura 5 – Fluxograma da Metodologia de aplicação do Design Construtural



Fonte: Elaborada pela autora.

3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

Para resolver o problema proposto foram empregadas ferramentas de análise para sistemas complexos, denominadas Modelagem e Simulação. Essa abordagem vem sendo utilizada em estudos semelhantes, sendo tipicamente utilizada em problemas de avaliação geométrica.

Segundo Schriber *et al.* (1974), a simulação implica na modelagem de um processo ou sistema, de tal forma que o modelo imite respostas do sistema real ao longo do tempo. Para Chung (2003), a modelagem e simulação é o processo de criar e experimentar um sistema físico através de um modelo matemático computadorizado.

Neste sentido, o trabalho se adequa a este tipo de abordagem. A modelagem e simulação permite a resolução de problemas complexos a partir da realização de algumas etapas fundamentais para a credibilidade do problema a ser resolvido.

Foi utilizada a abordagem quantitativa em que os modelos quantitativos são modelos descritos em linguagem matemática e computacional. Esses modelos empregam técnicas analíticas e experimentais para calcular valores numéricos das propriedades de um sistema ou

analisar resultados de diferentes ações possíveis no sistema. Quanto a natureza, este trabalho se caracteriza pela pesquisa básica, esse tipo de pesquisa se preocupa em gerar novos conhecimentos, úteis para o avanço da ciência, mas sem aplicação imediata prevista, que é o caso deste trabalho. Com relação aos procedimentos, é uma pesquisa na qual se determina um objeto de estudo, seleciona-se as variáveis capazes de alterá-lo, define-se as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

Segundo Pegden *et al.* (1990), a modelagem e simulação é dividida em quatro etapas principais que são: etapa de planejamento, etapa de modelagem, etapa de simulação (experimentação) e etapa de conclusão.

O planejamento consiste nas etapas de formulação e análise do problema, a formulação do modelo conceitual e a coleta de dados.

A modelagem por sua vez consiste na construção e verificação do modelo. A simulação (experimentação), por sua vez, envolve a etapa de simulação e a interpretação e análise dos resultados. A fase de tomada de decisão e conclusão consiste na comparação de sistemas e identificação das melhores soluções, documentação e implementação e apresentação dos resultados.

Segundo Gonçalves *et al.* (2006), essas quatro etapas possuem as subdivisões. Sendo assim, na Tabela 2, são apresentadas as etapas do método proposto por Gonçalves *et al.* (2006) e Pegden *et al.* (1990).

Tabela 3 – Comparativo das etapas propostas por Gonçalves *et al.* (2006) e Pegden *et al.* (1990).

Gonçalves <i>et al.</i> (2006)	Pegden <i>et al.</i> (1990)
1 Formulação do problema	1 Planejamento
2 Elaboração do modelo conceitual	1 Planejamento
3 Parametrização do problema	1 Planejamento
4 Construção do modelo	2 Modelagem
5 Verificação	2 Modelagem
6 Simulações do sistema estudado	3 Simulação
7 Análise dos dados de saída	3 Simulação
8 Apresentação dos resultados, documentação e implementação	4 Conclusão

Fonte: Adaptado de Gonçalves *et al.* (2006).

3.2.1 Planejamento - Formulação do Problema

Na Etapa 1, deve-se definir o objetivo do trabalho, as respostas esperadas e tipo de software utilizado. No presente trabalho, o objetivo do trabalho é realizar um estudo numérico buscando avaliar geometricamente uma cavidade dirigida com a inserção de três aletas na superfície inferior da cavidade. Espera-se identificar o melhor desempenho do sistema, através da determinação da taxa de transferência de calor. Para tal foi utilizado o *software* ANSYS FLUENT 2021R2.

3.2.2 Planejamento - Elaboração do Modelo Conceitual

Na Etapa 2, preocupa-se com a definição do modelo e sua simplificação.

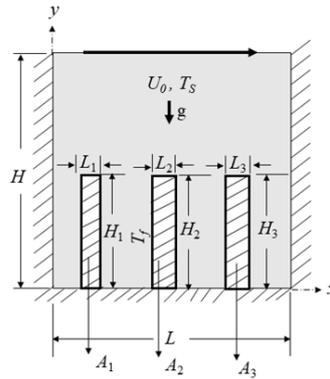
O problema físico consiste em uma cavidade quadrada bidimensional, preenchida com um fluido, submetida a um escoamento em regime laminar, incompressível e com convecção mista, com três aletas inseridas na superfície inferior. A superfície superior está sujeita a um escoamento tangencial com uma velocidade U_0 .

Para o problema proposto, a temperatura da superfície superior (T_s) é mais alta que a temperatura das aletas (T_f), caracterizando uma estratificação estável. Sendo assim, a superfície superior ($T_s^* = (T - T_{min}) / (T_{max} - T_{min}) = 1$) estará a uma temperatura superior a das aletas ($T_f^* = 0$).

As aletas são inseridas com o propósito de trocar calor com o escoamento dentro da cavidade. Neste sentido, o problema consistirá em analisar a troca térmica das três aletas inseridas na cavidade quadrada, mantendo a aleta 2 centralizada.

A Fig. 6 apresenta o domínio computacional proposto para o problema. A cavidade possui lados H e L , enquanto H_1 , L_1 , H_2 , L_2 , H_3 e L_3 são as dimensões de cada uma das três aletas; ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 são as frações de área.

Figura 6 – Domínio Computacional do problema proposto



Fonte: Elaborada pela autora.

A velocidade da placa infinita é dada pela velocidade de referência para o cálculo do número de Reynolds ($Re_{A^{1/2}} = \rho v A^{1/2} / \mu = 400$). A adimensionalização do problema se dá utilizando como comprimento de referência a raiz quadrada da área da cavidade ($A = HL$), assim como a velocidade na superfície superior, U_0 , a aceleração da gravidade g , a temperatura do fluido T_0^* e a temperatura das aletas T_f^* .

Para todos os casos, o número de Reynolds e o número de Prandtl ($Pr = \nu/\alpha$) são mantidos constantes e iguais a 400 e 6, respectivamente, para diferentes ϕ_1 (razão entre A_1 sobre A), ϕ_2 (razão entre A_2 sobre A) e ϕ_3 (razão entre A_3 sobre A). O número de Richardson ($Ri = Gr_{A^{1/2}} / Re_H^2$) investigado caracteriza o tipo de escoamento em convecção mista. A convecção mista é caracterizada pela combinação da convecção forçada e da convecção natural. Neste sentido, a convecção forçada se deve ao movimento da placa superior. Já a convecção natural se deve a força de empuxo causada pela diferença de temperatura ao longo do domínio da cavidade. O Ri igual a 0,1 se refere a convecção mista forçada dominante, enquanto o Ri igual a 1.0 se refere a convecção mista com influência simular das convecções forçada e natural.

Os resultados dos parâmetros do problema são apresentados de forma adimensional. Desta forma, são definidas como:

$$x^*, y^*, H^*, L^*, H_1^*, L_1^*, H_2^*, L_2^*, H_3^*, L_3^* = (x, y, H, L, H_1, L_1, H_2, L_2) / A^{1/2} \quad (1)$$

onde H é a altura da cavidade, L é a largura da cavidade, H_1 é a altura da aleta mais a esquerda, L_1 é a largura da aleta mais a esquerda, H_2 é a altura da aleta do meio, L_2 é a largura da aleta do meio, H_3 é a altura da aleta mais a direita e L_3 é a largura da aleta mais a direita.

Uma avaliação geométrica é realizada baseada no princípio de restrições e objetivos. Para este problema serão definidas as seguintes restrições: a área total da cavidade (A) e a área das aletas (A_1, A_2 e A_3) dadas, respectivamente, por:

$$A = HL \text{ e } 1 = H^*L^* \quad (2)$$

$$A_1 = H_1L_1 \quad (3)$$

$$A_2 = H_2L_2 \quad (4)$$

$$A_3 = H_3L_3 \quad (5)$$

A restrição de área de cada aleta pode ser representada pelas razões entre as áreas das aletas e a área da cavidade, dadas por:

$$\phi_1 = A_1/A \quad (6)$$

$$\phi_2 = A_2/A \quad (7)$$

$$\phi_3 = A_3/A \quad (8)$$

A fração de área ocupada pelas três aletas é dada por:

$$\phi_T = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (9)$$

No presente trabalho são avaliados ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , variando concomitantemente, mantendo o ϕ_T constantes (0,05; 0,1 e 0,2). Sendo assim, são investigadas algumas configurações de ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , para o número de Reynolds e Prandtl constantes.

Para o escoamento submetido a convecção mista em regime laminar resolvem-se as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis.

A equação de conservação de massa é dada por (BEJAN, 2013):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (10)$$

onde u e v são as componentes da velocidade nas direções x e y e x e y são as coordenadas espaciais.

A conservação da quantidade de movimento pode ser descrita nas direções x e y , respectivamente por (BEJAN, 2013):

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \quad (12)$$

onde t é o tempo, ρ_0 é a massa específica do fluido em uma temperatura de referência, p é a pressão estática do fluido, g é aceleração da gravidade na direção y [m/s^2], β é o coeficiente de expansão térmica, T é a temperatura nas aletas e o T_0 é a temperatura de referência.

A equação da conservação da energia é dada por (BEJAN, 2013):

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

onde α é a difusividade térmica.

São consideradas as superfícies laterais, inferiores e os contornos das aletas como paredes, ou seja, estão sujeitas a condição de não-deslizamento e impermeabilidade. O fluido está inicialmente em repouso, e o escoamento é originado pelo deslocamento da superfície superior. O problema é considerado bidimensional com escoamento laminar e a terceira dimensão (z) perpendicular ao plano não será resolvida.

3.2.3 Planejamento - Parametrização do Problema

A Etapa 3 se refere a parametrização do problema. Neste trabalho foram buscados na literatura parâmetros e propriedades termofísicas para as condições impostas. Esses dados são importantes para evitar erros na simulação. As simulações foram realizadas para os parâmetros e propriedades termofísicas conforme apresentados na Tabela 4. Deve-se ressaltar que as simulações foram realizadas utilizando o princípio de similaridade com o objetivo acelerar a convergência da solução numérica.

Tabela 4 – Parâmetros e propriedades termofísicas aplicados nas simulações.

Propriedade	Valor aplicado
Número de Reynolds – $Re_{A^{1/2}}$	400
Número de Prandtl – Pr	6
Número de Grashoff – Gr	16000 / 160000
Número de Richardson – Ri	0,1/ 1
Coefficiente de expansão térmica do fluido (K^{-1})	4/ 40
Massa Específica (kgm^{-3})	1
Condutividade Térmica ($Wm^{-1}K^{-1}$)	1
Calor Específico ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	120
Viscosidade ($kgm^{-1}s^{-1}$)	0,05
Temperatura Superfície Superior (K)	301
Temperatura Superfície Inferior (K)	300
Velocidade (m/s)	20

Fonte: Elaborada pela autora.

3.2.4 Metodologia Numérica

Na Etapa 4 é realizada a construção do modelo. No problema proposto será realizado um estudo numérico de um problema de convecção mista através de ferramentas computacionais. Segundo Fortuna (2000), a dinâmica dos fluidos computacional (*Computational Fluid Dynamics – CFD*) estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem transferência de calor.

Sendo assim, a CFD vem sendo muito utilizada em problemas de engenharia, pois ela permite analisar sistemas de escoamento de fluido, transferência de calor e fenômenos por meio da simulação utilizando métodos e modelos matemáticos. Versteeg e Malalasekera (2007), apresentam alguns exemplos de aplicações como, resfriamento de equipamentos, aerodinâmica de aviões e veículos, hidrodinâmica de navios, motores de combustão interna, entre outros.

Segundo Maliska (2004), para problemas de transferência de calor por convecção, que é caso do trabalho proposto, existem três métodos para a solução numérica de equações diferenciais, que são o Método de Diferenças Finitas (MDF), o Método de Elementos Finitos (MEF) e o Método de Volumes Finitos (MVF). A diferença entre esses métodos se dá pela forma como as variáveis de interesse são tratadas e pelo processo de discretização. O MVF costuma ser aplicado em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor, visto que, todos os termos aproximados possuem significado físico. Sendo assim, o *software* FLUENT utiliza o MVF.

Nesse sentido, no problema proposto serão resolvidas as equações de conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e conservação de energia através do código CFD do software FLUENT 2021R2, para todas as configurações propostas. O método utilizado para a solução numérica das equações diferenciais será o Método de Volumes Finitos (MVF), que é bastante aplicado em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor.

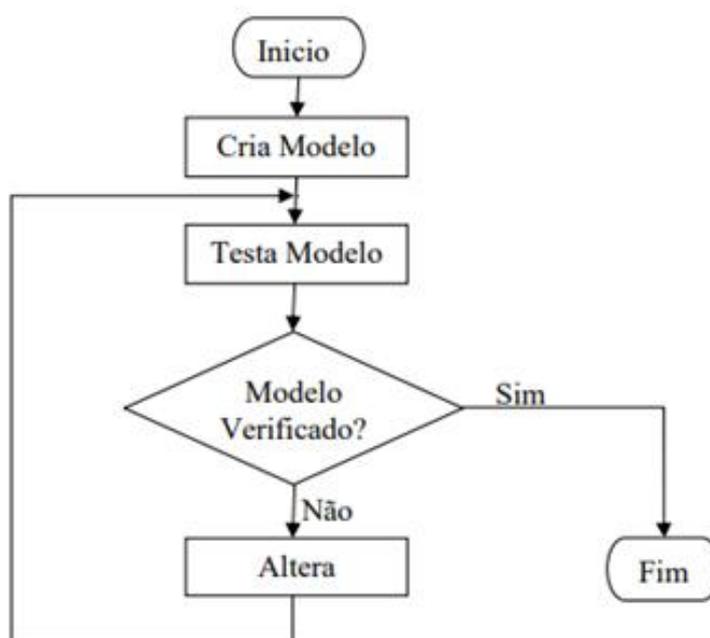
O solver é baseado na pressão e para o acoplamento pressão-velocidade é utilizado o algoritmo SIMPLEC (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent*). Para a discretização espacial dos termos advectivos foi utilizado o esquema upwind de segunda ordem. Os cálculos são considerados convergentes quando os resíduos para a conservação de massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia são menores que 10^{-6} , 10^{-6} e 10^{-8} , respectivamente.

3.2.5 Modelagem – Verificação

Na etapa 5 ocorre a verificação. Consiste em garantir que o modelo matemático está bem implementado. Dessa forma, é uma etapa muito importante em problemas de engenharia, pois ela visa verificar se o modelo obedece às leis e comportamentos do sistema real. Para tal, é necessário encontrar um artigo na literatura que apresente características parecidas com o modelo que se quer implementar e realizar as simulações e comparar os resultados com os dados do artigo selecionado. A comparação com a literatura realizada trata-se da etapa de verificação.

A Fig. 7 apresenta um fluxograma até a etapa 5. Esse fluxograma engloba as etapas de planejamento (formulação do problema, elaboração do modelo conceitual e parametrização do problema) e modelagem (construção do modelo e verificação).

Figura 7 – Fluxograma da etapa de verificação de um modelo computacional



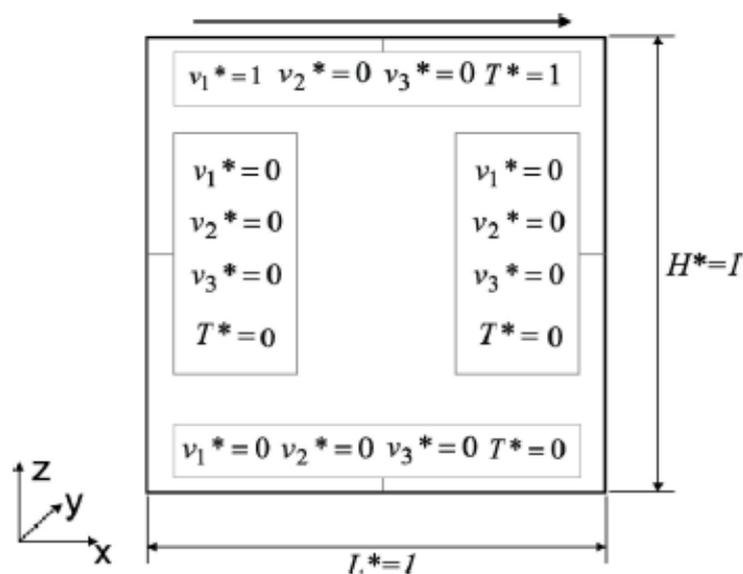
Fonte: Adaptado de Sales *et al.* (2010).

A verificação foi realizada através do *software* FLUENT, para um problema de transferência de calor por convecção forçada em uma cavidade dirigida semelhante ao problema proposto.

A Fig. 8 apresenta o problema estudado por Dos Santos *et al.* (2013), o qual analisaram um escoamento com convecção forçada em uma cavidade quadrada bidimensional com dimensões adimensionais iguais a $L^* = 1$ e $H^* = 1$. A cavidade é submetida a um escoamento

gerado pelo deslocamento de uma placa infinita (superfície superior), conforme ilustrado na Fig. 8. As superfícies laterais e inferior possuem condições de impermeabilidade (velocidades nulas) e não-deslizamento. A diferença de temperatura no escoamento é dada pela imposição de uma temperatura adimensional $T^* = 1$ na superfície superior e $T^* = 0$ na superfície inferior, o que caracteriza um problema com estratificação estável. As superfícies laterais e inferior possuem fluxo prescrito nulo, ou seja, são consideradas adiabáticas. A solução das equações de conservação realizadas por Dos Santos *et al.* (2013) foram baseadas no MEF e foram investigados os comportamentos de diferentes Re .

Figura 8 – Domínio da cavidade simulado em Dos Santos *et al.* (2013)

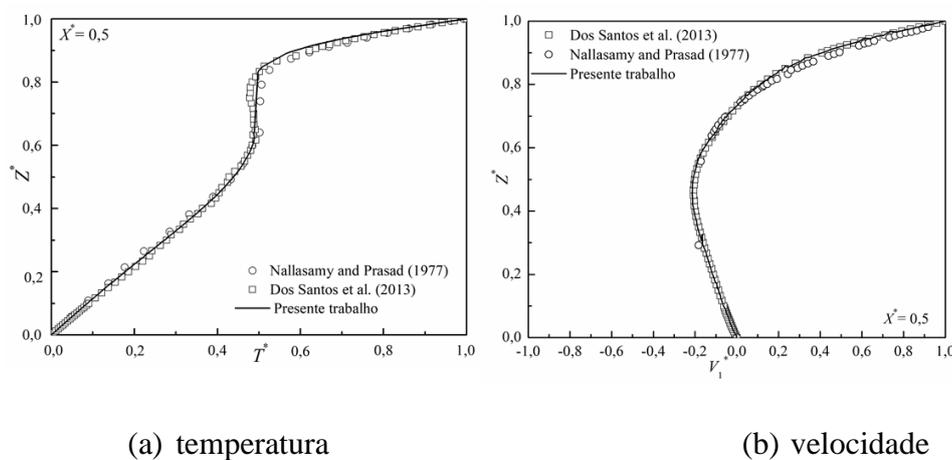


Fonte: Adaptado de Dos Santos *et al.* (2013).

A Fig. 9 apresenta os perfis de temperatura adimensional (a) e velocidade (b) ao longo da linha horizontal adimensional (X^*) para uma posição fixa ($Z^* = 0,5$). Foi analisado o número de Reynolds igual a 100.

Para ambos os perfis de temperatura e velocidade, os resultados estão em concordância com Nallasamy e Prasad (1977) e Dos Santos *et al.* (2013), apresentando pequenos e insignificantes desvios na faixa $0,7 \leq Z^* \leq 0,85$ para o perfil de temperatura.

Figura 9 – Perfis de temperatura adimensional e velocidade ao longo da linha horizontal adimensional (X^*) para uma posição fixa ($Z^* = 0,5$).



Fonte: Elaborada pela autora.

3.2.6 Simulação - Simulações do Sistema Estudado

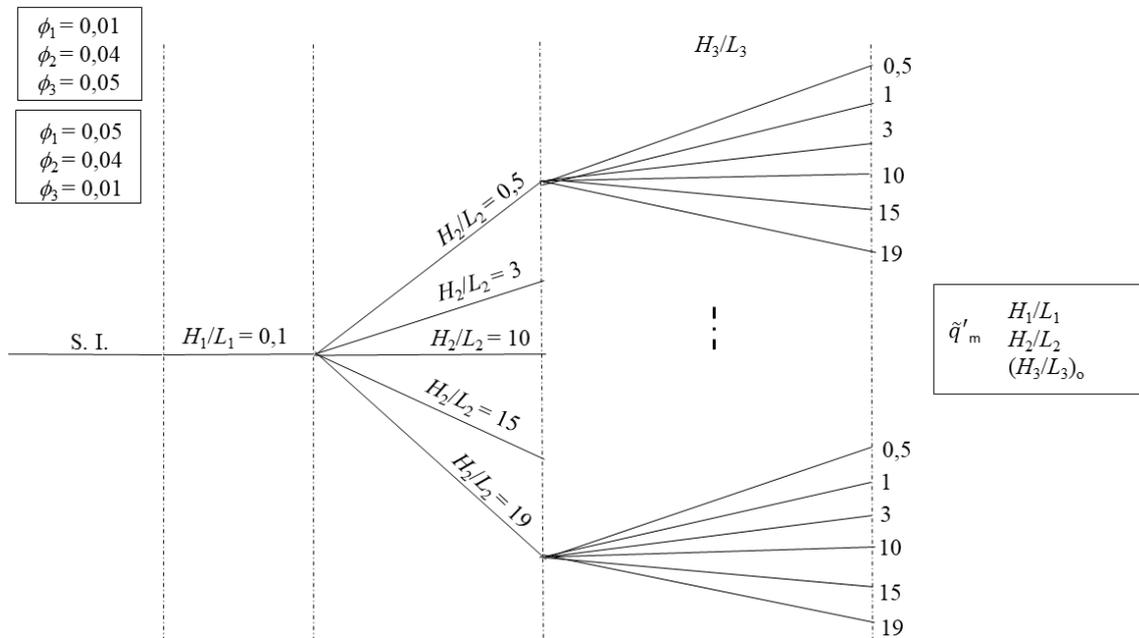
3.2.6.1 Varredura do Espaço de Busca

Na etapa 6 será definido o conjunto de simulações a serem realizadas. Nesta etapa foi utilizada a modelagem e simulação em conjunto com o Design Construtal para uma determinada varredura de um espaço de busca para a avaliação geométrica e a determinação do indicador de desempenho maximizado.

Uma das formas de buscar por melhores configurações é realizada pela combinação do Design Construtal associado a uma varredura de um espaço de busca, que permite examinar diversas configurações possíveis. Neste sentido, esse espaço de busca definido torna-se adequado para o tipo de problema proposto, uma vez que permite a maximização do indicador de desempenho, neste caso, a taxa de transferência de calor adimensional por unidade de comprimento (\tilde{q}'). Essa abordagem é utilizada na solução de alguns casos neste trabalho, pois permite investigar uma ampla faixa de combinações geométricas.

