



Programa Interdisciplinar de Pós-Graduação em
Computação Aplicada
Mestrado Acadêmico

Vinicius José Schmidt

Uma metaheurística baseada em interação social para otimização
não-linear de domínios contínuos

São Leopoldo, 2016

Vinicius José Schmidt

**UMA METAHEURÍSTICA BASEADA EM INTERAÇÃO SOCIAL PARA
OTIMIZAÇÃO NÃO-LINEAR DE DOMÍNIOS CONTÍNUOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre pelo
Programa de Pós-Graduação em Computação
Aplicada da Universidade do Vale do Rio dos
Sinos — UNISINOS

Orientador:
Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira

Coorientador:
Prof. Dr. Leonardo Dagnino Chiwiacowsky

São Leopoldo
2016

S349m

Schmidt, Vinicius José.

Uma metaheurística baseada em interação social para otimização não-linear de domínios contínuos / Vinicius José Schmidt. – 2016.

84 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada, 2016.

“Orientador: Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira ;
coorientador: Prof. Dr. Leonardo Dagnino Chiwiacowsky.”

1. Metaheurística. 2. Interação social. 3. Problemas de otimização. I. Título.

CDU 004

Vinicius José Schmidt

Uma metaheurística baseada em interação social para otimização não-linear de domínios contínuos

Dissertação apresentada à Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Unisinos, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Computação Aplicada.

Aprovado em 26 de fevereiro de 2016

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Vicente Canto dos Santos - UNISINOS

Prof. Dr. João Carlos Furtado – UNISC

Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira

Visto e permitida a impressão
São Leopoldo,

Prof. Dr. Sandro José Rigo
Coordenador PPG em Computação Aplicada

À todos que me ajudaram nessa conquista.

*The mind, once expanded to the dimensions of larger ideas,
never returns to its original size.*

OLIVER WENDELL HOLMES

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família, em especial a minha mãe, pelo apoio e auxílio incondicional nesta e em todas as minhas outras jornadas.

A Andressa Hoff, por estar sempre ao meu lado, sempre me dando forças para continuar.

Ao Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira e ao Prof. Dr. Leonardo Dagnino Chiwiacowsky, pela orientação e apoio em todos os processos desse projeto.

Ao Prof. Dr. Marcelo Cunha de Azambuja e ao Prof. MSc. Reginaldo Rocha Caetano, por me incentivarem a continuar sempre estudando e acreditar no meu potencial.

Aos meus amigos, por estarem ao meu lado sempre me apoiando.

Por fim, a todas as pessoas que encontrei nessa jornada, aprendi muito com vocês e, graças ao convívio com todos vocês, me tornei uma pessoa melhor. Obrigado.

“O homem pode encontrar significado na vida, curta e perigosa como é, somente através do seu devotamento à sociedade”.
(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de metaheurística baseado em interação social de agentes inteligentes, utilizando-se do aprendizado social reproduzido por uma população de agentes para alcançar a otimização de problemas. O método aqui descrito é focado em interação social de seres humanos, tais como: comparação de status social, tendência da sociedade baseada nas pessoas mais influentes, troca de conhecimento, pessoas menos influentes seguindo os mais influentes no seu grupo e a busca de uma pessoa pelo local onde ela alcança seu melhor desempenho. A influência de um agente é medida através de seu status social, sendo assim, cada agente possui um raio de influência proporcional ao seu status. Esses conceitos foram modelados para a criação da técnica, sendo o aprendizado entre agentes ocorrido quando um agente menos influente encontra-se na região de influência de um agente mais bem-sucedido que ele. Resultados de testes, tanto de *benchmark* quanto de problemas reais, são apresentados e discutidos. Os testes indicam que a metaheurística é um modelo populacional promissor.

Palavras-chave: Metaheurística. Interação social. Problemas de otimização.

ABSTRACT

This work presents a metaheuristic model based on intelligent agents social interaction, using the social learning of a population of agents to achieve problems optimization. The method described here is based on humans social interaction, such as: comparison of social status, trend of society based on the most influential people, knowledge exchange, less influential people following the ones with most influential in their group and the search of a person where he achieves its best performance. An agent's influence is measured through its social status, therefore, each agent have an influence radius proportional to its status. These concepts were modeled to create the technique, the learning among agents occurs when a less influential agent is located inside the influence region of an agent with more social status than him. Tests results, benchmark and real life problems, are presented and discussed. Those tests indicate that the model is a promising population metaheuristic.

Keywords: Metaheuristic. Social interaction. Optimization problems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Teoria cognitiva social de Albert Bandura.	26
Figura 2 – Exemplo de ótimos locais e global numa representação de cadeia de montanhas.	32
Figura 3 – Estrutura do GA.	35
Figura 4 – Diferentes tipos de cruzamento para o Algoritmo Genético.	37
Figura 5 – Estrutura do PSO.	40
Figura 6 – Gráfico da função $R_i(t)$ para uma configuração específica.	52
Figura 7 – Estrutura da metaheurística proposta.	55
Figura 8 – Gráfico da superfície da função <i>Easom</i>	60
Figura 9 – Gráfico da superfície da função <i>Rosenbrock</i>	61
Figura 10 – Gráfico da superfície da função <i>Rastrigin</i>	62
Figura 11 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função <i>Easom</i>	75
Figura 12 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função <i>Rosenbrock</i>	76
Figura 13 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função <i>Rastrigin</i>	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Funções de <i>benchmark</i> da metaheurística.	60
Tabela 2 – Valores testados para os parâmetros configuráveis.	62
Tabela 3 – Resultados comparativos do problema FM.	66
Tabela 4 – Resultados comparativos do problema L-J.	68
Tabela 5 – Resultados para o problema FM, utilizando a mecânica de influência acumulativa.	69
Tabela 6 – Resultados para o problema L-J, utilizando a mecânica de influência acumulativa.	70
Tabela 7 – Resultados para o problema FM, utilizando a mecânica de diminuição da interação entre agentes.	71
Tabela 8 – Resultados para o problema L-J, utilizando a mecânica de diminuição da interação entre agentes.	72
Tabela 9 – Resultados para o problema FM utilizando múltiplos ϵ	73
Tabela 10 – Resultados para o problema L-J utilizando múltiplos ϵ	74
Tabela 11 – Resultados para o problema FM utilizando redimensionador.	74
Tabela 12 – Resultados para o problema L-J utilizando redimensionador.	78

LISTA DE SIGLAS

- ABM *Agent Based Model* - Modelo Baseado em Agentes
- CEC *Congress on Evolutionary Computation* - Congresso de Computação Evolucionária
- FO Função Objetivo
- GA *Genetic Algorithm* - Algoritmo Genético
- IEEE Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
- NP *Non-Deterministic Polynomial Time* - Tempo Polinomial Não Determinístico
- P *Deterministic Polynomial Time* - Tempo Polinomial
- PSO *Particle Swarm Optimization* - Otimização por Enxame de Partículas
- SPSO *Standard Particle Swarm Optimization* - Otimização por Enxame de Partículas Padrão
- HPSO *Heterogeneous Particle Swarm Optimization* - Otimização por Enxame de Partículas Heterogênea

LISTA DE SÍMBOLOS

Γ	Espaço de busca
\mathbb{R}^d	Domínio real multidimensional
N_a	Número de agentes por dimensão
A	Atenuador do raio de influência
δ	Desvio padrão do raio de influência
a	Agente
i	Influenciado
j	Influenciador
t	Instante de tempo
$S(t)$	Status no instante de tempo t
$R(t)$	Raio de influência no instante de tempo t
$\mathbf{x}^*(t)$	Melhor posição até o instante de tempo t
$\mathbf{x}(t)$	Posição no tempo t
$\mathbf{x}_i^j(t)$	Posição de teste no instante de tempo t
$\mathbf{v}(t)$	Direção de movimento no instante de tempo t
\mathcal{P}	População
L	Escala de distância do espaço de busca
D	Dimensão
E	Tamanho de passo da exploração
I	Tamanho de passo da intensificação
$M(t)$	Pior resultado encontrado pelos agentes até o instante de tempo t
$m(t)$	Melhor resultado encontrado pelos agentes até o instante de tempo t
S_{Min}	Mínimo de status que um agente pode alcançar
S_{Max}	Máximo de status que um agente pode alcançar
C	Critério de parada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivo geral	26
1.2	Objetivos específicos	27
1.3	Organização do trabalho	27
2	REFERENCIAL TEÓRICO	29
2.1	Problemas de otimização e métodos para resolvê-los	29
2.2	Teoria Cognitiva Social	33
2.3	Modelo Baseado em Agentes	34
2.4	Algoritmo Genético	34
2.5	Otimização por Enxame de Partículas	38
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	43
4	MODELO E EXPERIMENTOS	49
4.1	Aplicação do modelo	50
4.2	Diferença entre GA e o modelo proposto	54
4.3	Diferença entre PSO e o modelo proposto	56
4.4	Analogias entre a metaheurística proposta e ABM	57
4.5	Experimentos e testes	59
4.5.1	Avaliação de mecanismos da metaheurística	59
4.5.2	Otimização de problemas reais	65
4.5.3	Opções de mecanismos para geração de diversidade populacional	67
5	CONCLUSÃO	79
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

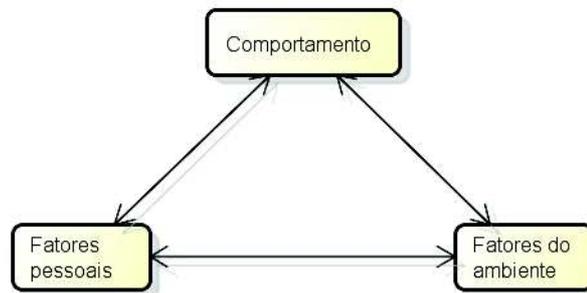
Na sociedade, existe a tendência de a grande maioria da população procurar seguir os indivíduos mais bem sucedidos. Esse sucesso individual pode ser considerado como um dos parâmetros de status social, assim como saúde financeira e inteligência (BRITANNICA, 2015). Ao alcançarem um sucesso superior aos dos outros indivíduos da sociedade, a influência desses indivíduos bem sucedidos aumenta em comparação ao restante da população. Ao tornarem-se mais influentes, o restante da população, através da interação, tenta aprender com essas pessoas que tenham alcançado um maior destaque do que elas. Conforme defendido por Bandura (1971), no sistema social de aprendizado, novos padrões de comportamento podem ser adquiridos através de experiências próprias ou observando o comportamento de outros indivíduos. A forma mais rudimentar de aprendizado, baseada nas próprias experiências, é realizada pelas consequências recompensadoras ou punitivas que são ocasionadas por qualquer ação. Pessoas são frequentemente confrontadas com situações onde devem escolher uma entre duas opções, sendo algumas dessas escolhas geradoras de resultados favoráveis e outras não. Bandura (1971) também afirma que é de conhecimento comum que respostas são automática e inconscientemente reforçadas por suas consequências imediatas.

Ainda em (BANDURA, 1971), é comentado que grande parte do comportamento que as pessoas apresentam foi aprendida, deliberadamente ou não, através da influência de modelos. Um exemplo de aprendizado, por influência de modelo, pode ser observado em tarefas que trazem riscos de vida decorrentes de algum erro, gerando novos modos para que essas tarefas sejam executadas de forma mais segura, ou até mesmo levando à decisão de não executá-las mais. Alguns comportamentos complexos podem ser produzidos somente por essa forma de aprendizado, tal como uma criança aprendendo a falar.

A Figura 1 apresenta uma representação do modelo de aprendizado social defendido por Bandura (1986). A teoria cognitiva social assume que os indivíduos que aprendem através do modelo, adquirem, principalmente, representações simbólicas das atividades modeladas ao invés de associações de estímulo e resposta. A teoria cognitiva social explica o comportamento humano como uma interação recíproca entre três fatores: influência do aprendizado pessoal, aprendizado através do ambiente e o aprendizado comportamental, esse influenciado por outros indivíduos.

O presente trabalho defende que os conceitos de aprendizado social, apresentados anteriormente, podem ser empregados no desenvolvimento de técnicas voltadas à solução de problemas de otimização, frequentemente encontrados em situações da vida real (DAS; SUGANTHAN, 2010) e (TALBI, 2009). É possível visualizar os três pontos da teoria do aprendizado social, defendida por Bandura (1971), empregados em uma técnica de otimização. São identificadas as seguintes relações dos conceitos de aprendizado social com os conceitos de métodos de otimização: o aprendizado pessoal se comporta como uma exploração independente do espaço de soluções, o aprendizado do ambiente relaciona-se com os resultados gerados através

Figura 1 – Teoria cognitiva social de Albert Bandura.



Fonte: Adaptação da teoria de Bandura (1986)

da exploração do espaço de soluções e a intensificação de regiões promissoras, e o aprendizado comportamental representa a troca de conhecimento obtida por agentes que se distribuem pelo espaço de soluções. De acordo com Talbi (2009), todo processo possui potencial para ser otimizado, sendo que muitas aplicações desafiadoras, tanto na ciência quanto na indústria, podem ser mapeadas como problemas de otimização.

Seguindo a linha de propor metaheurísticas motivadas por mecanismos naturais para a solução de problemas complexos, este documento apresenta uma proposta de metaheurística motivada pela interação social. Assim como a genética se constitui em um mecanismo de adaptação das espécies à vida na Terra, nas suas diversas formas, a interação social também é um mecanismo usado pela natureza para a preservação de indivíduos de uma espécie. Enquanto o mecanismo Darwiniano age em escalas temporais relativamente maiores, a interação social age a curto prazo. A atitude colaborativa vem de uma motivação individual: cada indivíduo colabora com o seu grupo pois é melhor para ele próprio e, assim, melhor para o próprio grupo. Mecanismos similares acontecem em várias espécies, com maior ou menor complexidade. Na espécie humana, tal mecanismo ocorre no maior grau de complexidade conhecido. A metaheurística aqui proposta inspira-se nos fatos acima, ou seja, de que a interação social, onde há colaboração entre os indivíduos, faz com que cada um deles evolua mais rapidamente, o mesmo acontecendo com cada um de seus semelhantes. Na humanidade, o conceito de conforto de vida vai mais além do que em outros grupos de animais sociais, onde a alimentação e a segurança constituem quase que a totalidade dos focos de interesse. Nas sociedades humanas modernas, um dos fatores que mais simbolizam o conforto de um indivíduo é seu status social (BRITANNICA, 2015).

1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral desenvolver e avaliar uma metaheurística inspirada na interação social e motivada pelo status social adquirido de cada indivíduo, capaz de obter boas soluções para problemas de otimização em domínios contínuos. A metaheurística se baseará na busca de cada indivíduo por um maior status social. Tal busca levará em

consideração dois mecanismos. O primeiro constitui-se da iniciativa pessoal de cada um em buscar seus próprios caminhos para aumentar seu status. O segundo se baseará na estratégia de interação social, onde cada indivíduo tenta aprender com, ou imitar, aqueles agentes mais bem-sucedidos, isto é, com maior status social. A concepção da metaheurística se dará de modo que os parâmetros do modelo sejam interpretáveis sob o ponto de vista social em que está inserida. Tal conceito de aprendizado, onde pessoas aprendem ou até mesmo copiam outras pessoas com maior conhecimento, é defendido pelos seguidores da Teoria Cognitiva Social de Bandura (1986).

1.2 Objetivos específicos

Para que o objetivo geral seja alcançado, os seguintes objetivos específicos são definidos:

1. Implementação de um modelo de aprendizado social capaz de fazer com que uma população de agentes convirja para o ótimo global através da interação social desta população;
2. Análise do impacto, de cada um dos parâmetros da técnica proposta, na geração de soluções de boa qualidade;
3. Conceber uma técnica, motivada pela interação social, para reduzir a possibilidade de estagnação em ótimos locais;
4. Conceber uma técnica, também motivada pela interação social, para inserção de diversidade na população, de modo a prevenir que a sociedade perca sua capacidade de evoluir através da interação social de seus agentes.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 o referencial teórico é descrito, no Capítulo 3 é apresentada a revisão bibliográfica, o Capítulo 4 apresenta a metaheurística proposta, além dos resultados obtidos para os experimentos feitos. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões sobre este trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo foca-se em apresentar os principais conceitos utilizados neste trabalho. O modelo aqui proposto pode ser classificado como uma metaheurística populacional, desenvolvida para procurar soluções em um espaço de busca contínuo. Na seção 2.1, é feita uma discussão sobre os problemas de otimização, seus desafios e os tipos de métodos utilizados. A seção 2.2 apresenta o conceito da teoria social aplicada na metaheurística, bem como descreve algumas utilizações dessa teoria em problemas atuais. Na seção 2.3, é apresentado os conceitos de um Modelo Baseado em Agentes e como é possível aplicar esse modelo na metaheurística. Nas seções 2.4 e 2.5, são descritos os detalhes de dois desses métodos a saber, Algoritmo Genético e Otimização por Enxame de Partículas. Essas são as duas metaheurísticas que mais se assemelham ao método aqui proposto.

2.1 Problemas de otimização e métodos para resolvê-los

Problemas computacionais, segundo Bovet e Crescenzi (1994), podem ser classificados em duas grandes classes, através de sua classe de complexidade: os de tempo polinomial (*polynomial time* - P) e os de tempo polinomial não determinístico (*nondeterministic polynomial time* - NP). A classe P é composta por todos os problemas solucionáveis computacionalmente de maneira eficiente, ou seja, problemas solucionáveis em $O(n^k)$, onde n indica o tamanho da entrada do problema e k é uma constante. Já problemas da classe NP são mais difíceis de serem solucionados de maneira eficiente, sendo vários problemas de importância prática pertencentes a esta classe, incluindo problemas de otimização. Problemas NP, geralmente, possuem complexidade exponencial.

Problemas de otimização, conforme mencionado por Bovet e Crescenzi (1994), possuem como característica a classificação das soluções encontradas para ele, já que, diferente dos problemas de decisão, considerar todas as soluções factíveis igualmente ótimas não é uma opção. Problemas de otimização podem ser focados tanto em maximização quanto em minimização, sendo as soluções encontradas para esses dois casos conhecidas como ótimo global. As funções objetivo, juntamente com o domínio de definição, são modeladas com a intenção de aplicar-se uma técnica de otimização para encontrar uma solução ótima dos problemas representados. Assim como qualquer problema computacional, problemas de otimização também podem ser classificados como P ou NP (BOVET; CRESCENZI, 1994).

Técnicas de otimização podem ser divididas em dois grupos: clássicas e não clássicas. Em (GENTLE; HÄRDLE; MORI, 2004), é afirmado que técnicas clássicas, também conhecidas como determinísticas, consideram o uso de informação precisa do problema estudado, em alguns casos utilizam também a informação da derivada da função. Essa informação é a base para decidir, de forma determinística, qual direção a técnica deve seguir na exploração do espaço de busca, não existindo aleatoriedade na exploração. Em (ZELINKA; SNSSEL; ABRAHAM,

2012), é complementado que os métodos determinísticos de otimização são capazes de resolver problemas com uma determinada precisão em uma quantidade finita de passos, sendo o resultado da execução independente de variáveis estocásticas e garantem, teoricamente, uma convergência para o ótimo global. Em contrapartida, como é afirmado por Gentle, Härdle e Mori (2004), as técnicas não clássicas, ou estocásticas, desempenham um papel significativo na análise, projeto e operação de sistemas modernos. Técnicas estocásticas fornecem um meio de solucionar problemas altamente não lineares, multidimensionais, ou que possuam outras características que tornem as técnicas clássicas inaptas a resolvê-los.

Problemas de complexidade P , por possuírem algoritmos que os resolvam deterministicamente em tempo polinomial, são usualmente solucionados por técnicas clássicas de otimização, enquanto que problemas de complexidade NP são geralmente solucionados através de técnicas não clássicas de otimização (BOVET; CRESCENZI, 1994).

As técnicas não clássicas podem ser divididas em dois grupos: heurísticas e metaheurísticas. Em (TALBI, 2009), é descrito que heurísticas são dependentes do problema, ou seja, são desenvolvidas para um problema em particular. Por outro lado, metaheurísticas são propostas para resolverem uma variedade de problemas, podendo, até mesmo, serem adaptadas para resolverem quaisquer problemas. Metaheurísticas são capazes de resolver problemas de complexidade NP , utilizando técnicas de exploração e intensificação do espaço de busca do problema.

Conforme Glover e Kochenberger (2003), metaheurísticas são métodos que combinam procedimentos de melhoria local e estratégias de alto nível para criar um processo que permita escapar de ótimos locais e proporcionar uma pesquisa robusta do espaço de soluções. Em (LUKE, 2013), é complementada a definição explicando que o termo “metaheurística” é usado, na verdade, para descrever o campo conhecido como “otimização estocástica”. Também é afirmado que a metaheurística é aplicada em problemas onde as soluções obtidas podem ser avaliadas quanto a sua qualidade através da função objetivo, ou seja, aplica-se a metaheurística em problemas que não possuem muitas informações iniciais de como obter uma solução, mas que, ao apresentar uma solução candidata, é possível avaliar a sua qualidade.

Metaheurística, na área da computação, denomina um conjunto de algoritmos estudados desde a década de 1970, sendo (CAVICCHIO, 1970), (HASTINGS, 1970), (HOLLAND, 1975) e (MERCER; SAMPSON, 1978) alguns trabalhos dessa época. Como mencionado em (TALBI, 2009), são algoritmos geralmente utilizados para resolução, de forma genérica, de problemas de otimização, tanto em domínio discreto quanto contínuo, sendo o primeiro grupo também conhecido por problemas de otimização combinatória. Esses algoritmos são utilizados para encontrar os pontos extremos de uma função e são usados quando não há um outro método de encontrá-los em tempo hábil. Além de possuir essa finalidade, por serem algoritmos genéricos, podem ser aplicados em quaisquer tipos de problemas (DAS; SUGANTHAN, 2010).

De acordo com Blum e Roli (2003), as metaheurísticas podem ser classificadas de diferentes formas, tais como:

- Baseadas na natureza ou não: classifica-se quais metaheurísticas são conceituadas em

alguma observação biológica, como o Algoritmo Genético e a Otimização por Enxame de Partículas, e as que não são, como a Busca Tabu;

- Populacional ou único ponto: define quais metaheurísticas trabalham com um conjunto de soluções, como o Algoritmo Genético e a Otimização por Enxame de Partículas, e aquelas que trabalham com uma única solução, como a Busca Tabu;
- Função objetivo dinâmica ou estática: metaheurísticas como a Busca Local Guiada, modificam a função objetivo conforme o processo de busca se desenvolve, para escapar de ótimos locais. Já a Otimização por Enxame de Partícula, o Algoritmo Genético e a grande maioria das metaheurísticas, mantêm a função como foi definida até o fim da execução;
- Uma ou mais estruturas de vizinhança: algoritmos que utilizam uma única estrutura de vizinhança são a grande maioria. Algoritmos como a Procura em Vizinhança Variável, utiliza múltiplas topologias de vizinhança permitindo a diversificação da procura;
- Uso ou não de memória: designa quais metaheurísticas utilizam conhecimentos obtidos anteriormente para a procura de novas soluções melhores. Metaheurísticas que não usam memória possuem somente o estado atual para tomar decisões quanto a pesquisa, enquanto as que utilizam memória podem ser subclassificadas em memória de curto e longo prazo, sendo a primeira caracterizada por um armazenamento dos últimos movimentos e ou decisões, enquanto a última, por um acumulado de parâmetros do espaço de busca.