A Fig. 10 ilustra o processo de avaliação geométrica através da varredura do espaço de busca associado ao Design Construtal, no qual o diagrama de árvore representa o conjunto de simulações que serão abordadas no presente trabalho. A fração total das áreas (ϕ_T) foi mantida fixa e constante igual a 0,1 e os valores de ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 variaram buscando maximizar a taxa de transferência de calor. Além disso, H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 também foram analisados.

Figura 10 – Esquema ilustrando o processo de otimização realizado aplicando o método Design Construtal com o espaço de busca



O processo de otimização é realizado em duas etapas no presente estudo. No primeiro nível de otimização, o grau de liberdade H_3/L_3 é variado enquanto mantém-se as razões H_2/L_2 e H_1/L_1 fixas. A maior magnitude da taxa de transferência de calor encontrada é a \tilde{q}' uma vez maximizada (\tilde{q}'_m). A geometria ótima correspondente é a razão (H_3/L_3) uma vez otimizada, $(H_3/L_3)_o$. No segundo nível de otimização, o primeiro nível é repetido para diferentes razões de H_2/L_2 . A partir desse novo conjunto de simulações, a maior magnitude de \tilde{q}' obtida é a taxa de transferência de calor duas vezes maximizada, \tilde{q}'_{mm} e as geometrias ótimas correspondentes são $(H_3/L_3)_{oo}$ e $(H_2/L_2)_o$. Os valores investigados de H_3/L_3 são 0,5; 1; 3; 10; 15 e 19. Os valores de H_2/L_2 foram 0,5; 3; 10; 15 e 19 e o valor de H_1/L_1 foi mantido fixo igual a 0,1. Essa razão foi mantida fixa visando diminuir o número de simulações. Como a placa infinita se desloca da direita para a esquerda e, dessa forma, o crescimento do vórtice se dá do canto superior direito em direção a região central. Logo, a aleta 1 (aleta esquerda) provavelmente é a que tem menor contribuição, optando-se por mantê-la fixa e com uma baixa razão.

Foram realizadas simulações com a finalidade de maximizar a taxa de transferência de calor no sistema. As duas etapas de otimização são realizadas para diferentes valores de ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , em que o caso 1) $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,05$ e caso 2) $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$.

3.2.6.2 Design de Experimentos e Metodologia de Superfície de Resposta

A fim de melhorar a análise do efeito de cada grau de liberdade sobre o desempenho do sistema, utilizou-se uma metodologia de planejamento de experimentos (*Design of Experiments* – DOE), em associação a Metodologia de Superfície de Resposta. Empregando a varredura de um espaço de busca com um intervalo de 10 unidades nas razões de aspecto de cada aleta, precisaríamos de aproximadamente 500 simulações. Em contraste, empregando o DOE associado a RSM, é possível reduzir para 15 simulações, permitindo uma redução de 97% no esforço computacional.

A vantagem de usar a metodologia de DOE é a redução do número de experimentos e a possibilidade de ser associado ao método de otimização de superfície de resposta.

Essa técnica vem se popularizando, pois permite avaliar diferentes fatores ao mesmo tempo através do planejamento com um número reduzido de experimentos, neste caso, simulações.

Segundo Montgomery (2012), o Design de Experimentos é o processo de planejar o experimento com o intuito de que os dados adequados sejam coletados e analisados por métodos estatísticos, resultando em conclusões objetivas.

O projeto do Design de experimentos consiste no planejamento, que é dado pelos seguintes passos (MONTGOMERY, 2012):

- Reconhecimento e declaração do problema;
- Seleção da variável de resposta;
- Escolha de fatores, níveis e intervalos;
- Escolha do desenho experimental;
- Análise estatística dos dados;
- Conclusões e recomendações.

Dentre as possibilidades do DOE, o Design Fatorial 2^k é empregado quando tem-se a necessidade de estudar o efeito conjunto de alguns fatores em uma resposta, sendo o mais indicado quando são estudados vários fatores em dois níveis (mínimo e máximo). Na nomenclatura, o k representa o número de fatores (variáveis independentes, ou seja, H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3) e o 2 representa o número de níveis de cada variável.

No entanto, para determinar o número de experimentos, somente o Design Fatorial 2^k não é suficiente, portanto existe a necessidade de acrescentar um ponto central e pontos axiais.

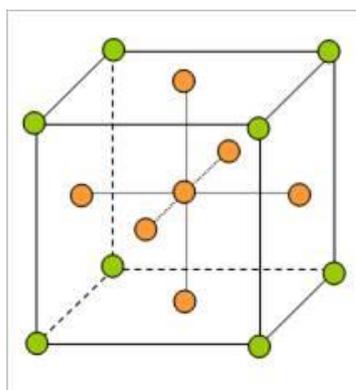
A combinação desses pontos é dada pela técnica denominada Planejamento Composto Central (CCD - *Central Composite Design*), que consiste no aumento do número de experimentos.

O ponto central é dado pela média entre o máximo e o mínimo de cada variável. Os pontos axiais se distribuem de maneira uniforme ao longo do ponto central, garantindo a característica de rotabilidade (α_{rot}) que é uma propriedade desejável para superfícies de resposta. A rotabilidade é dada por:

$$\alpha_{rot} = (2^k)^{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

A Fig. 11 representa a distribuição dos pontos circunscritos.

Figura 11 – Design Composto Central para $k = 3$



Fonte: Adaptado de MONTEGOMERY (2012).

No planejamento Composto Central (CCD) para $k = 3$ fatores, os 16 pontos a serem simulados são definidos a partir de uma combinação dos pontos fatoriais, pontos axiais e pontos centrais.

Os pontos fatoriais são dados por 2^k , como $k = 3$, $2^3 = 8$ pontos. Esses pontos representam todas as possíveis combinações dos níveis máximos (+1) e mínimos (-1), para cada um dos três fatores analisados. Os pontos fatoriais são:

1. (-1, -1, -1)
2. (-1, -1, +1)
3. (-1, +1, -1)
4. (-1, +1, +1)
5. (+1, -1, -1)
6. (+1, -1, +1)

7. (+1, +1, -1)

8. (+1, +1, +1)

Os pontos axiais permitem a estimativa de termos quadráticos. Considerando $k = 3$, existem 6 pontos axiais, com cada fator variando entre $\pm \alpha_{rot}$, onde α_{rot} assegura a rotatividade.

Para $k = 3$, $\alpha_{rot} = 1,682$, os pontos axiais são:

9. (α_{rot} , 0, 0)

10. ($-\alpha_{rot}$, 0, 0)

11. (0, α_{rot} , 0)

12. (0, $-\alpha_{rot}$, 0)

13. (0, 0, α_{rot})

14. (0, 0, $-\alpha_{rot}$)

Os pontos centrais são pontos onde os fatores estão no nível zero (médio), ou seja, no centro. Esses pontos são incluídos para proporcionar uma melhor precisão do ajuste do modelo.

Para $k = 3$, utiliza-se dois pontos centrais.

15. (0, 0, 0)

16. (0, 0, 0)

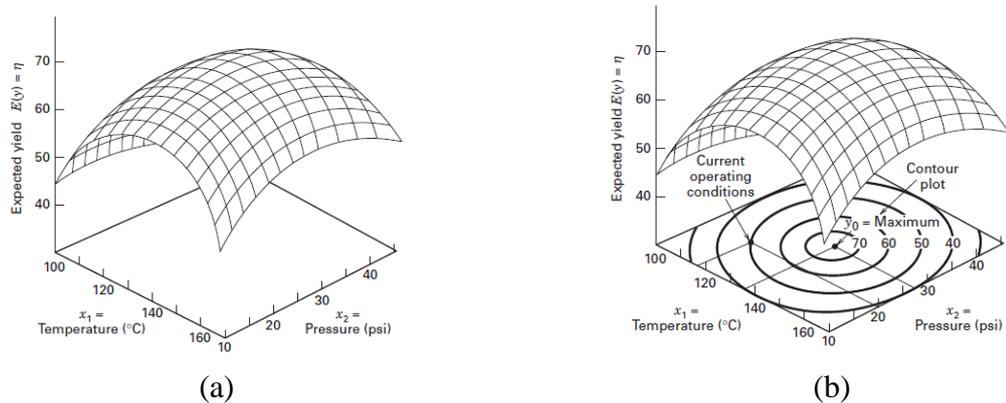
Como os pontos 15 e 16 são iguais, acaba-se realizando as simulações com 15 pontos. Esses pontos são capazes de proporcionar uma estimativa adequada para o problema investigado, por se tratar de uma distribuição de pontos uniformemente espalhada.

Definidos os 15 pontos, gerados pelo software livre *RStudio*, deve-se realizar as simulações e a partir delas utilizar uma técnica de otimização, neste caso, a Metodologia Superfície de Resposta (RSM - *Response Surface Methodology*). As simulações são realizadas no software FLUENT e posteriormente inseridas novamente no *RStudio*, onde a partir dele é gerada a superfície de reposta.

A Metodologia Superfície de Resposta (RSM) consiste em um conjunto de técnicas matemáticas e estatísticas para a modelagem e análise de problemas em que a variável de resposta (dependente) é influenciada por várias variáveis (independentes). O objetivo é encontrar os valores ótimos (máximo ou mínimo) dessa função (MONTGOMERY, 2012).

Essa metodologia consiste em representar graficamente a superfície de resposta, como na Fig. 12 (a), em perspectiva. No entanto, para auxiliar a visualização pode-se plotar os contornos da superfície de resposta, conforme pode ser visto na Fig. 12 (b). Os gráficos permitem identificar a localização do ponto ótimo, bem como, observar o comportamento da variável de resposta em função das variáveis independentes.

Figura 12 – Superfície de resposta (a) tridimensional; (b) contorno



Fonte: MONTGOMERY, 2012.

Para aplicar a RSM é necessário modelar matematicamente o problema. Para isso, define-se as variáveis independentes (I) e a variável de resposta (Y) com a seguinte função:

$$Y = f(I_1, I_2, \dots, I_n) + \epsilon \quad (15)$$

onde ϵ representa o erro estatístico observado na resposta Y . Como a relação entre a resposta e as variáveis independentes é desconhecida, é necessário encontrar uma aproximação adequada para essa relação. Geralmente, utiliza-se polinômios de baixa ordem, como de primeira ou segunda ordem. Para casos em que a relação entre as variáveis apresenta comportamento linear, utiliza-se polinômio de primeira ordem. Quando o comportamento não é linear, deve-se utilizar um polinômio de no mínimo segunda ordem. As Equações 19 e 20 apresentam os polinômios de primeira e segunda ordem, respectivamente (MONTGOMERY, 2012).

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i I_i + \epsilon \quad (16)$$

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i I_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} I_i^2 + \epsilon \quad (17)$$

onde β representa os coeficientes de regressão e k representa o número de variáveis independentes. Definido o modelo matemático a ser utilizado, a superfície de resposta pode ser determinada.

3.2.7 Simulação - Análise dos Dados de Saída

Na etapa 7, deve-se avaliar as melhores alternativas, a fim de escolher a mais adequada para o cenário, buscando alcançar os objetivos traçados no início do trabalho.

Para o presente trabalho, o indicador de desempenho adimensional de performance a ser analisado foi a média-espacial da taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). A equação é dada por:

$$\tilde{q}' = \frac{q'}{k(T_{\infty} - T_S)} \quad (18)$$

onde q' é a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento, k é a condutividade térmica do fluido, T_S é a temperatura da superfície e T_{∞} é a temperatura da corrente livre.

Por sua vez, a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento (q') pode ser calculada a partir das seguintes equações:

$$q' = \frac{\bar{q}}{W} = \bar{h}L_p(T_{\infty} - T_S) \quad (19)$$

onde W é o comprimento da cavidade na direção Z , \bar{q} é a taxa de transferência de calor entre a cavidade do fluido e as aletas, \bar{h} é a média espacial da transferência de calor por convecção e L_p é o perímetro da superfície de cada aleta.

Para a recomendação teórica sobre o design de aletas inseridas em cavidades dirigidas com convecção mista deve-se utilizar a taxa de transferência de calor como indicador de desempenho.

3.2.8 Conclusão - Apresentação dos resultados, documentação e implementação

Na última etapa deve-se documentar os resultados. Nessa etapa os resultados são apresentados e discutidos os campos de temperaturas, os campos de velocidades e a taxa de transferência de calor.

3.3 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

O desenvolvimento deste trabalho foi realizado em sete etapas. Na primeira etapa é realizado o estudo teórico sobre o tema proposto, ou seja, sobre a transferência de calor por convecção com a aplicação do método Design Construtal. Nessa etapa, busca-se conhecimentos referentes as aplicações abordadas na literatura com a finalidade de delimitar o tema de pesquisa.

A segunda etapa do trabalho envolve o processo de construção do problema de verificação. A geometria foi construída no próprio *software* ANSYS usando o Design Modeler,

ferramenta disponível no *software*. Para isto, foi realizada a verificação com os dados numéricos.

A terceira etapa consiste na realização da construção da malha que será abordada neste trabalho. A construção da malha foi realizada no Design Modeler. A quarta etapa consiste em implementar as condições de contorno e parâmetros definidos, ou seja, realizar as simulações com as condições e parâmetros apresentados no item 3.2.3.

A quinta etapa consiste no cálculo do GCI para avaliar a sensibilidade da malha. Caso as malhas construídas não atendam os requisitos do cálculo do GCI, é necessário repetir o processo para novas malhas. O cálculo do GCI foi realizado no *software* Excel.

A sexta etapa consiste na coleta e análise dos dados obtidos nas simulações. A coleta de dados da taxa de transferência de calor se dará no próprio FLUENT. A sétima etapa consiste na discussão dos resultados. A discussão foi baseada nos resultados numéricos (análise quantitativa) e nos campos de velocidade e temperatura (análise qualitativa) que permitem observar o comportamento dos escoamentos submetidos as restrições impostas no trabalho.

3.4 MÉTODO NUMÉRICO

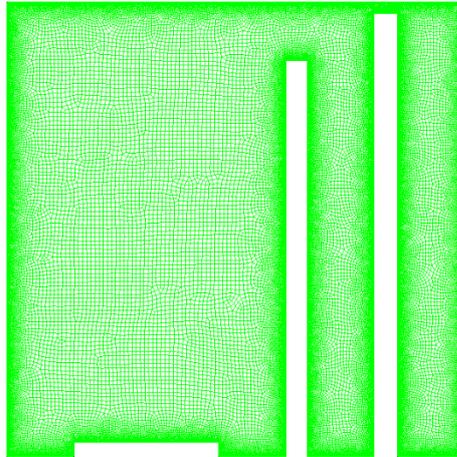
3.4.1 Análise da sensibilidade da malha (GCI)

Para a avaliação do comportamento das malhas foi realizado o teste da sensibilidade de malha através do método *Grid Convergence Index* (GCI), desenvolvido por Roache (1994). Esse método vem sendo adotado para verificar a qualidade da malha. Tem sido usado para analisar a sensibilidade da malha associando um valor numérico de erro às diferentes malhas criadas.

O procedimento para o cálculo do GCI é descrito por Celik *et al.* (2008), o qual consiste em comparar três malhas com diferentes refinamentos, com a finalidade de encontrar uma malha refinada o bastante que produza bons resultados e que o custo computacional não seja muito elevado.

Para avaliar a sensibilidade da malha, aplicou-se o GCI para a configuração da geometria ilustrada na Fig. 13, representando também a geometria adotada para o trabalho. As medidas adimensionais são: $H_1 = 0,03$; $L_1 = 0,31$; $H_2 = 0,87$; $L_2 = 0,04$; $H_3 = 0,97$ e $L_3 = 0,05$. A geometria escolhida representa o caso crítico do problema, ou seja, o caso que representa a maior dificuldade numérica.

Figura 13 – Geometria da malha adotada



Fonte: Elaborada pela autora.

Desta forma, para o cálculo do GCI foram analisadas três malhas. A malha mais grosseira contém 28.088 elementos, a malha intermediária 44.937 elementos e a malha mais refinada, que foi a malha adotada, 74.394 elementos. A variável de interesse analisada para cada malha foi a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') na tampa superior da cavidade. A Tabela 5 apresenta os valores adotados para o cálculo do GCI.

Tabela 5 – Resultado do GCI.

Malha	Número de Elementos	\tilde{q}'	GCI (%)
Refinada	74.394	20,4601	GCI ₂₁ = 0,21
Intermediária	44.937	20,4712	
Grosseira	28.088	20,4979	GCI ₃₂ = 0,51

Fonte: Elaborada pela autora.

Se a diferença entre a malha mais refinada com a malha intermediária apresentar um fator GCI menor ou igual a 5%, finaliza-se a busca e pode-se utilizar a malha mais refinada, pois a partir desta, qualquer refinamento implicará apenas custo computacional. No presente trabalho o GCI encontrado foi de 0,21%, ou seja, o resultado é satisfatório.

4 RESULTADOS DA INVESTIGAÇÃO GEOMÉTRICA

Nessa seção serão apresentados os resultados das simulações realizadas com as variações dos parâmetros geométricos propostos. Para melhor visualização e interpretação dos resultados, os mesmos serão divididos em seções.

4.1 EMPREGO DO DESIGN CONSTRUTAL COM VARREDURA DO ESPAÇO DE BUSCA

Nessa seção foi utilizado o método Design Construtal com varredura do espaço de busca, visando abranger um número significativo de configurações possíveis. Dessa forma, busca-se atingir os seguintes objetivos específicos: avaliar o efeito das razões de aspecto de cada uma das três aletas sobre a taxa de transferência de calor entre fluido e aletas e avaliar o efeito das frações de área das aletas (ϕ_2 e ϕ_3), mantendo a fração de área da aleta esquerda (ϕ_1) fixa, para $Ri = 0,1$ e $\phi_T = 0,1$, utilizando uma varredura de espaço de busca.

4.1.1 Efeitos das razões H_2/L_2 e H_3/L_3 mantendo H_1/L_1 fixo para $Ri = 0,1$ e $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$

Para realizar a avaliação geométrica, a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') é o indicador adimensional de performance a ser analisado. Foram investigados dois cenários distintos para três aletas ($\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$ e $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$).

Primeiramente são apresentados os resultados das simulações realizadas para a $Ri = 0,1$ para o seguinte caso $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,05$ e $\phi_T = 0,1$, empregando o método Design Construtal associado a uma varredura de um espaço de busca.

O efeito da razão H_3/L_3 é investigado sobre a taxa de transferência de calor para diversas razões de H_2/L_2 mantendo a razão H_1/L_1 constante igual a 0,1. Para realizar esta avaliação 70 simulações foram realizadas, variando H_3/L_3 de 1 até 19 e as seguintes razões de H_2/L_2 : 0,5; 1; 2; 3; 10; 15 e 19.

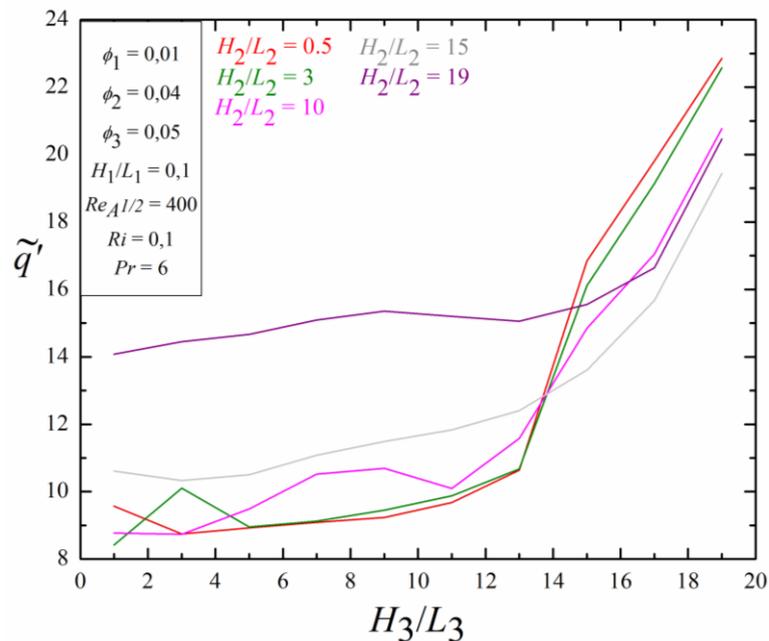
A Fig. 14 mostra o efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para o escoamento com $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,05$, $H/L = 1$, $H_1/L_1 = 0,1$, sete razões diferentes de H_2/L_2 e dez razões diferentes de H_3/L_3 .

Na Fig. 14 é possível observar que para todos os casos o melhor desempenho é na maior razão H_3/L_3 . O comportamento de todos os casos de H_2/L_2 são análogos, mas para as maiores

razões de H_2/L_2 as menores magnitudes de H_3/L_3 já possuem valores elevados de \tilde{q}' . No entanto, na região do ótimo global, as maiores razões de H_2/L_2 têm os piores desempenho.

Entre os casos analisados, é possível observar que o caso que leva ao melhor desempenho, ou seja, o que conduz a maior troca térmica entre a aleta e o escoamento da cavidade para essa configuração é o que apresenta as razões $H_1/L_1 = 0,1$, $(H_2/L_2)_o = 0,5$ e $(H_3/L_3)_{oo} = 19$, resultando $\tilde{q}'_{mm} = 22,84$. O pior caso para essa configuração é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 3$ e $H_3/L_3 = 1$, $\tilde{q}' = 8,41$. Comparando os melhores e piores casos, observa-se um aumento de quase três vezes no desempenho.

Figura 14 – Efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$, $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$ e $Pr = 6$

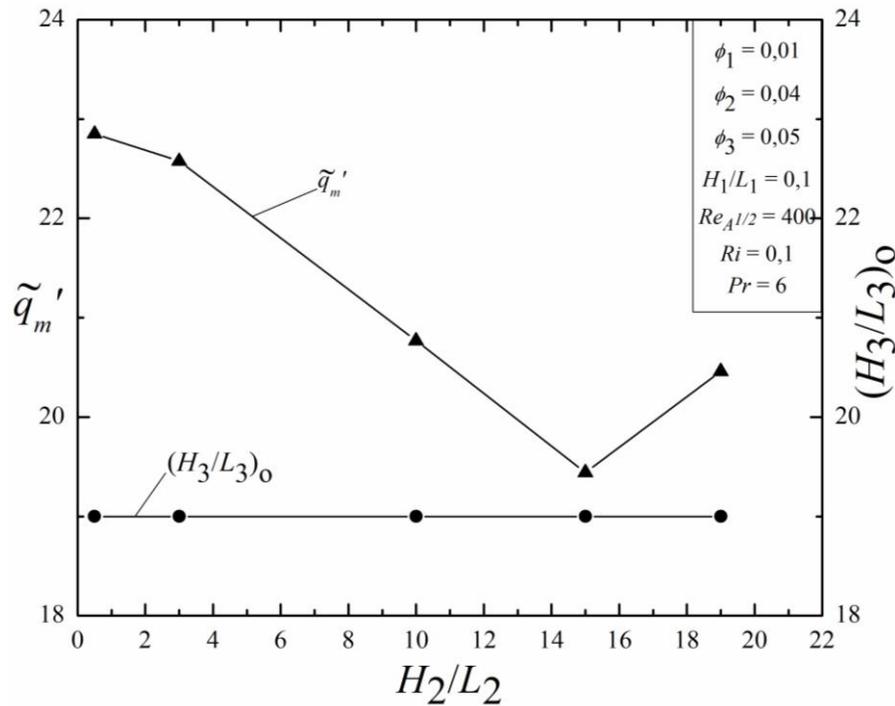


Fonte: Elaborada pela autora.

A Fig. 15 apresenta a taxa de transferência de calor uma vez maximizada para cada razão de H_2/L_2 , bem como a razão H_3/L_3 uma vez otimizada. Observa-se que a razão $(H_3/L_3)_o$ é igual a 19, representado pela linha horizontal, para todas as razões H_2/L_2 investigadas. O desempenho do sistema diminui à medida que a razão H_2/L_2 aumenta ($H_2/L_2 \leq 15$) e volta a crescer quando $H_2/L_2 = 19$. Entre as melhores configurações apresentadas, têm-se um aumento de aproximadamente 17,5%. Em outras palavras, os resultados indicaram que, para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,05$, cavidades assimétricas levaram ao melhor desempenho. Além disso, ao

contrário do esperado, a maior intrusão de todas as aletas não é necessariamente benéfica para o desempenho térmico.

Figura 15 – Efeito da razão H_2/L_2 sobre a taxa de transferência de calor uma vez maximizada e as respectivas geometrias ótimas $(H_3/L_3)_o$ para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$



Fonte: Elaborada pela autora.

A Fig. 16 apresenta os campos de temperatura e vetores de velocidade para três casos investigados na Fig. 14. O pior, intermediário e melhor caso foi selecionado para uma melhor compreensão e visualização dos resultados. A Fig. 16 (a) apresenta o pior desempenho de taxa de transferência de calor. Este resultado ocorre porque o escoamento circula livremente dentro da cavidade, mas o vórtice central interage com uma pequena área da aleta resfriada. Na Fig. 16 (b), temos um caso intermediário para uma melhor visualização do comportamento do escoamento ao alterar a geometria. Conforme a relação H_3/L_3 aumenta, o desempenho do sistema melhora. A Fig. 16 (c) mostra o melhor desempenho atribuído à circulação mais fácil do escoamento e ao maior contato deste com a área de troca de calor. A Fig. 16 (d-f) mostra os vetores de velocidade para os mesmos casos apresentados anteriormente na Fig. 16 (a-c), nos quais observa-se formação do vórtice central. Esse resultado está de acordo com Hatami (2017), o qual demonstrou que a presença de aletas dentro da cavidade leva ao surgimento de vórtices (aumento da mistura), o que por sua vez leva a um aumento na taxa de transferência de calor.

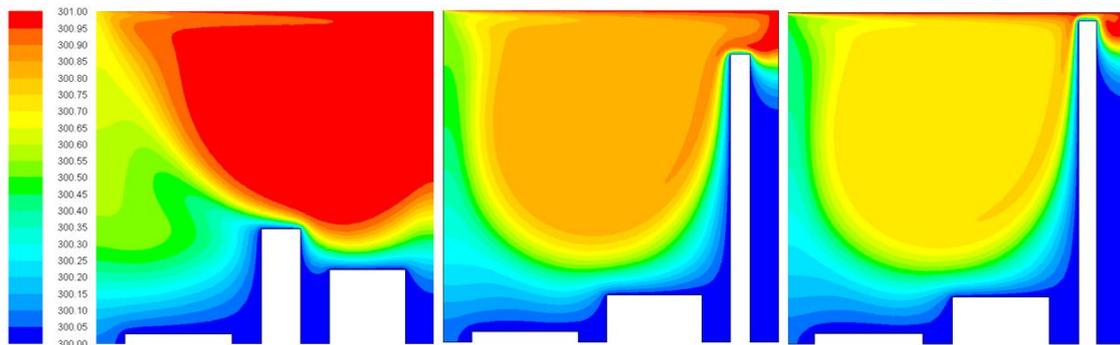
Nas Figuras 16 (a-c), observa-se uma predominância de condução na região inferior da cavidade (área azul), enquanto na parte superior da cavidade, observa-se a predominância de convecção, ocorrendo devido ao impacto do vórtice principal na região da aleta.

O gradiente de cores mostrado para o melhor resultado [Fig. 16(c)] sugere que as forças de empuxo são responsáveis por distribuir o calor de forma mais uniforme do que na pior configuração de geometria [Fig. 16(a)], ou seja, a pior configuração não consegue dissipar calor tão bem quanto a melhor.

É importante notar que um valor de $Ri = 0,1$ sugere que os efeitos do empuxo não são negligenciáveis, mas não são dominantes. Isso significa que, embora o escoamento seja afetado por diferenças de massa específica devido a gradientes de temperatura (estratificação térmica), a velocidade das partículas do fluido ainda é significativa. Nesse sentido, a geometria das aletas influencia como as forças de empuxo se distribuem dentro do fluido. Proporções de aletas menores podem facilitar camadas horizontais de fluido se movendo em diferentes velocidades, o que pode aprimorar a mistura e a transferência de calor, como visto na Fig. 16 (b-c).

Pode-se observar uma leve estagnação do escoamento com o fluido mais frio na região inferior da cavidade, próxima às aletas, e também na região lateral direita. Nas Fig. 16 (b-c), observa-se uma grande área de estagnação na superfície lateral direita, ocorrendo porque a aleta direita atua como uma parede, devido à alta proporção de H_3/L_3 , uma vez que o escoamento se move da direita para a esquerda devido a placa deslizante, restringindo o escoamento na parte superior da cavidade antes de passar. De acordo com Moallemi e Jang (1992), a placa móvel impõe uma força de cisalhamento na superfície do fluido, podendo afetar a resistência da força de cisalhamento e as características dos vórtices formados. Essa restrição permite que o escoamento tenha uma área maior para a troca de calor, em comparação com a Fig. 16 (a), porque após passar pela aleta 3, o escoamento pode se mover livremente, já que as proporções de H_1/L_1 e H_2/L_2 são baixas. Isso é ilustrado pelos vetores de velocidade nas Fig. 16 (e-f). Por outro lado, para a configuração geométrica na Fig. 16 (a), o vórtice é significativamente reduzido e deslocado para a região direita da cavidade, prejudicando a troca de calor ao reduzir a área disponível para troca de calor. O campo de velocidade na Fig. 16 (d) mostra uma diminuição no processo de convecção quando comparado com os outros casos mostrados na Fig. 16 (e-f). Na Fig. 16 (f) observa-se que o vórtice principal acaba sendo direcionado de forma a ter uma maior incidência sobre a aleta 2, aumentando a troca térmica.

Figura 16 – Campos de temperatura e vetores de velocidade para $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$ e $H_1/L_1 = 0,1$ para diferentes razões H_2/L_2



(a) $H_2/L_2 = 3$

$H_3/L_3 = 1$

$\tilde{q}' = 8,41$

(b) $H_2/L_2 = 0,5$

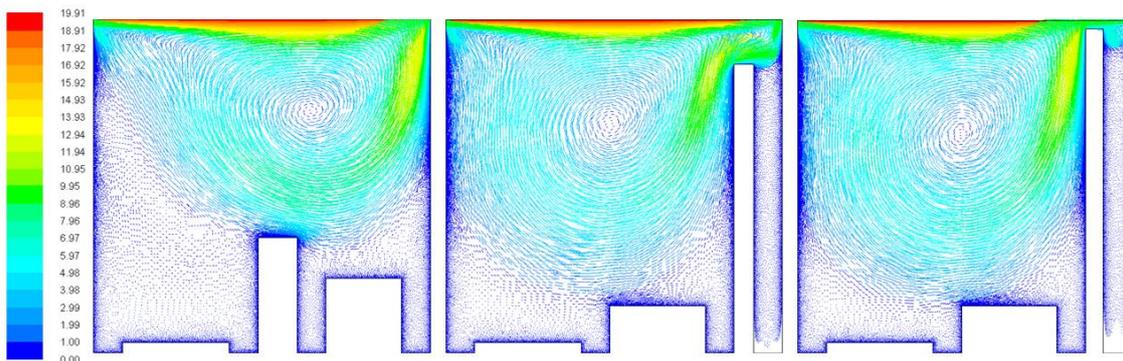
$H_3/L_3 = 15$

$\tilde{q}' = 16,84$

(c) $H_2/L_2 = 0,5$

$(H_3/L_3)_o = 19$

$\tilde{q}'_m = 22,84$



(d) $H_2/L_2 = 3$

$H_3/L_3 = 1$

$\tilde{q}' = 8,41$

(e) $H_2/L_2 = 0,5$

$H_3/L_3 = 15$

$\tilde{q}' = 16,84$

(f) $H_2/L_2 = 0,5$

$(H_3/L_3)_o = 19$

$\tilde{q}'_m = 22,84$

Fonte: Elaborada pela autora.

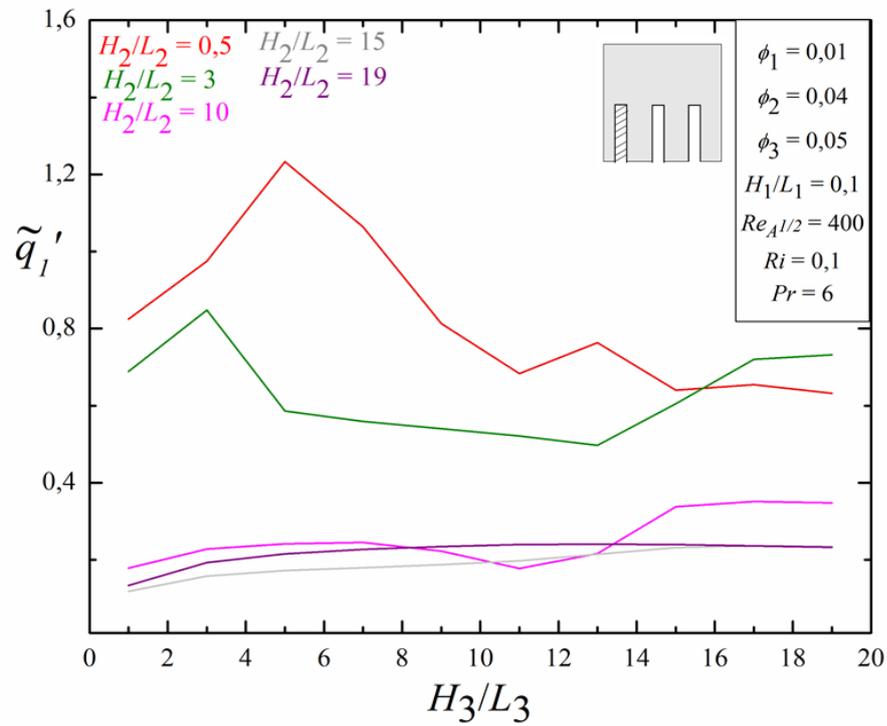
A Fig. 17 (a) mostra o efeito de H_3/L_3 na taxa de transferência de calor da aleta 1 (à esquerda). Como observado, a contribuição da aleta 1 é a menor entre as avaliadas, o que sugere que sua área de superfície pode não contribuir de forma eficaz para a transferência de calor. A configuração que proporciona o melhor desempenho pode estar otimizando o equilíbrio entre a área de superfície disponível para transferência de calor e as limitações dinâmicas do fluido, como correntes de convecção ineficazes devido a aletas mal posicionadas. Pode-se observar a

melhor configuração quando $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 0,5$ e $H_3/L_3 = 5$, ou seja, o melhor desempenho ocorre quando se tem a menor razão de H_2/L_2 e a razão $H_3/L_3 = 5$. A maior taxa de transferência de calor para a aleta 1 é igual a 1,23. O pior desempenho para a aleta 1 foi para $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 15$, $H_3/L_3 = 1$ e $\tilde{q}' = 0,11$. Comparando o desempenho dos melhores e piores casos para a aleta 1 resulta em uma melhoria de mais de 10 vezes no desempenho.

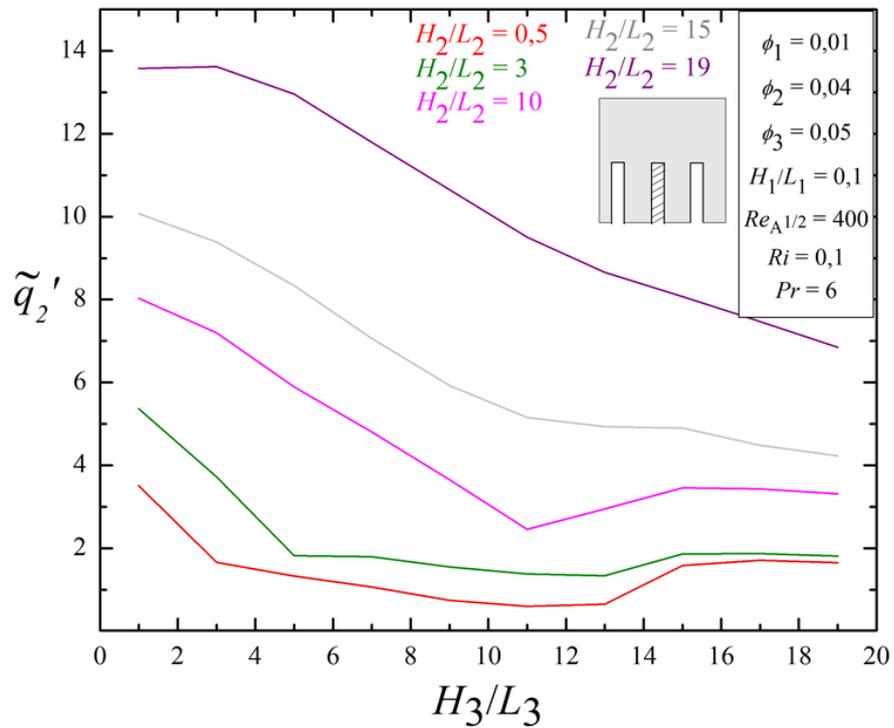
A Fig. 17 (b) apresenta o efeito de H_3/L_3 na taxa de transferência de calor da aleta 2 (aleta do meio). A aleta 2 melhora significativamente o desempenho do sistema, e a escolha correta de configuração aumenta consideravelmente a taxa de transferência de calor. Sua configuração ideal sugere que as dimensões da aleta 2 otimizam o equilíbrio entre a área de superfície para convecção e a resistência mínima ao escoamento. Isso pode maximizar a transferência de calor promovendo melhor contato do fluido com a superfície da aleta. A melhor configuração para a aleta 2 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 19$, $H_3/L_3 = 3$ e $\tilde{q}'_2 = 13,61$. Além disso, esta curva mostra os melhores resultados para as razões $H_3/L_3 \leq 3,0$. A pior configuração para a aleta 2 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 0,5$, $H_3/L_3 = 11$ e $\tilde{q}'_2 = 0,59$. Ao comparar os melhores e piores resultados, é possível obter uma melhoria de quase 23 vezes na aleta 2. Apesar da contribuição significativa da aleta 2 para o desempenho l, a aleta 3 supera ao realizar uma análise global do sistema, que é o foco principal deste estudo.

A Fig. 17 (c) apresenta a influência da aleta 3 (à direita) na taxa de transferência de calor e sua contribuição para o sistema. O aumento marcante no desempenho com o aumento da razão H_3/L_3 para a aleta 3 pode ser devido à capacidade da aleta de aproveitar de forma mais eficaz o empuxo do fluido quente que se eleva. Uma aleta alta pode potencialmente direcionar o fluido quente para cima e atrair fluido mais frio de baixo, mantendo assim uma alta taxa de transferência de calor. No entanto, se H_2/L_2 for muito alta, isso pode significar que a aleta 3 é muito espessa, aumentando a resistência térmica e diminuindo a dissipação de calor eficaz. Conforme a razão H_3/L_3 aumenta, a taxa de transferência também aumenta significativamente. O comportamento é análogo para as razões $H_2/L_2 \leq 3$, especialmente para razões H_3/L_3 maiores que 3. As outras razões H_2/L_2 também mostram comportamento análogo. No entanto, os valores das taxas de transferência de calor são menores. O melhor caso para a aleta 3 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 1$, $H_3/L_3 = 19$ e $\tilde{q}'_3 = 20,62$ e o pior caso para a aleta 3 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 19$, $H_3/L_3 = 1$ e $\tilde{q}'_3 = 0,36$. Os piores casos foram observados para a razão $H_2/L_2 = 19$ independentemente dos valores de H_3/L_3 . É importante enfatizar que o que define o projeto é o desempenho global, em vez da taxa de qualquer aleta individual. Nesse sentido, ao comparar o melhor e o pior caso, o desempenho da aleta 3 aumentou 57 vezes.

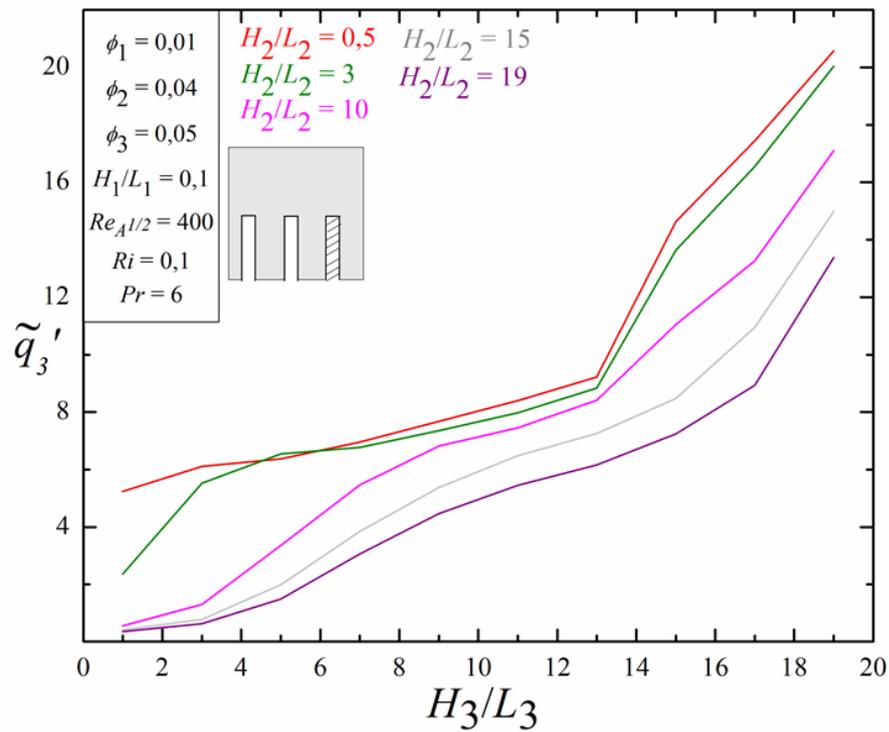
Figura 17 – Contribuição de cada aleta sobre a taxa de transferência de calor para (a) aleta 1, (b) aleta 2 e c) aleta 3



(a)



(b)



(c)

Fonte: Elaborada pela autora.

Comparando a presença das 3 aletas (o pior caso) com nenhuma aleta, obteve-se aumento de 280 vezes na taxa de transferência de calor adimensional. Esse resultado corrobora com o estudo realizado por Liu (2022), em que as condições impostas são diferentes do presente trabalho, mostrando que o número de Nusselt das cavidades com aletas é aproximadamente 5% maior do que o das cavidades sem aletas, ou seja, a presença de aletas tende a aumentar o desempenho térmico, ainda que em magnitudes diferentes.

4.1.2 Efeitos das razões H_2/L_2 e H_3/L_3 mantendo H_1/L_1 fixo para $Ri = 0,1$ e $\phi_1 > \phi_2 > \phi_3$

Nessa seção serão apresentados os resultados das simulações realizadas para a $Ri = 0,1$ para o seguinte caso $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$ e $\phi_r = 0,1$, empregando o método Design Construtal associado a uma varredura de um espaço de busca.

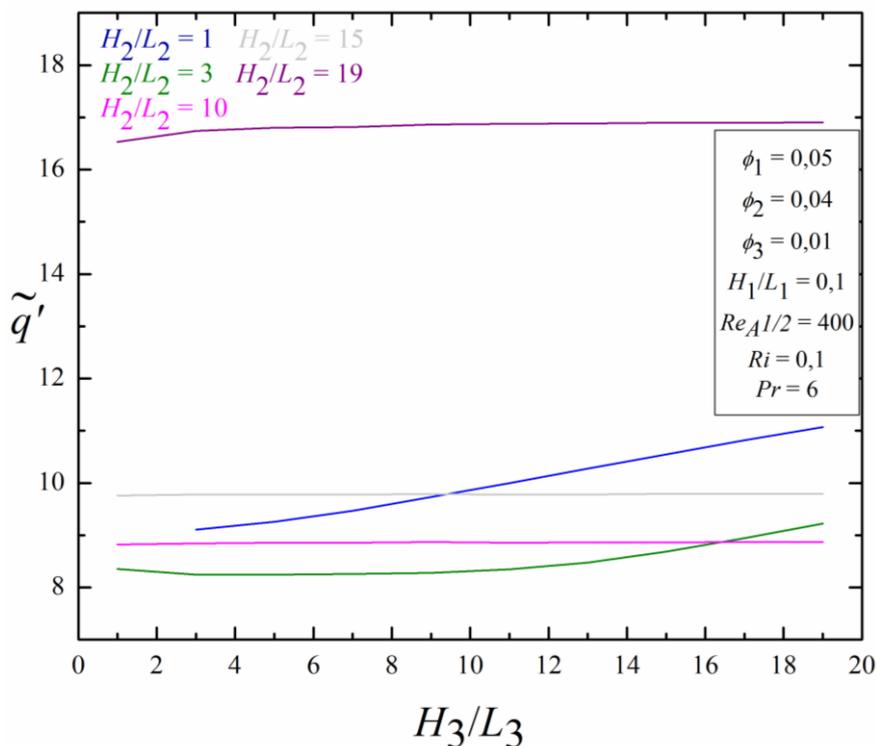
Primeiramente, é investigado o efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor para diversas razões de H_2/L_2 mantendo a razão H_1/L_1 constante igual a 0,1. Para realizar esta avaliação 59 simulações foram realizadas, variando H_3/L_3 de 1 até 19 e as seguintes razões de H_2/L_2 : 1; 2; 3; 10; 15 e 19.

A Fig. 18 mostra o efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para o escoamento com $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$, $H/L = 1$, $H_1/L_1 = 0,1$, seis razões diferentes de H_2/L_2 e dez razões diferentes de H_3/L_3 .

Na Fig. 18 é possível observar que a razão H_3/L_3 não exerce uma forte influência no valor de \tilde{q}' , exceto para as razões $H_3/L_3 \leq 3$, onde observa-se um leve aumento à medida que a razão aumenta. Para as demais razões de H_3/L_3 , têm-se quase uma reta. Ainda, nota-se que para a razão $H_2/L_2 = 19$, observa-se um aumento significativo no valor da taxa de transferência de calor quando comparada as demais razões H_2/L_2 .