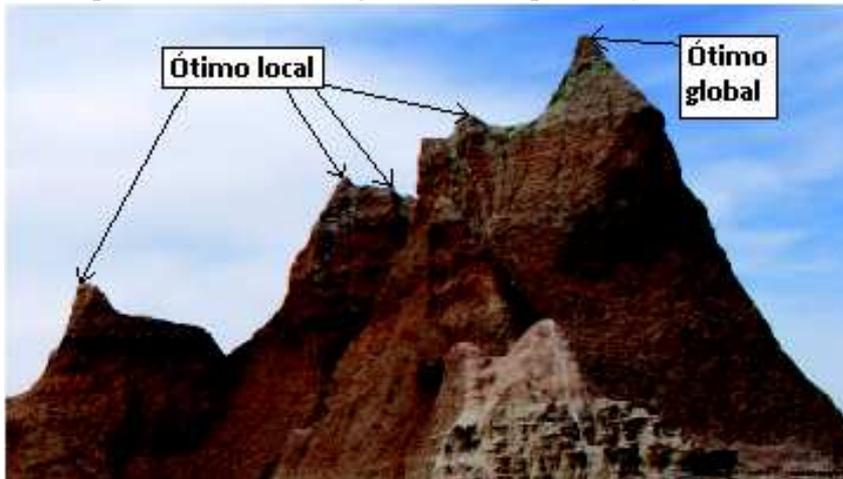
Ainda sobre as metaheurísticas de busca populacional, Luke (2013) explica que esse grupo de metaheurísticas é conhecido por possuir um conjunto de soluções mapeando o espaço de busca, sendo tal conjunto de soluções comumente denominado de população. Cada integrante da população representa uma solução. A evolução dessa população se dá pela interação dos seus indivíduos, que ao interagirem compartilham o conhecimento do espaço de busca entre si e, com isso, direcionam a população para o ótimo global. Técnicas de diversificação devem ser utilizadas para manter a diversidade populacional, visto que nem sempre o conhecimento adquirido pela população é capaz de levá-la para o ótimo global e, quando isso acontece, pode ocorrer estagnação populacional em um ótimo local, ainda distante do ótimo global.

Segundo Bradley, Hax e Magnanti (1977), depois de definidas as variáveis que serão otimizadas, a função objetivo, chamada a partir daqui de FO, deve ser construída. A FO é a função matemática que será apresentada à metaheurística para que essa encontre uma solução ótima, ou mais próxima disso, para o problema. Essa função é utilizada para representar a superfície de solução onde deseja-se efetuar a busca, podendo tanto ser a busca por um ponto de mínimo quanto de máximo. Ainda de acordo com Bradley, Hax e Magnanti (1977), o desenvolvimento da FO nem sempre é algo simples, especialmente em âmbitos sociais e políticos, podendo existir objetivos conflitantes que sejam igualmente importantes. Nesses casos, o aconselhável é o desenvolvimento de múltiplas FOs, conhecida também como abordagem multiobjetivo, sendo os resultados das variáveis encontradas, testadas para cada uma das FOs definidas, garantindo

que a solução encontrada contemple todas as necessidades em conjunto e não somente uma (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977).

Ao falar-se de otimização de problemas, dois conceitos de soluções ótimas são apresentados: ótimo local e ótimo global. Como é descrito em (WEHRENS; BUYDENS, 2000), o conceito de ótimos locais e global pode ser exemplificado como uma cadeia de montanhas. Em uma analogia com um relevo montanhoso, os picos de todas as montanhas são ótimos locais, visto que não existem pontos mais altos que eles na sua vizinhança, mas somente o pico da montanha mais alta da cadeia é considerado o ótimo global, porque não existe nenhum outro ponto mais alto que ele em todo espaço analisado. A Figura 2 apresenta a visualização dos conceitos de ótimos locais e global descritos anteriormente.

Figura 2 – Exemplo de ótimos locais e global numa representação de cadeia de montanhas.



Fonte: Adaptado de http://chemwiki.ucdavis.edu/@api/deki/files/12942/Figure_14.3.png

Dito isso, ótimos locais não são considerados a solução ótima do problema e podem ocorrer em vários pontos do espaço de busca, podendo esses ótimos ser tanto uma solução ruim, no caso da solução ser distante do ótimo global, como uma solução subótima, quando a solução está próxima do ótimo global. As metaheurísticas devem possuir mecanismos para não ficarem presas nesses ótimos locais, já que eles não são a solução desejada para o problema. Caso um ótimo local seja retornado como solução para o problema, não sendo esse ótimo local uma solução ótima global, o problema não terá sido resolvido conforme desejado. Em contrapartida, um ótimo global é o resultado a ser encontrado para o problema, sendo encontrar esse valor a meta de toda metaheurística. Tanto para casos de maximização como de minimização, os conceitos de ótimos locais e globais se aplicam, sendo os ótimos locais chamados máximos locais para o primeiro caso e mínimos locais para o segundo caso e, conseqüentemente, o ótimo global chamado de máximo global para o primeiro e mínimo global para o segundo. É importante ressaltar que nenhuma técnica metaheurística garante encontrar o ótimo global (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003), (TALBI, 2009) e (ZELINKA; SNSSEL; ABRAHAM, 2012).

2.2 Teoria Cognitiva Social

Pessoas tendem a estudar os indivíduos bem-sucedidos tentando copiar sua fórmula para o sucesso, ou seja, seus conhecimentos (BANDURA, 1971). Ainda, os indivíduos mais bem-sucedidos são aqueles que mais chamam a atenção, sendo assim os mais influentes, devido ao seu status social destacado. Uma consequência disso é que, com o passar do tempo, a maior parte da sociedade segue os mais influentes e alcança posições próximas às deles (BRITANICA, 2015).

De acordo com Tennyson e Volk (2015), a teoria da aprendizagem social, encontrou defensores de sua aplicação na sala de aula mais rapidamente do que outras teorias da época, por causa do foco das teorias sociais nas formas em que os alunos aprendem interagindo um com o outro. Após pesquisas posteriores à publicação da sua Teoria de Aprendizado Social, Bandura publicou uma expansão para essa teoria, renomeando-a para Teoria Cognitiva Social (BANDURA, 1986).

A Teoria Cognitiva Social é fundamentada numa perspectiva de contribuição mútua. Nessas operações de contribuição mútua, as pessoas são produtores, bem como produtos da sociedade. As pessoas são auto-organizadas, pró-ativas, auto-reflexivas e auto-reguladoras e não apenas organismos moldados e seguidores cegos de eventos ambientais ou forças internas (BANDURA, 1986) e (MARK; DONALDSON; CAMPBELL, 2011). Ku, Phillipson e Phillipson (2015) complementam que Bandura acreditava no "determinismo recíproco", ou seja, o comportamento de uma pessoa é o resultado de seu círculo social e que da mesma forma o círculo é um resultado de comportamento e ação dessa pessoa. Ainda, Ku, Phillipson e Phillipson (2015) explicam que o aprendizado, em termos da teoria de Bandura, é uma consequência da atenção do indivíduo para o que lhe está sendo ensinado e sua intenção de lembrar o que lhe é repassado. Em outras palavras, há a motivação da pessoa em aprender e a capacidade de aplicar o que se aprende. Isso também pode ser visto como um processo de imitação, onde a pessoa que está sendo ensinada copia quem a ensina.

A Teoria Cognitiva Social continua sendo aceita hoje em dia. Além disso, ela tem sido aplicada em diversas áreas de estudo do comportamento humano, como: sistema de promoção da saúde fundada em princípios de auto-regulação; aplicações macrossociais, voltadas para os problemas globais urgentes; e modelo sócio cognitivo para mudanças que afetam uma sociedade por inteiro (MARK; DONALDSON; CAMPBELL, 2011). A Teoria Cognitiva Social é também aplicada por pesquisadores e educadores interessados em compreender o aprendizado e comportamento de alunos em sala de aula (PAJARES, 1996), (SCHUNK; ZIMMERMAN, 1994) e (SCHUNK; ZIMMERMAN, 1998). Ainda, segundo Mark, Donaldson e Campbell (2011), várias aplicações à base da mídia da Teoria Cognitiva Social foram desenvolvidas globalmente. Com destaque à África, Ásia e América Latina, que promoveram melhoras pessoais e sociais na vida de milhões de pessoas.

2.3 Modelo Baseado em Agentes

De acordo com Bonabeau (2002), o Modelo Baseado em Agentes (do inglês *Agent Based Model* - ABM) pode ser considerado mais como uma mentalidade do que uma tecnologia. Essa mentalidade do ABM consiste em descrever um sistema a partir da perspectiva de suas unidades constituintes. Bonabeau (2002) defende que o ABM fornece uma descrição natural de um sistema. Em muitos casos, o ABM é mais natural para descrever e simular um sistema composto por entidades "comportamentais". Seja o objetivo descrever um engarrafamento, o mercado de ações, base eleitoral, ou como uma organização funciona, o ABM faz com que o modelo comporte-se mais próximo da realidade.

Segundo Page (2005), ABM são constituídos de agentes que seguem regras e, na linguagem de computador, esses agentes são objetos que seguem comportamentos baseados em regras. As regras comportamentais podem variar em sofisticação. Gilbert (2008) também afirma que o ABM é uma forma de ciência da computação social, onde um modelo simplificado da realidade social é criado com o intuito de expressar claramente como é imaginado o funcionamento do mundo real.

De acordo com Page (2005) e Gilbert (2008), os agentes de um ABM podem ser programas individuais de um computador, ou mais comumente, partes distintas de um mesmo programa. Esses agentes podem representar pessoas, famílias, nações e até mesmo firmas. Em (GILBERT, 2008), também é explicado que o ambiente onde os agentes de um ABM irão existir pode ser um meio totalmente neutro, como também pode ser um meio tão cuidadosamente modelado como os agentes. Comumente, o ambiente simula um local geográfico.

Page (2005) afirma também que outro ponto importante do ABM são as regras de interação entre os agentes. Regras comuns para interação abrangem o espaço onde os agentes se encontram e redes sociais, que podem ser baseadas em proximidade ou regras sociais. No mesmo trabalho, Page (2005) encerra sua explicação definindo que os agentes do ABM podem seguir as rotinas de outros agentes, experimentar por conta própria ou até mesmo aprender com seus semelhantes mais bem-sucedidos.

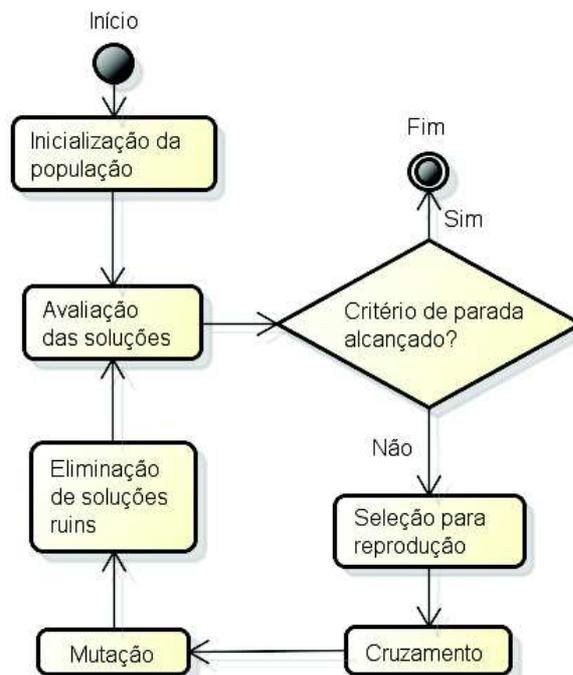
ABM pode ser aplicado em diversos meios da ciência social, alguns exemplos são: modelos urbanos, dinâmica de opiniões, comportamento do consumidor, redes industriais, gestão de rede de abastecimento, mercado de distribuição de energia e gerenciamento de cooperativas agrícolas (GILBERT, 2008).

2.4 Algoritmo Genético

Segundo Holland (1992), quando pesquisadores perceberam o quanto é difícil criar algoritmos que tenham a mesma capacidade do ser humano de solucionar problemas, perceberam que os conceitos de evolução e seleção natural eram interessantes para serem emulados e aplicados em resoluções de problemas computacionais. Assim, nasceu o conceito de Algoritmo

Genético (em inglês *Genetic Algorithm - GA*). Através do emprego de conceitos de seleção natural e reprodução, e transformando-os num modelo para um algoritmo, resultados satisfatórios foram gerados. Os dois conceitos fizeram com que as máquinas conseguissem solucionar problemas complexos até mesmo para a mente humana. O Algoritmo Genético, a partir daqui chamado de GA, possui uma sequência de funcionamento apresentada na Figura 3, cada um desses processos é discutido a seguir.

Figura 3 – Estrutura do GA.



Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com Holland (1992), Whitley (1994) e Forrest (1993), o GA considera, inicialmente, uma população aleatória de soluções. Cada solução é composta por um valor alfanumérico que pode ser representado como uma sequência binária, valores inteiros, valores reais, literais, entre outras codificações, e representa uma característica real desse indivíduo. O GA pode trabalhar com qualquer tipo de conjunto do espaço de busca, seja ele contínuo ou discreto. Ou seja, caso o espaço de busca seja de números contínuos ou discretos, o indivíduo representaria um valor numérico desses conjuntos. Caso esteja sendo abordado um problema de otimização combinatória, onde vários itens são apresentados e deve-se encontrar a combinação que incluiria mais itens, por exemplo, é possível utilizar a representação binária para indicar a presença, utilizando o valor 1, ou ausência, utilizando o valor 0, dos itens a serem combinados. Cada valor binário é conhecido como gene e a representação binária será aqui utilizada para conceitualizar o processo de reprodução do GA.

Ainda segundo Holland (1992) e Whitley (1994), após desenvolver e avaliar a população de soluções iniciais, aplica-se o operador de seleção nessas soluções, classificando-as por sua aptidão para o processo de reprodução. O processo de classificação é o responsável pela seleção

das soluções que irão se reproduzir, ou, em outras palavras, trocar informações. A seleção com base na aptidão das soluções é um processo desenvolvido de acordo com a necessidade de quem estiver implementando o GA. Várias técnicas já foram propostas, sendo as mais conhecidas, de acordo com Jebari e Madiafi (2013) e (GOLDBERG, 1989), as seguintes:

- Seleção roleta: esta técnica baseia-se em gerar uma probabilidade de cada solução ser selecionada para reprodução baseada na sua aptidão em relação à população. Esta probabilidade é gerada com base na proporção da aptidão da solução em questão em relação ao somatório da aptidão populacional. O risco dessa técnica é a convergência prematura para um ótimo local, de forma que cada vez mais as soluções presas nesse ótimo local serão probabilisticamente selecionadas, estagnando a busca;
- Amostra estocástica universal: é uma variação da seleção roleta, com o objetivo de escapar de convergências prematuras, onde a média da aptidão é calculada e, juntamente com um valor aleatório do intervalo fechado $[0, 1]$, as soluções na população são selecionadas;
- Seleção linear ranqueada: outra variação da seleção roleta, com foco em escapar de convergências prematuras, onde cada solução é ranqueada e, juntamente com um valor aleatório, as soluções são selecionadas;
- Seleção exponencial ranqueada: é uma variante da seleção linear ranqueada, modificando o mecanismo de probabilidade de seleção de cada solução. A regra probabilística utiliza um valor exponencial, originando o nome deste método;
- Seleção por torneio: outra variante da seleção ranqueada. Nesse caso, antes de classificar cada solução, um subconjunto de soluções é sorteado e deste subconjunto é feito o ranqueamento. Esse processo é repetido para toda a população;
- Seleção por truncamento: neste tipo de seleção, as soluções são ordenadas pela sua aptidão e um subconjunto dessas soluções é selecionado para reprodução.

Como é mencionado em (HOLLAND, 1992), o processo para a troca de informação, e consequente geração de novas soluções, é similar à troca de genes na biologia, conhecido como *crossover*, onde as soluções filhas serão uma combinação das soluções de origem. Esse processo é o responsável pela imitação do processo reprodutivo de seres biológicos onde, a partir da carga genética de seus ancestrais, seres mais aptos ao ambiente em que vivem são criados. Existem algumas técnicas para a realização do cruzamento no Algoritmo Genético. É importante ressaltar que existem operadores de cruzamento para todas as representações de valores, sendo que alguns operadores podem ser utilizados para várias representações diferentes. Em (NOMURA, 1997), são apresentados operadores para representação por números reais, já em (MENDES, 1993) são exemplificadas algumas técnicas considerando a representação binária dos valores. Algumas técnicas de cruzamento conhecidas, apresentadas em (MENDES, 1993), são mostradas a seguir, sendo a Figura 4 um auxílio visual às descrições:

- Cruzamento de ponto singular: um “ponto de corte” é selecionado aleatoriamente e as duas soluções filhas serão a combinação entre as soluções de origem utilizando este ponto para intercalar as soluções. Ou seja, uma solução filha será a combinação do início de uma solução origem até esse ponto, sendo complementado, desse ponto até o fim, pela outra solução origem;
- Cruzamento de dois pontos: similar ao ponto singular, mas nesse caso dois “pontos de corte” são selecionados e somente entre esses dois pontos ocorre a troca de genes;
- Cruzamento uniforme: nessa técnica, um valor probabilístico para cada gene é determinado e para cada gene o teste, se este será trocado, é feito. Caso nenhum gene seja sorteado para troca, a solução filha 1 será exatamente igual à solução origem 1, consequentemente a solução filha 2 será idêntica à solução origem 2;
- Cruzamento aritmético: esta técnica utiliza uma combinação linear entre a solução origem 1 multiplicada por um número aleatório do intervalo fechado $[0, 1]$ somado ao valor da solução origem 2, multiplicado pelo complemento do número aleatório selecionado. Para cada uma das duas soluções filhas, os números aleatórios são sorteados independentemente.

Figura 4 – Diferentes tipos de cruzamento para o Algoritmo Genético.

Cruzamento de ponto singular

Random position $k = 3$ Chromosome length $l = 8$

Parent 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Parent 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95

swapping all the genes between 4 and 8



Offspring 1	0.32	0.22	0.34	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95
Offspring 2	0.12	0.65	0.38	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45

Cruzamento de dois pontos

Random position $k = 3$ Random position $s = 6$

Parent 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Parent 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95

swapping all the genes between 4 and 6



Offspring 1	0.32	0.22	0.34	0.47	0.31	0.56	0.78	0.45
Offspring 2	0.12	0.65	0.38	0.89	0.23	0.76	0.88	0.95

Cruzamento uniforme

Parent 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Parent 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95
Random Number	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Prob. Cross = 0.7	< 0.7	< 0.7	< 0.7	> 0.7	< 0.7	> 0.7	> 0.7	< 0.7
Offspring 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Offspring 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95

Cruzamento aritmético

Parent 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Parent 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95
Random Number 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Offspring 1	0.18	0.56	0.37	0.84	0.29	0.71	0.80	0.73
Parent 1	0.32	0.22	0.34	0.89	0.23	0.76	0.78	0.45
Parent 2	0.12	0.65	0.38	0.47	0.31	0.56	0.88	0.95
Random Number 2	0.16	0.34	0.92	0.54	0.65	0.76	0.98	0.32
Offspring 2	0.15	0.50	0.34	0.70	0.26	0.71	0.78	0.79

Fonte: Adaptado de (MENDES, 1993)

Novamente em (HOLLAND, 1992), é explicado que, complementando o processo de reprodução, é possível aplicar-se uma regra de mutação nas novas soluções resultantes, ficando a

critério do desenvolvedor do algoritmo aplicá-la da forma que mais o interessar. Uma das implementações mais simples de mutação, consiste em sortear uma posição da solução e substituir o valor atual por um novo valor gerado aleatoriamente.

Encerrado o processo de reprodução, a cada fim de geração um teste de aptidão é feito em todas as soluções do ambiente, as soluções que não forem aprovadas nesse teste, serão removidas. Esse teste, segundo Gupta e Ghafir (2012), imita o processo de evolução seletiva, podendo ser aplicado para excluir as piores soluções presentes na população atual como também garantir a diversidade da população. O processo de preservar a melhor solução atual, ou um grupo de melhores soluções para a próxima geração, é conhecido como elitismo (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003). Ainda em (GUPTA; GHAFIR, 2012), é afirmado que a diversidade permite que a população continue procurando soluções melhores, evitando que ocorra a estagnação em ótimos locais e permitindo a evolução da população de soluções. Com isso, o usuário pode decidir aumentar a diversidade, deixando algumas soluções ruins entre a população, mas ainda aplicando a evolução seletiva, fazendo com que o Algoritmo Genético melhore sua eficiência na procura por soluções ótimas no espaço de busca.

Todo esse processo de reprodução e evolução seletiva para a geração da nova população é repetido até que um critério de parada seja alcançado. Esse critério não é fixo, podendo o usuário selecionar um gatilho de parada que mais se adapte ao interesse do mesmo. Os critérios mais comuns são: quantidade de avaliações da FO, quantidade de gerações da população, valor meta alcançado pela FO e estagnação da melhor solução encontrada na população.

2.5 Otimização por Enxame de Partículas

Otimização por Enxame de Partículas (do inglês *Particle Swarm Optimization* - PSO) é uma metaheurística populacional, baseada na natureza, desenvolvida por James Kennedy e Russel C. Eberhart na década de 1990 (KENNEDY; EBERHART, 1995). Apesar do conceito de enxame ser de caráter biológico, onde define um grupo de insetos voadores e até mesmo pessoas (OXFORD, 2015), segundo Millonas (1994) é possível a aplicação do conceito de enxames, ou população, no âmbito computacional se respeitada as cinco premissas descritas pelo autor:

1. Princípio da proximidade: a população deve permitir a realização de cálculos simples de espaço e tempo;
2. Princípio da qualidade: a população deve permitir o reconhecimento de pontos de qualidade do ambiente;
3. Princípio da resposta diversa: a população não deve concentrar suas atividades em um único local do ambiente;
4. Princípio da estabilidade: a população não deve mudar seu comportamento toda vez que o ambiente muda;

5. Princípio da adaptabilidade: a população deve mudar seu comportamento quando for necessário e computacionalmente hábil.