Entre os casos analisados, é possível observar que o caso que leva ao melhor desempenho, ou seja, o que conduz a maior troca térmica entre a aleta e o escoamento da cavidade para essa configuração é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 19$ e $(H_3/L_3)_o = 19$, $\tilde{q}'_m = 16,90$. O pior caso para essa configuração é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 3$ e $H_3/L_3 = 5$, $\tilde{q}' = 8,24$. Comparando o melhor e o pior caso observa-se uma variação de 105%.

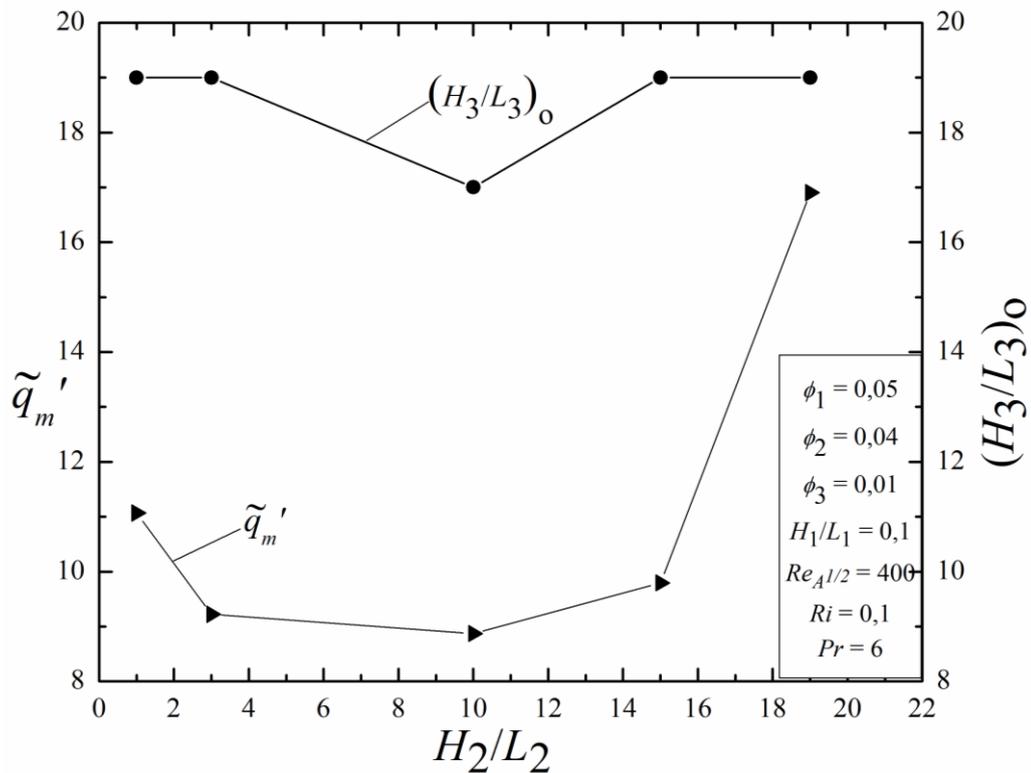
Figura 18 – Efeito da razão H_3/L_3 sobre a taxa de transferência de calor para $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$, $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$ e $Pr = 6$



Fonte: Elaborada pela autora.

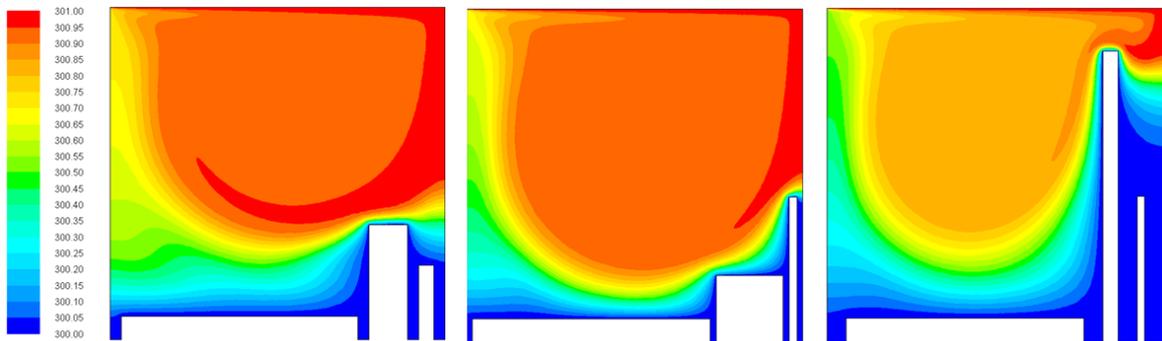
A Fig. 19 apresenta a taxa de transferência de calor uma vez maximizada para cada razão de H_2/L_2 , bem como a razão H_3/L_3 uma vez otimizada. Observa-se que a razão $(H_3/L_3)_o$ é quase insensível a razão H_2/L_2 . A taxa de transferência de calor apresenta um pico inicial e posteriormente decresce para as razões menores que 10, voltando a crescer quando $H_2/L_2 \geq 15$. Para as melhores geometrias encontradas, têm-se um aumento de aproximadamente 90,5%.

Figura 19 – Efeito da razão H_2/L_2 sobre a taxa de transferência de calor uma vez maximizada e as respectivas geometrias ótimas $(H_3/L_3)_o$ para $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$



A Fig. 20 exibe os campos de temperatura e vetores de velocidade para o pior [Fig. 20 (a) e (d)], intermediário [Fig. 20 (b) e (e)] e melhor [Fig. 20 (c) e (f)] casos investigados na Figura 18. Uma leve estagnação do escoamento nas regiões inferior e lateral é observada para todos os casos. No entanto, uma tendência notável indica que um desempenho melhor é alcançado quando o fluido tem mais contato com a área de troca de calor fornecida pela aleta 2.

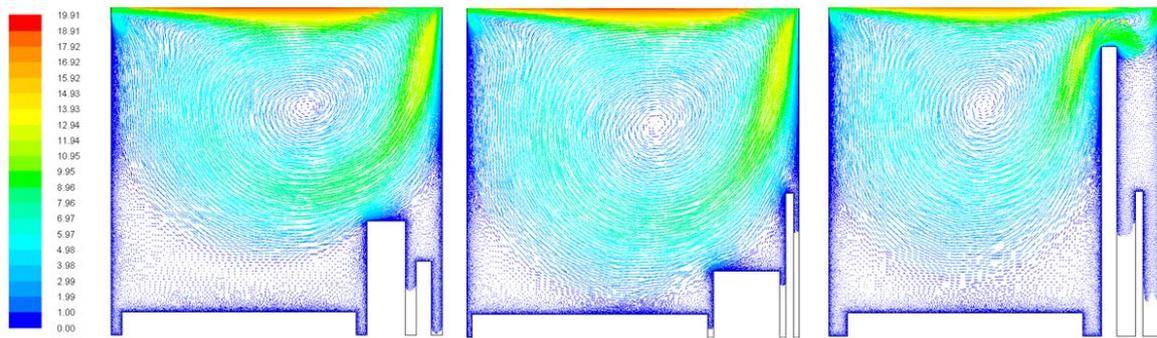
Figura 20 – Campos de temperatura e vetores de velocidade para $Re_{A^{1/2}} = 400$, $Ri = 0,1$, $Pr = 6$, $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$ e $H_1/L_1 = 0,1$



(a) $H_2/L_2 = 3$
 $H_3/L_3 = 5$
 $\tilde{q}' = 8,24$

(b) $H_2/L_2 = 1$
 $H_3/L_3 = 19$
 $\tilde{q}' = 11,06$

(c) $H_2/L_2 = 19$
 $(H_3/L_3)_o = 19$
 $\tilde{q}'_m = 16,90$



(d) $H_2/L_2 = 3$
 $H_3/L_3 = 5$
 $\tilde{q}' = 8,24$

(e) $H_2/L_2 = 1$
 $H_3/L_3 = 19$
 $\tilde{q}' = 11,06$

(f) $H_2/L_2 = 19$
 $(H_3/L_3)_o = 19$
 $\tilde{q}'_m = 16,90$

Fonte: Elaborada pela autora.

Como observado na pior configuração [Fig. 20 (a)], as aletas estão muito baixas, o que dificulta a convecção. O oposto acontece na melhor configuração [Fig. 20 (c)], onde a aleta do meio é alta o suficiente para que o fluido a encontre, criando assim uma área maior para a troca de calor. Observando os vetores de velocidade para a melhor configuração [Fig. 20 (f)], percebe-se que os vetores de velocidade de intensidade intermediária estão em contato com a aleta 2, que é a mais alta, facilitando assim a troca de calor, um comportamento que não é observado nas Fig. 20 (d) e (e).

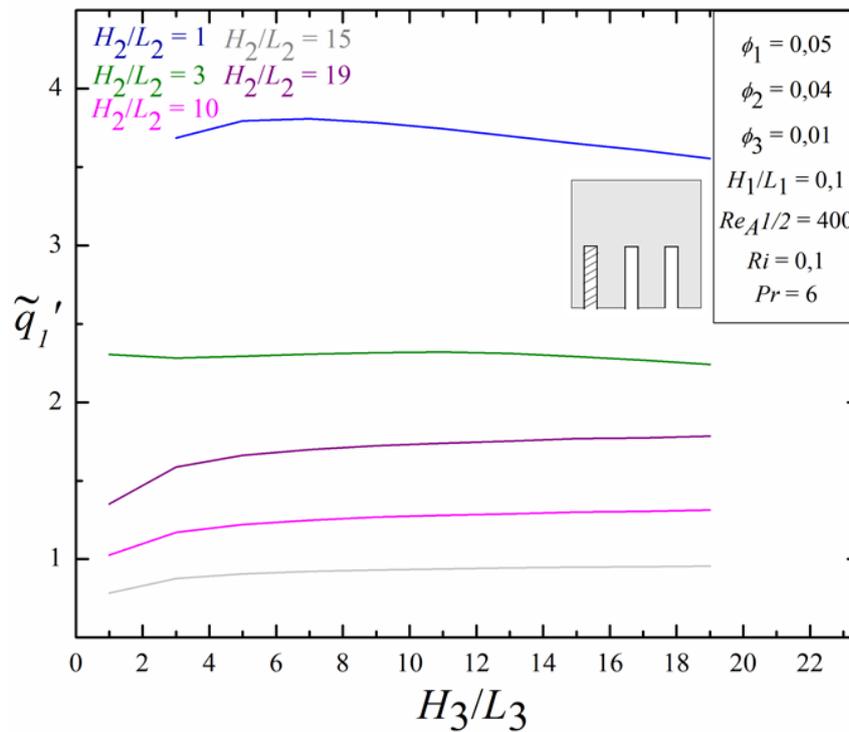
Para a configuração com um resultado intermediário [Fig. 20 (b)], a diferença de altura das aletas (1, 2 e 3) torna-se quase imperceptível para o escoamento após passar pela aleta 3, permitindo que ele flua melhor do que na configuração da Fig. 20 (a), onde a aleta 2 age como um obstáculo. Visto que a altura de ϕ_1 é menor do que ϕ_2 e ϕ_3 , a maior razão de H_3/L_3 não é suficiente para agir como uma parede. Por outro lado, na melhor configuração geométrica [Fig. 20 (c)], a aleta do meio acaba agindo como uma parede, e após ela, o escoamento é livre para se movimentar.

A Fig. 21 (a) apresenta o efeito de H_3/L_3 na taxa de transferência de calor da aleta 1 (mais à esquerda). A aleta 1 demonstra uma significativa contribuição para o melhor desempenho. Pode-se observar a melhor configuração $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 1$ e $H_3/L_3 = 7$, ou seja, o melhor desempenho para a aleta 1 ocorre quando há a menor razão de H_2/L_2 e uma razão intermediária de H_3/L_3 . Isso sugere que quando a aleta 1 é mais curta em relação ao seu comprimento (baixo H_2/L_2), há menos obstrução ao longo da aleta, potencialmente melhorando a transferência de calor por convecção a partir das superfícies da aleta. Uma razão intermediária de H_3/L_3 pode representar um equilíbrio ideal entre ter altura suficiente para estabelecer um gradiente de temperatura para a convecção impulsionada pelo empuxo de forma que a parte superior da aleta contribua menos para a transferência de calor. A maior taxa de transferência de calor para a aleta 1 é igual a 3,81. O pior desempenho para a aleta 1 foi para $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 15$, $H_3/L_3 = 15$ e $\tilde{q}'_1 = 0,7839$. Comparando o melhor e o pior caso para a aleta 1, temos um aumento de quase 5 vezes no desempenho.

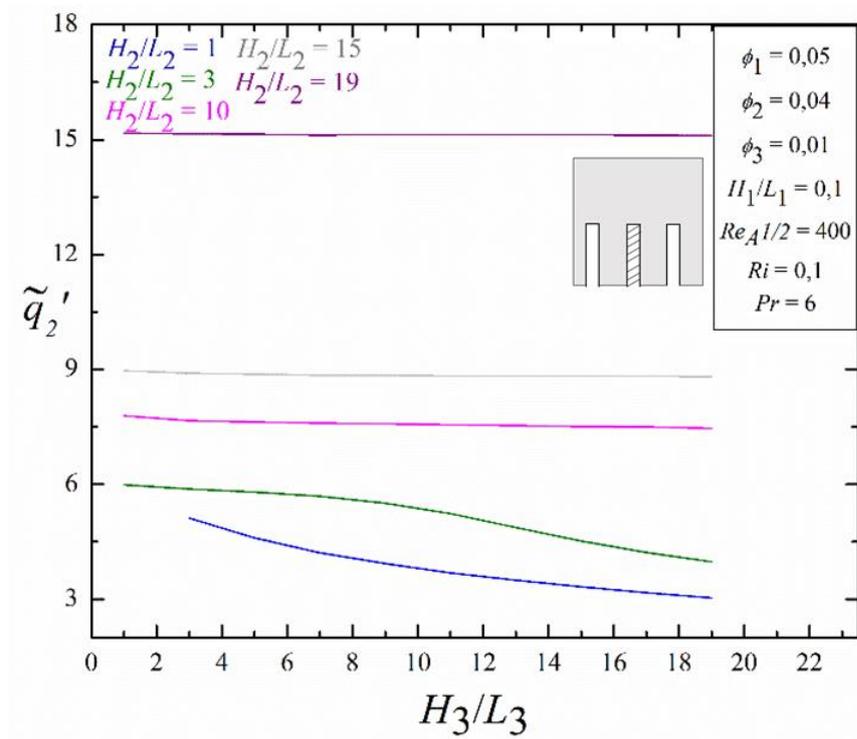
A Fig. 21 (b) apresenta o efeito de H_3/L_3 na taxa de transferência de calor da aleta 2 (aleta central). A aleta 2 melhora significativamente o desempenho do sistema, e a escolha correta de configuração aumenta a taxa de transferência de calor. A melhor configuração para a aleta 2 é para $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 19$, $H_3/L_3 = 1$ e $\tilde{q}'_2 = 15,17$. Isso sugere que quando a aleta 2 é alta (alto H_2/L_2), ela pode interagir com uma porção maior da camada limite térmica, aumentando a área disponível para a transferência de calor. Para a maior razão de H_2/L_2 , temos os melhores resultados para a aleta 2. Nestes casos, a aleta 2 domina o valor da taxa de transferência de calor. Para razões de $H_2/L_2 \leq 3$, temos os melhores resultados para as menores razões de H_3/L_3 . Uma baixa razão de H_3/L_3 indica que a aleta não é muito alta, minimizando os efeitos da estratificação que podem reduzir a transferência de calor por convecção em pontos mais altos na cavidade. Além disso, para razões de $H_2/L_2 \geq 10$, aumentar a razão de H_3/L_3 exerce pouca influência no valor da taxa de transferência de calor para a aleta 2. A pior configuração para a aleta 2 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 1$, $H_3/L_3 = 19$ e $\tilde{q}'_2 = 3,03$. Comparando esses resultados, observamos uma melhoria de aproximadamente 5 vezes no desempenho da aleta 2.

A Fig. 21 (c) apresenta a influência da aleta 3 (a mais à direita) na taxa de transferência de calor e sua contribuição para o sistema. Conforme a razão de H_3/L_3 cresce, a taxa de transferência de calor aumenta significativamente para razões de $H_2/L_2 \leq 3$. Para as maiores razões de H_2/L_2 , a contribuição da aleta 3 é praticamente negligenciável. O melhor caso para a aleta 3 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 1$, $H_3/L_3 = 19$ e $\tilde{q}'_3 = 4,47$ e o pior caso para a aleta 3 é $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 19$, $H_3/L_3 = 3$ e $\tilde{q}'_3 = 0,0018$. Há um aumento de aproximadamente 2368 vezes no desempenho da aleta 3 ao comparar os melhores e piores casos.

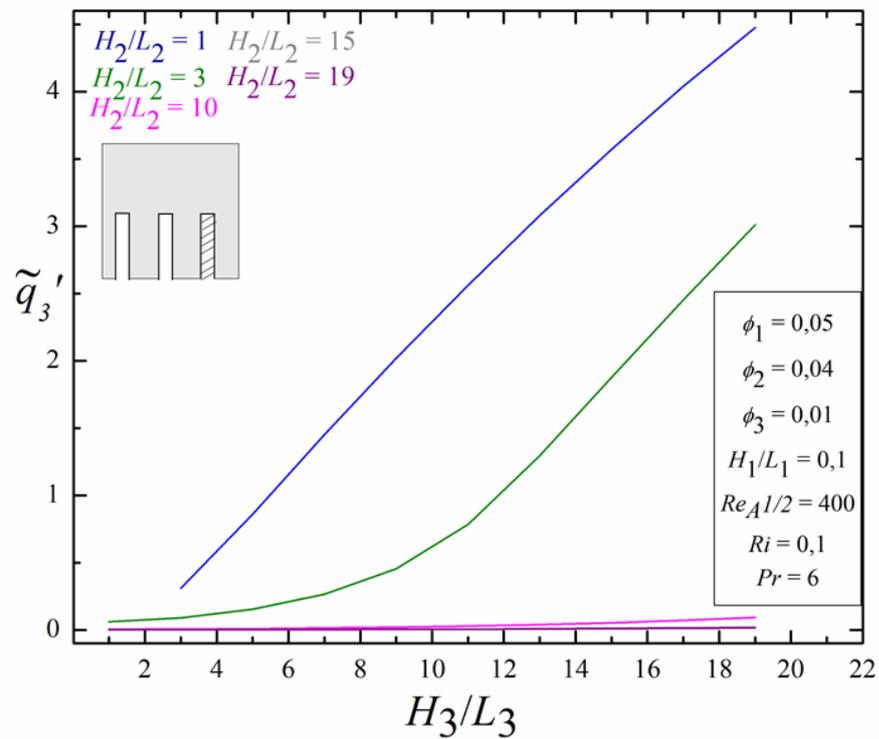
Figura 21 – Contribuição de cada aleta sobre a taxa de transferência de calor para (a) aleta 1, (b) aleta 2 e c) aleta 3



(a)



(b)



(c)

Fonte: Elaborada pela autora.

Em resumo, a geometria de melhor desempenho investigada foi para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$, $H_1/L_1 = 0,1$, $(H_2/L_2)_o = 0,5$, $(H_3/L_3)_{oo} = 19$, resultando $\tilde{q}'_{mm} = 22,84$, que é quase 3 vezes melhor do que a pior geometria ($\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$, $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 0,5$, $H_3/L_3 = 5$ e $\tilde{q}' = 8,24$). O melhor desempenho ocorreu quando a aleta 3 tinha a maior fração de área ($\phi_3 = 0,05$). Para a configuração $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$, a aleta 2 foi dominante para a maior razão H_2/L_2 , e a aleta 3 foi dominante para as menores razões $H_2/L_2 \leq 3$ e maiores razões H_3/L_3 , em consequência da fração de área disponível para cada aleta. Esses resultados evidenciam a importância da assimetria das aletas no desempenho térmico. Dessa forma, nota-se que a troca térmica dentro da cavidade é fortemente influenciada pela geometria do sistema, concordando com a Lei Construtal, ou seja, para qualquer sistema de escoamento de dimensões finitas persistir no tempo (sobreviver), sua configuração deve evoluir de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (BEJAN; LORENTE, 2008).

4.2 EMPREGO DO DESIGN CONSTRUTAL ASSOCIADO A RSM PARA $Ri = 0,1$

Nessa seção foi utilizado o método Design Construtal associado a Metodologia Superfície de Resposta, visando reduzir o número de simulações e assim abranger mais configurações para a fração de área proposta. Essa seção visa atingir o seguinte objetivo específico: avaliar o efeito de diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05$; 0,1 e 0,2) para diferentes razões de áreas das aletas, para $Ri = 0,1$, utilizando a Superfície de Resposta.

4.2.1 Análise do $\phi_T = 0,05$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 0,1$

Essa seção apresenta os resultados das simulações realizadas para $Ri = 0,1$, $Pr = 6$ e $Re_{A^{1/2}} = 400$ para $\phi_T = 0,05$. Seis configurações diferentes foram investigadas nesta fração de área. São eles: i) $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,0225$ e $\phi_3 = 0,0225$; ii) $\phi_1 = 0,0225$, $\phi_2 = 0,0225$ e $\phi_3 = 0,005$; iii) $\phi_1 = 0,0225$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,0225$; iv) $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,04$; v) $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$ e vi) $\phi_1 = 0,04$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,005$. Em cada situação os pontos foram determinados com o auxílio do DOE, utilizando o delineamento composto central, que distribui os pontos dentro do espaço de busca.

Para todos os casos, as razões H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 foram variadas para cada fração de área de cada aleta, limitando a altura das aletas a 80% da altura total da cavidade. Essa escolha se deve ao aumento da resistência ao escoamento imposta por uma aleta muito alta, o que

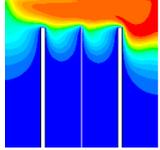
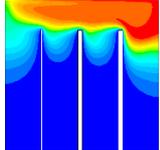
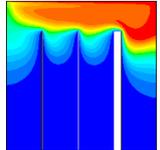
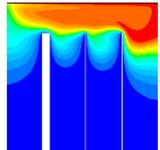
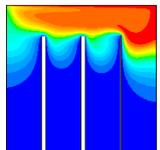
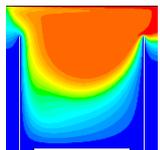
prejudicaria uma aplicação prática do problema. As razões H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 variaram de 0,1 até 128.

Foram realizadas 16 simulações para cada configuração analisada. Sendo, 15 simulações determinadas pelo DOE e uma simulação do melhor caso determinado pela RSM para conferir se o resultado dado pela RSM é confiável. Dessa forma, para realizar esta avaliação foram realizadas 96 simulações.