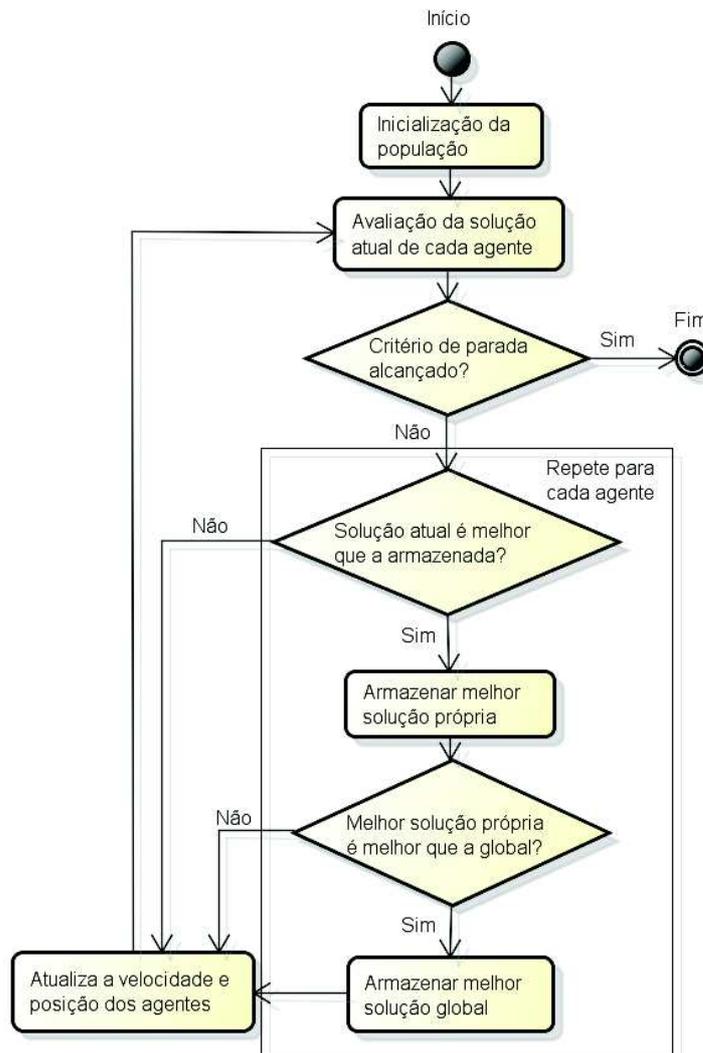
Em (KENNEDY; EBERHART, 1995), o PSO foi apresentado para a comunidade científica pela primeira vez. A técnica foi inicialmente desenvolvida como uma simulação simplificada do ambiente social de um bando de aves em pleno voo. Os responsáveis pela criação da técnica, ao estudarem Wilson (1975), depararam-se com a conclusão do autor de que a distribuição de conhecimento entre uma sociedade traz mais vantagens, para a população, do que desvantagens pela competição dos mesmos recursos. Esta hipótese foi fundamental para o desenvolvimento da Otimização por Enxame de Partículas, chamada a partir daqui de PSO. Nos primórdios do desenvolvimento da técnica, cada ave era considerada como incapaz de colidir com outras em pleno voo e ganhavam uma velocidade de movimento correlacionada a de seus vizinhos. A cada iteração, essa velocidade era adaptada respeitando a sincronia da vizinhança. Isso gerou um problema no modelo, o bando de aves sempre seguia por uma direção imutável. Para contornar isso, uma variável estocástica foi criada e chamada de "loucura", no original *craziness*, sendo responsável por alterar as velocidades das aves. Essa variável deixou as simulações mais próximas da realidade.

Ainda em Kennedy e Eberhart (1995), no momento em que os criadores da técnica decidiram simular a busca das aves por um ponto onde pudessem usar de pousada, ficaram intrigados em como aves acham tais pontos adequados para esse fim, com comida e segurança para elas. Para simular isso, eles decidiram que cada ave teria uma memória própria do local com melhores recursos, bem como todas as aves saberiam qual o melhor local para usarem de pousada, que na obra original era considerado um milharal. Isso fez com que a variável "loucura" pudesse ser descartada. Ao executar as simulações, foi percebido o potencial que a técnica possuía, já que ao estipularem valores muito altos para os parâmetros de configuração de movimento das aves, as mesmas foram atraídas, em poucas iterações, para o ótimo global. Percebendo que o algoritmo possuía potencial para encontrar soluções em domínios bidimensionais, estudos foram feitos para expandir a técnica. Os resultados de tais estudos demonstraram que, ao remover a correlação da velocidade dos vizinhos para estipular a velocidade do indivíduo, tornava-se a técnica mais eficiente, mas também fazia com que a simulação do voo de um bando de aves fosse modificada para uma representação de enxames, vindo daí o nome de Otimização por Enxame de Partículas. Outra importante alteração na expansão de duas dimensões para d -dimensões, foi a mudança de cálculo da velocidade do indivíduo, mudando de um simples teste de desigualdade, onde era verificado se o ponto atual estava localizado à esquerda ou à direita do ponto ótimo, para uma abordagem que levava em consideração três pontos.

Assim como o GA, a PSO também segue uma sequência de funcionamento. A Figura 5 apresenta tal sequência de uma forma generalizada, sendo cada uma das etapas discutidas a seguir.

Como é descrito em Kennedy e Eberhart (1995), a técnica baseia-se no conceito de que cada partícula segue um conhecimento compartilhado por todos e um próprio conhecimento

Figura 5 – Estrutura do PSO.



Fonte: Elaborado pelo autor

individual. As partículas da PSO também serão chamadas, a partir daqui, de agentes, visto que o próprio autor informa ser um termo mais apropriado. O conhecimento individual é justificado pela lembrança de suas próprias experiências, nesse caso sendo armazenada somente uma lembrança por vez. A mecânica de ajuste de velocidade relacionada a esse conhecimento é chamada de *nostalgia*, sendo classificada como a tendência de um indivíduo voltar ao local onde alcançou mais sucesso em sua vida. Já o conhecimento compartilhado por toda a população é justificado como conhecimento publicado, ou um padrão desejado de ser obtido por todos os agentes da população. Com isso, a partir de sua atual posição física, o agente parte em busca de novos resultados através de um cálculo que envolve sua posição atual, seu melhor resultado pessoal (conhecimento individual, denotado por “lbest” pelo autor) e o melhor resultado global (conhecimento compartilhado, denotado por “gbest” pelo autor), sendo o novo ponto de exploração uma combinação entre esses três pontos. Assim, nessa metaheurística, todos os agentes compartilham um mesmo valor direcionador das explorações, o melhor resultado glo-

bal, sendo que a troca de informação entre agentes ocorre de uma forma mais centralizada, visto que somente o melhor agente distribui seu conhecimento individual para toda a população. É mencionado também que, uma abordagem onde os dois conhecimentos possuam o mesmo poder de direcionamento, gera melhores resultados, sendo que priorizar o conhecimento pessoal faz a técnica perder eficiência, visto que assim a população explora o espaço de soluções de maneira demasiada até encontrar o ótimo global, e priorizar o conhecimento global diminui a eficácia, já que podem ocorrer casos onde a população convirja para um ótimo local. De um modo geral, segundo Kennedy e Mendes (2002), a PSO pode ser descrita como uma população de vetores, os quais têm suas trajetórias oscilando em torno de uma região definida por seus sucessos individuais e o sucesso do melhor vetor dessa população.

Apesar da proposta original não mencionar topologia de vizinhança entre os agentes, em (KENNEDY; MENDES, 2002), outro artigo do autor da técnica, bem como em (CLERC, 2006) e (CLERC, 2012), são apresentadas algumas topologias de vizinhança para a PSO. Conforme é discutido nesses trabalhos, a vizinhança define a forma de distribuição da informação entre a população de partículas. Segundo (KENNEDY; MENDES, 2002), (CLERC, 2006) e (CLERC, 2012), as topologias de vizinhança mais conhecidas são:

- Gbest: nesta topologia, existe uma única vizinhança, isto é, todos os agentes são vizinhos entre si. Nesta topologia, o atual melhor agente é responsável por influenciar todos os outros agentes da população;
- Lbest: nesta topologia, os agentes são ordenados em uma fila circular. Após criada a fila, os agentes das posições adjacentes são considerados vizinhos, gerando uma topologia de anel. Ou seja, cada agente possui dois vizinhos;
- Estrela: um agente é determinado como um ponto central de influência. Tal agente concentra toda a comunicação da população, influenciando e sendo influenciado por todos os outros agentes restantes;
- Pirâmide: a topologia determina uma vizinhança em forma de pirâmide tridimensional para cada agente;
- Pequena: esta topologia é composta por pequenas vizinhanças de agentes e outros agentes totalmente isolados;
- Von Neumann: a topologia define agentes vizinhos acima, abaixo e aos lados de cada agente, formando uma grade bidimensional;
- Adaptativa aleatória: a cada iteração, sem melhora da melhor solução, os agentes sorteiam novos agentes para formarem sua nova vizinhança.

Todo o processo de procura, envolvendo receber os dados do melhor agente da população e combinando esses dados com seus próprios conhecimentos, para aplicar na busca de melhores

soluções, é repetido até um critério de parada ser alcançado e, assim como os GAs, a PSO também possui várias opções para serem adotadas como critérios de parada, utilizados conforme a necessidade do usuário. Os critérios citados na seção 2.4 são aplicáveis também à PSO. Uma iteração em PSO é análoga a uma geração em GA, sendo uma iteração composta pela troca de informações e aplicação desse novo conhecimento na tentativa de melhorar a solução encontrada.

Além dos conceitos apresentados neste capítulo, após o modelo aqui desenvolvido ser devidamente apresentado no Capítulo 4, as semelhanças e diferenças da metaheurística proposta em relação ao Algoritmo Genético e a Otimização por Enxame de Partículas, serão comentadas nas seções 4.2 e 4.3, respectivamente. Além disso, por aplicar conceitos de um Modelo Baseado em Agentes, a seção 4.4 apresenta um paralelo da metaheurística proposta com os conceitos de Modelos Baseados em Agentes.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar o estado da arte das metaheurísticas de busca populacional que mais se assemelham ao modelo proposto, notadamente GA e PSO. Os trabalhos aqui discutidos são algumas das publicações mais recentes da área de otimização, com exceção do último trabalho, que é apresentado neste capítulo para demonstrar que metaheurísticas baseadas em interação social existem mas não possuem trabalhos tão recentes. Outras publicações recentes foram consultadas de modo a fornecer as informações apresentadas no Capítulo 2, devido ao assunto abordado nelas descreverem soluções para carências das propostas originais do GA e da PSO. Alguns dos artigos aqui apresentados concorreram em edições do Congresso de Computação Evolucionária (em inglês *Congress on Evolutionary Computation - CEC*), no módulo de algoritmos de otimização, organizados pelo Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos - IEEE.

Em (ELSAYED; SARKER; ESSAM, 2013), uma técnica utilizando cruzamento entre três soluções do Algoritmo Genético é discutida. O processo de cruzamento do GA foca-se em gerar três soluções filhas, onde as duas primeiras possuem o objetivo de intensificar a busca de uma boa solução já encontrada para o problema, mantendo os valores das soluções filhas semelhantes aos das soluções geradoras, enquanto a terceira é gerada para explorar novas possibilidades de soluções. Essa terceira solução filha é gerada com valores não tão similares aos das soluções geradoras para alcançar esse objetivo. Um novo operador de diversificação para impedir estagnações em mínimos locais, também é proposto. Esse operador faz com que as soluções filhas possuam uma probabilidade de diversificar seus resultados, baseadas nas melhores soluções armazenadas da atual geração. Apesar de, quando concebido, o GA utilizar o cruzamento entre duas soluções, com o passar dos anos propostas utilizando três soluções para a geração de soluções filhas começaram a surgir, sendo esta uma delas. Aqui, três soluções consecutivas são combinadas e geram três soluções filhas. Além disso, há um mecanismo de inserção de novas soluções caso critérios de estagnação sejam atingidos. A técnica foi testada para as várias funções estipuladas para o CEC 2013. Com os resultados obtidos, os autores chegaram a seguinte conclusão: ao adotar uma nova técnica de cruzamento e um novo mecanismo de diversificação, o Algoritmo Genético pode ser aprimorado, conseguindo ultrapassar outras técnicas de algoritmos evolutivos que, até o momento, possuíam melhor desempenho que o GA original.

Em (CLERC, 2012), três versões da Otimização por Enxame de Partículas Padrão, conhecida em inglês como *Standard Particle Swarm Optimization - SPSO*, são apresentadas. As três versões são diferenciadas pelos anos que foram propostas, sendo então chamadas de SPSO 2006, SPSO 2007 e SPSO 2011. Essas três versões, assim como outras versões derivadas da PSO original, possuem os mesmos princípios. O que as difere são as formas exatas de aplicá-las, aproveitando-se de análises teóricas disponíveis na época de suas propostas. Nas versões de 2006 e 2007, a atualização da velocidade de cada agente é feita dimensão por dimensão, assim

como sua nova posição. A versão de 2011 altera essa forma de atualização, pois com o passar dos anos, após a criação das duas primeiras versões, notou-se que atualizar uma dimensão de cada vez tornava a técnica tendenciosa. Caso o ótimo global se localizasse no meio do espaço de busca, a PSO não teria dificuldades de encontrá-lo, indicando uma eficiência irreal. Para remover essa tendência, a versão de 2011 utiliza uma forma de atualização geométrica ao invés de dimensão por dimensão, considerando um ponto gravitacional a partir de três pontos: a posição atual, um ponto ligeiramente deslocado da melhor posição previamente encontrada pelo agente e o ponto ligeiramente deslocado da melhor posição previamente encontrada pela vizinhança. Outra modificação entre as técnicas é empregada quando o resultado local é igual ao melhor resultado pessoal. Na versão de 2006, nenhum tratamento é feito, sendo os dois pontos iguais considerados na fórmula de deslocamento. Na versão de 2007, o ponto local é ignorado na fórmula de deslocamento. Na versão de 2011, o centro gravitacional também é calculado sem considerar o ponto local. A conclusão apresentada revela que a alteração das técnicas aplicadas envolve uma codificação cada vez mais próxima dos princípios apresentados no trabalho original, removendo a dependência do algoritmo da forma como ele foi programado.

Em (BIGIARINI; CLERC; ROJAS, 2013), a última versão da SPSO foi testada em uma série de FOs estipuladas para o CEC 2013. A SPSO possui, como novos conceitos nessa nova versão, a topologia aleatória adaptativa de agentes vizinhos e a invariância rotacional. A topologia aleatória consiste em determinar os vizinhos de cada agente de forma estocástica, alterando seus vizinhos quando ocorre uma estagnação de resultados. Já a invariância rotacional modifica a mecânica de reposicionamento dos agentes no espaço de busca. Em outras versões do PSO, o reposicionamento pode ser representado por dois hiper paralelepípedos sobrepostos, já na invariância rotacional, o reposicionamento é representado por uma hiper esfera. Essa técnica mostrou-se eficiente e eficaz para encontrar os ótimos globais de problemas unimodais e funções que permitam separação da FO, além de manter o desempenho para funções com cinquenta dimensões, sem o aumento de agentes na população, e também manter um bom desempenho para funções multimodais. Em contrapartida, a técnica foi a pior classificada para funções compostas. Essas FOs são desenvolvidas especificamente para as competições do CEC e combinam mais de uma FO num único problema. Essa nova proposta de PSO, como mencionado anteriormente, envolve um novo conceito que simula um centro de gravidade focado em três pontos: a posição atual do agente, um ponto ligeiramente deslocado da melhor posição previamente encontrada pelo agente e o ponto ligeiramente deslocado da melhor posição previamente encontrada pela vizinhança. Os autores mencionam que quarenta agentes é a quantidade aconselhável para a técnica, independente de quantas dimensões a FO apresenta. Por fim, a conclusão é: apesar da técnica encontrar a área do ótimo global com facilidade, há casos em que os agentes permanecem explorando essa área sem a correta intensificação, gerando estagnação. Também concluem que a técnica falha em funções com muitos ótimos locais, agravando-se ainda mais em casos de ótimos locais com valores próximos ao ótimo global, mas em posições distantes.

Em (NEPOMUCENO; ENGELBRECHT, 2013), uma versão de PSO chamada de Otimização por Enxame de Partículas Heterogênea Auto Adaptativa, HPSO, é apresentada. O algoritmo proposto, usando esta técnica, também competiu no CEC 2013. A metaheurística é descrita como um PSO no qual seus agentes utilizam equações de atualização diferentes durante a execução. Isso permite que o balanço entre exploração e intensificação seja adaptado conforme as necessidades no momento. Os autores apresentam o conceito da HPSO, defendendo que PSOs que utilizam equações idênticas para todos os agentes durante todo o período de execução podem não ser sempre eficientes. Nesse grupo de HPSO, três subgrupos são classificados: HPSO estático, onde cada agente sorteia um comportamento e o mantém até o fim da execução; HPSO dinâmico, onde os agentes podem sortear comportamentos diferentes durante a execução; e HPSO auto adaptativa, onde a partir do sucesso ou falha de comportamentos anteriores os agentes selecionam seu novo comportamento. O algoritmo proposto pelos autores encaixa-se na última classificação. Conforme o sucesso de um comportamento aumenta, a taxa de seleção deste comportamento também aumenta, no entanto somente um valor determinado de iterações é avaliado nessa taxa, já que, segundo os autores, pode haver casos em que comportamentos que não tiveram bom desempenho, em certos locais do espaço de busca, sejam mais eficientes em novos locais que os agentes adentram. Os resultados obtidos mostraram que essa proposta de HPSO possui desempenho melhor ao compará-la com outras técnicas de HPSO existentes.

Em (EL-ABD, 2013), um híbrido de PSO com colônia artificial de abelhas é apresentado e testado com as funções do CEC 2013. Segundo o autor, o algoritmo da colônia artificial de abelhas foi testado anteriormente e possui melhor desempenho em funções separáveis e um desempenho competitivo em funções multimodais e híbridas, enquanto a PSO tem maior destaque em funções unimodais e não sofre perda de desempenho em funções com o ótimo global deslocado do seu ponto original. O autor também comenta que, anterior a esse trabalho, técnicas para criar um híbrido dessas duas metaheurísticas foram propostas com sucesso. O autor demonstra que o híbrido das duas técnicas alcança resultados superiores ao comparar as duas técnicas individualmente. Os resultados apresentados demonstraram que a técnica híbrida realmente possui melhor desempenho geral que as duas técnicas separadas, conseguindo alcançar resultados satisfatórios para todos os grupos de FOs testadas. Apesar disso, a colônia artificial de abelhas apresentou um desempenho próximo da proposta híbrida.

Em (KAUR et al., 2013), uma técnica de interação social humana baseada na dinâmica de opiniões é apresentada. A técnica consiste em quatro pontos: estrutura social, espaço de opinião, influência social e uma regra de atualização. A estrutura social define uma vizinhança para cada agente; o espaço de opinião define como o agente pensa sobre o problema determinado; a influência social define o quanto a vizinhança modifica a forma de pensar do agente; já a regra de atualização implementa uma fórmula com base nos três primeiros pontos, onde a combinação dos valores definirá como o agente efetuará a sua busca no espaço de soluções. Apesar da interação social possuir um papel importante nessa técnica, um valor aleatório sem base social é incluído para gerar diversidade na população. A técnica foi testada para as FOs do

CEC 2013 e seus resultados foram comparados com a PSO. Os resultados da técnica proposta superaram os da PSO para algumas das funções, mostrando que a técnica é viável mas precisa ser melhorada para FOs mais complexas.

Em (DUARTE et al., 2004), é apresentada uma técnica envolvendo hierarquia social desenvolvida para solucionar especificamente o problema de máximo aproveitamento no corte de peças da matéria-prima, conhecido como “plano de corte”. Apesar de ter sido desenvolvida com um problema específico em mente, é mencionado que a técnica já foi testada para outros problemas e foi bem-sucedida. A técnica consiste em dividir a população em grupos, espalhando-os pelo espaço de busca, e cada grupo recebe uma solução factível. Com o passar do tempo, o grupo vai aprimorando sua própria solução e compete contra os outros grupos absorvendo os agentes que os integram. Um grupo consiste de um núcleo e de uma periferia, sendo o núcleo responsável por controlar a solução para o problema do seu determinado grupo, enquanto a periferia determina o local de busca de seu grupo. Cada agente possui sua própria solução para o problema, chamada de solução individual, como também a solução compartilhada do grupo, chamada de solução grupal. Os grupos são classificados em vencedores (melhores soluções grupais) e perdedores (piores soluções grupais), sendo os vencedores focados em melhorar a solução grupal e os perdedores focados em melhorar suas soluções individuais. Os grupos classificados como vencedores melhoram sua solução grupal através da interação do seu núcleo com sua periferia, já os grupos classificados como perdedores, após melhorarem suas soluções individuais, perdem seus melhores agentes (os que possuem melhores soluções individuais) para os grupos vencedores. Além da classificação entre vencedores e perdedores, há também um momento, chamado de fase autônoma, em que todos os grupos comportam-se como vencedores, ou seja, melhorando sua solução grupal. Como conclusão, é mostrado que a metaheurística alcançou seu objetivo. Ou seja, ela é eficiente para encontrar a solução do problema de aproveitamento máximo no corte de peças da matéria-prima. Em (DUARTE et al., 2006), a metaheurística também é aplicada em um problema de aprimoração de melhoramento de segmentação de imagens.

Em (YU; LI, 2015), é proposta uma metaheurística que simula um grupo social de aranhas, chamada de Algoritmo da Aranha Social. A metaheurística consiste em simular o comportamento de aranhas relacionado a capacidade de localizarem uma presa, que foi capturada em sua teia, através das vibrações propagadas pelo movimento da presa. A partir dessas vibrações, a aranha consegue identificar aproximadamente onde sua presa se encontra e desloca-se na direção indicada. Ao estudarem isso, os autores decidiram aplicar essa capacidade de localização para encontrar ótimos globais de funções objetivos de *benchmark*. No algoritmo proposto, um grupo de agentes representa um grupo de aranhas sociais e o domínio de busca da função objetivo representa a teia, que é compartilhada por todo o grupo de aranhas. Os autores explicam que, apesar de sua ideia possuir semelhança com a PSO, por se tratar de mais um algoritmo de otimização por partículas, algumas diferenças são visíveis. Tais diferenças em comparação ao PSO são: as aranhas podem seguir caminhos direcionados por diversas aranhas e não so-

mente o escolhido pela melhor entre todas; há perda de informação proposital no método de transmissão, simulando uma vibração na teia, que apesar de indicar uma região onde a presa se encontra, não indica o seu ponto exato, diferente da PSO, onde o ponto exato é transmitido; e, finalmente, a PSO foi baseada num modelo de movimentação coordenada de animais, já o algoritmo proposto, como afirmam os autores, pertence ao grupo de animais sociais. Os resultados obtidos, segundo os autores, foram muito satisfatórios. A metaheurística proposta acabou vencendo algumas metaheurísticas consagradas em vários testes com funções objetivos de *benchmark*.

Como pôde ser visto, metaheurísticas de busca populacional são aplicadas com sucesso para solucionar problemas de otimização. Mas, na grande maioria, os trabalhos recentes da área de otimização propõem somente alterações de modelos já consagrados, como são o GA e a PSO, usualmente focando-se em alterar o valor de um parâmetro ou propondo a atualização de alguma estratégia da técnica. Além disso, do material pesquisado, não foram encontradas propostas de metaheurísticas que aplicam conceitos de interação social, como será proposto no Capítulo 4, sendo (DUARTE et al., 2004) a única publicação encontrada que aborda uma metaheurística que aplica conceitos sociais semelhantes. Apesar de tal semelhança, um ponto extremamente divergente entre a metaheurística aqui proposta e a discutida em (DUARTE et al., 2004) é a divisão de grupos dentro da população. No modelo proposto, não existe regra que impeça interação entre alguns agentes da sociedade, enquanto que em (DUARTE et al., 2004) a divisão de grupos na sociedade segrega agentes com relação a seus resultados, impedindo os integrantes de grupos com resultados ruins de interagir individualmente com agentes externos, até que o grupo melhore seu resultado. Como será descrito, o modelo proposto garante que todos os agentes possuem a capacidade de interagir com toda a população a qualquer momento, não ocorrendo segregações na sociedade. Além da divergência quanto à inexistência de segregação, outro ponto discordante nas propostas encontra-se nas formulações matemáticas utilizadas para determinar a interação entre os agentes. Outras metaheurísticas, que possuem semelhança com a metaheurística proposta, são as baseadas em insetos sociais. Apesar disso, a interação aplicada entre os agentes nessas metaheurísticas, por simularem insetos, não apresentam a complexidade social simulada por nossa metaheurística.

4 MODELO E EXPERIMENTOS

Este capítulo descreverá a lógica aplicada na metaheurística, apresentando os mecanismos e formas de implementá-los. Além disso, as fórmulas utilizadas são apresentadas e discutidas. Descrito o modelo, as diferenças em relação ao AG e à PSO são apresentadas, assim como a relação da metaheurística com o conceito de ABM. Por fim, os resultados de testes feitos para funções objetivos de *benchmark* e de problemas reais são apresentados e discutidos.

A metaheurística proposta é baseada no fato de que numa sociedade todos tentam alcançar uma melhor posição diante de diversos aspectos, como financeiro, educacional, etc. Existem duas formas de busca para o indivíduo concretizar tal objetivo: experimentação individual e aprendizado com outros seres. Essas duas formas são aqui chamadas de "Mecanismo 1" e "Mecanismo 2", respectivamente. O primeiro (Mecanismo 1) consiste na avaliação individual da sua posição, tentando melhorá-la através de uma estratégia em forma de tentativa e erro. Juntamente com isso, a outra forma que uma pessoa adota para obter melhor posição na vida (Mecanismo 2), é através do aprendizado com outras pessoas mais bem-sucedidas que ela.

Seja $f(\mathbf{x}) : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, de $\Gamma \subset \mathbb{R}^d$, a função objetivo (FO) a ter o mínimo global (resultado otimizado) encontrado. O foco para otimização de funções, neste trabalho, sempre será achar o mínimo global de $f(\mathbf{x})$ no domínio de busca, considerado sempre como um paralelepípedo D -dimensional, Γ , resultante de um produto cartesiano de d intervalos fechados, $\Gamma = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_D, \beta_D]$, com comprimentos $L_k = \beta_k - \alpha_k$.

Seguindo os aspectos descritos acima, um grupo de indivíduos N_a , chamados de agentes, são colocados para moverem-se no espaço de busca. Isso simula o Mecanismo 1, como será mais detalhado posteriormente. Nesta proposta, o tempo é considerado como uma sequência de instantes $t = 1, 2, \dots, T$. A cada passo de tempo t , cada agente a_i possui uma posição $\mathbf{x}_i(t) \in \Gamma$ onde a função objetivo possui o valor de $f(\mathbf{x}_i(t))$. Ainda, cada agente a_i interage com aqueles que o influenciam através dos raios de influência desses agentes influenciadores a_j , tentando aprender com os mais bem-sucedidos que o agente a_i . Isso simula o Mecanismo 2. Os detalhes dos mecanismos 1 e 2 serão descritos posteriormente.

Para cada agente a_i , os parâmetros sociais considerados são:

- Localização $\mathbf{x}_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{iD}(t))$: ponto de Γ onde a_i se encontra no instante t . Para cada a_i , $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i(t)$ varia com o tempo, formando uma trajetória semi aleatória.
- Memória $\mathbf{x}_i^*(t) = (x_{i1}^*(t), x_{i2}^*(t), \dots, x_{iD}^*(t))$: para todo tempo t , cada agente possui uma memória do melhor valor de $f(\mathbf{x}_i^*(t))$. Como trata-se de minimização, o menor valor achado até o tempo t e sua localização correspondente $\mathbf{x}_i^*(t)$ são armazenados. Através do valor da função objetivo, o status $S_i(t)$ é calculado, conforme definido na Equação (4.4). Esses valores são chamados de melhores valores de a_i . Note que a memória de a_i também varia com o tempo. Com isso, existem duas formas de localização para cada agente a_i : a localização física $\mathbf{x}_i(t)$ e a sua memória $\mathbf{x}_i^*(t)$.

- Status social $S_i(t)$: é um valor específico de um intervalo fechado $[S_{Min}, S_{Max}]$ e representa o status social do agente a_i no tempo t , uma função de $f(\mathbf{x}_i^*(t))$, como será descrito na Equação (4.4). A escolha para o status mínimo S_{Min} e o máximo S_{Max} é, de certa forma, arbitrária. Durante a execução, $S_i = S_i(t)$ também varia com o tempo.
- Raio de influência $R_i(t)$: indica o grau de comunicação de um agente a_i , que é uma função crescente do seu status social na sociedade que vive, respeitando o contexto definido pelo melhor valor encontrado para $f(\mathbf{x})$, ou seja, definido por $f(\mathbf{x}_i^*(t))$. Ele define o raio de influência do agente a_i , no sentido de que todos agentes a_j com $S_j(t) < S_i(t)$ onde $|\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)| < R_i(t)$, no sentido Euclidiano, são influenciados por a_i . $R_i(t)$, conforme definido pela Equação (4.5), é baseado numa função próxima a Gaussiana dependendo de $S_i(t)$ centrada no valor máximo de S_{Max} , com parâmetros que aumentam ou diminuem a intensificação da procura.

4.1 Aplicação do modelo

Uma simulação começa no tempo $t = 0$ com uma população \mathcal{P} de N_a agentes distribuídos aleatoriamente no espaço de busca d -dimensional em forma de paralelepípedo Γ . A cada passo de tempo $t = 1, 2, \dots, T$, cada agente a_i possui dois atributos de posição: a posição física atual $\mathbf{x}_i(t)$ e a posição onde achou o melhor resultado para $f(\mathbf{x})$ até o instante t , $\mathbf{x}_i^*(t)$. Essas duas posições definem a representação do agente $a_i(t) = a_i(\mathbf{x}_i(t), \mathbf{x}_i^*(t))$ e, portanto, a população é $\mathcal{P} = \{a_n(\mathbf{x}_n(t), \mathbf{x}_n^*(t)); n = 1, \dots, N_a\}$.

A memória $\mathbf{x}_i^*(t)$ é atualizada somente quando o resultado da avaliação da FO, tanto pelo Mecanismo 1 quanto pelo Mecanismo 2, é melhor do que o previamente armazenado na memória de a_i . No primeiro caso, o agente tenta conseguir essa melhora por si mesmo, enquanto no segundo tenta pela troca de conhecimento com outros agentes mais bem-sucedidos até o momento t .

No Mecanismo 1, cada agente é deslocado aleatoriamente em Γ , mudando sua posição através de um tamanho de passo $E_i(t)$ numa direção aleatória $\mathbf{v}_i(t)$, de acordo com

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + E_i(t)\mathbf{v}_i(t), \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{v}_i(t)$ é o vetor direção ($|\mathbf{v}_i(t)| = 1$, $t = 1, 2, \dots, T$) atribuído a a_i com valores aleatórios a cada tempo t . O Mecanismo 1 é o responsável pela diversificação no modelo, pois nesse mecanismo a metaheurística explora o espaço de busca com mais liberdade em relação à FO. O passo exploratório E_i é escolhido aleatoriamente no intervalo $[0, L)$ a cada passo de tempo t , sendo L uma representação apropriada de uma escala de distância, tal como $L = \sqrt{L_1^2 + \dots + L_D^2}$, a diagonal do espaço de busca Γ . Para os testes apresentados neste trabalho, L é considerado como o tamanho máximo entre todas as dimensões. É possível que a Equação (4.1) gere uma posição $\mathbf{x}_i(t+1)$ fora de Γ , devido a uma combinação de: a posição $\mathbf{x}_i(t)$ de a_i estar próxima à fronteira

de Γ , o ângulo de movimentação estar direcionado para fora de Γ e E_i possuir um tamanho suficientemente grande para que o próximo passo desloque o agente para fora do espaço de soluções viáveis. O uso de aritmética modular para cada intervalo $[\alpha_k, \beta_k]$, $k = 1, 2, \dots, D$, definido por seus respectivos tamanhos L_k , é uma sugestão para correção do posicionamento de a_i para dentro de Γ novamente. Ou seja, a parte da trajetória do agente a_i externa a Γ pela saída de a_i por um de seus lados, é realocada no lado oposto de Γ . A partir daqui, é considerado que $\mathbf{x}_i(t+1)$ é tratado como $\mathbf{x}_i(t+1) \in \Gamma$ por qualquer estratégia apropriada. Quando $f(\mathbf{x}_i(t+1)) < f(\mathbf{x}_i^*(t))$, então $\mathbf{x}_i(t+1)$ torna-se a nova memória de a_i , ou seja, $\mathbf{x}_i^*(t+1) \leftarrow \mathbf{x}_i(t+1)$. Juntamente com isso, existe um mecanismo de “intensificação individual”. Se $f(\mathbf{x}_i(t)) < f(\mathbf{x}_i(t-1))$ então $\mathbf{v}_i(t+1) = \mathbf{v}_i(t)$, ou seja, o agente mantém a direção que gerou melhor resultado do que no passo anterior. Com isso, o agente a_i mantém a direção que gera melhores resultados individuais, ou seja, através de sua exploração individual. Logo, o Mecanismo 1 pode ser descrito como

$$f(\mathbf{x}_i(t)) < f(\mathbf{x}_i(t-1)) \implies \mathbf{v}_i(t+1) = \mathbf{v}_i(t), \quad (4.2)$$

caso contrário, $\mathbf{v}_i(t+1)$ é escolhido aleatoriamente, como mencionado anteriormente.

O Mecanismo 2 ocorre quando algum agente a_i entra no raio de influência $R_j(t)$ de um agente a_j mais bem sucedido que ele, ou seja, quando

$$|\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)| < R_j(t) \quad \text{e} \quad S_j(t) > S_i(t) \implies a_j \text{ influencia } a_i, \quad (4.3)$$

onde $S_i(t)$ e $S_j(t)$ são calculados pela Equação (4.4) e $R_j(t)$ pela Equação (4.5). Esse mecanismo é o principal responsável pela intensificação no modelo. A intensificação ocorre através dos agentes influenciadores. Esses agentes atraem outros com menor status que eles, condicionando-os a procurarem novos valores nas proximidades de seu $\mathbf{x}_j^*(t)$. Quanto maior for a diferença de status entre eles, maior será a proximidade com que a_i pesquisará novas soluções próximas de $\mathbf{x}_j^*(t)$. Além disso, quanto maior for o status de a_j , mais agentes ele influenciará, devido ao tamanho do raio de influência ser proporcional ao status do agente, tornando a intensificação na redondeza de seu $\mathbf{x}_j^*(t)$ ainda maior.

O status $S_i(t)$ associado ao agente a_i é definido como uma função da posição $\mathbf{x}_i^*(t)$, que é a posição com o melhor resultado da FO até o passo de tempo t , então temos

$$S_i(t) = \frac{S_{Max} - S_{Min}}{m(t) - M(t)} f(\mathbf{x}_i^*(t)) - \frac{S_{Max}M(t) - S_{Min}m(t)}{m(t) - M(t)}, \quad (4.4)$$

onde $m(t)$ é o menor valor global da FO achado pelos N_a agentes até o tempo t , enquanto que $M(t)$ é o maior valor global, ou seja: $m(t) = \min\{f(\mathbf{x}_i^*(t)), i = 1, 2, \dots, N_a\}$ e $M(t) = \max\{f(\mathbf{x}_i^*(t)), i = 1, 2, \dots, N_a\}$. A Equação (4.4) representa uma relação afim entre $S_i(t)$ e $f(\mathbf{x}_i^*(t))$. Mais precisamente, é a equação da reta para cada tempo t definida pelos pontos $(m(t), S_{Min})$ e $(M(t), S_{Max})$. É importante notar que esse status representa, de certa forma, um conhecimento social alcançado pela sociedade que tenta encontrar melhores resultados para o

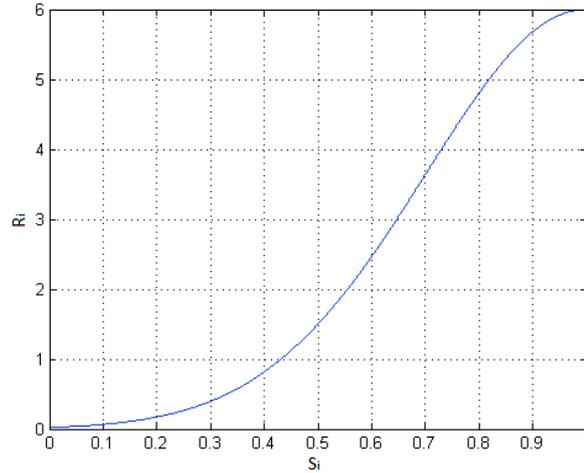
mínimo global da FO.

O raio de influência $R_j(t)$ do agente a_j também é uma função de seu status $S_j(t)$, dada pela seguinte relação, próxima da Gaussiana:

$$R_i(t) = A \min\{L_1, \dots, L_D\} \exp \left[-\frac{(S_i(t) - S_{Max})^2}{2\delta^2} \right], \quad (4.5)$$

onde A , usualmente, é $A \leq 1$, chamado de *atenuador* e δ é uma medida de desvio padrão para S_{Max} , o ponto máximo de $R_i(t)$, considerando que $\delta \leq S_{Max} - S_{Min}$. A Figura 6 apresenta uma função de um domínio quadrado bidimensional com valores de $L_1 = L_2 = 20$, $S_{Max} = 1.0$, $S_{Min} = 0$, $A = 0.3$ e $\delta = 0.3$.

Figura 6 – Gráfico da função $R_i(t)$ para uma configuração específica.



Fonte: Elaborado pelo autor

Quando um agente a_j influencia a_i num instante t , ou seja, quando as condições da Equação (4.3) ocorrem, uma troca de conhecimento é feita e uma posição de teste $\mathbf{x}_i^j(t)$ é criada, a_i aproxima-se da melhor região que a_j encontrou até o momento t . Aqui, assumimos a hipótese de que, quanto maior a diferença entre os status do influenciador e do influenciado, maior a influência daquele sobre este. Assim, assumiremos que, na interação, o agente a_i testa a posição $x_i^j(t)$, nas vizinhanças de x_i^* , dada pela equação:

$$\mathbf{x}_i^j(t) = \mathbf{x}_j^*(t) + \left(\frac{S_j(t) - S_{Max}}{S_i(t) - S_{Max}} + \varepsilon \right) \frac{\mathbf{x}_j^*(t) - \mathbf{x}_i^*(t)}{|\mathbf{x}_j^*(t) - \mathbf{x}_i^*(t)|} I_i(t), \quad (4.6)$$

onde $0 < \varepsilon \ll 1$ é uma variável que representa a independência de pensamento do agente a_i , sendo utilizado para os testes o valor de 10^{-4} . Já I_i é o tamanho do passo de intensificação do agente a_i , que dá um grau de diversidade para as soluções encontradas. Nesse caso, fazemos $I_i = E_i$, mas usar valores diferentes também é possível. Assim como no Mecanismo 1, quando

$f(\mathbf{x}_i^j(t)) < f(\mathbf{x}_i^*(t))$, $\mathbf{x}_i^j(t)$ torna-se a nova memória de a_i , ou seja

$$f(\mathbf{x}_i^j(t)) < f(\mathbf{x}_i^*(t)) \implies \mathbf{x}_i^*(t+1) \leftarrow \mathbf{x}_i^j(t), \quad (4.7)$$

A aplicação da Equação (4.6) pode ser feita de duas formas: (a) aplicando a Equação (4.7) da forma que é apresentada, ou seja, diretamente criando somente uma posição teste e (b) aplicando por partes a Equação (4.7), testando cada coordenada, ou uma parte dela, de cada vez, fazendo assim com que mais de uma posição candidata seja criada. A segunda opção considera que a troca parcial de conhecimentos leva ao melhor aprimoramento da solução de a_i , quando este aprende com a_j . Por esse motivo, essa será a opção adotada nas simulações. Ao aplicar diretamente essa opção de troca de conhecimento, todos os agentes começariam os testes pela primeira dimensão $d = 1$, o que causaria uma vantagem não justificada às dimensões iniciais. Por este motivo, cada agente a_i possui uma "dimensão favorita" d_i , onde este agente começará a troca de conhecimentos com seus agentes influenciadores, indo na sequência $d = d_i, d_i + 1, \dots, D$ e retornando ciclicamente na sequência $d = 1, 2, \dots, d_i - 1$. O Algoritmo 1 apresenta como é feita a troca e o teste de conhecimento dessa segunda forma.

Algoritmo 1: Troca de conhecimento entre agentes.

```

1  $\mathbf{x}_i^j(t) \leftarrow \mathbf{x}_i^*(t)$ 
2 for  $d \leftarrow d_i$  to  $D$  do
3    $x_{id}^j(t) \leftarrow$  aplicar Equação (4.6)
4   calcula  $f(\mathbf{x}_i^j(t))$ 
5   if  $f(\mathbf{x}_i^j(t)) < f(\mathbf{x}_i^*(t))$  then
6      $\mathbf{x}_i^*(t+1) \leftarrow \mathbf{x}_i^j(t)$ 
7 for  $d \leftarrow 1$  to  $d_i - 1$  do
8    $x_{id}^j(t) \leftarrow$  aplicar Equação (4.6)
9   calcula  $f(\mathbf{x}_i^j(t))$ 
10  if  $f(\mathbf{x}_i^j(t)) < f(\mathbf{x}_i^*(t))$  then
11   $\mathbf{x}_i^*(t+1) \leftarrow \mathbf{x}_i^j(t)$ 

```

Até agora, no instante t , cada agente a_i possui três posições associadas: $\mathbf{x}_i(t)$, $\mathbf{x}_i^*(t)$ e $\mathbf{x}_i^j(t)$. Dessas três posições, será escolhida a que gera o menor valor para a FO e essa será denotada por $\mathbf{x}_i^*(t+1)$. Todo o processo continua até o critério de parada ser alcançado.

Vários critérios de parada podem ser adotados, tais como: total de avaliações da FO; total de iterações de simulação; total de avaliações sem melhora da FO; total de iterações sem melhora da FO; o resultado encontrado possui uma taxa de erro aceitável quando comparado ao mínimo global. Essa última só pode ser aplicada em funções de teste, onde o resultado ótimo é conhecido, para situações da vida real é preciso utilizar outro critério. O critério de parada do modelo será referenciado como C e o adotado nas simulações será o total de avaliações da FO.

O Algoritmo 2 apresenta uma forma resumida de como o modelo funciona.

Algoritmo 2: Ordem de execução da metaheurística proposta.

```

1 No tempo  $t = 0$ , gera-se uma população de  $N_a$  agentes distribuídos aleatoriamente em  $\Gamma$ 
2 Verifica-se os valores da posição física atual ( $\mathbf{x}_i$ ) como solução do problema
3  $\mathbf{x}_i^*(0) \leftarrow \mathbf{x}_i(0)$ 
4 if  $C$  não foi satisfeito then
5   for  $C$  não ser alcançado do
6     Calcula-se  $S_i(t)$  pela Equação (4.4) e  $R_i(t)$  pela Equação (4.5)
7     Verifica-se quais agentes  $a_j$  influenciam  $a_i$  pela Equação (4.3)
8     Para cada  $a_j$  influenciador, calcula-se  $\mathbf{x}_i^j(t)$  pela Equação (4.6)
9     Verifica-se os valores da interação com outros agentes ( $\mathbf{x}_i^j$ ) como solução do
      problema
10     $\mathbf{x}_i^*(t+1)$  torna-se a melhor das três posições:  $\mathbf{x}_i^*(t)$ ,  $\mathbf{x}_i(t)$  e  $\mathbf{x}_i^j(t)$  usando as
      Equações (4.2) e (4.7)
11    Calcula-se a nova posição  $\mathbf{x}_i(t+1)$  pela Equação (4.1) para cada agente
12    Verifica-se os valores da posição física atual ( $\mathbf{x}_i$ ) como solução do problema
  
```

A Figura 7 proporciona uma visão geral de como a metaheurística funciona e a qual dos dois mecanismos pertencem cada uma das equações e processos apresentados anteriormente.

Os parâmetros configuráveis do modelo são: N_a , A e δ . Suas configurações serão responsáveis pelo aumento da intensificação ou diversificação do modelo. Tais configurações serão estudadas a fundo para indicar qual deve ser a combinação de valores para esses três parâmetros gerarem os melhores resultados.

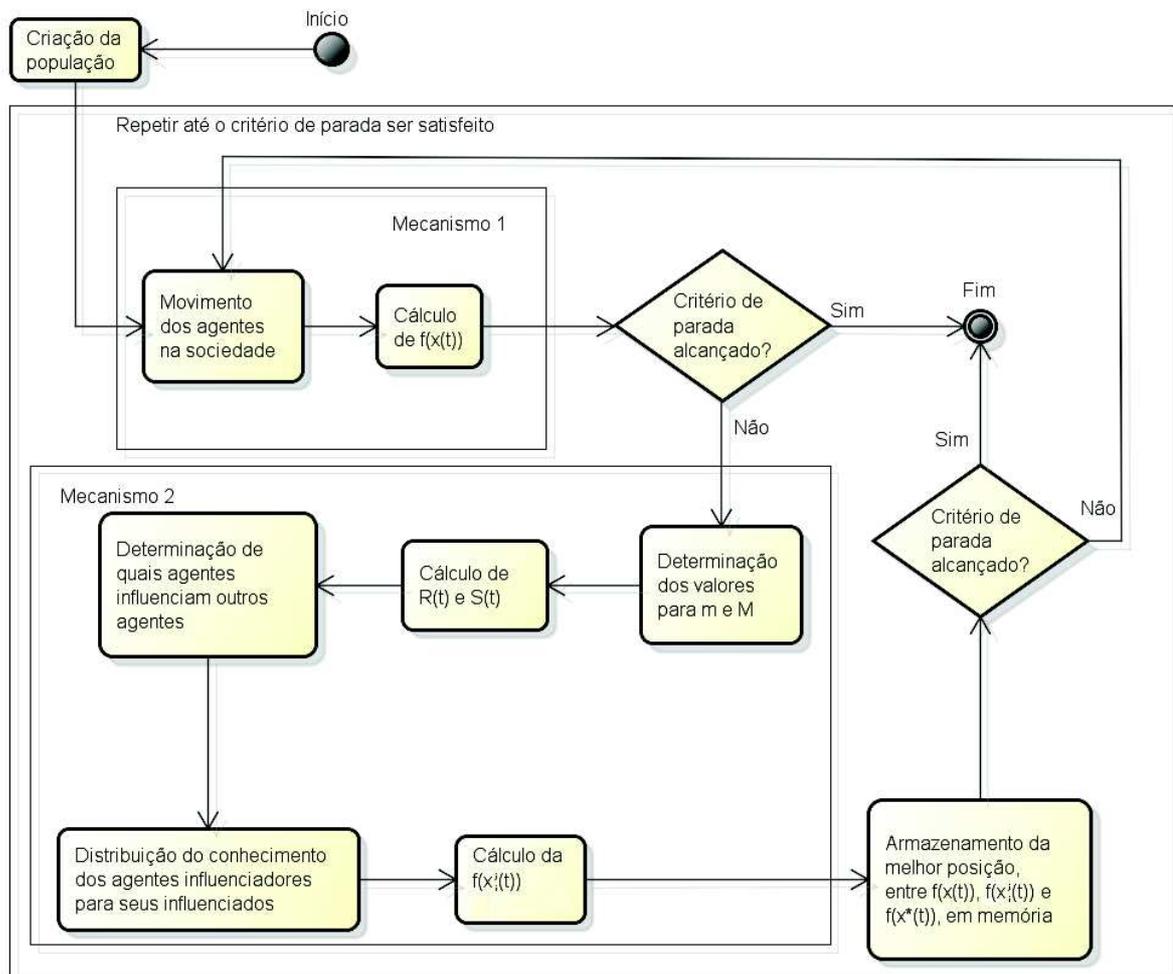
A metaheurística proposta classifica-se como busca populacional, contudo pode ser classificada também como: baseada na natureza, função objetivo estática, múltiplas estruturas de vizinhança e com uso de memória de curto e longo prazo. Ao observar tais classificações, o Algoritmo Genético e a Otimização por Enxame de Partículas são as duas metaheurísticas que mais se assemelham ao algoritmo proposto.