A Tabela 6 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados para escoamento com $Re_{A_{1/2}} = 400$. A Tabela 6 mostra que para quase todos os casos o melhor desempenho está nas maiores razões de H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 , ou seja, quando ambos atingem a altura máxima permitida, equivalente a 80% da altura da cavidade. Este comportamento ocorre porque o escoamento fica restrito na parte superior da cavidade, agindo como uma parede, limitando o espaço de troca de calor. Pode-se observar também que o comportamento se repete para H_2/L_2 , exceto para o caso ótimo ($\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$) que ocorre na menor razão H_2/L_2 investigada. Neste caso, a aleta inferior permite que o escoamento flua livremente, pois possui maior fração de área na aleta 2.

O melhor desempenho ocorre quando o escoamento consegue fluir livremente entre as aletas. Comparando os melhores e piores resultados entre os casos ótimos para $\phi_T = 0,05$, há um aumento de 5,95% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). Pode-se observar que para $\phi_T = 0,05$ os casos ótimos não variam significativamente no desempenho do sistema.

Tabela 6 – Resultados do $\phi_T = 0,05$ e $Ri = 0,1$.

CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,05$							
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3	
0,0225	0,005	0,0225	13,24	28	128	28	
0,005	0,0225	0,0225	13,29	128	28	28	
0,005	0,005	0,04	13,33	128	128	16	
0,04	0,005	0,005	13,45	16	128	128	
0,0225	0,0225	0,005	13,46	28	28	128	
0,005	0,04	0,005	14,02	128	0,1	128	

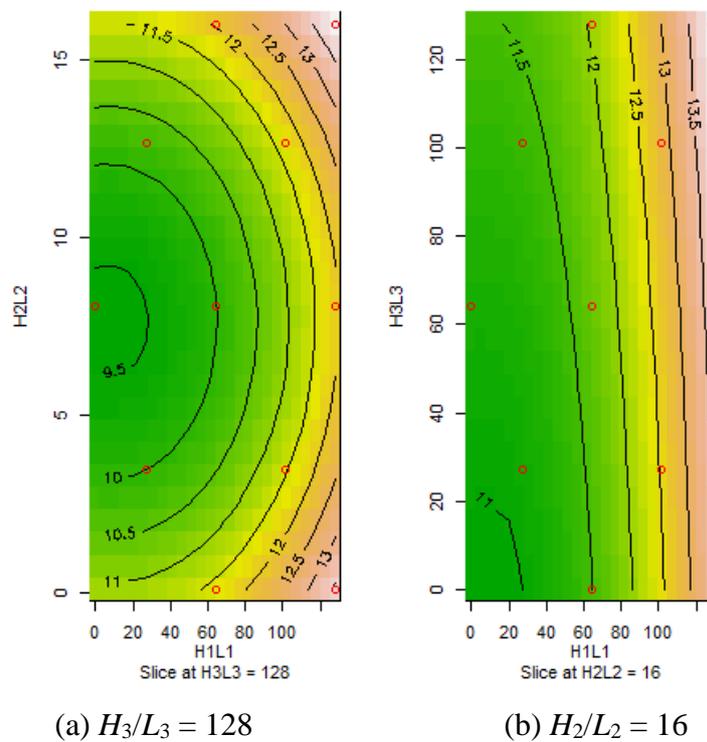
Fonte: Elaborada pela autora.

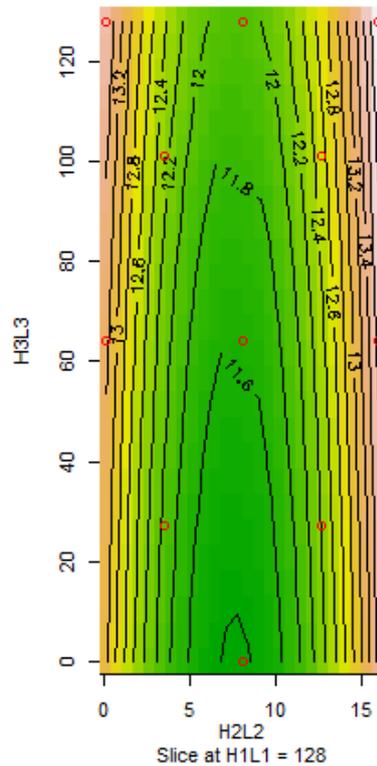
A Fig. 22 apresenta os contornos da superfície de resposta para o caso ótimo ($\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$), com razão fixa para melhor visualização. As linhas da projeção caracterizam a faixa de valores da variável dependente na região, enquanto as cores indicam a intensidade. Isso significa que se houver pouca variação de cores em uma direção específica, indica que a variável independente correspondente tem pouco impacto na variável dependente. Em contrapartida, uma grande variação de cores demonstra que a variável independente exerce uma influência significativa.

Na Fig. 22 (a), a razão H_3/L_3 é mantida fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 variam. Percebe-se que à medida que a razão H_1/L_1 aumenta o desempenho tende a melhorar, assim como para as razões H_2/L_2 maiores e menores. É importante notar que o contorno indica que

para a maior razão H_2/L_2 existe um máximo. A Fig. 22 (b), apresenta a razão H_2/L_2 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 variam. Pode-se observar que tanto as razões H_1/L_1 mais altas quanto as razões H_3/L_3 mais altas levam ao melhor desempenho. A Fig. 22 (c), mostra a razão H_1/L_1 fixa, enquanto as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 variam. Pode-se observar que o contorno indica que tanto para razões H_2/L_2 mais altas quanto mais baixas, o desempenho aumenta. Além disso, as razões H_3/L_3 mais altas apresentam melhor desempenho do sistema.

Figura 22 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,05$: (a) $H_3/L_3 = 128$; (b) $H_2/L_2 = 16$ e (c) $H_1/L_1 = 128$



(c) $H_1/L_1 = 128$

Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.2 Análise do $\phi_T = 0,1$ para $Pr = 6$, $Re_{A1/2} = 400$ e $Ri = 0,1$

Nessa seção também utilizou-se o método Design Construtal associado a Metodologia Superfície de Resposta. No entanto, realizou-se as simulações para a fração de área $\phi_T = 0,1$.

Os casos investigados para essa fração de área foram: i) $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,045$ e $\phi_3 = 0,045$; ii) $\phi_1 = 0,045$, $\phi_2 = 0,045$ e $\phi_3 = 0,01$; iii) $\phi_1 = 0,045$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,045$; iv) $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,08$; v) $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,08$ e $\phi_3 = 0,01$ e vi) $\phi_1 = 0,08$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,01$. As razões H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 variaram de 0,1 até 64.

A Tabela 7 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados. A Tabela 7 mostra que a fração de área de cada aleta tem forte influência no desempenho do sistema. Para $\phi_T = 0,1$, dois casos ($\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,045$, $\phi_3 = 0,045$ e $\phi_1 = 0,045$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,045$) foram melhores para todas as razões máximas; nestes casos, todas as aletas atingiram a altura máxima permitida. Esses casos tiveram o mesmo comportamento geral do $\phi_T = 0,05$. Os demais casos tiveram melhor desempenho quando a razão H_2/L_2 ou a razão H_3/L_3 foram mínimas ($= 0,1$) e as demais razões foram máximas. O caso ótimo ocorreu para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,08$ e $\phi_3 = 0,01$, quando $H_1/L_1 = 64$ (máximo), $H_2/L_2 = 0,1$

(mínimo) e a razão $H_3/L_3 = 38,44$ (intermediário). O melhor desempenho ocorreu quando o escoamento conseguiu fluir livremente entre as aletas e quando a terceira aleta teve menor interferência no escoamento devido a sua menor altura, e a maior fração de área da aleta 2. Comparando os melhores e piores resultados dentre os casos ótimos para $\phi_T = 0,1$, há um aumento de 24,72% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). Há um aumento significativo entre os casos analisados para $\phi_T = 0,1$, principalmente quando comparado a $\phi_T = 0,05$. Essa interferência é reduzida quando a terceira aleta está em uma razão intermediária H_3/L_3 e a aleta 2 tem pouca intrusão no domínio da cavidade.

Tabela 7 – Resultados do $\phi_T = 0,1$ e $Ri = 0,1$.

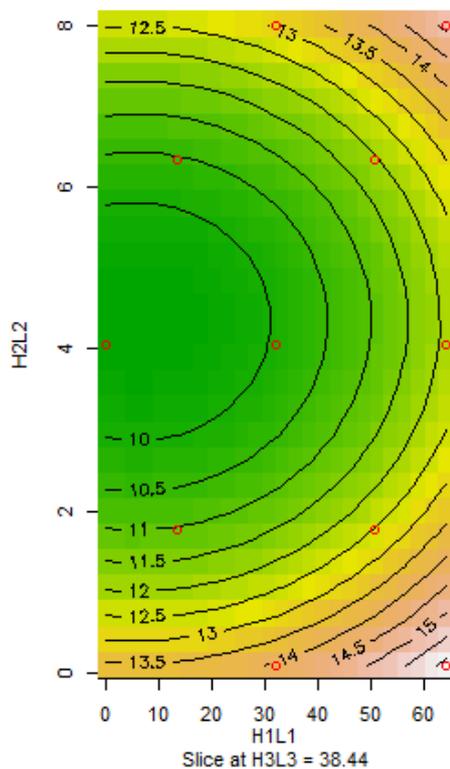
CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,1$						
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3
0,08	0,01	0,01	13,73	8	64	42,274
0,045	0,01	0,045	13,83	14	64	14
0,01	0,01	0,08	13,86	64	64	0,1
0,01	0,045	0,045	13,88	64	14	14
0,045	0,045	0,01	15,99	14	0,1	64
0,01	0,08	0,01	17,13	64	0,1	38,44

Fonte: Elaborada pela autora.

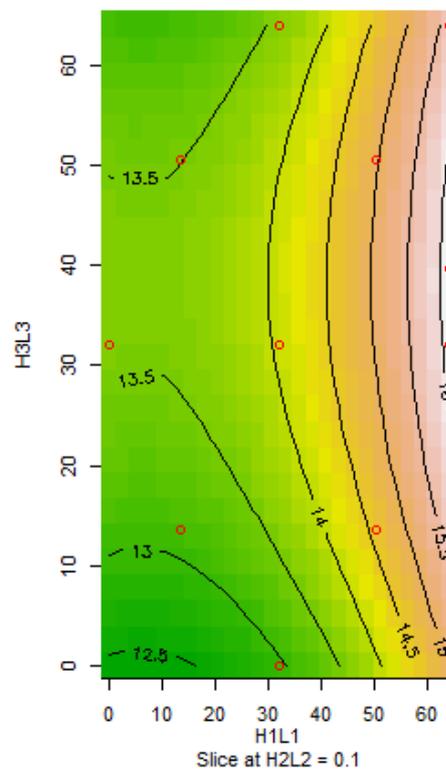
A Fig. 23 apresenta os contornos da superfície de resposta para o caso ótimo ($\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,08$ e $\phi_3 = 0,01$), com razão fixa para melhor visualização. Na Fig. 23 (a), a razão H_3/L_3 é mantida fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 variam. Pode-se observar que a razão H_1/L_1

máxima apresenta o caso ideal. No entanto, a razão H_2/L_2 tem duas razões ótimas, uma ótima local em $H_2/L_2 = 8$, e a ótima global quando $H_2/L_2 = 0,1$. A Fig. 23 (b), mostra a razão H_2/L_2 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 variam. Pode-se observar que as razões H_1/L_1 mais elevadas levam ao melhor desempenho, assim como as razões H_3/L_3 intermediárias entre 31 e 40. Um máximo local e global pode ser observado nesta região. A Fig. 23 (c) apresenta a razão H_1/L_1 fixa, enquanto as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 variam. Pode-se observar que o contorno indica que o melhor comportamento ocorre nas menores razões H_2/L_2 . Contudo, nas razões H_2/L_2 mais elevadas, o sistema apresenta um máximo local. Outra observação é que as razões intermediárias de H_3/L_3 apresentam melhor desempenho do sistema.

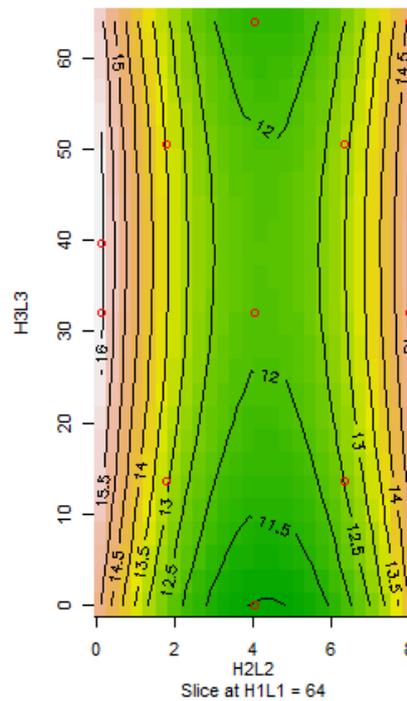
Figura 23 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,1$: (a) $H_3/L_3 = 38,44$; (b) $H_2/L_2 = 0,1$ e (c) $H_1/L_1 = 64$



(a) $H_3/L_3 = 38,44$



(b) $H_2/L_2 = 0,1$

(c) $H_1/L_1 = 64$

Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.3 Análise do $\phi_T = 0,2$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 0,1$

Nessa seção foi avaliado o $\phi_T = 0,2$, utilizando o método Design Construtal associado a Metodologia Superfície de Resposta.

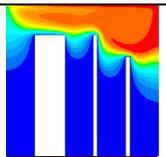
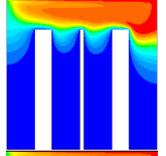
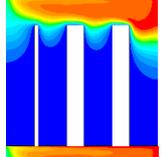
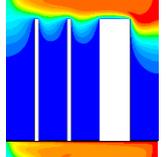
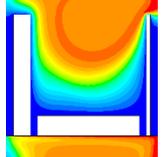
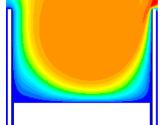
Os casos investigados nessa fração de área foram: i) $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,09$ e $\phi_3 = 0,09$; ii) $\phi_1 = 0,09$, $\phi_2 = 0,09$ e $\phi_3 = 0,02$; iii) $\phi_1 = 0,09$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,09$; iv) $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,16$; v) $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$ e $\phi_3 = 0,02$ e vi) $\phi_1 = 0,16$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,02$. As razões H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 variaram de 0,1 até 32.

A Tabela 8 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados. A Tabela 8 mostra que a fração de área de cada aleta tem forte influência no desempenho do sistema, devido à assimetria em cada caso. Para $\phi_T = 0,2$, três casos $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,09$, $\phi_3 = 0,09$; $\phi_1 = 0,09$, $\phi_2 = 0,02$, $\phi_3 = 0,09$ e $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,02$, $\phi_3 = 0,16$ foram melhores para todas as razões máximas, ou seja, os casos em que todas as aletas atingiram a altura máxima permitida. Esses casos tiveram o mesmo comportamento geral de $\phi_T = 0,05$ e 0,1. O caso ótimo ocorreu para $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$ e $\phi_3 = 0,02$, quando $H_1/L_1 = 32$ (máximo), $H_2/L_2 = 0,2$ (mínimo) e a razão $H_3/L_3 = 32$ (máximo). O melhor desempenho ocorre quando o escoamento pode fluir livremente entre as aletas, pois a aleta mais à direita se

comporta como uma parede e a partir daí o escoamento é livre dentro da cavidade. Além disso, a maior fração de área da aleta 2 permite que o escoamento flua livremente dentro da cavidade.

Comparando os melhores e piores resultados entre os casos ótimos para $\phi_T = 0,2$, há um aumento de 31,9% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'), também há um aumento significativo no desempenho do sistema quando comparado com $\phi_T = 0,05$ e 0,1. A comparação entre os casos ótimos indica que aletas maiores levam a um desempenho melhor, o que é esperado. Vale ressaltar que algumas configurações com aletas menores apresentam um desempenho superior aos piores casos com aletas maiores, destacando a importância do design nesse tipo de problema.

Tabela 8 – Resultados do $\phi_T = 0,2$ e $Ri = 0,1$.

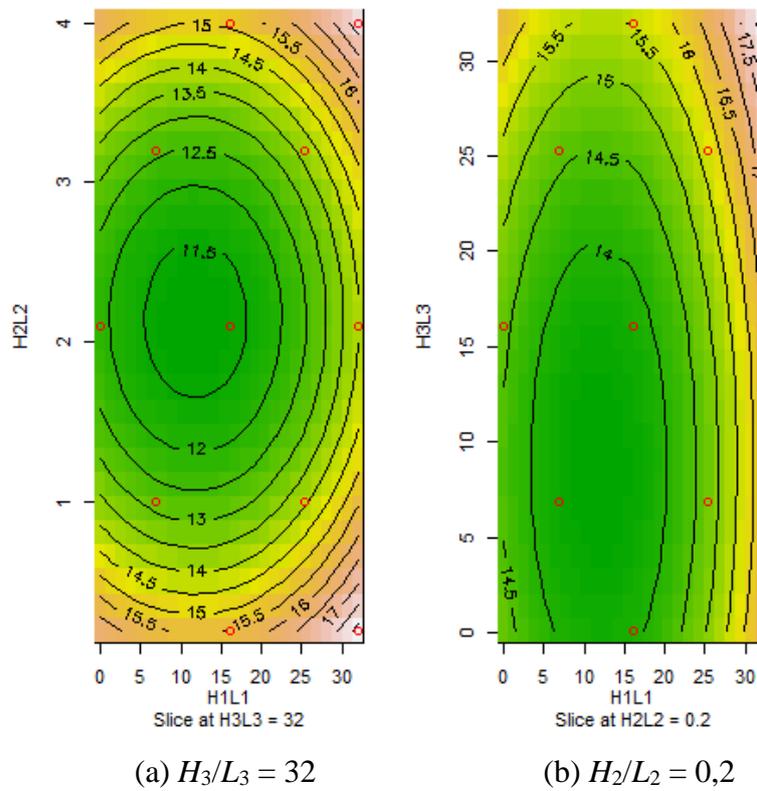
CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,2$							
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3	
0,16	0,02	0,02	14,85	4	32	27,792	
0,09	0,02	0,09	15,08	7,1	32	7,1	
0,02	0,09	0,09	15,14	32	7,1	7,1	
0,02	0,02	0,16	15,15	32	32	4	
0,09	0,09	0,02	16,48	7,1	0,2	32	
0,02	0,16	0,02	19,59	32	0,2	32	

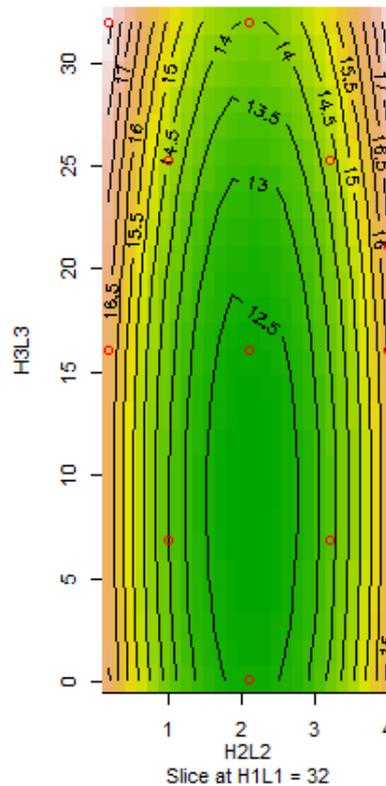
Fonte: Elaborada pela autora.

A Fig. 24 apresenta os contornos da superfície de resposta para o caso ótimo ($\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$ e $\phi_3 = 0,02$), com razão fixa para melhor visualização. Na Fig. 24 (a), a razão H_3/L_3 é

mantida fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 variam. Pode-se observar que a razão H_1/L_1 possui um máximo local e global na razão mais alta. A Fig. 24 (b), apresenta a razão H_2/L_2 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 variam. Pode-se observar que a maior razão H_1/L_1 e a maior razão H_3/L_3 levam ao melhor desempenho. A Fig. 24 (c), mostra a razão H_1/L_1 fixa, enquanto as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 variam. Percebe-se que a menor razão H_2/L_2 apresenta o máximo global. No entanto, as razões H_2/L_2 mais elevadas têm um máximo local.

Figura 24 – Contorno da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,2$: (a) $H_3/L_3 = 32$; (b) $H_2/L_2 = 0,2$ e (c) $H_1/L_1 = 32$



(c) $H_1/L_1 = 32$

Fonte: Elaborada pela autora.

Em suma, a fração total de área (ϕ_T) investigada variou de $\phi_T = 0,05, 0,1$ a $0,2$. Os resultados indicaram que a maior fração de área ($\phi_T = 0,2$) proporcionou o melhor desempenho, atribuído ao aumento da área de troca térmica fornecida pelas aletas. Além disso, observou-se que os melhores resultados foram obtidos quando a área da aleta do meio (ϕ_2) apresentou uma área de troca de calor maior em comparação com ϕ_1 e ϕ_3 . A recomendação geométrica mais favorável entre todas as simulações realizadas para esse caso foi $\phi_T = 0,2, \phi_1 = 0,02, \phi_2 = 0,16, \phi_3 = 0,02, H_1/L_1 = 32, H_2/L_2 = 0,2$ e $H_3/L_3 = 32$.

Dessa forma, os resultados deste trabalho são opostos ao trabalho de Razera *et al.* (2018), no qual observou-se uma tendência de os melhores resultados serem aqueles com valores de fração total de área menores para o sistema com a aleta semi-elíptica inserida na superfície inferior da cavidade. Esse resultado evidencia a necessidade de investigar geometrias distintas, já que os resultados do presente trabalho indicam que o aumento da fração total de área maior leva ao melhor desempenho, ou seja, a geometria da aleta influencia diretamente o desempenho do sistema.

4.3 EMPREGO DO DESIGN CONSTRUTAL ASSOCIADO A METODOLOGIA SUPERFÍCIE DE RESPOSTA PARA $Ri = 1$

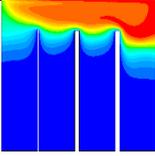
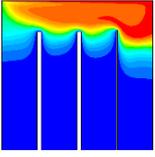
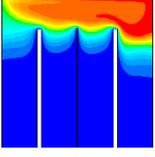
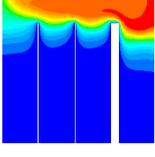
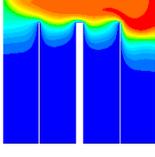
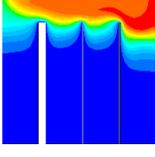
Nessa seção utilizou-se o Design Construtal associado ao RSM para investigar as mesmas configurações propostas anteriormente para $Ri = 0,1$, desta vez aplicadas ao $Ri = 1$, buscando observar as diferenças que a mudança de escoamento implica no sistema estudado. Essa seção visa atingir o seguinte objetivo específico: avaliar o efeito de diferentes frações de área total ($\phi_T = 0,05; 0,1$ e $0,2$) para diferentes razões de áreas das aletas, para $Ri = 1$, utilizando a Superfície de Resposta.