Como foi visto, a metaheurística possui dois mecanismos de otimização. O Mecanismo 1 pode ser considerado uma simples regra de movimentação condicionada e não possui a intenção de ser um conceito inovador. Já o Mecanismo 2 é considerado a principal inovação da metaheurística proposta. Esse mecanismo foi desenvolvido considerando sempre os fatores sociais da Teoria Cognitiva Social e, como poderá ser analisado nos resultados da Seção 4.5, é o mecanismo responsável pela eficiência e eficácia da metaheurística.

4.2 Diferença entre GA e o modelo proposto

A metaheurística proposta possui similaridade com o GA, quando observada a etapa de cruzamento. Nesta etapa do GA, são empregadas técnicas para geração de novas soluções a partir de regras de recombinação. Da mesma forma, a metaheurística proposta também gera novos resultados compostos de dados de dois ou mais agentes diferentes, empregando-se a Equação

Figura 7 – Estrutura da metaheurística proposta.



Fonte: Elaborado pelo autor

(4.6) na forma de troca parcial de conhecimento entre os agentes. Apesar disso, algumas importantes diferenças são descritas a seguir.

Enquanto o GA elimina soluções consideradas ruins a cada iteração, descartando todo o conhecimento que aquelas soluções haviam adquirido a técnica proposta não discrimina soluções ruins, permitindo que até mesmo a pior solução da sociedade possa aprimorar seus resultados, e assim contribuir para a determinação do ótimo global. Também, no Algoritmo Genético, as interações acontecem a cada par de soluções, onde um par de novas soluções é gerado a cada interação. Já a técnica proposta gera uma nova solução a cada agente influenciado por outros agentes com melhores resultados. Assim, em regra geral, os melhores agentes influenciam os piores que têm suas soluções modificadas para melhor a cada instante t . Além disso, na técnica proposta, o grau de influência que o influenciador exerce sobre o influenciado é dosado pela diferença entre os seus status sociais. Como pode ser inferido através da Equação (4.6), um agente a_j influenciador de a_i influenciará fortemente se S_j for muito maior do que S_i , mas não influenciará muito se seus status forem aproximadamente iguais.

Outro aspecto diferente entre a metaheurística proposta e o GA, é a forma que as duas téc-

nicas lidam com as novas soluções geradas. No Algoritmo Genético, as soluções filhas são sempre aceitas, mesmo sendo piores resultados dos que já foram encontrados e serão aptas a eliminação somente quando o teste de aptidão for executado. Já na técnica proposta, caso a solução gerada pela troca de conhecimento com o agente influenciador for pior do que a existente na memória do agente influenciado, essa solução é descartada imediatamente, mantendo-se a solução armazenada na memória. Com isso, na próxima geração, o GA pode acabar possuindo algumas soluções piores do que as que já existiam, caso o teste de aptidão permita isso. Em contrapartida, na técnica proposta, o próximo passo de tempo, que equivale a uma geração do GA, possuirá sempre somente soluções melhores ou iguais às do passo anterior.

4.3 Diferença entre PSO e o modelo proposto

A metaheurística proposta e a PSO possuem semelhanças em relação à quantidade de influência que agentes possuem na população. Dependendo das configurações para os parâmetros iniciais da técnica proposta, as topologias de vizinhança da PSO podem ser reproduzidas pela técnica, mesmos assim ainda será diferente a fórmula de como os agentes influenciarão outros agentes da população. Apesar da semelhança quanto à capacidade de influência, existem diferenças entre as duas técnicas que serão mencionadas a seguir.

Enquanto a PSO utiliza dois parâmetros para direcionar seus agentes (melhor valor individual e melhor valor global), a técnica proposta aqui não utiliza um valor direcionador para a exploração, mas sim uma premissa: se o resultado atual é melhor que o resultado anterior, o agente segue pelo mesmo caminho, senão este muda sua direção de busca para outra aleatória, mantendo uma exploração estocástica do espaço de busca. Em resumo, a PSO obriga que todos os agentes sigam um mesmo objetivo encontrado pelo melhor agente, direcionando sempre a exploração àquele ponto. Já na técnica proposta, isso não ocorre no mecanismo de exploração. Nela os agentes são livres para explorar todos os pontos do espaço de busca, e só possuem a premissa de continuarem explorando a mesma direção que alcançam melhores resultados.

Outra diferença entre as duas metaheurísticas dá-se no aprendizado dos agentes. Considerando a PSO original, onde a topologia de vizinhança é a Gbest, todos os agentes aprendem com a solução do melhor agente. Na técnica proposta, o encontro entre os agentes da população é estocástico, visto que não há uma determinação fixa de quantos e quais agentes influenciarão o aprendizado de cada agente. Com isso, todos os agentes da PSO seguem somente um agente, que pode ser considerado como o mestre de todos os outros, distribuindo seu conhecimento para todo o espaço de busca. Em contrapartida, no modelo proposto, esse conceito de somente um agente liderar todo o grupo pode ser desabilitado através das configurações dos parâmetros. Essas configurações permitem que existam mais líderes na população e que esses líderes não possuam a mesma capacidade de influência que tem o agente mestre da PSO.

4.4 Analogias entre a metaheurística proposta e ABM

A literatura apresenta diferentes abordagens para modelar a dinâmica da interação social, como pode ser visto no trabalho (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009). As abordagens utilizando o ABM têm a vantagem de não se basear em topologias de rede fixas, sendo capazes de simular interações mais complexas, fazendo com que seja um dos mais bem sucedidos modelos de simulação social. Na área dos problemas de otimização, metaheurísticas populacionais podem ser descritas como aquelas que utilizam o mesmo tipo de abordagem, focadas em otimização de problemas (BARBATI; BRUNO; GENOVESE, 2012) e (TALBI, 2009). Na presente proposta, o conceito empregado de agentes segue essa linha. Ou seja, os agentes identificam soluções parciais do problema considerado, soluções que evoluem no tempo via mecanismos individuais e sociais de busca por melhorias. Seguindo essa linha, de acordo com Wooldridge e Jennings (1995) e Barbatí, Bruno e Genovese (2012), os agentes da metaheurística proposta interagem com o espaço de busca (ambiente) mas também interagem uns com os outros, sempre que tal interação possa levar a uma melhora individual de solução. Abaixo, faz-se um paralelo explícito da metaheurística aqui proposta com os requisitos de agentes segundo Barbatí, Bruno e Genovese (2012):

1. Independência: cada agente age de forma autônoma, sem interação externa ou outros dispositivos. Na presente proposta, depois da definição dos parâmetros de entrada, os agentes atuam de forma totalmente independente. A metaheurística evolui até ser satisfeito o critério de parada adotado. Cada agente explora o domínio de busca sem intervenção externa, com o objetivo de melhorar sua medida de qualidade, que significa uma melhora de seu status social. Espera-se, com isso, que a população tenda a achar a solução ótima do problema;
2. Habilidade social: os agentes devem possuir a capacidade de interagirem entre si. Na metaheurística proposta, os agentes interagem entre si quando um agente entra no raio de influência de outro. O tamanho do raio de influência, dado pela Equação (4.5), é relativo ao quanto de status um agente possui, que por sua vez é dado pela Equação (4.4). De fato, a habilidade social é um importante mecanismo para os agentes procurarem resultados melhores para a função objetivo;
3. Reação: os agentes reagem a estímulos vindos do ambiente em que se encontram. Na metaheurística proposta, cada agente aplica as coordenadas de sua posição no ambiente de busca, numa avaliação da FO. Com isso, cada agente decide se deve seguir por uma mesma direção, caso o resultado seja melhor que o anterior ou, caso contrário, se deve modificar sua direção. Aqui, tal reação é representada pelo Mecanismo 1, dado pela Equação (4.2);
4. Proatividade: os agentes são dotados de diretivas que os impulsionam a alcançarem seus

objetivos. Na metaheurística proposta, o objetivo de um agente é aumentar seu status social. De acordo com esse objetivo, as iniciativas tomadas são representadas pelos Mecanismos 1 e 2 da metaheurística proposta. Para cada agente, a Equação (4.4) garante que um valor menor encontrado para FO implica numa melhora do seu Status.

Considerando essa relação de conceitos de agentes, comumente empregados num ABM, tanto com metaheurísticas de busca populacional como com modelagem de interação social, a metaheurística aqui proposta pode ser classificada como uma metaheurística que utiliza conceitos similares aos Modelos Baseados em Agentes (BARBATI; BRUNO; GENOVESE, 2012). De acordo com Diaz e Fent (2006), Weiss (1999) e Barbati, Bruno e Genovese (2012), um ABM necessita de conceitos específicos no seu desenvolvimento. Um paralelo explícito da metaheurística aqui proposta com esses requisitos apresentados por Barbati, Bruno e Genovese (2012), é descrito a seguir:

1. Objetivo da simulação: é a especificação de qual é o fenômeno ou problema a ser simulado, bem como o domínio espacial da simulação. Na metaheurística aqui descrita, o objetivo é minimizar o resultado de uma FO e o domínio da simulação é o domínio de busca que determina os valores que compõem uma solução viável, determinado por $\Gamma = [\alpha_1, \beta_1] \times [\alpha_2, \beta_2] \times \dots \times [\alpha_d, \beta_d]$, onde α e β são os limites do domínio de viabilidade das variáveis de projeto;
2. População de agentes: os agentes são agrupados por alguma característica em comum, podendo ser divididos em um ou vários desses grupos. Na metaheurística proposta, a população é composta por um único grupo, onde todos os agentes podem interagir entre si e sem restrições, sendo necessário somente um agente entrar no raio de influência de outro;
3. Capacidade adaptativa de cada agente: é a capacidade de um agente, ou um subgrupo deles, de reagir a estímulos do ambiente e dos seus próprios preceitos. No modelo apresentado, essa capacidade adaptativa dá-se pela meta do agente tentar sempre alcançar um alto status social. Um agente pode aprimorar seu status tanto através das Equações (4.1) e (4.2) para melhora individual, quanto pela combinação das Equações (4.3) a (4.7) para a melhora cooperativa com outros agentes;
4. Paradigma de interação dos agentes: pode ser um paradigma cooperativo ou competitivo, dependendo dos objetivos que cada grupo de agentes possui. Também é responsável por definir como cada agente interage com outro. O paradigma de interação da metaheurística proposta é um híbrido dos paradigmas cooperativo e competitivo, que será o gerenciador da troca de informação entre agentes. Quando um agente interage com outro com status social próximo ao dele, o agente com maior status social entre os dois tende a não compartilhar todo o conhecimento que possui, pois vê o outro como seu concorrente. Por

outro lado, quando há uma disparidade entre os status sociais dos agentes, essa premissa é abrandada proporcionalmente à diferença do status social dos agentes envolvidos.

4.5 Experimentos e testes

A metaheurística foi testada através de diferentes funções de *benchmark* e funções que representam problemas reais. As funções de *benchmark* foram selecionadas para avaliar a qualidade de diferentes aspectos da metaheurística proposta, sendo: a capacidade de escapar de mínimos locais; a capacidade de manter a diversidade da população; e a eficiência e eficácia na busca das soluções ótimas ou subótimas. A Seção 4.5.1 apresenta os testes utilizados para avaliar os mecanismos. Já na Seção 4.5.2, problemas reais são descritos e os resultados para tais problemas são apresentados. A implementação do modelo foi desenvolvida na linguagem de programação Java, onde dois módulos de utilização da metaheurística foram desenvolvidos: no primeiro o usuário escreve sua função objetivo num arquivo de texto que será codificado pelo programa para então executar a metaheurística. Para a codificação de símbolos e funções matemáticas existentes nas funções objetivo as bibliotecas jep 2.4.1 e ext 1.1.1 foram utilizadas nesse módulo. No segundo módulo, as funções objetivo já estão codificadas dentro do código fonte do programa, o que faz com que o desempenho computacional seja aprimorado. O segundo módulo, por possuir o melhor desempenho computacional e por não ser necessário codificar as funções objetivo de uma fonte externa, foi o utilizado para a execução dos testes. Todos os dados dos resultados foram gerados num laptop Intel Core I5-3337U 1.80GHz, 6GB de memória RAM, executando em um Windows 7 de 64 bits.

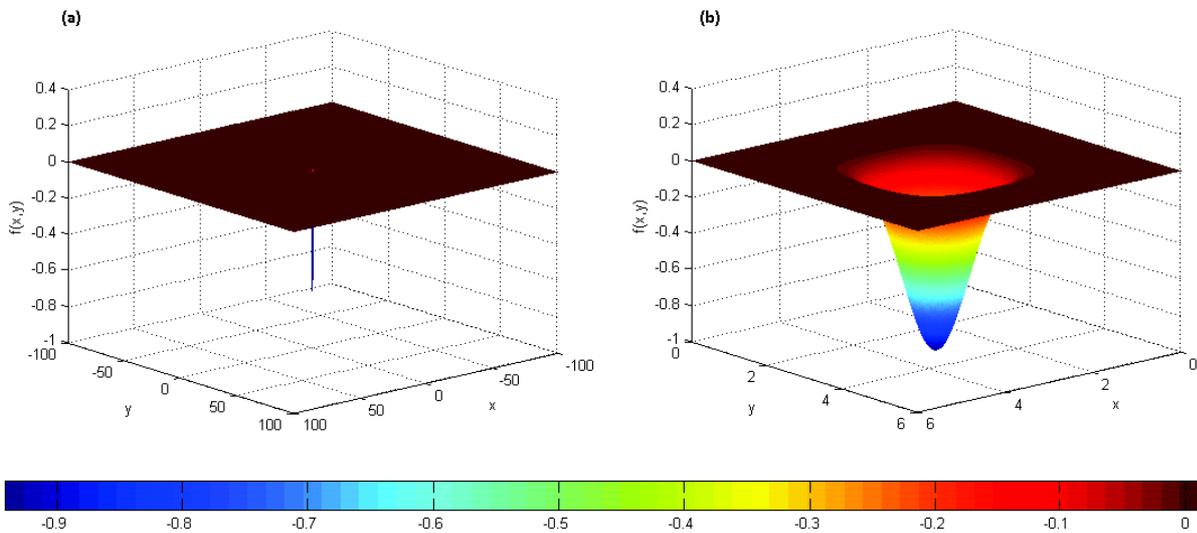
4.5.1 Avaliação de mecanismos da metaheurística

Três funções de *benchmark* foram selecionadas para testar a capacidade do modelo proposto. Cada função possui uma característica específica. As três funções são apresentadas na Tabela 1 e os gráficos de superfície de cada uma dessas funções são mostrados nas Figuras 8, 9, 10. Cada uma das três figuras são compostas por dois gráficos, onde (a) apresenta a superfície em todo o domínio de soluções e (b) apresenta a superfície ampliada próxima do mínimo global. As características de cada uma dessas funções serão apresentadas a seguir.

Como pode ser observado na Figura 8 (a), a função Easom apresenta no seu domínio um formato de planície com uma única cavidade onde os mínimos locais e o global se localizam. A característica dessa função é o desafio de explorá-la em busca dessa cavidade onde o mínimo global se encontra. Devido a essa dificuldade de exploração, testar a técnica nessa função permite avaliar se o mecanismo de exploração é eficiente, analisando a quantidade de avaliações de FO necessária para a cavidade ser encontrada. Já, quando o mecanismo de exploração encontra a cavidade, o mecanismo de intensificação começa a ser exigido. Observa-se que, no momento em que os agentes começam a explorar a cavidade, vários subótimos serão encontrados, de-

Tabela 1 – Funções de *benchmark* da metaheurística.

F1 - Easom: $-\cos(x_1) \cos(x_2) \exp\left\{-\left[(x_1 - \pi)^2 + (x_2 - \pi)^2\right]\right\}$			
Domínio	Mínimo global	Localização do Mínimo	Dimensões
[-100, 100]	-1	(π, π)	2
F2 - Rosenbrock: $\sum_{k=1}^{d-1} [100(x_{k+1} - x_k^2)^2 + (x_k - 1)^2]$			
Domínio	Mínimo global	Localização do Mínimo	Dimensões
[-30, 30]	0	$(1, \dots, 1)$	5
F3 - Rastrigin: $10d + \sum_{k=1}^d [x_k^2 - 10 \cos(2\pi x_k)]$			
Domínio	Mínimo global	Localização do Mínimo	Dimensões
[-5.12, 5.12]	0	$(0, \dots, 0)$	5

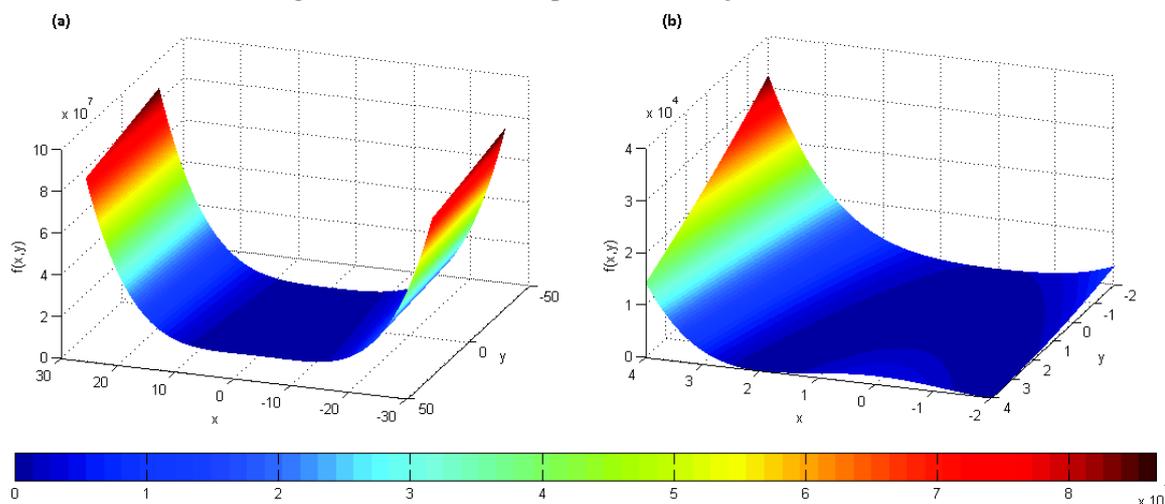
Figura 8 – Gráfico da superfície da função *Easom*.

Fonte: Elaborado pelo autor

vendo a busca ser intensificada até que o ótimo global seja encontrado no fundo da cavidade, como pode ser observado na Figura 8 (b).

A Figura 9 (a) apresenta a superfície do domínio da função Rosenbrock. É possível observar que essa função possui uma queda abrupta em direção ao centro do domínio. Além disso, próximo ao mínimo global, a função apresenta um formato de banana, como pode ser observado na Figura 9 (b). Essa função possui como característica uma exploração simples para a aproximação do mínimo global, mas ao encontrar a redondeza do mínimo global, a intensificação é exigida. Por essa característica, essa função foi selecionada para avaliar a qualidade do mecanismo de intensificação da técnica. Além disso, um mínimo local próximo ao global, localizado na posição $(-1, 1, \dots, 1)$, é um ponto que, se não houver uma técnica de escape de mínimos locais eficiente, atrai a população de agentes para fora do caminho do mínimo global.

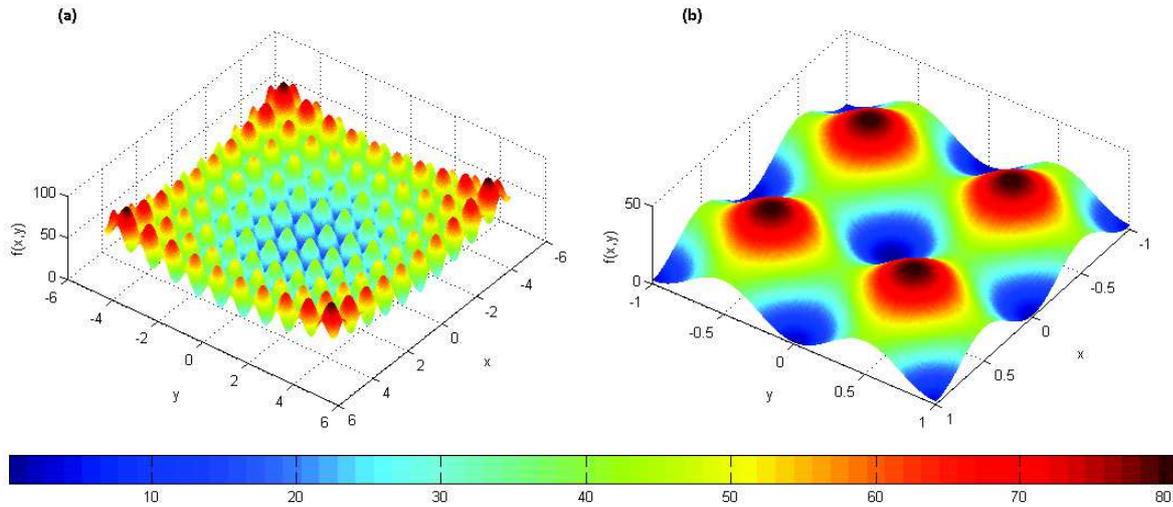
A Figura 10 (a) mostra a superfície do domínio da função Rastrigin. Essa função é povoada de mínimos locais encontrados dentro de cavidades que lembra uma caixa de ovos. De fato, essa função é similar a uma caixa de ovos levemente curvada. A função Rastrigin é muito eficiente em avaliar como a técnica se comporta com vários mínimos locais próximos do mínimo global,

Figura 9 – Gráfico da superfície da função *Rosenbrock*.