4.3.1 Análise do $\phi_T = 0,05$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 1$

Essa seção apresenta os resultados das simulações realizadas para $Ri = 1$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$ para $\phi_T = 0,05$. Para essa fração de área foram investigados 6 casos. São eles: $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,0225$ e $\phi_3 = 0,0225$; $\phi_1 = 0,0225$, $\phi_2 = 0,0225$ e $\phi_3 = 0,005$; $\phi_1 = 0,0225$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,0225$; $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,04$; $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$ e $\phi_1 = 0,04$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,005$.

A Tabela 9 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados para escoamento com $Ri = 1$. A Tabela 9 mostra que para todos os casos o melhor desempenho está nas maiores razões de todas as aletas (H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3), ou seja, quando ambas atingem a altura máxima permitida, equivalente a 80% da altura da cavidade. Este comportamento ocorre porque o escoamento fica restrito na parte superior da cavidade, agindo como uma parede, limitando o espaço de troca de calor.

Tabela 9 – Resultados do $\phi_T = 0,05$ e $Ri = 1$.

CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,05$							
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3	
0,005	0,0225	0,0225	12,58	128	28	28	
0,0225	0,0225	0,005	12,59	28	28	128	
0,0225	0,005	0,0225	12,50	28	128	28	
0,005	0,005	0,04	12,68	128	128	16	
0,005	0,04	0,005	12,72	128	16	128	
0,04	0,005	0,005	12,60	16	128	128	

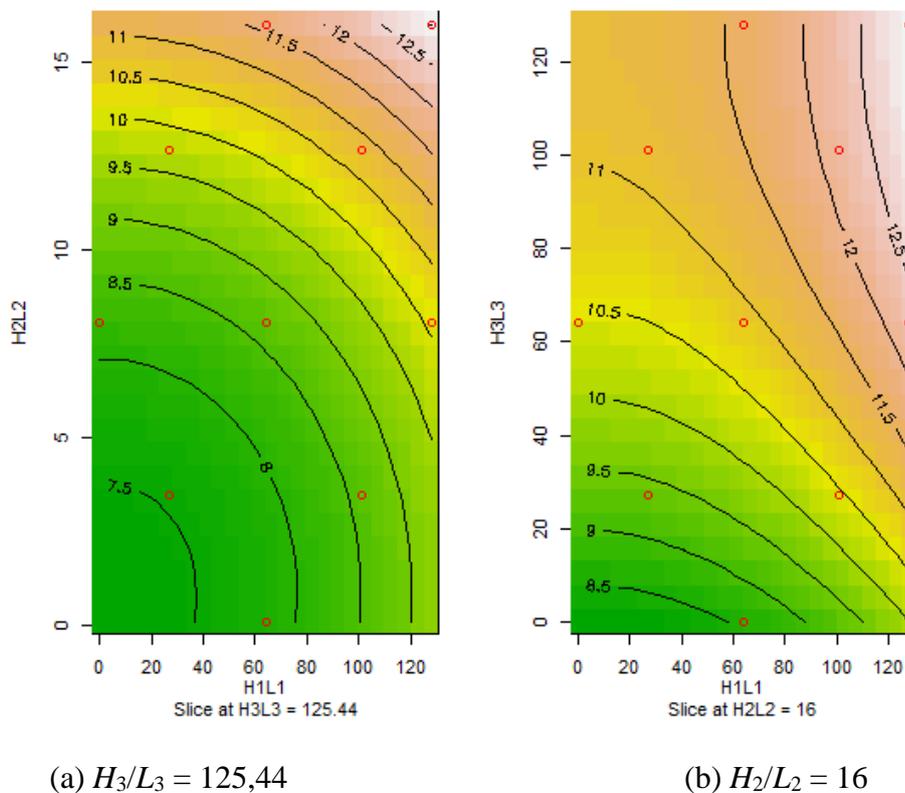
Fonte: Elaborada pela autora.

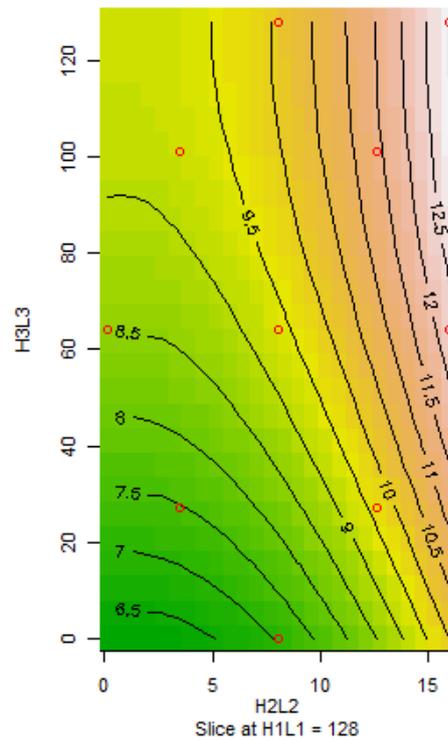
O caso ótimo ocorre quando $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$, $H_1/L_1 = 128$, $H_2/L_2 = 16$, $H_3/L_3 = 128$ e $\tilde{q}' = 12,72$. Comparando os melhores e piores resultados entre os casos ótimos para $\phi_T = 0,05$, há um aumento de 1,75% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). Pode-se observar que para $\phi_T = 0,05$ os casos ótimos não variam significativamente no desempenho do sistema. Indicando que a mudança proposta na fração de área das aletas, quase não causa alteração no sistema quando as aletas atingem a altura máxima permitida.

A Fig. 25 apresenta os contornos da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,05$ ($\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,005$), mantendo uma razão fixa e variando as demais para melhor visualização do comportamento do sistema.

A cor verde representa um valor mais próximo do mínimo e à medida que a cor fica mais avermelhada, significa que o valor está mais próximo do máximo. A Fig. 25 (a) apresenta a razão H_3/L_3 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 variam. Observa-se que à medida que as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 aumentam, o desempenho do sistema aumenta, ou seja, a cor fica mais avermelhada nas maiores razões. Na Fig. 25 (b) temos a razão H_2/L_2 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 variam. Observa-se que valores intermediários de H_3/L_3 levam a um aumento significativo do desempenho do sistema, indicado pela cor mais avermelhada. Também é possível notar que a razão H_1/L_1 não exerce tanta influência para baixas razões de H_3/L_3 , quando H_2/L_2 é mantido fixo. A Fig. 25 (c) mostra a razão H_1/L_1 fixa, enquanto as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 variam. Nota-se que à medida que a razão H_2/L_2 começa a aumentar, o desempenho do sistema começa a melhorar. Assim, como observa-se que a razão H_3/L_3 exerce uma forte influência no sistema, já que conforme ela aumenta o desempenho do sistema tende a convergir para um ponto ótimo.

Figura 25 – Contornos da superfície de resposta para $\phi_T = 0,05$: (a) $H_3/L_3 = 125,44$; (b) $H_2/L_2 = 16$ e (c) $H_1/L_1 = 128$



(c) $H_1/L_1 = 128$

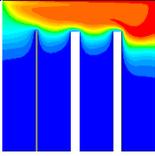
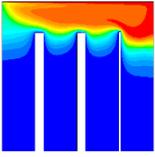
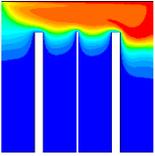
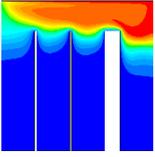
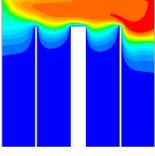
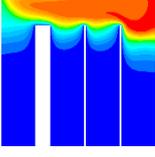
Fonte: Elaborada pela autora.

4.3.2 Análise do $\phi_T = 0,1$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 1$

Essa seção apresenta os resultados das simulações realizadas para $\phi_T = 0,1$, $Ri = 1$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$. Seis configurações foram investigadas nessa fração de área. São elas: $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,045$ e $\phi_3 = 0,045$; $\phi_1 = 0,045$, $\phi_2 = 0,045$ e $\phi_3 = 0,01$; $\phi_1 = 0,045$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,045$; $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,08$; $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,08$ e $\phi_3 = 0,01$ e $\phi_1 = 0,08$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,01$.

A Tabela 10 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados. A Tabela 10 mostra que a fração de área de cada aleta não possui grande influência no desempenho do sistema, desde que possuam a maior altura máxima permitida. Nesse sentido, observa-se que todos os casos obedeceram ao mesmo comportamento do $\phi_T = 0,05$.

Tabela 10 – Resultados do $\phi_T = 0,1$ e $Ri = 1$.

CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,1$							
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3	
0,01	0,045	0,045	13,35	64	14	14	
0,045	0,045	0,01	13,27	14	14	64	
0,045	0,01	0,045	13,25	14	64	14	
0,01	0,01	0,08	13,51	64	64	8	
0,01	0,08	0,01	13,47	64	8	64	
0,08	0,01	0,01	13,28	8	64	64	

Fonte: Elaborada pela autora.

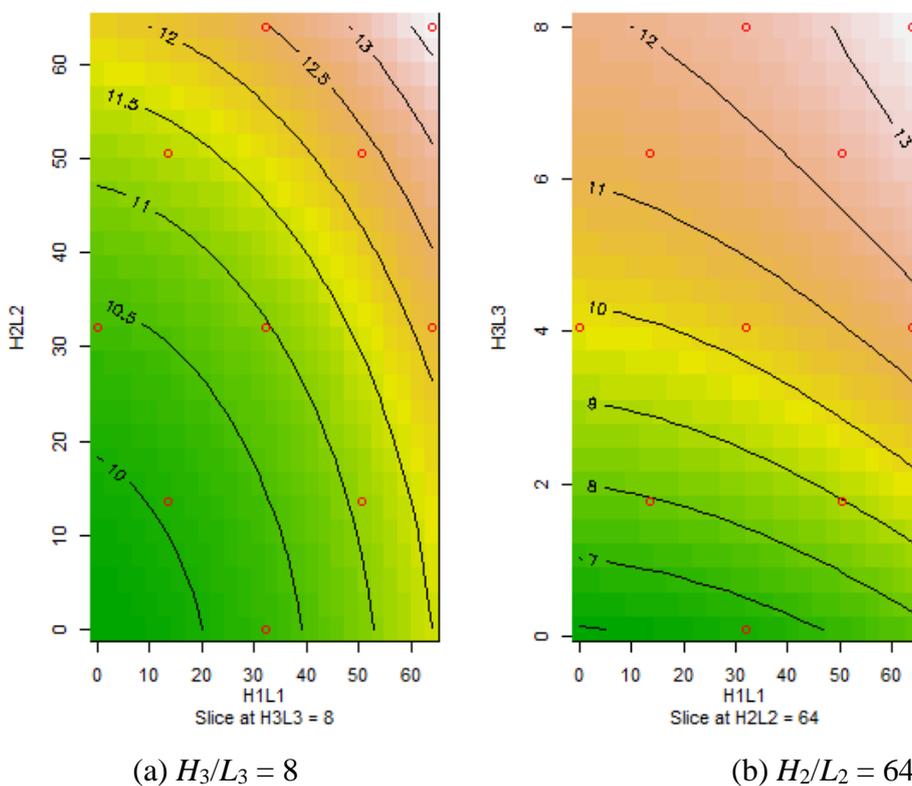
O melhor desempenho para $\phi_T = 0,1$ ocorreu quando $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$, $\phi_3 = 0,08$, $H_1/L_1 = 64$, $H_2/L_2 = 64$, $H_3/L_3 = 8$ e $\tilde{q}' = 13,51$. Comparando os melhores e piores resultados dentre os casos ótimos para $\phi_T = 0,1$, há um aumento de 1,96% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). Assim como para $\phi_T = 0,05$, não há um aumento significativo entre os casos analisados para $\phi_T = 0,1$.

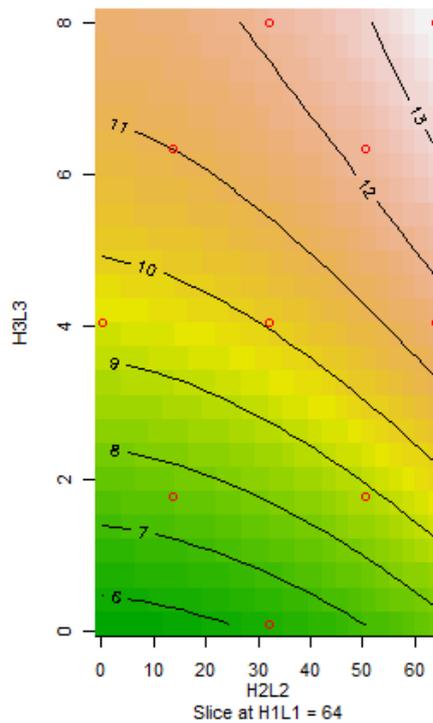
A Fig. 26 a apresenta os contornos da superfície de resposta para o caso ótimo de $\phi_T = 0,1$ ($\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,08$, $H_1/L_1 = 64$, $H_2/L_2 = 64$, $H_3/L_3 = 8$), mantendo uma razão fixa e variando as demais para melhor visualização do comportamento do sistema.

A Fig. 26 (a) apresenta a razão H_3/L_3 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 variam. Nota-se que à medida que as razões H_1/L_1 e H_2/L_2 aumentam, o desempenho do sistema aumenta. Observa-se que esse contorno da superfície de resposta não apresenta máximos locais.

Na Fig. 26 (b) temos a razão H_2/L_2 fixa, enquanto as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 variam. O contorno indica que maiores valores de H_3/L_3 levam a um aumento significativo do desempenho do sistema. Nota-se que a razão H_1/L_1 não exerce tanta influência para baixas razões de H_3/L_3 , quando H_2/L_2 é mantido fixo. A Fig. 26 (c) mostra a razão H_1/L_1 fixa, enquanto as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 variam. Observa-se que à medida que as razões H_2/L_2 e H_3/L_3 começam a aumentar, o desempenho do sistema começa a melhorar.

Figura 26 – Contornos da superfície de resposta para $\phi_T = 0,1$: (a) $H_3/L_3 = 8$; (b) $H_2/L_2 = 64$ e
(c) $H_1/L_1 = 64$



(c) $H_1/L_1 = 64$

Fonte: Elaborada pela autora.

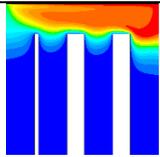
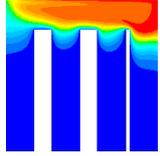
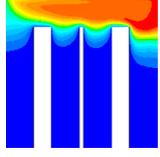
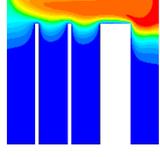
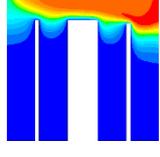
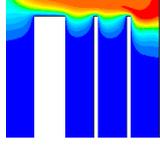
4.3.3 Análise do $\phi_T = 0,2$ para $Pr = 6$, $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Ri = 1$

Essa seção apresenta os resultados das simulações para $\phi_T = 0,2$, novamente utilizando a RSM, visando identificar qual geometria leva ao melhor desempenho. Os casos investigados nessa fração de área foram: $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,09$ e $\phi_3 = 0,09$; $\phi_1 = 0,09$, $\phi_2 = 0,09$ e $\phi_3 = 0,02$; $\phi_1 = 0,09$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,09$; $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,16$; $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$ e $\phi_3 = 0,02$ e $\phi_1 = 0,16$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,02$.

A Tabela 11 apresenta o melhor resultado para a taxa de transferência de calor (\tilde{q}') para cada um dos seis casos investigados. É possível observar que a fração de área de cada aleta tem forte influência no desempenho do sistema, devido à assimetria em cada caso, pois os melhores resultados ocorrem quando uma das aletas possui maior largura. O caso ótimo ocorreu para $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$ e $\phi_3 = 0,08$, quando $H_1/L_1 = 64$, $H_2/L_2 = 64$, $H_3/L_3 = 8$, $\tilde{q}' = 13,5164$. O melhor caso para $\phi_T = 0,2$ ocorre quando $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,01$, $\phi_3 = 0,08$, assim como para $\phi_T = 0,05$ e $0,1$ o melhor desempenho ocorreu quando todas as razões foram máximas, ou seja, os casos em que todas as aletas atingiram 80% da altura da cavidade.

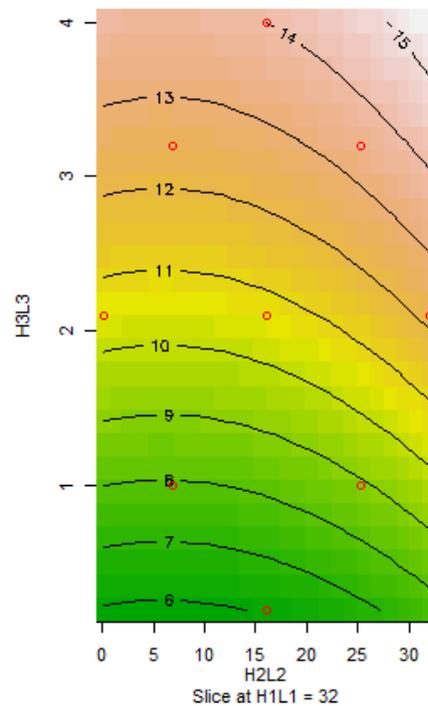
Comparando os melhores e piores resultados entre os casos ótimos para $\phi_T = 0,2$, há um aumento de 1,92% na taxa de transferência de calor (\tilde{q}'). Observa-se que o aumento ϕ_T melhora o desempenho do sistema quando comparado com $\phi_T = 0,05$ e 0,1.

Tabela 11 – Resultados do $\phi_T = 0,2$ e $Ri = 1$.

CASOS ÓTIMOS PARA $\phi_T = 0,2$							
ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	\tilde{q}'	H_1/L_1	H_2/L_2	H_3/L_3	
0,02	0,09	0,09	14,74	32	7,1	7,1	
0,09	0,09	0,02	14,57	7,1	7,1	32	
0,09	0,02	0,09	14,64	7,1	32	7,1	
0,02	0,02	0,16	14,75	32	32	4	
0,02	0,16	0,02	14,48	32	4	26,89	
0,16	0,02	0,02	14,47	4	32	32	

Fonte: Elaborada pela autora.

O melhor caso entre todos analisados foi para o $\phi_T = 0,2$, notou-se que à medida que o ϕ_T aumentou, o valor da taxa adimensional teve um aumento no desempenho. Observou-se que a melhor geometria para todas as frações de área investigadas foi para as maiores razões de H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 . Nota-se que o aumento da largura da aleta 3 (mais a direita) leva ao melhor

(c) $H_1/L_1 = 32$

Fonte: Elaborada pela autora.

4.4 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RICHARDSON

Nessa seção foi investigada a influência do número de Richardson no sistema. Dessa forma, essa seção visa atingir o seguinte objetivo específico: comparar o desempenho do sistema para diferentes Ri .

4.4.1 Avaliação do número de Richardson para as melhores configurações com $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$ e $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$

A Fig. 28 apresenta o comportamento da variação do número de Richardson para a melhor geometria encontrada para cada caso analisado na faixa de busca investigada, relativa às seções 4.1.1 e 4.1.2.

Foram investigados os Ri iguais a 0,1, 1, 2, 5 e 10, mantendo o número de Reynolds constante e igual a 400.

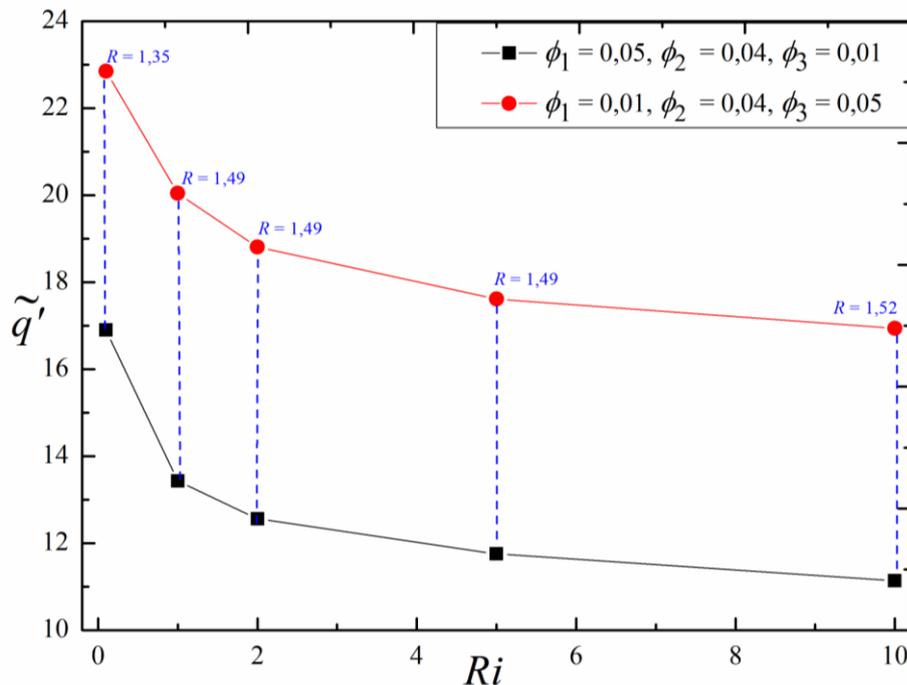
Para o caso $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,05$, o melhor desempenho acontece com $Ri = 0,1$ e $\tilde{q}'_m = 22,84$ e o pior desempenho acontece quando $Ri = 10$ e $\tilde{q}' = 16,93$. A variação do Ri permitiu uma diferença de aproximadamente 35% no desempenho do sistema.

Para o caso $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$ e $\phi_3 = 0,01$, o melhor desempenho foi para $Ri = 0,1$ e $\tilde{q}'_m = 16,90$ e o pior desempenho quando $Ri = 10$ e $\tilde{q}' = 11,14$. A variação do Ri permitiu uma diferença de aproximadamente 52% no desempenho do sistema.

Observa-se que à medida que o Ri aumenta, em ambos os casos investigados a taxa de transferência de calor diminui. Dessa forma, independente das frações de área investigadas, nota-se a tendência de melhor desempenho para os menores números de Richardson, devido a maior contribuição da convecção natural. No estudo de Selimefendigil et al. (2016), os resultados mostraram que o indicador de desempenho, número de Nusselt, diminuiu 80,14% quando Ri aumentou de 0,01 para 100. Dessa forma, corroborando com o que foi encontrado no presente estudo, ou seja, maiores valores de Ri prejudicam o desempenho térmico.

Percebe-se também, que a proporção de área disponível em cada aleta causa uma variação significativa no desempenho do sistema, pois para o ϕ_1 maior, temos um melhor desempenho quando comparado ao ϕ_1 menor.

Figura 28 – Avaliação do efeito do Ri para o melhor caso de cada configuração para $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$.



Fonte: Elaborada pela autora.

Na Fig. 28 também é apresentada a razão (R) entre o desempenho térmico entre as duas configurações investigadas para as diferentes geometrias. Observa-se que para o menor valor

de Ri , obtém-se a menor razão. À medida que o Ri aumenta, ou seja, a partir de $Ri = 1$, há uma tendência dessa razão se estabilizar no valor de 1,49.