Fonte: Elaborado pelo autor

como pode ser visto na Figura 10 (b), e se os agentes conseguem escapar desses mínimos, uma vez encontrada uma das cavidades com mínimos locais e não com o mínimo global. Cada cavidade presente na função é circundada por pontos de máximos locais, o que dificulta a fuga de um agente no momento em que é atraído para a região de um dos mínimos locais. Visto que, sendo o objetivo do agente minimizar o problema, explorar pontos onde a solução é pior em relação a que ele já conhece não é o comportamento comum para o agente. Devido a essa característica, essa função é interessante para avaliar se a técnica consegue escapar de mínimos locais com facilidade, usando tanto o mecanismo de exploração quanto o de intensificação, ou se é necessário criar uma técnica que impeça a estagnação em mínimos locais.

Após apresentar as características das funções e a justificativa de utilizá-las para os testes iniciais da técnica, são apresentados os resultados correspondentes. Esses testes foram utilizados para avaliar como o modelo proposto comportou-se no início da sua concepção e desenvolvimento. Por esse motivo, um conjunto de valores para os três parâmetros configuráveis foram testados, com o objetivo de avaliar qual deve ser a configuração ideal para a solução de problemas em geral. A Tabela 2 apresenta os valores utilizados para os três parâmetros configuráveis da técnica, enquanto que as Figuras 11, 12 e 13 apresentam os gráficos das séries de testes feitos para a função Easom, Rosenbrock e Rastrigin, respectivamente. Cada série é composta pela média de dez execuções distintas assumindo cada uma das combinações de valores apresentados na Tabela 2, sendo cada uma dessas séries representadas por uma cor distinta nos gráficos de resultados. Com isso, para cada valor de N_a existirá vinte e cinco séries de média de resultados, que são as combinações de cada A e δ . Similarmente, cada valor de A possuirá vinte séries de média, que são a combinação de cada N_a e δ e, para os valores de δ , suas vinte séries serão compostas pelas combinações de N_a e A . Ainda, o eixo "Erro", das Figuras 11 a 13, é uma representação, na escala logarítmica, de quanto o melhor agente da sociedade está próximo do ótimo global. Portanto, quando o valor para o eixo "Erro" atinge zero, o ótimo glo-

Figura 10 – Gráfico da superfície da função *Rastrigin*.

Fonte: Elaborado pelo autor

bal é encontrado por um ou mais agentes. Por fim, o eixo "Avaliações" é representado na escala dos milhões, devendo multiplicar-se o valor apresentado no eixo por 10^6 . Na discussão dos resultados a seguir, considera-se como eficiência a velocidade que o ótimo global é encontrado e como eficácia a qualidade da aproximação encontrada para o ótimo.

Tabela 2 – Valores testados para os parâmetros configuráveis.

Parâmetro	Valores				
N_a	5	10	20	50	
A	0.01	0.1	0.25	0.5	1
δ	0.01	0.05	0.1	0.5	1

É importante ressaltar que o valor de 0.01 para A é um valor utilizado para que o Mecanismo 2 não entre em ação, pois resulta em raios de influência pequenos demais para que esse mecanismo de troca de conhecimento seja utilizado. A utilização desse valor é justificada para comprovar que, somente o uso da exploração do domínio não apresenta resultados satisfatórios, sendo necessária a utilização da troca de conhecimento para gerar soluções ótimas ou subótimas. Com isso, todos os gráficos apresentados a seguir, evidenciando N_a e δ , possuirão um grupo de séries que destoarão negativamente das séries restantes. Essas séries são correspondentes a $A = 0.01$ e farão com que a população sofra uma estagnação em valores distantes do ótimo global. Por causa disso, essas séries serão as que possuirão os valores mais altos do eixo "Erro". Essa característica é facilmente observável nos gráficos onde os valores de A são evidenciados, neles é possível notar que todas as combinações de N_a e δ , onde A possui o valor de 0.01, são consideravelmente piores se comparadas com as restantes.

A Figura 11 (a) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de N_a para a função Easom. Como o gráfico demonstra, essa função é aprimorada ao utilizarem-se mais agentes na população, tanto em eficiência quanto em eficácia. Dado o fato que essa função

é composta por um planalto com uma única cavidade, o foco da metaheurística é explorar o domínio procurando a cavidade para então intensificar a pesquisa até o mínimo global. Ao aumentar a quantidade de agentes, a exploração aumenta proporcionalmente. Portanto, para problemas com esse aspecto, a quantidade de agentes na população é um parâmetro crítico, sendo $N_a \in 20, 50$ os valores mais indicados, entre os testados.

A Figura 11 (b) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de A para a função Easom. Esse parâmetro, considerando problemas com características parecidas com o da Easom, pode ser considerado crítico, visto que os valores medianos possuem mais efetividade para encontrar o mínimo global, sendo $A \in 0.25, 0.5$ os valores testados com melhores resultados. Como mencionado anteriormente, como esperado, o valor de 0.01 apresenta os piores resultados, justificando que com o uso único do mecanismo de exploração, não é possível intensificar a procura pelo mínimo global.

A Figura 11 (c) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de δ para a função Easom. Este parâmetro não é considerado crítico, sendo necessário somente a utilização de um valor que impeça que somente os melhores agentes da população tenham um raio de influência significante. Para os valores testados, $\delta \in 0.1, 0.5, 1.0$ geraram os melhores resultados.

É possível concluir, analisando as três figuras, que combinando o aumento da quantidade de troca de conhecimento com maior exploração, através de mais agentes na população, a eficiência e eficácia são aumentadas em problemas com características similares à função Easom. Além disso, a utilização de mais agentes é responsável por aumentar a exploração do espaço de busca, encontrando mais rapidamente a cavidade com o ótimo global. Após encontrar a redondeza do ótimo global, a maior quantidade de troca de conhecimento, causada pela combinação de um A com valor intermediário e um δ com valor a partir de 0.1, torna-se a responsável pela intensificação da busca pelo mínimo global localizado dentro desta cavidade.

A Figura 12 (a) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de N_a para a função Rosenbrock. Pode-se perceber que, apesar de todos os grupos de séries apresentarem comportamento similar, utilizando $N_a \in 5, 50$ os resultados gerados são ligeiramente piores, enquanto que utilizando $N_a \in 10, 20$ os resultados gerados são ligeiramente melhores. Apesar disso, esse parâmetro não é considerado crítico para problemas com características similares à função Rosenbrock.

A Figura 12 (b) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de A para a função Rosenbrock. Esse parâmetro apresenta-se como crítico novamente, sendo $A = 0.25$ o gerador de melhores resultados. Novamente, utilizando 0.01, não são geradas soluções boas, como esperado, e dessa vez a estagnação é mais evidente, visto que a função Rosenbrock não exige tanto da exploração quanto exige da intensificação. Por esse motivo, o valor 0.1 também não apresenta bons resultados, pois sua capacidade de intensificação é pequena. Apesar disso, 0.1 é o valor que gera as séries mais uniformes de soluções. Outro ponto interessante é a série de médias quando assumido o valor 1.0, sendo possível notar que os resultados utilizando esse

valor de atenuador ou apresentam-se muito bons ou muito ruins, diferente de quando o valor 0.25 é utilizado.

A Figura 12 (c) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de δ para a função Rosenbrock. Apesar de todas as séries de δ serem similares, é possível perceber que quanto maior o valor utilizado, mais soluções subótimas são encontradas. Com isso, δ pode ser considerado crítico para funções com características similares à Rosenbrock, sendo $\delta = 1.0$ o gerador de melhor resultados, mas 0.5 gera resultados similares.

Analisando as três figuras, percebe-se que a função Rosenbrock é desafiadora para a técnica. Muitas séries geraram estagnação de soluções, tanto em ótimos locais como em soluções subótimas. Uma possível razão para isso é a existência de um ótimo local próximo ao global, localizado em $(-1, 1, \dots, 1)$, fazendo com que a população de agentes seja atraída para esse local e seja afastada da posição do ótimo global. Isso evidencia uma necessidade de uma estratégia de fuga de ótimos locais para a técnica.

A Figura 13 (a) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de N_a para a função Rastrigin. É notável a similaridade das quatro séries de N_a , demonstrando que esse não é um parâmetro crítico para problemas com características similares à Rastrigin. Apesar disso, mais agentes na população encontram mais vezes o mínimo global da função.

A Figura 13 (b) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de A para a função Rastrigin. As cinco séries de A evidenciam que esse é um parâmetro crítico nesse caso. Os valores $A \in 0.25, 0.5$ são responsáveis pelos melhores resultados, sendo o valor 0.25 o melhor dos dois. Isso evidencia uma característica importante, anteriormente mencionada, da função: os mínimos locais estão cercados por máximos globais. Sendo o objetivo minimizar a função, intensificar buscas em máximos locais não é algo que a população de agentes irá fazer, entretanto, se não o fizer, os agentes nunca escaparão dos mínimos locais. Devido a essa característica da técnica, a exploração possui um papel importante para a fuga desses mínimos. Por este motivo, valores altos para o atenuador geram resultados piores, visto que, quanto maior o raio de influência dos agentes, maior será a capacidade de intensificação deles, o que nesse caso, no momento em que encontrarem um mínimo local e não o global, provocará uma intensificação desnecessária nos mínimos locais, sendo um agravante para a estagnação da população. Com isso, problemas com características semelhantes à função Rastrigin, exigem uma igualdade na capacidade de exploração e intensificação, evidenciando também a necessidade de um mecanismo de fuga de ótimos locais.

A Figura 13 (c) apresenta os resultados das execuções evidenciando os valores de δ para a função Rastrigin. Esse não é um parâmetro crítico nessa função, visto que as cinco séries apresentam gráficos semelhantes. Apesar disso, vale ressaltar que $\delta = 1.0$ gera médias de soluções ligeiramente mais eficazes que as demais séries.

Ao analisar as três figuras, percebe-se que problemas com muitos ótimos locais circundando o ótimo global não apresentam tantos problemas como um único ótimo local próximo do global, como é o caso da função Rosenbrock. Um mínimo circundado de vários outros mínimos

apresenta uma característica de atração dos agentes, tanto para o mínimo global como para outro mínimo local, sendo todos os mínimos uniformemente distribuídos. Isso faz com que um mínimo local ou global torne-se um ponto em comum entre os mínimos que o circundam, fazendo com que os agentes que encontraram um dos mínimos locais de um dos vales, sejam direcionados para o mínimo localizado no fundo do vale através do mecanismo de troca de conhecimentos. Por causa desse comportamento, se a população for composta de agentes com raios de influência grandes demais, poderá haver estagnação em ótimos locais, nunca encontrando o ótimo global. Isso evidencia, assim como na função Rosenbrock, a necessidade de um mecanismo de diversidade populacional.

4.5.2 Otimização de problemas reais

Nesta seção, os resultados obtidos para dois problemas reais são apresentados, o problema do Potencial de Lennard-Jones e o problema de ondas sonoras de Frequência Modulada (FM). As duas funções fizeram parte do CEC 2011 (DAS; SUGANTHAN, 2010) e serão descritas nas suas respectivas seções, a seguir. Resumindo os resultados obtidos, ao comparar com alguns competidores do CEC 2011, a metaheurística proposta consegue superar o desempenho médio e o melhor valor encontrado de alguns competidores. Além disso, os resultados de eficiência e eficácia foram satisfatórios, considerando que a metaheurística foi aplicada na sua forma mais pura e sem adaptações visando um desempenho competitivo, ou seja, nenhuma modificação ou melhoramento foi aplicado para os problemas a serem resolvidos.

4.5.2.1 Problema das ondas sonoras de Frequência Modulada (FM)

Neste problema, o objetivo é obter os valores para os seguintes parâmetros: $\mathbf{x} = (A_1, \omega_1, A_2, \omega_2, A_3, \omega_3)$, onde cada valor dos parâmetros devem pertencer ao intervalo fechado $[-6.4, 6.35]$, tal que

$$y(t) = A_1 \sin(\omega_1 \theta t + A_2 \sin(\omega_2 \theta t + A_3 \sin(\omega_3 \theta t))) \quad (4.8)$$

com $\theta = 2\pi/100$, devendo gerar um som similar a

$$y_T(t) = 1 \sin(5.0\theta t - 1.5 \sin(4.8\theta t + 2 \sin(4.9\theta t))), \quad (4.9)$$

chamada aqui de função de meta.

A função objetivo é somar o erro ao quadrado entre a onda estimada e a função de meta, onde, para 101 instantes de tempos $t = 0, 1, 2, \dots, 100$, lê-se

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{100} \sum_{t=0}^{100} [y(t) - y_T(t)]^2. \quad (4.10)$$

É possível observar, por comparação direta das Equações (4.8) e (4.9) que o mínimo global para a Equação (4.10) é $f(\mathbf{x}^*) = 0$, com $\mathbf{x}^* = (1, 5, -1.5, 4.8, 2, 4.9)$. Entretanto, encontrar numericamente essa solução não é uma tarefa fácil, devido ao fato de tal problema ser uma função multi-modal complexa.

Para esse problema, a metaheurística proposta não conseguiu superar os resultados médios dos concorrentes do CEC 2011, sendo utilizado os resultados do décimo quarto colocado como um comparativo entre os nossos resultados e o do último colocado da competição (KOROSEC; SILC, 2011). Os resultados, utilizando os valores indicados para os parâmetros, juntamente com a comparação com o décimo quarto colocado do CEC2011, são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados comparativos do problema FM.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
Décimo quarto	5.00E+04	1.40E+01	6.46E+00	8.92E-18	2.21E+01
	1.00E+05	1.09E+01	6.88E+00	5.00E-18	2.12E+01
	1.50E+05	1.01E+01	7.10E+00	3.28E-18	2.12E+01
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	1.08E+01	6.43E+00	8.56E-05	1.94E+01
	1.0E+05	1.08E+01	6.43E+00	1.04E-08	1.94E+01
	1.5E+05	1.08E+01	6.43E+00	6.38E-12	1.94E+01
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	1.07E+01	5.62E+00	3.05E-01	1.74E+01
	1.0E+05	1.05E+01	5.80E+00	1.45E-04	1.74E+01
	1.5E+05	1.04E+01	5.80E+00	7.68E-08	1.74E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	1.85E+01	3.91E+00	1.13E+01	2.37E+01
	1.0E+05	1.64E+01	3.92E+00	1.12E+01	2.33E+01
	1.5E+05	1.62E+01	4.11E+00	1.12E+01	2.33E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	2.15E+01	1.89E+00	1.78E+01	2.33E+01
	1.0E+05	1.81E+01	2.87E+00	1.49E+01	2.16E+01
	1.5E+05	1.68E+01	3.74E+00	1.26E+01	2.14E+01

Através dos resultados, é perceptível que a metaheurística aqui proposta possui capacidade competitiva mesmo na sua forma mais pura. A metaheurística proposta consegue ser inicialmente melhor que o concorrente do CEC, perdendo somente quando os resultados após 150 mil avaliações são comparados. Porém, quando consideramos somente o melhor resultado obtido pela metaheurística proposta, ela é superior ao décimo primeiro colocado nesse quesito para o problema FM, onde o valor obtido por este concorrente foi de $1.17E - 11$ (SINGH; RAY, 2011).

4.5.2.2 Problema do Potencial de Lennard-Jones

Outro problema real considerado, foi minimizar o problema do Potencial de Lennard-Jones (L-J) que descreve a interação mútua entre n átomos neutros (ou moléculas) via duas forças opostas: uma força de van der Waals atratora e uma força Coulomb repulsora, devido à sobreposição de órbitas de elétrons. A primeira excede em distâncias longas e a segunda em distâncias curtas.

O Potencial L-J para n átomos é dado por

$$f_o(\mathbf{x}) = 4 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j < i}^N (r_{ij}^{-6} - r_{ij}^{-3}), \quad (4.11)$$

onde n é o número de átomos e r_{ij} é a distância ao quadrado entre os átomos i e j , situados nas posições $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})$ e $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, x_{j2}, x_{j3})$, logo r_{ij} é dado por: $r_{ij} = (x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2 + (x_{i3} - x_{j3})^2$.

Segundo Moloi e Ali (2005), as dimensões do problema podem ser reduzidas fixando o primeiro átomo na origem do domínio de busca ($\mathbf{x}_1 = (0, 0, 0)$), o segundo átomo no eixo positivo de X ($\mathbf{x}_2 = (x_{21}, 0, 0)$) e o terceiro átomo no plano X Y ($\mathbf{x}_3 = (x_{31}, x_{32}, 0)$). Para cada átomo adicional, três dimensões são adicionadas ao problema. Logo, o total de dimensões do problema é dado por $d = 3n - 6$. Para dois átomos, é relativamente simples encontrar o mínimo global da função, visto que o problema terá somente uma dimensão. Por esse motivo, no CEC de 2011, o problema é testado utilizando dez átomos, com o melhor mínimo encontrado até hoje na literatura no valor de -28.422532 . Aplicando a redução demonstrada acima, o problema possuirá 24 dimensões a serem otimizadas.

Para esse problema, a metaheurística proposta consegue superar os resultados médios do décimo terceiro colocado do CEC 2011 (MALLIPEDDI; SUGANTHAN, 2011). Os resultados, utilizando os valores indicados para os parâmetros, juntamente com a comparação com o décimo terceiro colocado do CEC2011, são apresentados na Tabela 4.

Novamente, é perceptível que a metaheurística proposta possui capacidade competitiva. Apesar de o concorrente do CEC possuir uma velocidade inicial superior à metaheurística proposta, seu resultado médio se torna pior no decorrer das avaliações. Além disso, o melhor resultado obtido pela metaheurística proposta é superior ao décimo terceiro colocado nesse quesito para o problema L-J, onde o valor obtido por esse concorrente foi de $-2.26E + 01$ (MANDAL et al., 2011).

4.5.3 Opções de mecanismos para geração de diversidade populacional

Esta seção tem como objetivo apresentar algumas opções para manter a diversificação populacional. Os testes iniciais demonstraram que o modelo possui capacidade para geração de soluções para problemas de otimização. Além disso, foram encontrados os valores recomen-

Tabela 4 – Resultados comparativos do problema L-J.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
Décimo terceiro	5.00E+04	-1.26E+01	1.89E+00	-1.61E+01	-8.71E+00
	1.00E+05	-1.64E+01	1.47E+00	-1.94E+01	-1.26E+01
	1.50E+05	-1.83E+01	1.65E+00	-2.14E+01	-1.47E+01
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-1.19E+01	2.01E+00	-1.48E+01	-9.35E+00
	1.0E+05	-1.83E+01	2.84E+00	-2.27E+01	-1.40E+01
	1.5E+05	-2.05E+01	3.29E+00	-2.47E+01	-1.53E+01
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-1.16E+01	1.59E+00	-1.38E+01	-9.10E+00
	1.0E+05	-1.67E+01	2.34E+00	-1.94E+01	-1.24E+01
	1.5E+05	-1.91E+01	2.74E+00	-2.24E+01	-1.46E+01
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-4.41E+00	8.84E-01	-5.90E+00	-3.38E+00
	1.0E+05	-4.57E+00	7.69E-01	-5.90E+00	-3.90E+00
	1.5E+05	-4.62E+00	7.36E-01	-5.90E+00	-3.91E+00
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-3.84E+00	5.74E-01	-4.88E+00	-3.06E+00
	1.0E+05	-4.12E+00	5.38E-01	-4.90E+00	-3.16E+00
	1.5E+05	-4.29E+00	5.51E-01	-5.19E+00	-3.45E+00
	5.0E+06	-1.92E+01	3.20E+00	-2.43E+01	-1.41E+01

dados para os parâmetros configuráveis: $N_a = 20$, $A \in 0.25, 0.5$ e $\delta \in 0.1, 0.5$. Mas, apesar dos resultados bem-sucedidos dos testes, foi percebido que a metaheurística precisava de adaptações relacionadas à estagnação e à perda de diversidade populacional. Apesar de soluções ótimas ou subótimas terem sido alcançadas na maioria das execuções, a estagnação e perda de diversidade populacional deveriam ser amenizadas para diminuir as possibilidades de perda de eficiência e eficácia. Vários testes posteriores mostraram que a falta de diversidade populacional é responsável pela estagnação, além da perda de eficiência e eficácia. Por esse motivo, técnicas para controlar essa perda de diversidade foram testadas, sendo apresentadas abaixo as opções mais eficientes. Os problemas reais (FM e L-J) foram os escolhidos para demonstrar os pontos positivos dos mecanismos alternativos.

4.5.3.1 Influência acumulativa dos agentes influenciadores e ordenação decrescente dos agentes influenciadores através de seu melhor resultado

A modificação sugerida aqui refere-se à forma como um agente influenciado a_i verifica os conhecimentos obtidos de seus agentes influenciadores a_j . Na mecânica original, o agente a_i verifica cada informação de forma individual. Sendo assim, novos resultados obtidos serão

somente a combinação do que o agente a_i já possuía em memória, com o que ele aprendeu de um único agente a_j . Nesse caso, o que gerou melhor resultado entre todos os agentes a_j .

A alteração faz com que todo o aprendizado obtido dos agentes a_j seja acumulado. Isso é feito a partir de uma ordenação decrescente dos agentes a_j , para que os melhores agentes influenciem a_i primeiro. Com isso, a_i aprenderá com a_{j1} , armazenará o que aprendeu e acrescentará a esse aprendizado o que aprenderá com a_{j2} , seguindo esse processo até a_{jN} , sempre verificando se o restante dos agentes influenciadores ainda possuem melhores resultados comparado ao que a_i já aprendeu. As Tabelas 5 e 6 apresentam os resultados dessa mecânica para o problema FM e L-J respectivamente. Ao comparar os valores das Tabelas 3 e 5, observa-se que os resultados ficam similares, com aprimoramentos em algumas configurações e perdas em outras, para fins de comparação entre os resultados, o sinal positivo (+) indicará melhora, o negativo (-) piora, e o igual (=) resultados idênticos ao considerar a quantidade de números significantes. Já ao comparar os resultados das Tabelas 4 e 6, percebe-se que ao aplicar tal modificação juntamente com a configuração $N_a = 20$, $A = 0.25$ e $\delta = 0.1$, há uma melhora significativa nos resultados médios, desvio padrão e pior resultado encontrado. Além disso, o melhor resultado, apesar de não encontrar o mínimo global conhecido, não é significativamente ruim. Por causa desse desempenho superior à técnica original, tal mecanismo será aplicada em conjunto com as outras propostas sugeridas, para analisar seu desempenho em conjunto com outras opções.