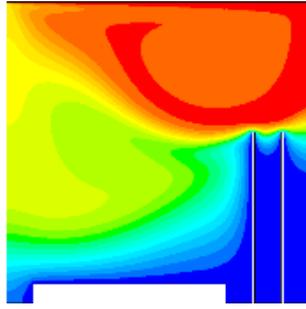
4.4.2 Análise do número de Richardson igual a 0,1 e 1

Aqui são apresentados os piores e melhores resultados para os Ri igual a 0,1 e 1, abordados nas seções 4.2 e 4.3. Conforme discutido anteriormente (seção 4.4.1), há pouca variação na razão (R) de desempenho térmico para valores maiores de Ri . Além disso, maiores Ri implicam em menor desempenho térmico. Dessa forma, a comparação nessa seção será limitada a apenas dois valores de Ri .

A Fig. 29 apresenta os campos de temperatura do pior e do melhor caso para $Ri = 0,1$, respectivamente. O pior caso ocorre quando $\phi_T = 0,05$, $\phi_1 = 0,04$, $\phi_2 = 0,005$ e $\phi_3 = 0,005$, $H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 64,05$, $H_3/L_3 = 64,05$, representado na Fig. 29 (a). Observa-se na Fig. 29 (a) que a razão H_2/L_2 intermediária prejudica o escoamento, uma vez que impede ele de circular livremente pela cavidade, restringindo-o e assim dificultando a troca térmica. O vórtice principal se desloca da direita para o centro da cavidade essa condição ocorre, pois o escoamento é gerado pela superfície superior deslizante. Sendo assim, nota-se que o vórtice principal fica suprimido na parte superior e direita da cavidade, o que ocasiona uma redução na troca térmica na região das aletas.

O melhor caso apresentado na Fig. 29 (b) ocorre quando $\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$ e $\phi_3 = 0,02$, $H_1/L_1 = 32$, $H_2/L_2 = 0,2$, $H_3/L_3 = 32$. Nota-se que as razões H_1/L_1 e H_3/L_3 máximas, que representa a aleta mais esquerda e a aleta direita, respectivamente se comportam como uma parede. Como o escoamento se desloca da direita para o centro. Essa condição faz com que após passar pela aleta 3, devido a baixa razão de H_2/L_2 o escoamento escoar livremente pela cavidade até encontrar a aleta esquerda que também se comporta como uma parede. Comparando o melhor e o pior caso para $Ri = 0,1$ tem-se um aumento de aproximadamente 134,54% que equivale a 2,34 vezes. Os resultados da Fig. 29 mostram que a geometria da aleta afeta consideravelmente o desempenho térmico do sistema, estando de acordo com a mesma tendência já observada por outros autores (LORENZINI *et al.*, 2016; CONG *et al.*, 2016; ZHAO *et al.*, 2018), ou seja, a relação altura/comprimento da aleta impacta no resultado.

Figura 29 – Campos de temperaturas para $Ri = 0,1$: (a) pior caso; (b) melhor caso.



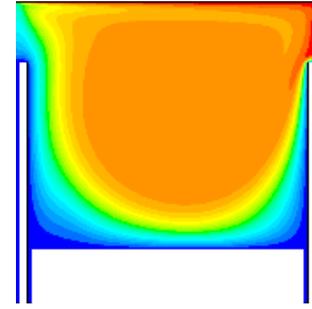
$$Ri = 0,1, \phi_T = 0,05$$

$$\phi_1 = 0,04; \phi_2 = 0,005; \phi_3 = 0,005;$$

$$H_1/L_1 = 0,1; H_2/L_2 = 64,05; H_3/L_3 = 64,05$$

$$\tilde{q}' = 8,35$$

(a)



$$Ri = 0,1, \phi_T = 0,2$$

$$\phi_1 = 0,02; \phi_2 = 0,16; \phi_3 = 0,02;$$

$$H_1/L_1 = 32; H_2/L_2 = 0,2; H_3/L_3 = 32$$

$$\tilde{q}' = 19,59$$

(b)

Fonte: Elaborada pela autora.

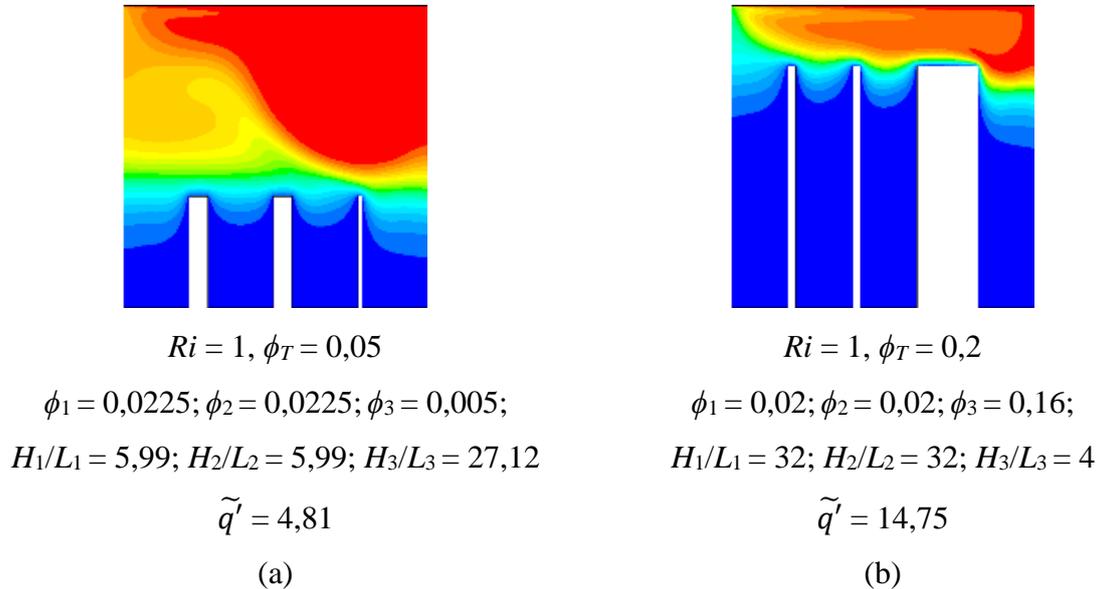
A Fig. 30 apresenta os campos de temperatura do pior e do melhor caso para $Ri = 1$, respectivamente. O pior caso ocorre quando $\phi_T = 0,05$, $\phi_1 = 0,0225$, $\phi_2 = 0,0225$ e $\phi_3 = 0,005$, $H_1/L_1 = 5,99$, $H_2/L_2 = 5,99$, $H_3/L_3 = 27,12$, representado na Fig. 30 (a). Observa-se que todas as razões são intermediárias o que prejudica o escoamento, já que o deslocamento devido a superfície superior não consegue vencer o empuxo e o vórtice principal fica restrito na parte superior da cavidade.

O melhor caso apresentado na Fig. 30 (b) ocorre quando $\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,02$ e $\phi_3 = 0,16$, $H_1/L_1 = 32$, $H_2/L_2 = 32$, $H_3/L_3 = 4$. Nota-se que as razões H_1/L_1 , H_2/L_2 e H_3/L_3 são máximas, ou seja, as aletas tendem a manter o escoamento na porção mais superior da cavidade, pois o mesmo não consegue escoar livremente ficando suprimido na parte superior da cavidade e aumento a área de troca térmica. Esse resultado está de acordo com Hatami (2017) que mostrou um aumento no desempenho térmico à medida que a altura das aletas aumentou.

O vórtice fica restrito na parte superior da cavidade devido a estratificação estável imposta no problema. Observa-se que aumento do número de Richardson mantendo o número de Reynolds constante, ou seja, igual a 400, desloca a circulação do escoamento para o canto superior direito da cavidade. Esse comportamento evidencia o aumento da convecção natural quando comparado com $Ri = 0,1$. O deslocamento imposto relativo à superfície superior não consegue superar o empuxo, o que tende a estagnar o escoamento. Além disso, percebe-se a maior parcela de condução na parte inferior da cavidade, tanto no pior quanto no melhor caso.

Comparando o melhor e o pior caso para $Ri = 1$ tem-se um aumento de aproximadamente 206,57%, que equivale a mais de 3 vezes.

Figura 30 – Campos de temperaturas para $Ri = 1$: (a) pior caso; (b) melhor caso.



Fonte: Elaborada pela autora.

Para o número de Richardson igual a 1, o aumento do número de Grashof considerando o número de Reynolds constante implica na diminuição da taxa de transferência de calor. Essa redução no desempenho se deve a coexistência entre a convecção natural e forçada serem similares e apresentarem um aspecto competitivo na transferência de calor. Lembrando que a convecção forçada se dá quando a superfície deslizante tenta movimentar o fluido aquecido em direção ao fundo da cavidade e a convecção natural tende a mover o fluido aquecido de volta para as proximidades da superfície superior. Sendo assim, o aumento do Ri favorece as forças de empuxo, já que ele tende a estagnar o escoamento aumentando a parcela de condução.

4.4.2 Casos ótimos entre os ϕ_T igual 0,05, 0,1 e 0,2 para $Ri = 0,1$ utilizando a RSM

Conforme observado na seção anterior (4.1.2), os resultados corroboram para a tendência dos melhores resultados para Ri igual a 0,1. Sendo assim, nessa seção serão apresentados os casos ótimos referentes ao melhor Ri investigado.

A Fig. 31 mostra os campos de temperatura e os vetores de velocidade para os casos ótimos para $\phi_T = 0,05, 0,1$ e $0,2$, com suas respectivas geometrias. Pode-se observar que todos têm uma configuração semelhante. Devido ao baixo número de Richardson (Ri), a convecção

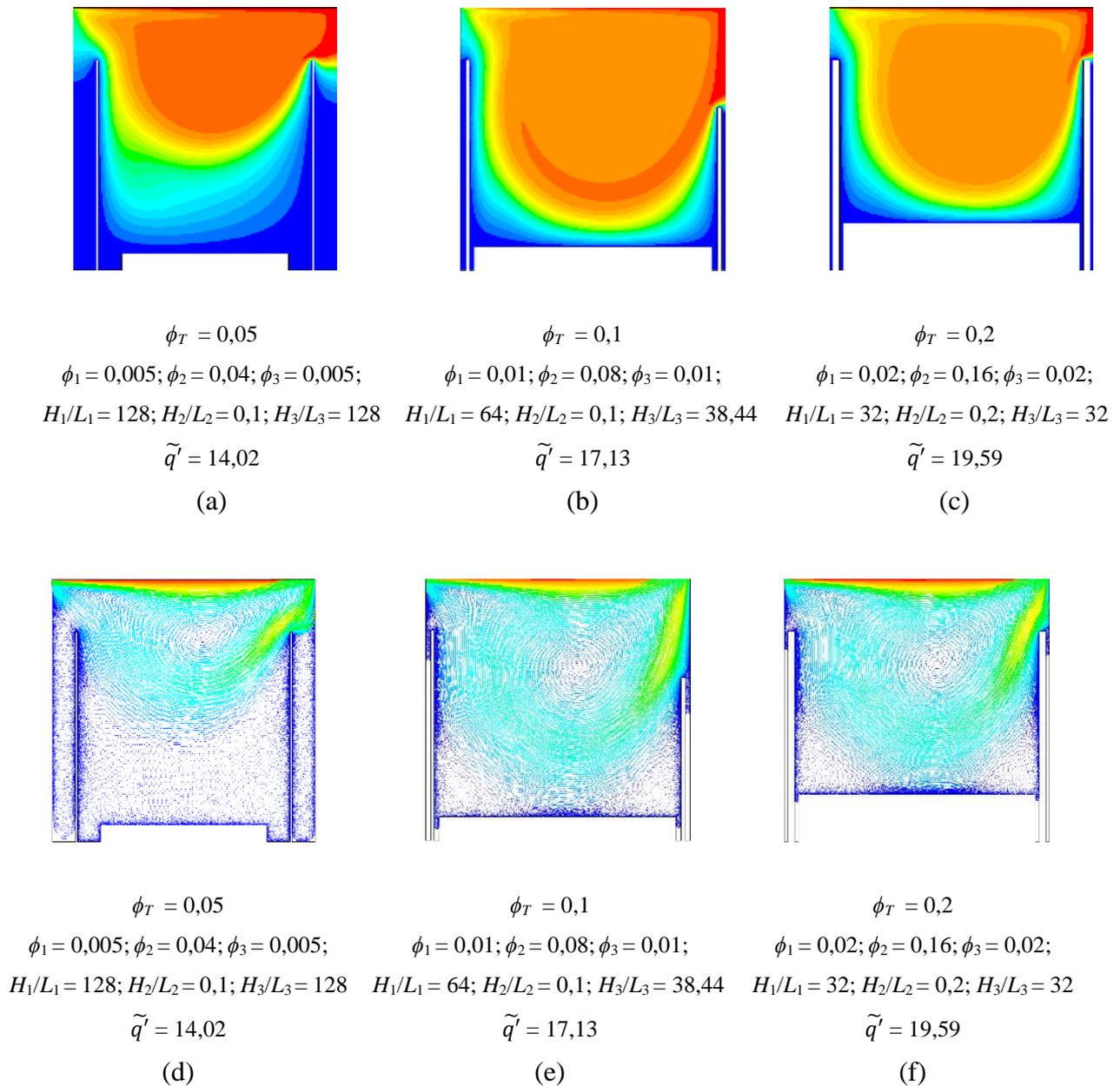
forçada é dominante. O melhor caso dentre os analisados foi para $\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0.16$, $\phi_3 = 0.02$, $H_1/L_1 = 32$, $H_2/L_2 = 0,2$ e $H_3/L_3 = 32$. Pode-se notar que à medida que ϕ_T aumenta, o valor da taxa adimensional também aumenta. Também observa-se que a melhor geometria para todas as frações de área investigadas foi para a menor razão H_2/L_2 e as maiores razões H_1/L_1 e H_3/L_3 . Além disso, o ótimo para cada ϕ_T ocorre quando ϕ_2 tem uma fração de área maior, permitindo que o escoamento seja livre para entrar na cavidade. Entre os casos ótimos, comparando os melhores e piores resultados, há um aumento de 39,7% no desempenho do sistema.

Na Fig. 31 (a-c), pode-se observar a formação de um vórtice primário na região superior da cavidade devido à predominância da convecção forçada. Enquanto isso, nas regiões laterais, assim como na região inferior da cavidade, há a predominância da condução.

Os gradientes de cor [Fig. 31 (a-c)] sugerem uma distribuição de calor uniforme, devido às forças de empuxo. No entanto, na Fig. 31 (a) é observado que a diferença de cor é mais intensa na região central, assim como na parte superior direita em comparação com a Fig. 31 (c), resultando em um desempenho 40% menor.

Os melhores resultados ocorrem quando há uma razão menor de H_2/L_2 e razões maiores de H_3/L_3 . Em todos os casos, é observada uma leve estagnação do fluido frio na região inferior da cavidade e nas regiões laterais. Esse padrão de comportamento é devido à maneira como o escoamento se move, ou seja, da direita para a esquerda. Devido à altura elevada da aleta 3 (mais à direita), ela atua como uma parede, restringindo o escoamento na região superior da cavidade. Essa restrição permite que o escoamento tenha uma maior área de troca térmica, como pode ser visto nos vetores de velocidade na Fig. 31 (d-f) na parte superior direita. Na Fig. 31 (d), o vórtice é restrito à porção mais superior da cavidade. Por outro lado, na Fig. 31 (e-f), o vórtice ocupa uma área maior dentro da cavidade, mostrando um aumento no processo de convecção em comparação com Fig. 31 (d). Esse comportamento é influenciado pela geometria das aletas que são afetadas pela diferença de densidade devido aos gradientes de temperatura e pela velocidade das partículas do fluido.

Figura 31 – Campos de temperatura e vetores de velocidade dos casos ótimos para $Ri = 0,1$,
 $Re_{A^{1/2}} = 400$ e $Pr = 6$.



Fonte: Elaborada pela autora.

Ao empregar o método de Design Construtal em conjunto com o RSM, obteve-se um aumento de 134% no desempenho da transferência de calor entre as melhores ($\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$; $\phi_2 = 0,16$; $\phi_3 = 0,02$; $H_1/L_1 = 32$; $H_2/L_2 = 0,2$; $H_3/L_3 = 32$) e piores ($\phi_T = 0,05$, $\phi_1 = 0,04$; $\phi_2 = 0,005$; $\phi_3 = 0,005$; $H_1/L_1 = 0,1$; $H_2/L_2 = 64,05$; $H_3/L_3 = 64,05$) geometrias.

Pesquisas anteriores demonstraram o impacto significativo das configurações assimétricas das aletas no desempenho térmico. Em um estudo de Razera *et al.* (2019), as configurações ótimas de aletas elípticas foram de 50 a 97% superiores em comparação com as

piores configurações. Rodrigues *et al.* (2020) analisaram duas aletas retangulares e mostraram que a melhor configuração assimétrica resultou em uma taxa de transferência de calor adimensional quase 120% maior do que a pior.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho consistiu na avaliação geométrica para obtenção do melhor desempenho térmico de uma cavidade com 3 aletas inseridas na cavidade e submetidas à convecção mista, através da aplicação do Design Construtal. O problema foi avaliado numericamente usando o software FLUENT, baseado no Método dos Volumes Finitos. Para alcançar este objetivo, os estudos foram conduzidos em etapas distintas.

Na primeira etapa, investigou-se a transferência de calor entre três aletas na superfície inferior de uma cavidade dirigida visando melhorar a transferência de calor e compreender o comportamento dos parâmetros geométricos no desempenho térmico do sistema. O método Design Construtal associado a uma varredura de um espaço de busca foi empregado para avaliar e identificar a geometria que conduz ao melhor desempenho, ou seja, a melhor taxa de transferência de calor adimensional. O modelo numérico consistiu em um modelo bidimensional, laminar, incompressível e regime permanente, com estratificação estável. Para todas as simulações, desta etapa, o número de Richardson foi mantido constante e igual a 0,1, assim como o número de Reynolds igual a 400 e o número de Prandtl igual a 6.

Duas configurações utilizando três aletas foram investigadas quanto à fração de área das aletas (configuração 1: $\phi_1 = 0,01$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,05$; configuração 2: $\phi_1 = 0,05$, $\phi_2 = 0,04$, $\phi_3 = 0,01$). Para a configuração 1, o caso que leva ao melhor desempenho ($H_1/L_1 = 0,1$, $(H_2/L_2)_o = 0,5$ e $(H_3/L_3)_{oo} = 19$, $\tilde{q}'_{mm} = 22,84$) resultou em um aumento de 171% no desempenho em comparação com o pior caso ($H_1/L_1 = 0,1$, $H_2/L_2 = 0,5$ e $H_3/L_3 = 5,0$, $\tilde{q}' = 8,24$). Os resultados indicaram que cavidades assimétricas contribuem para o melhor desempenho. Além disso, a maior intrusão da aleta não necessariamente melhorou o desempenho térmico e foi observado que à medida que o Ri aumenta a taxa de transferência de calor diminui, independente da fração de área investigada.

Na segunda etapa, a investigação geométrica das aletas foi analisada utilizando o Design Construtal associado a Superfície de Resposta, mantendo as condições de convecção mista, escoamento laminar e incompressível, para o mesmo $Ri = 0,1$.

Os resultados indicaram que a maior fração de área ($\phi_T = 0,2$) resultou no melhor desempenho, devido à maior área de troca de térmica nas aletas, sendo um comportamento esperado. O melhor resultado entre todas as simulações realizadas foi $\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,16$, $\phi_3 = 0,02$, $H_1/L_1 = 32$, $H_2/L_2 = 0,2$ e $H_3/L_3 = 32$, $\tilde{q}' = 19,59$.

Os melhores resultados ocorreram quando ϕ_2 tem a maior área de troca de calor em comparação com ϕ_1 e ϕ_3 . Além disso, ϕ_2 apresenta o melhor desempenho quando a razão H_2/L_2 é a mais baixa possível. Esses maiores tamanhos de aletas perto das extremidades da cavidade implicam que elas se comportem como uma parede, ou seja, o escoamento começa a trocar calor após passar por elas. A aleta do meio permite que o escoamento flua livremente dentro da cavidade, facilitando a troca de calor. Vale destacar que, para $\phi_T = 0,1$, o melhor desempenho é alcançado com uma distribuição assimétrica das aletas.

Na última etapa, utilizou-se o Design Construtal associado ao RSM para investigar as mesmas configurações propostas na segunda etapa, desta vez aplicadas ao $Ri = 1$, buscando observar as diferenças que as mudanças de escoamento implicam no sistema estudado.

Os resultados também indicaram que a maior fração de área ($\phi_T = 0,2$) resultou na melhor performance. O melhor resultado entre todas as simulações realizadas foi $\phi_T = 0,2$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,02$, $\phi_3 = 0,16$, $H_1/L_1 = 32$, $H_2/L_2 = 32$ e $H_3/L_3 = 4$, $\tilde{q}' = 14,75$. Dessa forma, foi observado que o melhor desempenho térmico para $Ri = 0,1$ foi 32% superior quando comparado com $Ri = 1$. Isso pode ser explicado pela predominância da convecção forçada em valores menores de Ri , promovendo uma melhor circulação do escoamento e, conseqüentemente, um desempenho térmico superior. Para $Ri = 1$, a convecção natural se torna mais evidente, limitando o movimento e reduzindo a eficiência na troca térmica, restringindo a circulação do escoamento.

De modo geral, é possível concluir que a inserção de uma terceira aleta próxima à superfície direta da cavidade beneficia o desempenho do sistema. Essas diferenças no comportamento destacam a importância da avaliação geométrica e do emprego do Design Construtal. Outro aspecto importante desse estudo foi o menor número de simulações necessárias devido ao auxílio da Metodologia de Superfície de Resposta. Na primeira etapa do trabalho utilizando a varredura de um espaço de busca realizou-se 140 simulações para avaliar o comportamento das três aletas, mantendo a razão H_1/L_1 fixa, em duas configurações propostas para $\phi_T = 0,1$. A metodologia Superfície de Resposta permitiu reduzir o número de simulações consideravelmente já que para os 6 casos analisados para cada ϕ_T variando todas as aletas, foram realizadas 90 simulações para cada ϕ_T (totalizando 270 simulações).

6 PROPOSTA DE CONTINUIDADE

Como proposta de continuidade deste trabalho, sugere-se avaliar diferentes números de Reynolds para explorar a interação entre as diversas escalas do fluido de escoamentos turbulentos, dada sua relevância em aplicações de trocadores de calor. Também sugere-se investigar menores números de Richardson, uma vez que isso implica em melhores desempenhos térmicos. Outro ponto a ser analisado é o efeito da posição das aletas inseridas na superfície inferior, bem como, o efeito da posição das aletas inseridas nas superfícies laterais esquerda, direita e inferior. Por fim, recomenda-se a avaliação da influência de nanofluidos em sistemas com três aletas em virtude da potencial melhora na eficiência térmica, já que esses fluidos apresentam propriedades de condução de calor superiores às de fluidos convencionais, podendo otimizar o desempenho térmico.