Tabela 5 – Resultados para o problema FM, utilizando a mecânica de influência acumulativa.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$	5.0E+04	1.32E+01 (-)	7.89E+00 (-)	2.07E-05 (+)	2.38E+01 (-)
$A = 0.25$	1.0E+05	1.29E+01 (-)	7.88E+00 (-)	1.37E-07 (-)	2.38E+01 (-)
$\delta = 0.1$	1.5E+05	1.29E+01 (-)	7.88E+00 (-)	9.21E-09 (-)	2.38E+01 (-)
	5.0E+06	1.05E+01 (-)	5.87E+00 (+)	1.31E-15 (-)	1.78E+01 (+)
$N_a = 20$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$A = 0.25$	5.0E+04	1.11E+01 (-)	6.63E+00 (-)	5.30E-02 (+)	1.91E+01 (-)
$\delta = 0.5$	1.0E+05	1.10E+01 (-)	6.67E+00 (-)	6.10E-06 (+)	1.91E+01 (-)
	1.5E+05	1.10E+01 (-)	6.67E+00 (-)	3.38E-07 (+)	1.91E+01 (-)
	5.0E+06	6.19E+00 (+)	5.52E+00 (+)	7.27E-21 (-)	1.17E+01 (+)
$N_a = 20$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$A = 0.5$	5.0E+04	1.73E+01 (+)	3.39E+00 (+)	1.20E+01 (-)	2.11E+01 (+)
$\delta = 0.1$	1.0E+05	1.73E+01 (-)	3.45E+00 (+)	1.17E+01 (-)	2.11E+01 (+)
	1.5E+05	1.73E+01 (-)	3.45E+00 (+)	1.17E+01 (-)	2.11E+01 (+)
	5.0E+06	1.13E+01 (+)	5.18E+00 (-)	0.00E+00 (+)	1.59E+01 (+)
$N_a = 20$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$A = 0.5$	5.0E+04	1.99E+01 (+)	4.04E+00 (-)	1.25E+01 (+)	2.51E+01 (-)
$\delta = 0.5$	1.0E+05	1.94E+01 (-)	3.72E+00 (-)	1.25E+01 (+)	2.44E+01 (-)
	1.5E+05	1.88E+01 (-)	3.48E+00 (+)	1.25E+01 (+)	2.44E+01 (-)
	5.0E+06	1.76E+01 (-)	2.94E+00 (+)	1.25E+01 (-)	2.14E+01 (-)

Tabela 6 – Resultados para o problema L-J, utilizando a mecânica de influência acumulativa.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$	5.00E+04	-1.32E+01 (+)	1.40E+00 (+)	-1.52E+01 (+)	-1.06E+01 (+)
$A = 0.25$	1.00E+05	-1.96E+01 (+)	1.47E+00 (+)	-2.19E+01 (-)	-1.76E+01 (+)
$\delta = 0.1$	1.50E+05	-2.26E+01 (+)	2.03E+00 (+)	-2.56E+01 (+)	-1.99E+01 (+)
	5.00E+06	-2.74E+01 (+)	6.42E-01 (-)	-2.84E+01 (=)	-2.66E+01 (+)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$	5.00E+04	-1.22E+01 (+)	2.42E+00 (-)	-1.70E+01 (+)	-8.85E+00 (-)
$A = 0.25$	1.00E+05	-1.65E+01 (-)	3.53E+00 (-)	-2.13E+01 (+)	-1.17E+01 (-)
$\delta = 0.5$	1.50E+05	-1.83E+01 (-)	3.22E+00 (-)	-2.25E+01 (+)	-1.37E+01 (-)
	5.00E+06	-2.63E+01 (-)	2.92E+00 (+)	-2.84E+01 (=)	-1.83E+01 (=)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$	5.00E+04	-1.02E+01 (+)	1.72E+00 (-)	-1.32E+01 (+)	-7.50E+00 (+)
$A = 0.5$	1.00E+05	-1.25E+01 (+)	2.45E+00 (-)	-1.66E+01 (+)	-9.14E+00 (+)
$\delta = 0.1$	1.50E+05	-1.31E+01 (+)	2.75E+00 (-)	-1.71E+01 (+)	-9.32E+00 (+)
	5.00E+06	-1.84E+01 (-)	4.75E+00 (-)	-2.57E+01 (+)	-1.20E+01 (-)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$	5.00E+04	-1.03E+01 (+)	1.92E+00 (-)	-1.34E+01 (+)	-7.38E+00 (+)
$A = 0.5$	1.00E+05	-1.31E+01 (+)	2.17E+00 (-)	-1.69E+01 (+)	-1.10E+01 (+)
$\delta = 0.5$	1.50E+05	-1.47E+01 (+)	2.80E+00 (-)	-1.91E+01 (+)	-1.13E+01 (+)
	5.00E+06	-2.21E+01 (+)	4.01E+00 (-)	-2.83E+01 (+)	-1.66E+01 (+)

4.5.3.2 Diminuição da interação entre agentes influenciadores e agente influenciado

A diminuição de interação entre os agentes influenciadores a_j e seu influenciado a_i , consiste em determinar um limite para a troca de informação entre os agentes. No modelo original, para cada agente a_j , o agente a_i avalia a função para cada troca de informação. Ou seja, dimensão por dimensão. Portanto, para cada a_j , ocorrerá um total de D avaliações da função objetivo. Isso faz com que a intensificação sofra uma priorização ao utilizar problemas com muitas dimensões, como é o caso da L-J. Ao utilizar esta técnica, a interação entre os agentes é limitada numa quantidade determinada de avaliações da função, fazendo com que grupos de dimensões, e não mais uma dimensão individual, sejam avaliados a cada vez. Ou seja, se for determinado que ocorrerão 5 interações para cada agente influenciador, os grupos de dimensão serão divididos por $D/5$.

As Tabelas 7 e 8 apresentam os resultados dessa mecânica para os problemas FM e L-J respectivamente. Como pode ser visto na tabela, ao comparar os valores das Tabelas 3 e 7, observa-se que essa técnica precisa de uma configuração com um A maior para gerar resultados bons, visto que haverá menos interação entre os agentes, caso $A \sim 0.25$. Ao analisar os resultados para a configuração $N_a = 20$, $A = 0.5$ e $\delta = 0.1$, é possível notar a superioridade dessa técnica ao modelo original. Ao analisar os resultados das Tabelas 4 e 8, aplicar essa mecânica com a configuração $N_a = 20$, $A = 0.25$ e $\delta = 0.5$, os resultados médios conseguem ser ainda melhor, mas novamente há uma perda no melhor resultado encontrado. Essa técnica é reco-

mendada para um balanceamento entre exploração e intensificação da metaheurística, sendo possível até mesmo a aplicação de balanceamento adaptativo ativado por um mecanismo contra perda de diversidade ou de estagnação ou, então, relacionado ao valor de S_i dos agentes.

Tabela 7 – Resultados para o problema FM, utilizando a mecânica de diminuição da interação entre agentes.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	5.00E+04	1.63E+01 (-)	3.65E+00 (+)	1.17E+01 (-)	2.14E+01 (-)
	1.00E+05	1.63E+01 (-)	3.66E+00 (+)	1.17E+01 (-)	2.14E+01 (-)
	1.50E+05	1.63E+01 (-)	3.66E+00 (+)	1.17E+01 (-)	2.14E+01 (-)
	5.00E+06	1.20E+01 (-)	4.70E+00 (+)	1.72E-15 (-)	1.80E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	1.64E+01 (-)	4.03E+00 (-)	1.02E+01 (-)	2.28E+01 (-)
	1.00E+05	1.64E+01 (-)	4.03E+00 (-)	1.02E+01 (-)	2.28E+01 (-)
	1.50E+05	1.64E+01 (-)	4.03E+00 (-)	1.02E+01 (-)	2.28E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	1.58E+01 (+)	7.68E+00 (-)	1.60E-06 (+)	2.50E+01 (-)
	1.00E+05	1.54E+01 (+)	7.57E+00 (-)	7.43E-10 (+)	2.50E+01 (-)
	1.50E+05	1.54E+01 (+)	7.57E+00 (-)	1.44E-11 (+)	2.50E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	2.03E+01 (+)	5.66E+00 (-)	1.02E+01 (+)	2.70E+01 (-)
	1.00E+05	1.98E+01 (-)	5.22E+00 (-)	1.02E+01 (+)	2.43E+01 (-)
	1.50E+05	1.98E+01 (-)	5.19E+00 (-)	1.02E+01 (+)	2.43E+01 (-)
	5.00E+06	1.62E+01 (-)	4.41E+00 (+)	1.02E+01 (=)	2.17E+01 (-)

4.5.3.3 Independência de pensamento (ϵ) variada

O modelo original utiliza um valor fixo para a variável de independência de pensamento ϵ . O valor 10^{-4} foi o escolhido através de testes variando ϵ e utilizando uma função de *benchmark* fixa. Dos resultados testados, esse foi o que gerou melhores resultados médios. Mas ϵ não necessita ser idêntico para todos os agentes. Múltiplos valores podem ser utilizados em conjunto, fazendo com que grupos de agentes, ou até mesmo todos os agentes, pensem de forma diferente. Essa é a mecânica opcional apresentada aqui. Para os testes apresentados, os valores $1E-1$, $1E-2$, $1E-4$, $1E-8$, $1E-16$ foram distribuídos uniformemente na sociedade. Gerando cinco grupos de agentes com independência de pensamento diferente entre si. As Tabelas 9 e 10 apresentam os resultados dessa mecânica para os problemas FM e L-J respectivamente. Ao comparar os resultados dessa mecânica com os da mecânica original encontrados nas Tabelas 3 e 4, percebe-se que não há melhora quanto aos resultados finais. Mas ao aplicar essa modificação, gera-se uma diversidade populacional maior daquela vista na técnica original. Por esse motivo, a utilização da independência de pensamento variada é recomendada de forma parcial, utilizada em conjunto com uma regra para aplicar diversificação populacional ou fuga de

Tabela 8 – Resultados para o problema L-J, utilizando a mecânica de diminuição da interação entre agentes.

$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-1.23E+01 (+)	2.61E+00 (-)	-1.60E+01 (+)	-8.63E+00 (-)
	1.0E+05	-1.58E+01 (-)	3.43E+00 (-)	-2.04E+01 (-)	-1.09E+01 (-)
	1.5E+05	-1.79E+01 (-)	3.53E+00 (-)	-2.19E+01 (-)	-1.32E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	5.0E+06	-2.60E+01 (-)	2.52E+00 (+)	-2.74E+01 (-)	-1.98E+01 (+)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-1.51E+01 (+)	1.66E+00 (-)	-1.74E+01 (+)	-1.15E+01 (+)
	1.0E+05	-2.00E+01 (+)	3.18E+00 (-)	-2.44E+01 (+)	-1.42E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	1.5E+05	-2.18E+01 (+)	3.32E+00 (-)	-2.57E+01 (+)	-1.60E+01 (+)
	5.0E+06	-2.74E+01 (+)	7.43E-01 (+)	-2.84E+01 (=)	-2.61E+01 (+)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-9.72E+00 (+)	2.46E+00 (-)	-1.34E+01 (+)	-6.28E+00 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	1.0E+05	-1.04E+01 (+)	2.48E+00 (-)	-1.40E+01 (+)	-6.47E+00 (+)
	1.5E+05	-1.14E+01 (+)	2.77E+00 (-)	-1.53E+01 (+)	-7.69E+00 (+)
	5.0E+06	-1.99E+01 (-)	2.58E+00 (+)	-2.59E+01 (+)	-1.71E+01 (+)
	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	5.0E+04	-9.89E+00 (+)	1.79E+00 (-)	-1.38E+01 (+)	-7.52E+00 (+)
	1.0E+05	-1.18E+01 (+)	2.15E+00 (-)	-1.63E+01 (+)	-9.22E+00 (+)
	1.5E+05	-1.25E+01 (+)	2.45E+00 (-)	-1.66E+01 (+)	-9.28E+00 (+)
	5.0E+06	-2.04E+01 (+)	2.37E+00 (+)	-2.42E+01 (-)	-1.79E+01 (+)

estagnação em ótimos locais.

4.5.3.4 Concentração em um local do espaço de busca

Esta mecânica é uma adição à ideia original, onde não é necessária a modificação dos processos apresentados no Capítulo 4 para utilizar esta técnica. Esse método será chamado a partir daqui de "redimensionador". O princípio empregado nesta mecânica é a diminuição do domínio de busca, onde um subdomínio será construído a partir das posições extremas de todos os agentes da sociedade. Há também um segundo estágio, onde ocorre uma reexpansão até o tamanho original do domínio de busca. Quando o novo subdomínio é determinado, no estágio de diminuição, o menor quadrilátero possível, englobando as melhores posições de todos os agentes, é calculado. Após isso, os agentes são realocados em uma posição aleatória dentro do novo subdomínio. No estágio de reexpansão, o subdomínio é expandido em um percentual do tamanho do domínio original, sempre respeitando os limites iniciais do domínio de busca.

O redimensionador funciona da seguinte forma: toda vez que o critério de ativação é atingido, o domínio de busca é recalculado com o objetivo de diminuí-lo. Esse processo é repetido até ocorrer uma estagnação na diminuição do domínio, fazendo com que o processo de reexpansão seja iniciado. O processo de reexpansão é utilizado até que o domínio de busca retorne ao seu tamanho original, quando novamente o processo de diminuição pode ser retomado. O redimensionador é aplicado considerando cada dimensão individualmente, por esse motivo, uma

Tabela 9 – Resultados para o problema FM utilizando múltiplos ϵ .

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	5.00E+04	1.67E+01 (-)	7.19E+00 (-)	3.45E-04 (-)	2.51E+01 (+)
	1.00E+05	1.63E+01 (-)	6.87E+00 (-)	3.78E-07 (-)	2.51E+01 (+)
	1.50E+05	1.63E+01 (-)	6.87E+00 (-)	9.96E-10 (-)	2.51E+01 (+)
	5.00E+06	1.37E+01 (-)	5.58E+00 (+)	0.00E+00 (=)	2.14E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	1.12E+01 (-)	4.55E+00 (+)	4.45E-03 (+)	1.75E+01 (-)
	1.00E+05	1.12E+01 (-)	4.55E+00 (+)	2.68E-05 (+)	1.75E+01 (-)
	1.50E+05	1.12E+01 (-)	4.55E+00 (+)	9.40E-08 (+)	1.75E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	1.78E+01 (+)	5.52E+00 (-)	1.09E+01 (+)	2.43E+01 (-)
	1.00E+05	1.67E+01 (-)	6.34E+00 (-)	8.44E+00 (+)	2.43E+01 (-)
	1.50E+05	1.63E+01 (-)	6.05E+00 (-)	8.42E+00 (+)	2.43E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.00E+04	1.51E+01 (+)	6.05E+00 (-)	2.20E+00 (+)	2.46E+01 (-)
	1.00E+05	1.26E+01 (+)	7.52E+00 (-)	9.93E-03 (+)	2.39E+01 (-)
	1.50E+05	1.23E+01 (+)	7.51E+00 (-)	4.08E-04 (+)	2.38E+01 (-)
	5.00E+06	1.11E+01 (+)	6.34E+00 (-)	0.00E+00 (+)	1.97E+01 (+)

dimensão pode ter seu tamanho diminuído enquanto outra tem seu tamanho aumentado.

Tanto o critério para ativar o redimensionador quanto o tamanho de reexpansão, são valores que podem ser estudados com mais cuidado em trabalhos futuros. Para as simulações realizadas, o critério de ativação são 5 iterações sem melhora de m (o melhor resultado da sociedade). Já para a quantidade de reexpansão, é utilizado 5% do tamanho do domínio original.

As Tabelas 9 e 10 apresentam os resultados dessa mecânica para os problemas FM e L-J respectivamente. Apesar de não ocorrer melhora nos resultados finais, essa técnica possui capacidade de inserir diversidade populacional na sociedade, assim como a técnica de independência de pensamento variada. Para a inserção de diversidade, é necessário implementar uma regra que considere toda a sociedade ou um grupo de agentes. Uma possibilidade para essa regra, é selecionar um percentual dos piores agentes da sociedade e reiniciar seu \mathbf{x}^* para a posição aleatória onde esses foram realocados, mas várias outras opções podem ser sugeridas e testadas.

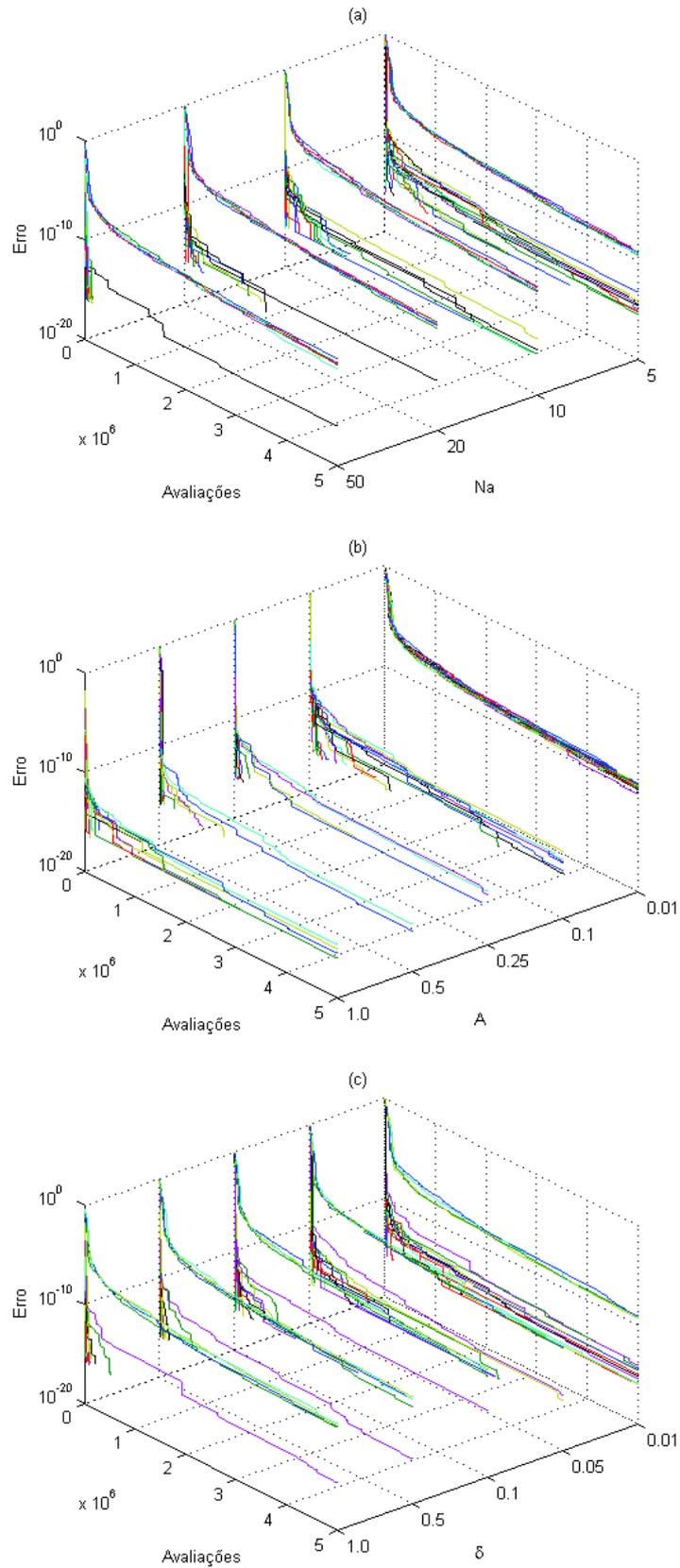
Tabela 10 – Resultados para o problema L-J utilizando múltiplos ε .

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	5.0E+04	-1.22E+01 (+)	2.40E+00 (-)	-1.60E+01 (+)	-8.51E+00 (-)
	1.0E+05	-1.76E+01 (-)	2.57E+00 (+)	-2.15E+01 (-)	-1.29E+01 (-)
	1.5E+05	-1.94E+01 (-)	2.75E+00 (+)	-2.30E+01 (-)	-1.37E+01 (-)
	5.0E+06	-2.63E+01 (+)	2.89E+00 (=)	-2.84E+01 (=)	-1.85E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	5.0E+04	-1.27E+01 (+)	3.00E+00 (-)	-1.78E+01 (+)	-8.83E+00 (-)
	1.0E+05	-1.70E+01 (+)	2.50E+00 (-)	-2.04E+01 (+)	-1.28E+01 (+)
	1.5E+05	-1.97E+01 (+)	2.63E+00 (+)	-2.38E+01 (+)	-1.38E+01 (-)
	5.0E+06	-2.69E+01 (+)	6.18E-01 (+)	-2.75E+01 (-)	-2.59E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	5.0E+04	-9.32E+00 (+)	1.16E+00 (-)	-1.10E+01 (+)	-7.99E+00 (+)
	1.0E+05	-1.18E+01 (+)	2.53E+00 (-)	-1.50E+01 (+)	-8.06E+00 (+)
	1.5E+05	-1.30E+01 (+)	3.35E+00 (-)	-1.72E+01 (+)	-9.35E+00 (+)
	5.0E+06	-1.88E+01 (-)	3.97E+00 (-)	-2.49E+01 (+)	-1.20E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	5.0E+04	-9.23E+00 (+)	1.44E+00 (-)	-1.17E+01 (+)	-6.05E+00 (+)
	1.0E+05	-1.20E+01 (+)	2.98E+00 (-)	-1.65E+01 (+)	-7.95E+00 (+)
	1.5E+05	-1.34E+01 (+)	3.01E+00 (-)	-1.81E+01 (+)	-1.02E+01 (+)
	5.0E+06	-2.14E+01 (+)	4.16E+00 (-)	-2.69E+01 (+)	-1.70E+01 (+)

Tabela 11 – Resultados para o problema FM utilizando redimensionador.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	5.00E+04	1.66E+01 (-)	4.09E+00 (+)	1.02E+01 (-)	2.25E+01 (-)
	1.00E+05	1.47E+01 (-)	4.23E+00 (+)	8.42E+00 (-)	2.07E+01 (-)
	1.50E+05	1.47E+01 (-)	4.23E+00 (+)	8.42E+00 (-)	2.07E+01 (-)
	5.00E+06	1.38E+01 (-)	3.71E+00 (+)	8.42E+00 (-)	1.91E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	5.00E+04	1.03E+01 (+)	7.50E+00 (-)	6.10E-04 (+)	2.05E+01 (-)
	1.00E+05	1.03E+01 (+)	7.50E+00 (-)	3.01E-07 (+)	2.05E+01 (-)
	1.50E+05	9.73E+00 (+)	6.85E+00 (-)	9.22E-13 (+)	1.63E+01 (+)
	5.00E+06	9.15E+00 (-)	6.67E+00 (-)	1.91E-27 (-)	1.63E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	5.00E+04	1.91E+01 (-)	4.36E+00 (-)	1.25E+01 (-)	2.49E+01 (-)
	1.00E+05	1.74E+01 (-)	5.39E+00 (-)	1.04E+01 (+)	2.49E+01 (-)
	1.50E+05	1.73E+01 (-)	5.23E+00 (-)	1.02E+01 (+)	2.36E+01 (-)
	5.00E+06	1.41E+01 (-)	6.68E+00 (-)	0.00E+00 (+)	2.20E+01 (-)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	5.00E+04	1.89E+01 (+)	4.60E+00 (-)	1.17E+01 (+)	2.46E+01 (-)
	1.00E+05	1.85E+01 (-)	4.29E+00 (-)	1.17E+01 (+)	2.35E+01 (-)
	1.50E+05	1.82E+01 (-)	4.24E+00 (-)	1.17E+01 (+)	2.33E+01 (-)
	5.00E+06	1.27E+01 (+)	6.02E+00 (-)	4.50E-02 (+)	2.22E+01 (-)

Figura 11 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função *Easom*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 12 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função Rosenbrock.