REFERÊNCIAS

- ACHARYA, N. Effects of different thermal modes of obstacles on the natural convective Al_2O_3 -water nanofluidic transport inside a triangular cavity. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 236, n. 10, p. 5282-5299, 2022. doi:10.1177/09544062211061484
- ADIBI, T.; RAZAVI, S. E.; ADIBI, O.; SOLTANI, S. Numerical modeling of thermo-flows in a trapezoidal cavity containing different solid objects. **Heat Transfer**, v. 51, p. 6873-6892, 2022. doi:10.1002/htj.22628
- ALDRIGHI, E. S.; RODRIGUES, P. M.; RODRIGUEZ, B. D. A.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O; DOS SANTOS, E. D. Constructal design of rectangular fin intruded into different surfaces of forced convective lid-driven cavity flow. **International Journal of Fluid Mechanics Research**, v. 43, n. 5-6, p. 418-440, 2016. doi:10.1615/InterJFluidMechRes.v43.i5-6.50
- ALSHAER, W. G.; NADA, S. A.; RADY, M. A.; DEL BARRIO, E. P.; SOMMIER, A. Thermal management of electronic devices using carbon foam and PCM/nano-composite. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 89, p. 79-86, 2015. doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2014.10.012
- ARSENYEVA, O.; TOVAZHNYANSKY, L.; KAPUSTENKO, P.; KLEMES, J. J.; VARBANOV, P. S. Review of developments in plate heat exchanger heat transfer enhancement for single-phase applications in process industries. **Energies**, v. 16, n. 13, p. 4976. doi.org/10.3390/en16134976
- BEJAN, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, n. 4, p. 799-816, 1997. doi.org/10.1016/0017-9310(96)00175-5
- BEJAN, A. Heat transfer. **John Wiley & Sons Inc., New York**, 1993.
- BEJAN, A. **Shape and structure, from engineering to nature**. Cambridge university press, 2000.
- BEJAN, A. **Convection heat transfer**. John wiley & sons, 2013.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with constructal theory**, 2008.
- BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in Nature: How the Constructal Law governs evolution in biology, physics, technology, and social organizations**. Anchor, 2012.
- BEJAN, A.; The principle underlying all evolution, biological, geophysical, social and technological. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 381, n. 2252, p. 20220288, 2023. http://doi.org/10.1098/rsta.2022.0288
- BELLO-OCHEDE, T.; LIEBENBERG, L.; MALAN, A.; BEJAN, A.; MEYER, J. P. Constructal conjugate heat transfer in three-dimensional cooling channels. **Journal of Enhanced Heat Transfer**, v. 14, n. 4, 2007. doi:10.1615/JEnhHeatTransf.v14.i4.20

BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S.; INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017.

BISERNI, C.; ROCHA, L.; BEJAN, A. Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, n. 12-13, p. 2577-2586, 2004. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2003.12.018

BORAHHEL, R. S.; ZINANI, F. S.F.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; BISERNI, C.; Geometric optimization of a rectangular isothermal block inside a lid-driven cavity by means of constructal design. **International Communications Heat and Mass Transfer** v. 139, p. 106499, 2022. doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2022.106499

CELIK, I. B.; GHIA, U.; ROACHE, P. J.; FREITAS, C. J. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. **Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME**, v. 130, n. 7, 2008. doi.org/10.1115/1.2960953

ÇENGEL, Y.; GHAJAR, A. **Transferência de Calor e Massa**, 4ª edição. : McGraw-Hill, Bookman, São Paulo, 2012.

CHANDRA, H.; BERA, P. Buoyancy-induced convective flow and heat transfer over obstacles embedded inside a Cu–water nanofluid-saturated porous cavity. **Numerical Heat Transfer Part A-applications**, v. 83, n. 7, p. 726-744, 2023. doi: 10.1080/10407782.2022.2160851

CHUNG, C. A. **Simulation modeling handbook: a practical approach**. CRC press, 2003.

CONG, R.; OZAKI, Y.; MACHADO, B. S.; DAS, P. K. Constructal design of a rectangular fin in a mixed convective confined environment. **Inventions**, v. 3, n. 2, p. 27, 2018. doi.org/10.3390/inventions3020027

CONG, R.; ZHOU, X.; DE SOUZA MACHADO, B.; DAS, P. K., Mixed convection flow of nanofluid in a square enclosure with an intruded rectangular fin. **AIP Publishing LLC**, v. 1754, 2016. doi.org/10.1063/1.4958408

CUNEGATTO, E. H. T.; ZINANI, F. S. F.; BISERNI, C.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of passive micromixers with multiple obstacles via computational fluid dynamics, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 215, p. 124519, 2023. dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124519

DAHANI, Y.; HASNAOUI, M.; AMAHMID, A.; HASNAOUI, S. A Multiple-Relaxation-Time lattice Boltzmann analysis of coupled mixed convection and radiation effect in a tilted two-sided lid-driven enclosure. **Chemical Physics Letters**, v. 791, p. 139386, 2022. doi.org/10.1016/j.cplett.2022.139386

DHUMAL, A. R.; KULKARNI, A. P.; AMBHORE, N. H. A comprehensive review on thermal management of electronic devices. **Journal of Engineering and Applied Science**, v. 70, n. 1, p. 140, 2023. doi.org/10.1186/s44147-023-00309-2

DONATO, H.; DONATO, M. Etapas na Condução de uma Revisão Sistemática. **Acta Médica Portuguesa**, v. 32, n. 3, 2019.

DOS SANTOS, E.; PICCOLI, G.; FRANÇA, F.; PETRY, A. Analysis of mixed convection in transient laminar and turbulent flows in driven cavities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, n. 21-22, p. 4585-4595, 2011. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.06.019

DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; SOUZA, J. A.; GOULART, M. M.; RODRIGUES, M. K.; SEIBT, F. M.; ROCHA, L. A. O. Constructal Design of a rectangular fin intruded into forced convective lid-driven cavity flows. **Proceedings of Construction Law Conference**, Nanjing, pp. 126-134, 2013.

FILALI, A.; KHEZZAR, L.; SEMMARI, H.; MATAR, O. Application of artificial neural network for mixed convection in a square lid-driven cavity with double vertical or horizontal oriented rectangular blocks. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 129, p. 105644, 2021. doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105644

GANGAWANE, K. M.; OZTOP, H. F.; ABU-HAMDEH, N. Mixed convection characteristic in a lid-driven cavity containing heated triangular block: Effect of location and size of block. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 124, p. 860-875, 2018. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.03.079

GONÇALVES, A. S.; CORTIMIGLIA, M. N.; PAES, R. L. **Projeto de simulação computacional de abastecimento just-in-time de uma linha de produção do setor automotivo**, 2006.

HATAMI, M. Numerical study of nanofluids natural convection in a rectangular cavity including heated fins. **Journal of Molecular Liquids**, v. 233, p. 1-8, 2017. doi.org/10.1016/j.molliq.2017.02.112

ISLAM, A. W.; SHARIF, M. A. R.; CARLSON, E. S. Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, n. 19-20, p. 5244-5255, 2012. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.05.032

JI, T. H.; KIM, S. Y.; HYUN, J. M. Transient mixed convection in an enclosure driven by a sliding lid. **Heat and Mass Transfer**, v. 43, n. 7, p. 629-638, 2007. doi.org/10.1007/s00231-006-0113-y

KANDASAMY, R.; WANG, X. Q.; MUJUMDAR, A. S. Application of phase change materials in thermal management of electronics. **Applied Thermal Engineering**, v. 27, n. 17-18, p. 2822-2832, 2007. doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2006.12.013

KAYS, W.; CRAWFORD, M. **Convective Heat and Mass Transfer** McGraw-Hill. **New York**, 1993.

KHAN, Y.; MAHMOOD, R.; MAJEED, A. H.; IRSHAD, S.; ALAMEER, A.; FARAZ, N. Finite element simulations of inclined magnetic field and mixed convection in an enclosure with periodically heated walls in the presence of an obstacle. **Frontiers in Physics**, v. 10, p. 1006023, 2022. doi: 10.3389/fphy.2022.1006023

KHAN, Y.; MAJEED, A. H.; SHAHZAD, H.; AWAN, F. J.; IQBAL, K.; AJMAL, M.; FARAZ, N. Numerical computations of non-Newtonian fluid flow in hexagonal cavity with a

square obstacle: A hybrid mesh-based study. **Frontiers in Physics**, v. 10, p. 891163, 2022. doi: 10.3389/fphy.2022.891163

LAW, A. M. **Simulation modeling and analysis**. Mcgraw-hill New York, 2007.

LI, J.; YE, Z.; MO, P.; PANG, Y.; GAO, E.; ZHANG, C.; ZENG, X. Compliance-tunable thermal interface materials based on vertically oriented carbon fiber arrays for high-performance thermal management. **Composites Science and Technology**, v. 234, 2023. doi.org/10.1016/j.compscitech.2023.109948

LIU, Y. Free convection and heat transfer characteristics in differentially heated finned cavities with inclination. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 182, 2022. doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2022.107729

LORENZINI, G.; MACHADO, B. S.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of rectangular fin intruded into mixed convective lid-driven cavity flows. **Journal of Heat Transfer**, v. 138, n. 10, p. 102501, 2016. doi.org/10.1115/1.4033378

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 2004.

MIRZAEI, A.; JALILI, B.; JALILI, P.; GANJO, D. D. Free convection in a square wavy porous cavity with partly magnetic field: a numerical investigation. **Scientific Reports**, v. 14, n. 1, p. 14152, 2024. doi.org/10.1038/s41598-024-64850-7

MOALLEMI, M. K.; JANG, K. S. Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 35, n. 8, p. 1881-1892, 1992. doi.org/10.1016/0017-9310(92)90191-T

MOAYEDI, H.; AMANIFARD, N.; DEYLAMI, H. M. A comparative study of the effect of fin shape on mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 44, n. 8, p. 1-19, 2022. doi.org/10.1007/s40430-022-03623-7

MONTGOMERY, D.C. **Design and Analysis of Experiments**, 8. Ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 2012.

MORSHED, K. N.; SHARIF, M. A. R.; ISLAM, A. W. Laminar mixed convection in a lid-driven square cavity with two isothermally heated square internal blockages. **Chemical Engineering Communications**, v. 202, n. 9, p. 1176-1190, 2015. doi.org/10.1080/00986445.2014.912634

MOUNTRICHAS, P.; ZHAO, W.; RANDEVA, M. S.; DAS, P. K. Entropy generation of CuO-water nanofluid in a cavity with an intruded rectangular fin, **Energies**, v. 16, n. 2, p. 912, 2023. doi.org/10.3390/en16020912

NADEEM, S.; HAIDER, J. A.; AKHTAR, S.; ALI, S. Numerical simulations of convective heat transfer of a viscous fluid inside a rectangular cavity with heated rotating obstacles. **International Journal of Modern Physics B**, v. 36, n. 28, p. 2250200, 2022. doi:10.1142/S0217979222502009

NAQUIUDDIN, N. H.; SAW, L. H.; YEW, M. C.; YUSOF, F.; Ng, T. C.; Yew, M.K. Overview of micro-channel design for high heat flux application, **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 82, p. 901–914, 2018. doi.org/10.1016/j.rser.2017.09.110

PEGDEN, D.; SHANNON, R. E.; RANDALL, P. S. **Introduction to simulation using SIMAN**. São Paulo: Ed. McGraw Hill, 1990.

RAZERA, A. L.; DA FONSECA, R. J. C.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; BISERNI, C. Constructal design of a semi-elliptical fin inserted in a lid-driven square cavity with mixed convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 126, p. 81-94, 2018. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.05.157

ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. **Journal of Fluids Engineering**, v. 116, p. 405-413, 1994. doi.org/10.1115/1.2910291

RODRIGUES, P. M.; BISERNI, C.; DE ESCOBAR, C. C.; ROCHA, L. A. O.; ISOLDI, L. A.; DOS SANTOS, E. D. Geometric optimization of a lid-driven cavity with two rectangular intrusions under mixed convection heat transfer: A numerical investigation motivated by constructal design. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 117, p. 104759, 2020. doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104759

RODRIGUES, P. M.; DE ESCOBAR, C. C.; ZINANI, F. S. F. Avaliação geométrica da transferência de calor por convecção em cavidades dirigidas com uso do Design Construtal. **Collection: Applied mechanical engineering**. 1ed. Ponta Grossa - PR: Atena, v. , p. 148-158, 2022. doi:10.22533/at.ed.60822010213

SAHA, G.; AL-WAALY, A. A.; Paul, M. C.; SAHA, S. C. Heat transfer in cavities: Configurative systematic review. **Energies**, v. 16, n. 5, p. 2338-2338, 2023. doi: 10.3390/en16052338

SALES, M. V. S.; CHÁVEZ, J. R. A.; ARAGÃO, A. P. Simulação do processo produtivo de cerâmica vermelha em campos dos goytacazes - RJ. In: **XXX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**, São Carlos. Anais... Rio de Janeiro: ABEPRO, p. 1-13, 2010.

SHAHID, H.; YAQOOB, I.; KHAN, W. A.; ASLAM, M. Multi relaxation time Lattice Boltzmann analysis of lid-driven rectangular cavity subject to various obstacle configurations. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 129, p. 105658, 2021. doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105658

SCHRIBER, T. J. **Simulation using GPSS**. Michigan Univ Ann Arbor, 1974.

SELIMEFENDIGIL, F.; ÖZTOP, H. F. Numerical study of MHD mixed convection in a nanofluid filled lid driven square enclosure with a rotating cylinder. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 78, p. 741-754, 2014. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.07.031

SELIMEFENDIGIL, F.; ÖZTOP, H. F.; CHAMKHA, A. J. MHD mixed convection and entropy generation of nanofluid filled lid driven cavity under the influence of inclined magnetic fields imposed to its upper and lower diagonal triangular domains. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 406, p. 266-281, 2016. doi.org/10.1016/j.jmmm.2016.01.039

SELIMEFENDIGIL, F.; ÖZTOP, H. F. Mixed convection of nanofluids in a three dimensional cavity with two adiabatic inner rotating cylinders. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 117, p. 331-343, 2018. doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.09.116

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. Pearson education, 2007.

XIE, G.; SONG, Y.; ASADI, M.; LORENZINI, G. Optimization of pin-fins for a heat exchanger by entropy generation minimization and constructal law. **Journal of Heat Transfer**, v. 137, n. 6, p. 061901, 2015. doi.org/10.1115/1.4029851

XIONG, P. Y.; HAMID, A.; IQBAL, K.; IRFAN, M.; KHAN, M. Numerical simulation of mixed convection flow and heat transfer in the lid-driven triangular cavity with different obstacle configurations. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 123, p. 105202, 2021. doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105202

YOU, Y.; ZHANG, B.; TAO, S.; LIANG, Z.; TANG, B.; ZHOU, R.; YUAN, D. Effect of surface microstructure on the heat dissipation performance of heat sinks used in electronic devices. **Micromachines**, v. 12, n. 3, p. 1-12, 2021. doi.org/10.3390/mi12030265

ZHAO, W.; MOZUMDER, A. K.; DAS, P. K., Mixed convection of CuO-water nanofluid in a square enclosure with an intruded rectangular fin. **AIP Conference Proceedings**, v. 1980, n. 1, 2018. doi.org/10.1063/1.5044340

APÊNDICE A – ARTIGO 1 (ENCIT)

Artigo publicado no 19th *Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering* (ENCIT)



19th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering
November 06th-10th, 2022, Bento Gonçalves - RS - Brazil

ENC-022-0476 GEOMETRY EVALUATION OF A LID-DRIVEN CAVITY INSERT AT DIFFERENT POSITIONS

Priscila Martta Rodrigues

Mechanical Engineering Graduate Program, Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, São Leopoldo, RS, Brazil
priscilamartta@edu.unisinos.br

Cicero Coelho de Escobar

Engineering Center, Universidade Federal de Pelotas – UFPel, Pelotas, RS, Brazil
cicero.escobar@ufpel.edu.br

Flávia Schwarz Franceschini Zinani

Mechanical Engineering Graduate Program, Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS, São Leopoldo, RS, Brazil
fzinani@unisinos.br

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Mechanical Engineering Graduate Program, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil
luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Abstract. The present work aims to analyze and optimize the geometry of a fin inserted in the lower surface at three different positions in a lid-driven cavity using the Constructal Design method and exhaustive search. The system is two-dimensional and subjected to mixed, laminar, and steady-state convection. The performance indicator is the dimensionless heat transfer rate (q^*). The degrees of freedom investigated were the fin position and ratio between fin height and width (H_f/L_f). For all simulations, the Reynolds, Richardson, and Prandtl numbers were kept constant, equal to 400, 0.1, and 6.0, respectively. The mass, momentum, and energy conservation equations were solved using the Finite Volume Method. Compared with the case without a fin, the addition of the fin at the best geometric position showed an improvement of 65027%. As a general trend, the insertion of a fin improves the performance of the system. Besides, the fin inserted more to the right of the cavity provides a significant increase in the performance indicator, increasing up to 172.96% compared to the baseline geometry ($S = 0.25$, $H_f/L_f = 1.0$). Regarding the effect of the H_f/L_f ratio inserted at three different positions, the geometric evaluation allows a gain of approximately 124%.

Keywords: Constructal design, Lid-driven flows, Cavity, Rectangular fin, Mixed convection

Referenciável, como:

RODRIGUES, P. M; DE ESCOBAR, C.C; ZINANI, F. S. F; ROCHA, L.A.O. Geometry evaluation of a lid-driven cavity insert at diferente positions. *In*: BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING (ENCIT), 19., 2022, Bento Gonçalves. **Anais eletrônicos** [...]. Brasil, ABCM, 2022. Disponível em: <https://www.sistema.abcm.org.br/articleFiles/download/36714>

APÊNDICE B – ARTIGO 2 (COBEM)

Artigo publicado no 27th *International Congress of Mechanical Engineering* (COBEM)



COB-2023-0326

CONSTRUCTAL DESIGN OF AN ISOTHERMAL BODY AND A LID-DRIVEN CAVITY FILLED WITH A METALLIC NANOFUID

Rafael da Silveira Borahel¹

Priscila Martta Rodrigues²

Flávia Schwarz Franceschini Zinani³

Mechanical Engineering Graduate Program, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 93022-750, São Leopoldo, RS, Brazil
rborahel@edu.unisinos.br¹; priscilamartta@edu.unisinos.br²; fzinani@unisinos.br³

Luiz Alberto Oliveira Rocha

Mechanical Engineering Graduate Program, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 90040-001, Porto Alegre, RS, Brazil
Computational Modeling Graduate Program, Universidade Federal do Rio Grande, 96203-900, Rio Grande, RS, Brazil
luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Abstract. The present work aims to numerically evaluate and maximize, through the Constructal Design method and the exhaustive search, the convective heat transfer between an isothermal block (IB) and the surrounding flow in a lid-driven cavity. As working fluid, a metallic nanofluid (water + Al₂O₃) – with different concentrations of Al₂O₃ particles ($\psi = 0, 1, 2$ and 3%) – is used. The degrees of freedom admitted for the system are the IB and cavity aspect ratios, while their areas are the constraints. Altogether, 36 different configurations were tested for the problem, resulting in an equal number of numerical simulations solved in the commercial software ANSYS Fluent 2022 R2. Based on the obtained results, it was observed that the convective heat transfer was intensified when the cavity assumed a horizontally elongated shape, with the isothermal block having a tall configuration. Regarding the effects of nanoparticle concentration, it was observed that a higher concentration contributes to improve the convective heat transfer within the cavity. This can be attributed to the modifications that arise in flow properties, particularly in the thermal conductivity, by the addition of nanoparticles to the base fluid.

Keywords: constructal design, lid-driven cavity, mixed convection, laminar flow, metallic nanofluid.

Referenciável, como:

BORAHHEL, R. S; RODRIGUES, P. M; ZINANI, F. S. F; ROCHA, L. A. O. Constructal design of an isothermal body and a lid-driven cavity filled with a metallic nanofluid. *In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM), 27., 2023, Florianópolis. Anais eletrônicos* [...]. Brasil, ABCM, 2023. Disponível em: <https://www.sistema.abcm.org.br/articleFiles/download/40391>

APÊNDICE C – ARTIGO 3 (JBSMSE)

Artigo publicado no *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* (JBSMSE).

Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering (2024) 46:385
<https://doi.org/10.1007/s40430-024-04991-y>

TECHNICAL PAPER



Constructal design of three fins inside a lid-driven cavity

Priscila Martta Rodrigues¹ · Cícero Coelho de Escobar² · Flávia Schwarz Franceschini Zinani³ · Elízaldo Domingues dos Santos⁴ · Liércio André Isoldi⁴ · Luiz Alberto Oliveira Rocha⁵

Received: 16 February 2024 / Accepted: 16 May 2024 / Published online: 24 May 2024
 © The Author(s), under exclusive licence to The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 2024

Abstract

This study investigates the heat transfer between three fins in the bottom of a lid-driven cavity and the flowing fluid to find the best designs to improve heat transfer and to understand the role of geometric parameters on the system's thermal performance. The constructal design method and the exhaustive search are employed to evaluate the system and to guide the maximization of the dimensionless heat transfer rate, based on a set of numerical results. The numerical model for the flow system assumes steady, incompressible, laminar, and two-dimensional flow with stable stratification conditions. Prandtl, Richardson, and Reynolds's numbers were equal to 6.0, 0.1, and 400, respectively. The conservation equations of mass, momentum, and energy were solved with the finite volume method (FVM). The fraction of area occupied by the three fins was kept constant ($\phi_T = 0.1$) and two scenarios were studied ($\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.04$, $\phi_3 = 0.01$ and $\phi_1 = 0.01$, $\phi_2 = 0.04$, $\phi_3 = 0.05$). The best performance was achieved when the fin 3 had the largest area and the highest H_3/L_3 ratio. The results suggest that fin 3 dominance enhances thermal exchange, particularly for higher H_3/L_3 ratios, while fin 2 predominance is observed for lower H_3/L_3 ratios. The optimal geometry was identified as $H_1/L_1 = 0.1$, $(H_2/L_2)_0 = 0.5$, and $(H_3/L_3)_{\infty} = 19.0$, resulting in the highest heat transfer rate for the configuration $\phi_1 = 0.05$, $\phi_2 = 0.04$, and $\phi_3 = 0.01$. The best-performing geometry investigated was $H_1/L_1 = 0.1$, $(H_2/L_2)_0 = 0.5$, and $(H_3/L_3)_{\infty} = 19.0$, $\bar{q}''_{\text{max}} = 22.8491$, which is 63.9% better than the worst geometry ($H_1/L_1 = 0.1$, $H_2/L_2 = 0.5$, and $H_3/L_3 = 5.0$).

Keywords Constructal design · Lid-driven flows · Cavity · Mixed convection · Rectangular fins

Referenciável, como:

RODRIGUES, P.M; DE ESCOBAR, C.C; ZINANI, F.S.F; DOS SANTOS, E.D; ISOLDI, L.A; ROCHA, L.A.O. Constructal design of three fins inside a lid-driven cavity. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 46, 2024. <https://doi.org/10.1007/s40430-024-04991-y>