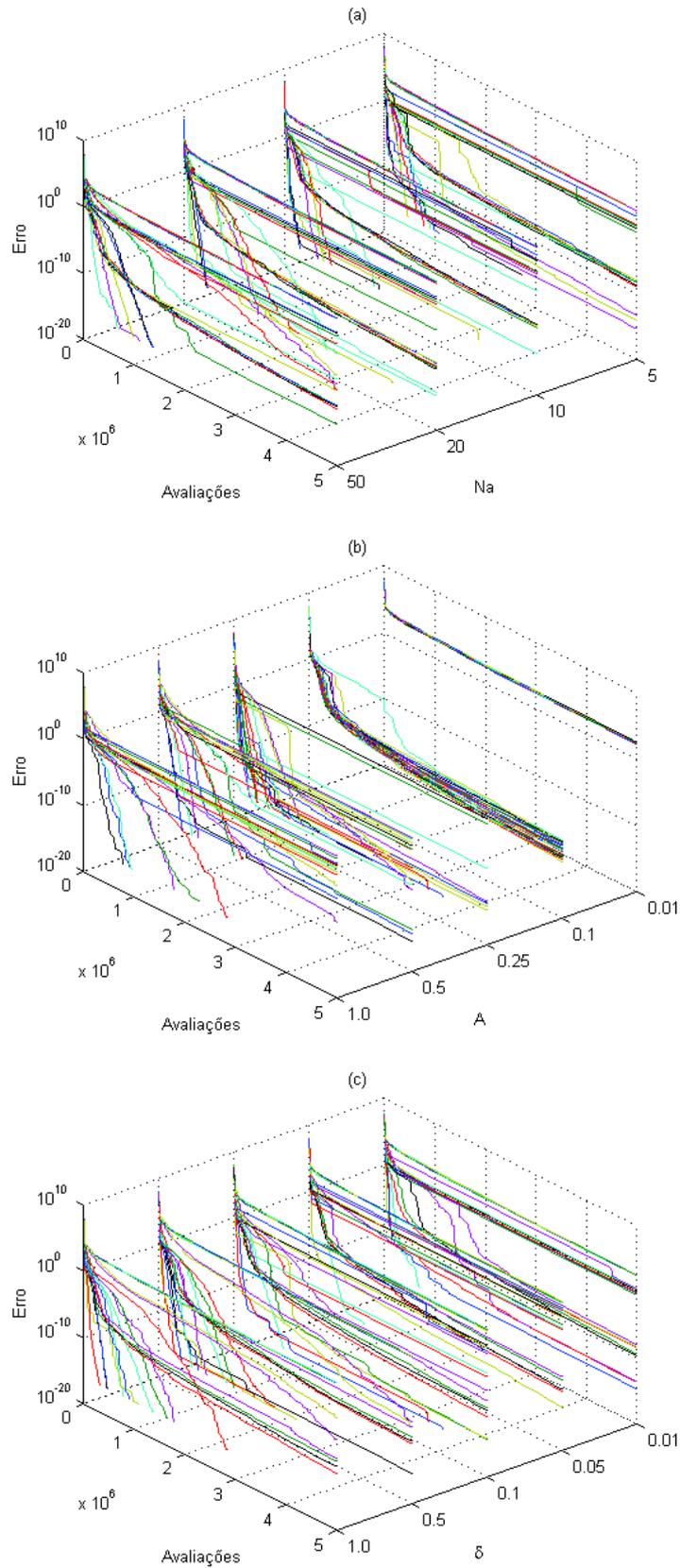


Figura 13 – Séries de média de resultados divididos em valores de (a) N_a , (b) A e (c) δ da função *Rastrigin*.

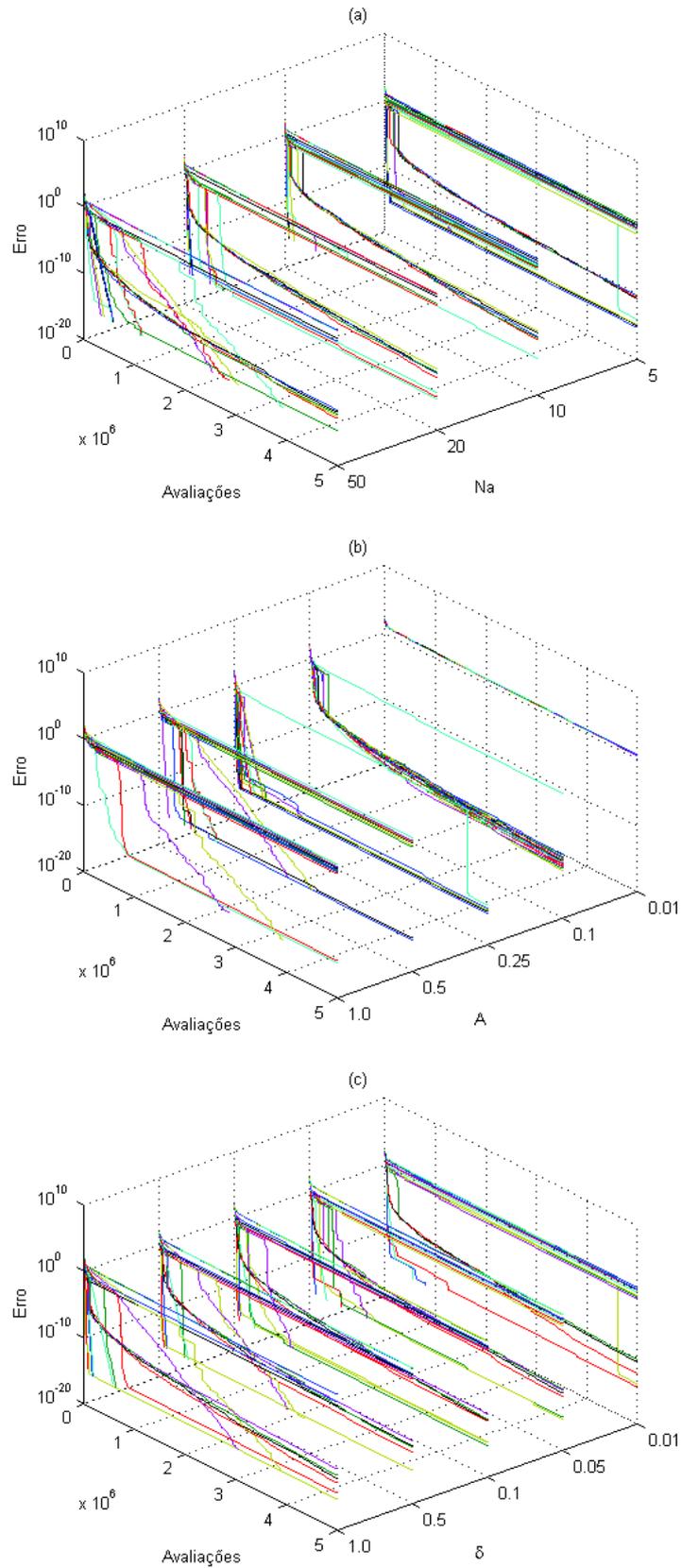


Tabela 12 – Resultados para o problema L-J utilizando redimensionador.

	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.1$	5.0E+04	-1.41E+01 (+)	2.53E+00 (-)	-2.06E+01 (+)	-1.13E+01 (+)
	1.0E+05	-1.90E+01 (+)	2.43E+00 (+)	-2.36E+01 (+)	-1.55E+01 (+)
	1.5E+05	-2.12E+01 (+)	3.07E+00 (+)	-2.47E+01 (=)	-1.66E+01 (+)
	5.0E+06	-2.45E+01 (-)	3.84E+00 (-)	-2.84E+01 (=)	-1.83E+01 (=)
$N_a = 20$ $A = 0.25$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-1.38E+01 (+)	2.29E+00 (-)	-1.75E+01 (+)	-1.05E+01 (+)
	1.0E+05	-1.95E+01 (+)	2.03E+00 (+)	-2.17E+01 (+)	-1.53E+01 (+)
	1.5E+05	-2.16E+01 (+)	2.11E+00 (+)	-2.44E+01 (+)	-1.77E+01 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.1$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-9.63E+00 (-)	1.31E+00 (-)	-1.11E+01 (+)	-7.42E+00 (+)
	1.0E+05	-1.25E+01 (+)	2.50E+00 (-)	-1.56E+01 (+)	-8.55E+00 (+)
	1.5E+05	-1.34E+01 (+)	2.93E+00 (-)	-1.86E+01 (+)	-9.29E+00 (+)
$N_a = 20$ $A = 0.5$ $\delta = 0.5$	Aval	Média	Desvio	Melhor	Pior
	5.0E+04	-9.64E+00 (-)	1.58E+00 (-)	-1.27E+01 (+)	-7.33E+00 (+)
	1.0E+05	-1.31E+01 (+)	2.86E+00 (-)	-1.73E+01 (+)	-8.70E+00 (+)
	1.5E+05	-1.40E+01 (+)	3.14E+00 (-)	-1.86E+01 (+)	-9.37E+00 (+)
	5.0E+06	-2.16E+01 (+)	5.08E+00 (-)	-2.75E+01 (+)	-1.32E+01 (+)

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, uma proposta para uma metaheurística baseada em interação social, focada principalmente na interação humana, direcionada pelo status social de indivíduos, para otimização de problemas em domínio contínuo, foi apresentada. A motivação por trás da ideia foi o fato de que humanos aprendem com outros humanos, com o objetivo de aprimorarem seus conhecimentos e viverem com mais conforto e segurança. A metaheurística foi desenvolvida através de uma combinação de duas estratégias vistas comumente no comportamento humano, quando se trata da busca de um status social maior: aprendizado individual e aprendizado com indivíduos mais bem-sucedidos, ocorrendo em alguns casos até mesmo a imitação. A crença de que a combinação dessas duas estratégias geraria uma melhor oportunidade para cada indivíduo e, conseqüentemente, de toda a sociedade alcançar um grau maior de desenvolvimento, o que também acaba resultando nos indivíduos alcançarem um maior grau de conforto, foi o ponto crucial para desenvolver os mecanismos da metaheurística. Os testes iniciais, para validar a usabilidade da metaheurística, utilizaram três funções de *benchmark*: Easom, Rastrigin e Rosenbrock. O objetivo da otimização para as três funções foi encontrar o mínimo global de cada uma delas.

Os três parâmetros configuráveis do método são: o número de agentes por dimensão N_a , o atenuador e o desvio padrão da curva de status da Equação (4.5), A e δ respectivamente. Esses parâmetros foram testados com diferentes valores, utilizando as três funções mencionadas como critério de avaliação. A eficiência e a eficácia para cada valor testado foram estudadas e descritas nos resultados, chegando-se a uma configuração padrão que gerou resultados satisfatórios para as três funções. Mas, como de costume, sempre existirão configurações mais indicadas para diferentes tipos de funções, sendo deixado para o usuário a escolha de utilizar a configuração recomendada ou testar valores diferentes. Entretanto, algumas direções de como configurar os parâmetros são descritas nos resultados apresentados na Seção 4.5.1. Além disso, os testes iniciais demonstraram que a metaheurística possui capacidade de resolver problemas quando existe uma harmonia nos valores dos parâmetros, visto que os resultados demonstram que, na maioria dos casos, os mínimos globais, ou subótimos próximos dos mínimos globais, foram encontrados. Portanto, assumindo que as funções de benchmark selecionadas sejam complementares, em relação a possíveis problemas contínuos, os testes experimentais sugerem os seguintes valores para os parâmetros como ponto de partida: $N_a = 20$, $A = 0.25$ e $\delta \in 0.1, 0.5$. A partir daí, é possível explorar variações nesses parâmetros para que se possam obter soluções melhores para problemas específicos.

Em relação à topologia de relacionamento dos agentes, a metaheurística proposta pode ser vista como uma generalização da PSO. Visto que, quando A possuir um valor que gere um raio de influência que possibilite que agentes sejam influenciados independente de sua posição no domínio de busca, e δ possuir um valor tão pequeno que permita que somente o melhor agente da sociedade possua um raio de influência, a topologia de relacionamento se torna similar à

encontrada na PSO. Entretanto, quando observa-se que $A \sim 0.25$ e $\delta \sim 0.1$ ou $\delta \sim 0.5$ geram os melhores resultados nos problemas considerados, há uma suposição fundamentada que um comportamento social pode ser mais eficiente que um comportamento de enxame.

Quando aplicado a problemas da vida real, a metaheurística demonstrou potencial de solução, mas apresentou a necessidade de novos mecanismos para manter a diversidade populacional. Quando a diversidade é perdida, a população encontra grandes dificuldades para sair de mínimos locais, o que em alguns casos pioram os resultados obtidos. O problema da Frequência Modulada (FM) e o problema do Potencial de Lennard-Jones (L-J), foram as duas funções utilizadas para os testes com problemas reais. O problema FM possui um ótimo global teórico, sendo que a metaheurística encontrou esse ótimo em várias execuções. Já o problema L-J possui um melhor resultado conhecido até hoje, ou seja, o seu ótimo global não é conhecido. Para o problema L-J, a metaheurística conseguiu encontrar o melhor resultado conhecido em algumas execuções, como também aproximou-se do valor várias vezes. Para os casos vistos, a metaheurística foi mais eficaz e mais eficiente para os problemas de *benchmark* do que os problemas reais, devido a maior complexidade desses problemas reais.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, mas mesmo assim existe espaço para aprimoramento da técnica. Trabalhos futuros podem ser focados em outras formas de tratamento de diversidade populacional, visando o aprimoramento da eficiência e eficácia da técnica. Outro ponto que pode ser estudado em busca de uma futura melhora, é um estudo sobre a limitação de quantos agentes podem influenciar um indivíduo da população, ou até mesmo quantas vezes o agente influenciador irá compartilhar seu conhecimento com o mesmo agente influenciado. Pois, os resultados demonstraram que uma interação demasiada leva a uma perda de diversificação populacional mais rapidamente.

REFERÊNCIAS

- BANDURA, A. **Social learning theory**. New York, NY, USA: General Learning Press, 1971.
- BANDURA, A. **Social foundations of thought and action: a social cognitive theory**. 1. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1986.
- BARBATI, M.; BRUNO, G.; GENOVESE, A. Applications of agent-based models for optimization problems: a literature review. **Expert Syst. Appl.**, Tarrytown, NY, USA, v. 39, p. 6020–6028, abril 2012.
- BIGIARINI, M. Z.; CLERC, M.; ROJAS, R. Standard particle swarm optimisation 2011 at CEC-2013: a baseline for future PSO improvements. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 2013. **Anais...** IEEE, 2013. p. 2337–2344.
- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. **ACM Comput. Surv.**, New York, NY, USA, v. 35, n. 3, p. 268–308, setembro 2003.
- BONABEAU, E. Agent-based modeling: methods and techniques for simulating human systems. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, [S.l.], v. 99, n. 3, p. 7280–7287, May 2002.
- BOVET, D. P.; CRESCENZI, P. **Introduction to the theory of complexity**. Hemel Hempstead, Hertfordshire: Prentice Hall, 1994.
- BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. **Applied mathematical programming**. Reading Mass.: Addison-Wesley, 1977.
- BRITANNICA. **social status**. Acesso em: agosto 2015, Disponível em: <<http://www.britannica.com/topic/social-status>>.
- CASTELLANO, C.; FORTUNATO, S.; LORETO, V. Statistical physics of social dynamics. **Rev. Mod. Phys.**, [S.l.], v. 81, p. 591–646, maio 2009.
- CAVICCHIO, D. Adaptive search using simulated evolution. **Technical Report**, [S.l.], 1970.
- CLERC, M. Particle swarm optimization. In: ISTE (INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL ENCYCLOPEDIA), 2006. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2006.
- CLERC, M. Standard particle swarm optimisation: from 2006 to 2011. **Technical Report**, [S.l.], 2012.
- DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. Problem definitions and evaluation criteria for CEC 2011 competition on testing evolutionary algorithms on real world optimization problems. **Technical Report**, [S.l.], 2010.
- DIAZ, B. A.; FENT, T. Agent-based computational modelling: applications in demography, social, economic and environmental sciences. In: BILLARI, F. et al. (Ed.). **Contributions to economics**. [S.l.]: Springer, 2006. p. 85–116.

- DUARTE, A.; SÁNCHEZ, A.; FERNÁNDEZ, F.; MONTEMAYOR, A. S. A hierarchical social metaheuristic for the max-cut problem. In: LECTURE NOTES IN COMPUTER SCIENCE, 2004. **Anais...** Springer, 2004. v. 3004, p. 84–93.
- DUARTE, A.; SÁNCHEZ, A.; FERNÁNDEZ, F.; MONTEMAYOR, A. S. Improving image segmentation quality through effective region merging using a hierarchical social metaheuristic. **Pattern Recogn. Lett.**, [S.l.], v. 27, n. 11, p. 1239–1251, aug 2006.
- EL-ABD, M. Testing a particle swarm optimization and artificial bee colony hybrid algorithm on the CEC13 benchmarks. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 2013. **Anais...** IEEE, 2013. p. 2215–2220.
- ELSAIED, S. M. M.; SARKER, R. A.; ESSAM, D. L. A genetic algorithm for solving the CEC'2013 competition problems on real-parameter optimization. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 2013. **Anais...** IEEE, 2013. p. 356–360.
- FORREST, S. Genetic algorithms: principles of natural selection applied to computation. **Science**, [S.l.], v. 261, n. 5123, p. 872–878, agosto 1993.
- GENTLE, J. E.; HÄRDLE, W.; MORI, Y. (Ed.). **Handbook of computational statistics**. [S.l.]: Springer, 2004.
- GILBERT, N. Agent-based models. **Technical Report**, Guildford, UK, 2008.
- GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (Ed.). **Handbook of metaheuristics**. Boston, Dordrecht, London: Kluwer Academic Publishers, 2003. (International series in operations research & management science).
- GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. 1. ed. Boston, MA, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.
- GUPTA, D.; GHAFIR, S. An overview of methods maintaining diversity in genetic algorithms. **International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering**, [S.l.], v. 2, p. 57–60, maio 2012.
- HASTINGS, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. **Biometrika**, [S.l.], v. 57, n. 1, p. 97–109, 1970.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. [S.l.]: The University of Michigan Press, 1975.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**: an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1992.
- JEBARI, K.; MADIIFI, M. Selection methods for genetic algorithms. **Technical Report**, [S.l.], 2013.
- KAUR, R.; KUMAR, R.; BHONDEKAR, A. P.; KAPUR, P. Human opinion dynamics: an inspiration to solve complex optimization problems. **Scientific Reports**, [S.l.], v. 3, outubro 2013.

- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. Particle swarm optimization. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS, 1995. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 1995. p. 1942–1948.
- KENNEDY, J.; MENDES, R. Population structure and particle swarm performance. In: CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC 2002), 2002. **Proceedings...** IEEE Press, 2002. p. 1671–1676.
- KOROSEC, P.; SILC, J. The continuous differential ant-stigmergy algorithm applied to real-world optimization problems. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2011., 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1327–1334.
- KU, K. Y.; PHILLIPSON, S.; PHILLIPSON, S. N. Educational learning theory. In: WRIGHT, J. D. (Ed.). **International encyclopedia of the social & behavioral sciences (second edition)**. 2. ed. Oxford: Elsevier, 2015. p. 238–245.
- LATORRE, A.; MUELAS, S.; PENA, J.-M. Benchmarking a hybrid de-rhc algorithm on real world problems. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2011., 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1027–1033.
- LUKE, S. **Essentials of metaheuristics**. second. ed. [S.l.]: Lulu, 2013.
- MALLIPEDDI, R.; SUGANTHAN, P. Ensemble differential evolution algorithm for CEC2011 problems. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2011., 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1557–1564.
- MANDAL, A.; DAS, A. K.; MUKHERJEE, P.; DAS, S.; and SUGANTHAN, P. N.. Modified differential evolution with local search algorithm for real world optimization. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2011., 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1565–1572.
- MARK, M.; DONALDSON, S.; CAMPBELL, B. **Social psychology and evaluation**. [S.l.]: Guilford Press, 2011.
- MENDES, J. M. A comparative study of crossover operators for genetic algorithms to solve the job shop scheduling problem. **WSEAS TRANSACTIONS on COMPUTERS**, [S.l.], v. 12, p. 164–173, abril 1993.
- MERCER, R.; SAMPSON, J. Adaptive search using a reproductive metaplan. **Kybernetes**, [S.l.], v. 7, p. 215–228, 1978.
- MILLONAS, M. M. Classical and nonclassical optimization methods. In: LANGTON, C. G. (Ed.). **Artificial life iii**. [S.l.]: Addison Wesley, 1994.
- MOLOI, N. P.; ALI, M. M. An iterative global optimization algorithm for potential energy minimization. **Journal of Computational Optimization and Applications**, [S.l.], v. 30, n. 2, p. 119–132, 2005.
- NEPOMUCENO, F. V.; ENGELBRECHT, A. P. A self-adaptive heterogeneous PSO for real-parameter optimization. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 2013. **Anais...** IEEE, 2013. p. 361–368.
- NOMURA, T. An analysis on linear crossover for real number chromosomes in an infinite population size. In: IN PROC. ICEC'97, 1997. **Anais...** [S.l.: s.n.], 1997. p. 111–114.

OXFORD. **swarm**. Acesso em: agosto 2015, Disponível em:
<<http://www.oxforddictionaries.com/definition/english/swarm>>.

PAGE, S. E. Agent based models. **Technical Report**, [S.l.], 2005.

PAJARES, F. Self-efficacy beliefs in academic settings. **Review of Educational Research**, [S.l.], v. 66, n. 4, p. 543–578, 1996.

SCHUNK, D.; ZIMMERMAN, B. **Self-regulation of learning and performance: issues and educational applications**. [S.l.]: L. Erlbaum, 1994.

SCHUNK, D.; ZIMMERMAN, B. **Self-regulated learning: from teaching to self-reflective practice**. [S.l.]: Guilford Press, 1998.

SINGH, H.; RAY, T. Performance of a hybrid ea-de-memetic algorithm on CEC 2011 real world optimization problems. In: IEEE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION (CEC), 2011., 2011. **Anais...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1322–1326.

TALBI, E.-G. **Metaheuristics: from design to implementation**. [S.l.]: Wiley Publishing, 2009.

TENNYSON, R. D.; VOLK, A. Learning theories and educational paradigms. In: WRIGHT, J. D. (Ed.). **International encyclopedia of the social & behavioral sciences (second edition)**. 2. ed. Oxford: Elsevier, 2015. p. 699–711.

WEHRENS, R.; BUYDENS, L. M. C. Classical and nonclassical optimization methods. In: MEYERS, R. A. (Ed.). **Encyclopedia of analytical chemistry**. [S.l.]: John Wiley and Sons Ltd, 2000. p. 9678–9689.

WEISS, G. (Ed.). **Multiagent systems: a modern approach to distributed artificial intelligence**. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1999.

WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. **Statistics and Computing**, [S.l.], v. 4, p. 65–85, 1994.

WILSON, E. O. **Sociobiology - the new synthesis**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1975.

WOOLDRIDGE, M.; JENNINGS, N. R. Intelligent agents: theory and practice. **Knowledge Engineering Review**, [S.l.], v. 10, p. 115–152, 1995.

YU, J. J.; LI, V. O. A social spider algorithm for global optimization. **Applied Soft Computing**, [S.l.], v. 30, n. C, p. 614–627, May 2015.

ZELINKA, I.; SNSSEL, V.; ABRAHAM, A. **Handbook of optimization: from classical to modern approach**. [S.l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2012.